



**HAL**  
open science

## Analyse numérique du comportement mécanique en temps long des composites unidirectionnels

Elias Dib, Jean-François Caron, Ioannis Stefanou, Wassim Raphael, Fouad Kaddah

► **To cite this version:**

Elias Dib, Jean-François Caron, Ioannis Stefanou, Wassim Raphael, Fouad Kaddah. Analyse numérique du comportement mécanique en temps long des composites unidirectionnels. Journées Nationales sur les Composites 2017, École des Ponts ParisTech (ENPC), Jun 2017, 77455 Champs-sur-Marne, France. hal-01621546

**HAL Id: hal-01621546**

**<https://hal.science/hal-01621546>**

Submitted on 23 Oct 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## **Analyse numérique du comportement mécanique, en long terme, des composites renforcés avec de fibres de verre**

### *Numerical analysis of long term behavior of composites reinforced with glass fibers*

**Elias DIB<sup>1,2</sup>, Jean-François CARON<sup>1</sup>, Ioannis STEFANO<sup>1</sup>, Wassim RAPHAEL<sup>2</sup>, Fouad KADDAH<sup>2</sup>**

1 : UR Navier, École des ponts ParisTech  
6-8 Avenue Blaise Pascal, Cité Descartes, Champs sur-Marne, 77455 Marne-la-vallée cedex 2  
e-mail : elias.dib@outlook.com , caron@enpc.fr, ioannis.stefanou@enpc.fr

2 : Centre Libanais d'Études et de Recherches de la Construction , École supérieure d'ingénieurs de Beyrouth  
Campus des sciences et technologies, Mar Roukos - Dekwaneh, B.P. 1514 - Riad El Solh  
e-mail : elias.dib@outlook.com , wassim.raphael@usj.edu.lb, fouad.kaddah@usj.edu.lb

### **Résumé**

L'objectif de cette étude est d'analyser le comportement mécanique, à court et à long terme, des composites unidirectionnels renforcés par des fibres de verre (GFRPs) soumis à un chargement de traction. Le travail est basé sur 2 modèles micromécaniques. Le premier est de type shear-lag viscoélastique et le deuxième utilise le logiciel éléments finis Abaqus. Ces deux modèles prennent en compte différents micro-mécanismes de rupture comme la rupture des fibres, la décohésion des fibres/matrice et le fluage de la résine. Plusieurs analyses numériques sont faites afin de déterminer le volume élémentaire représentatif du composite (Nombre de fibres, Longueur de l'échantillon, Dimension du maillage). Des améliorations sont apportées sur le modèle type shear lag et une validation des résultats obtenue par la méthode shear lag est réalisé à partir du modèle Abaqus.

### **Abstract**

This study gives a detailed analysis on estimating the ultimate tensile strength of unidirectional composites (UD FRP) as well as its creep behavior under sustained tension load. Two different models were developed that allows estimating the longitudinal tensile strength and monitoring the evolution of fiber and matrix stresses with time around arbitrary array of fiber breaks. The first model is based on the shear lag theory and the second is established using the finite element software Abaqus. The models consider two types of matrix behaviors, elastic for tensile strength predictions and viscoelastic for creep tests. Parametric analyses were conducted in order to determine the representative volume element of the composite (Fibre number, Length of the specimen, Mesh size). Comparative analyses between the shear lag theory and the FEM were performed in order to compare ultimate tensile strength and on creep behavior.

**Mots Clés :** Modèle Shear lag, Composites, Éléments finis, Résistance en traction, Fluage  
**Keywords:** Shear lag model, Composites, Finite Elements, Tensile strength, Creep

## **1. Introduction**

Les matériaux composites jouent un rôle de plus en plus important dans notre société et dans de très nombreux domaines (aéronautique, naval, génie civil...), grâce à leurs avantages en terme de légèreté, d'inaltérabilité et de rigidité. Cependant, ils présentent des faiblesses qui peuvent poser des problèmes au niveau de leur utilisation pour les ouvrages de génie civil. Ces faiblesses concernent notamment leur durabilité. A cause des phénomènes viscoélastiques, les propriétés mécaniques des structures en composites évoluent dans le temps. Le fluage et/ou la relaxation sont des facteurs importants qui peuvent considérablement affecter l'application des composites aux structures. De

nombreux travaux ont été consacrés à l'exploitation du comportement viscoélastique des matériaux composites. Daniali et al [1] ont analysé l'influence de la nature de la résine (polyester et vinylester), la température (ambiante et à 54 °C) et la géométrie des poutres composites pultrudées en section de forme de T (âmes continues/âmes présentant des cavités) sur leur comportement en flexion à court et à long terme. Des expériences sont menées par Bank et Mosallam [2] afin d'examiner le comportement à la rupture à court et à long terme (réponse au fluage) des composites pultrudés GFRP. Douthe et al [3] ont mené des études sur les structures en gridshell construites par des matériaux composites renforcés par des fibres de verre. Beyerlein et al [4] et N. Kotelnikova [9] ont étudié l'évolution des contraintes dans les fibres d'un composite unidirectionnel. Le matériau est modélisé en 2D, le comportement de la matrice est considéré comme viscoélastique et le phénomène de décohésion fibre/matrice est pris en compte. Koyonagri et al. Zhou et al [5] ont réalisé des travaux dans le même esprit. Les modèles de type shear-lag sont utilisés dans l'analyse des composites à petite échelle. Grâce à la modélisation éléments finis qui constitue une technique radicalement différente, au sens où elle n'est plus analytique, Nedele et Wisnom [6] ont analysé par un calcul tridimensionnel le transfère de charge autour d'une fibre rompu. Blassiau [7] dans sa thèse a effectué des études similaires à Ndele et Wisnom. Il ajoute la notion des cellules élémentaires sur la méthode de calcul par éléments finis.

Dans cette étude, on effectue une analyse sur le comportement à court et à long terme des composites unidirectionnels renforcés par des fibres de verre soumis à un effort de traction. L'étude est effectuée sur des échantillons en 2D. Au début on estime la résistance statique du composite par la méthode type shear-lag. Un incrément de charge est appliqué à l'échantillon pour pouvoir déterminer sa résistance ultime. Dans un second temps, un test de fluage sous un chargement de traction par la méthode shear-lag est mené pour observer le comportement du composite avec l'évolution du temps. Une étude comparative entre la méthode shear-lag et un modèle micromécanique développé sur le logiciel Abaqus est réalisée.

## 2. Modèle Shear-Lag

Cette partie évoque le modèle type shear-lag qui est basé sur l'article de Beyerlein et al [4] et développé dans la thèse de N.Kotelnikova [9]. A partir de cette méthode analytique on analyse le comportement à court et à long terme d'un composite unidirectionnel en 2D soumis à un chargement de traction. On considère que les fibres sont les éléments porteurs de la charge de traction. L'équilibre du matériau à coté des fibres rompues est réalisé par la matrice. La matrice transmet les charges aux fibres intactes voisines par cisaillement. On considère que les fibres se comportent d'une façon élastique avec un module de Young  $E_{fibre} = 74000 \text{ MPa}$  et un coefficient de poisson  $\nu = 0.3$ . Dans les calculs on considère deux comportements pour la matrice. Un comportement élastique pour le calcul de la résistance statique de l'échantillon et un autre viscoélastique pour les tests de fluage. La décohésion entre les fibres et la matrice est prise en compte dans les calculs. Les fibres sont numérotés de  $n=-N$  à  $n=N$  et sont discrétisées en plusieurs éléments numérotés de  $m=-M$  à  $m=M$ . La bande de matrice entre les fibres  $n$  et  $n+1$  est numérotée  $n$ . La matrice est aussi divisée en éléments décalés de  $dx/2$  par rapport aux éléments fibres.

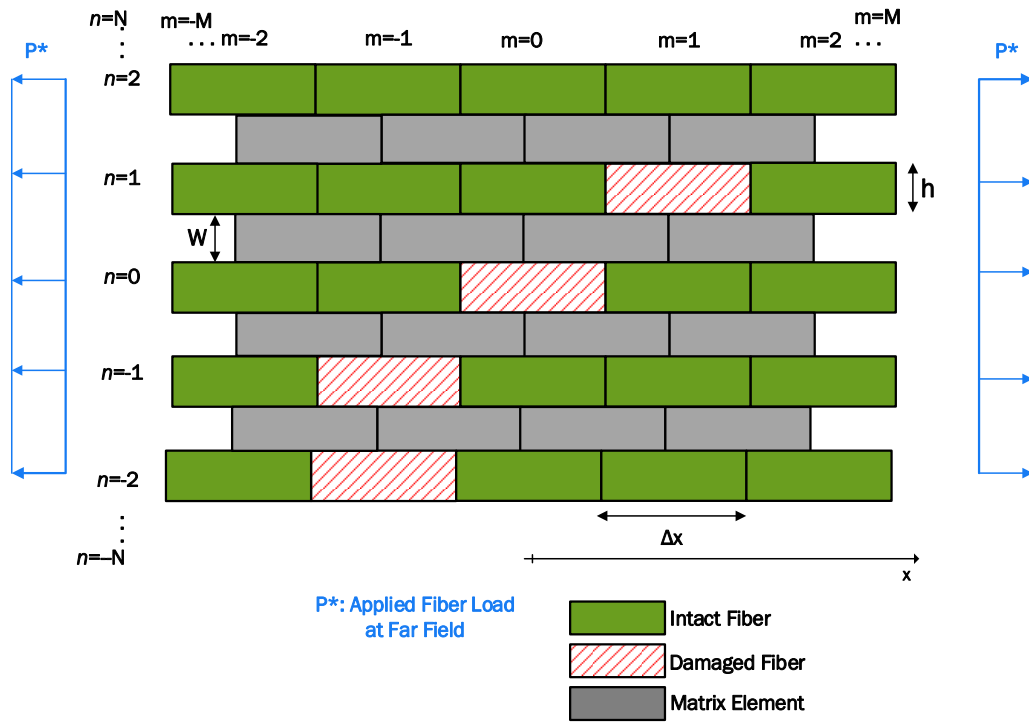


Fig. 1. Discrétisation de l'échantillon

Si on considère l'équation d'équilibre d'une fibre:

$$\frac{\partial \sigma_n(x,t)}{\partial x} + \frac{\tau_n(x,t) - \tau_{n-1}(x,t)}{h} = 0 \quad (\text{Eq.1})$$

Avec:

$\sigma_n(x, t)$ : Contrainte axiale dans la fibre numéro  $n$  à l'abscisse  $x$  et au temps  $t$

$\tau_n(x, t)$ : Contrainte de cisaillement dans l'élément de matrice numéro  $n$  et au temps  $t$

$h$ : Diamètre d'une fibre

Si on considère une adhérence parfaite entre les fibres et la matrice, la déformation de cisaillement  $\gamma_n(x, t)$  de l'élément de matrice numéro  $n$  est en relation avec les déplacements des fibres voisines par l'équation suivante:

$$\gamma_n(x, t) = \frac{u_{n+1}(x,t) - u_n(x,t)}{w} \quad (\text{Eq.2})$$

Avec:

$u_n(x, t)$ : Déplacement de la fibre numéro  $n$  à l'abscisse  $x$  et au temps  $t$

$w$ : Espacement entre les fibres

Si on applique la loi de Hooke aux fibres:

$$\sigma_n(x, t) = E_f \varepsilon_n(x, t) = E_f \frac{\partial u_n(x,t)}{\partial x} \quad (\text{Eq.3})$$

$E_f$ : Module de Young des fibres

$\varepsilon_n(x, t)$ : Déformation de fibre numéro  $n$  à l'abscisse  $x$  et au temps  $t$

Si on considère un comportement viscoélastique de la matrice, la contrainte de cisaillement est en relation avec la déformation de cisaillement par la formule suivante:

$$\tau_n(x, t) = \int_{-\infty}^t G(t - t') \frac{\partial \gamma_n(x, t')}{\partial t'} dt' \quad (\text{Eq.4})$$

Avec  $G(t)$ : La fonction de relaxation de la matrice

La fonction de fluage de la matrice est donnée par:

$$J(t) = J_e \times (t/T_c)^\alpha \quad (\text{Eq.5})$$

Avec  $T_c$ : Temps de relaxation de la matrice

En combinant les équations (1) à (4) on obtient l'équation différentielle suivante:

$$E_f \frac{\partial^2 u_n(x, t)}{\partial x^2} + \frac{1}{wh} \times \int_{-\infty}^t G(t - t') \frac{\partial}{\partial t'} (u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}) dt' = 0 \quad (\text{Eq.6})$$

Pour résoudre cette équation différentielle et estimer l'état de contrainte et de déformation dans l'échantillon, la technique de superposition est proposée dans [4] et reprise dans [9].

Pour une disposition quelconque de fibres rompues soumis à un chargement de traction, on considère que la solution du problème P1' d'un composite unidirectionnel est obtenue par superposition de deux sous-problèmes SP1' et SP2.

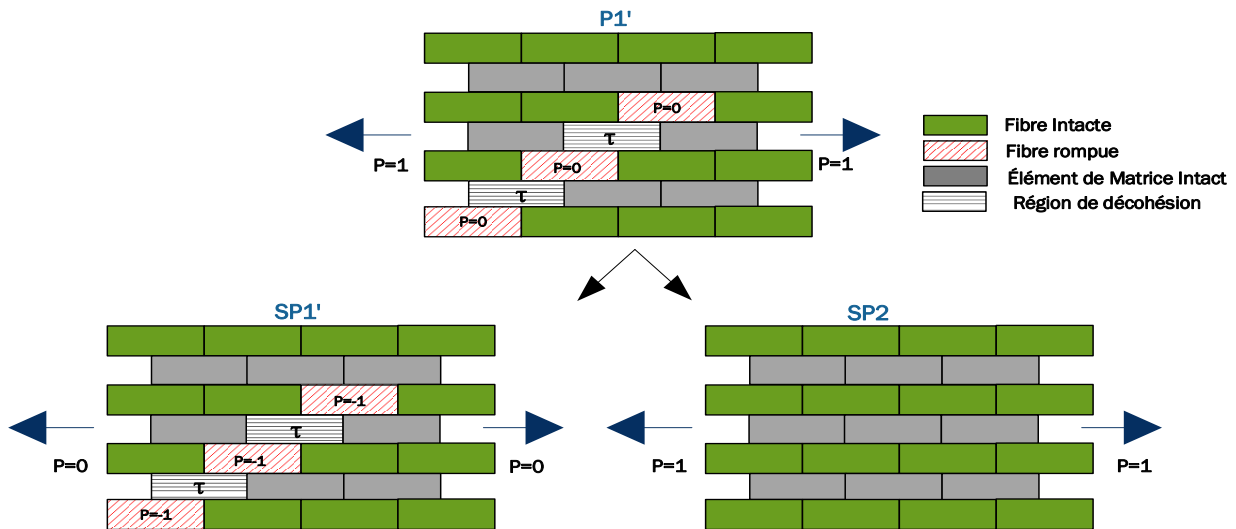


Fig. 2. Description du problème P1'

Le sous-problème SP1' est celui d'un composite qui a subi un endommagement par rupture de fibres et par décohésion de matrice. On considère que ce composite est soumis à une force de traction nulle aux fibres extrêmes et avec une force de compression P=-1 aux fibres rompues et une contrainte  $\tau$  dans les éléments de matrice qui ont subi une décohésion. La solution du sous-problème SP1' est obtenue par une superposition pondérée des problèmes auxiliaires A1 et A2.

Le problème auxiliaire A1 est celui d'un composite soumis à une force de traction nulle avec une fibre centrale rompue soumise à une force de compression P=-1. Le problème Auxiliaire A2 est celui d'un composite soumis à une force de traction nulle avec une fibre centrale rompue soumise à une force de compression P=-1 et avec deux éléments de matrice soumis à une contrainte de cisaillement constante  $\tau = \pm 1/2$ . Le sous-problème SP2 est celui d'un composite qui n'a pas subi un endommagement et qui est soumis à une force de traction unitaire appliquée aux fibres extrêmes.

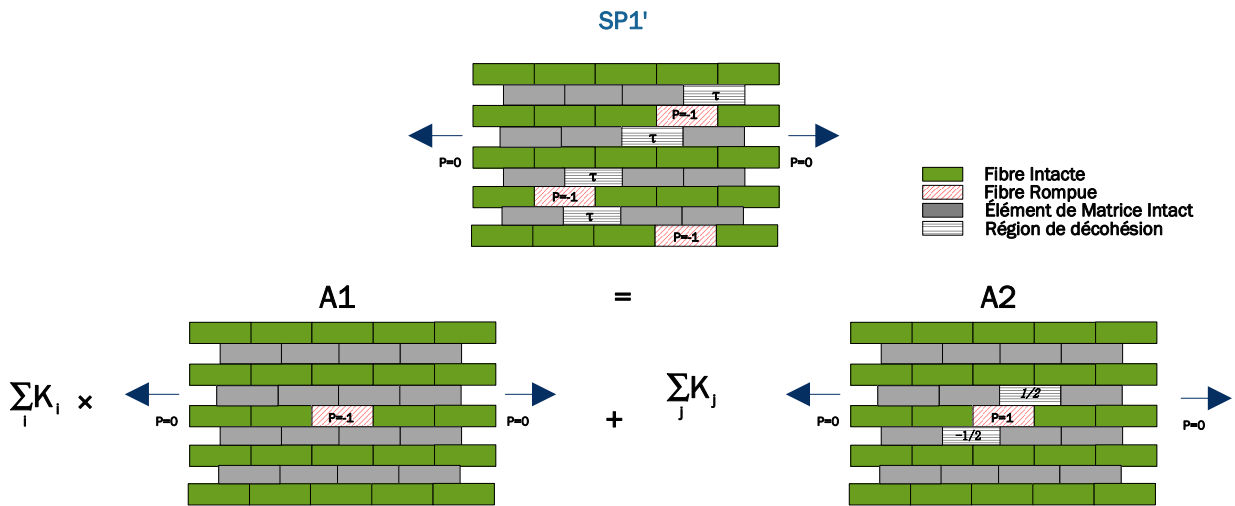


Fig. 3. Description du Sous-problème SP1'

Critère de décohésion:

Autour des fibres rompues, la matrice subit des contraintes de cisaillement élevées qui diminuent avec le temps. Par suite, les déformations de cisaillement augmentent dans ces régions. La décohésion aura lieu lorsque la déformation de cisaillement dans la matrice atteint un seuil limite  $\gamma_{lim}$ . Pour ce seuil de déformation de cisaillement, la contrainte de cisaillement dans la matrice est limitée à une valeur seuil  $\tau_{fr}(t)$ .

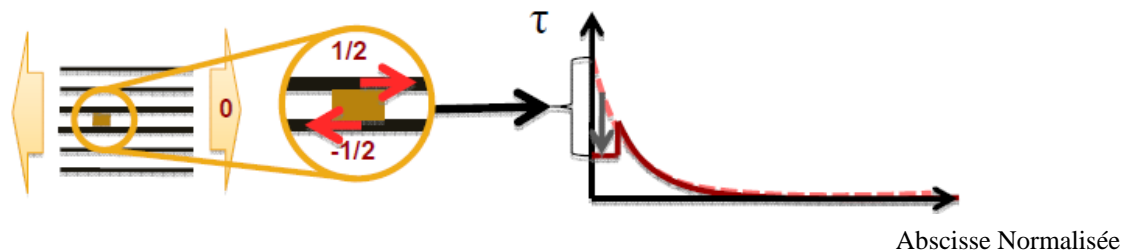


Fig. 4. Limitation de la contrainte de cisaillement dans la matrice

Aspect aléatoire du problème:

La résistance des fibres est liée à la présence des défauts qui peuvent être présent dès la fabrication des fibres ou peuvent être introduites dans la suite lors de la manipulation (perçage, fraisage...). La rupture du matériau est en général provoquée par la présence aléatoire de défauts de fabrication qui se traduit par une dispersion importante des contraintes de rupture. Cette dispersion des propriétés du matériau est alors responsable de ce que l'on appelle l'effet d'échelle de volume, c'est à dire la diminution de la contrainte moyenne de rupture avec l'augmentation du volume sollicité. En effet, les effets d'échelle sont liés à l'hétérogénéité du matériau et donc à la résistance locale des éléments de matière dans le matériau qui n'est pas uniforme mais suit une distribution aléatoire. La résistance à la traction d'un jonc en composite unidirectionnel sera donc fonction de la longueur et de la section du jonc donnant lieu respectivement à des effets d'échelle de longueur et des effets d'échelle de section. Des essais expérimentaux, menés par Lissart et Lamon [8], ont montré que l'utilisation d'une loi de distribution bimodale sera plus appropriée pour modéliser la résistance des fibres. Pour prendre en compte deux populations de défauts, plusieurs approches ont été proposées. Dans notre étude, on considère la loi de Weibull bimodale suivante:

$$P(\sigma) = 1 - (1 - q) \exp\left(-\frac{l}{l_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{01}}\right)^{m_1}\right) - q \exp\left(-\frac{l}{l_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{02}}\right)^{m_2}\right) \quad (\text{Eq.7})$$

Avec  $P(\sigma)$ : la probabilité de rupture d'un élément à un certain niveau de contrainte  $\sigma$   
 $q, l_0, \sigma_{01}, \sigma_{02}, m_1, m_2$ : Paramètres pour les fibres de verre Type P122

### Mécanisme de rupture:

Le mécanisme de rupture du composite à l'échelle de la fibre est le suivant:

Lorsqu'une charge est appliquée sur le matériau, quelques fibres peuvent se rompre instantanément même si la charge appliquée est inférieure à la résistance globale du matériau. Ceci est dû à la présence des défauts sur toute la longueur des fibres. L'équilibre du matériau à côté des fibres rompues est réalisé par la matrice. La matrice transmet les charges aux fibres voisines par cisaillement. Dans le cas où on effectue un test statique pour estimer la résistance ultime de l'échantillon, il faut qu'à chaque incrément de charge vérifier la présence de nouvelles ruptures de fibres. Une fois le nombre de rupture se stabilise, on augmente la charge d'un certain incrément.

Dans le cas d'un test de fluage, la transmission des charges aux fibres intactes est largement influencée par le comportement de la matrice qui varie avec le temps. Dans ce cas-ci, à chaque pas de temps on vérifie la présence de nouvelles ruptures de fibres et dans le cas où ce nombre se stabilise on augmente le pas de temps d'un certain incrément. On note aussi que le phénomène de décohésion fibre/matrice induit des modifications sur le phénomène de rupture

### 3. Résultats et discussions:

Dans le but de chercher le volume élémentaire représentatif du composite, une analyse paramétrique a été menée sur la géométrie de l'échantillon considéré (Nombre de fibre, dimension du maillage, longueur de l'échantillon,...) ainsi que sur le nombre de discrétisation de l'intervalle de temps dans un test de fluage. On note que le pourcentage volumique des fibres  $V_f = 54\%$  est constant dans toutes les simulations. La Figure 5 par exemple montre l'analyse menée pour estimer la longueur optimale de l'échantillon. On montre l'évolution du module apparent en fonction du temps normalisé pour différentes valeurs de longueur.

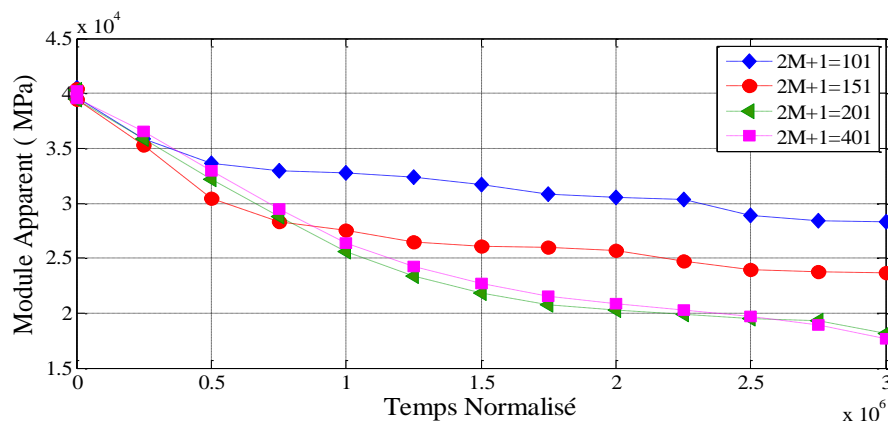


Fig. 5. Estimation de la longueur du volume élémentaire représentatif

Des conditions de périodicités sont aussi introduites pour simuler la répétition de l'échantillon dans la direction verticale.

Estimation de la résistance statique ultime :

On considère dans cette analyse un composite unidirectionnel en 2D soumis à un chargement de traction. La charge est appliquée par incrément de  $dP=50$  MPa. Les fibres présentent un comportement élastique. On considère dans ce cas la réponse élastique de la matrice et on analyse l'effet de la décohésion fibre/matrice sur les résultats des simulations. Pour prendre en considération l'aspect aléatoire des résistances de fibre, on effectue des simulations sur 40 échantillons et les résultats présentés sont des valeurs moyennes sur les échantillons considérés. La Figure 6 montre la distribution de résistance des fibres pour un échantillon.

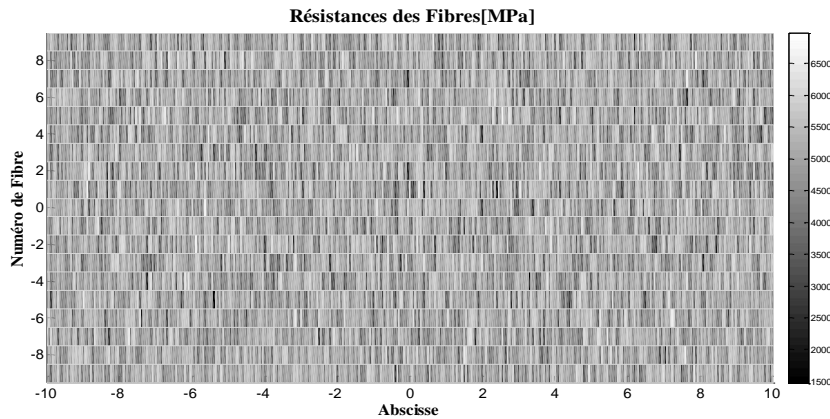


Fig. 6. Résistances aléatoires des fibres

Les Figures 7 et 8 montrent les courbes contrainte/déformation pour un test de résistance statique. La Figure 7 présente deux plateaux mais elle reste croissante et indique que l'échantillon peut prendre la charge appliquée même si elle est supérieure à 2050 MPa qui n'est pas physique. Ça c'est lié au fait que la décohésion entre les fibres et la matrice a été négligée. Par conséquent, les contraintes de cisaillement dans la matrice peuvent augmenter sans aucune limitation et l'échantillon peut encore équilibrer le chargement appliqué croissant. Par contre, en prenant en compte la décohésion matrice-fibre, on constate un plafond pour  $P=2050$  MPa (Figure 8).

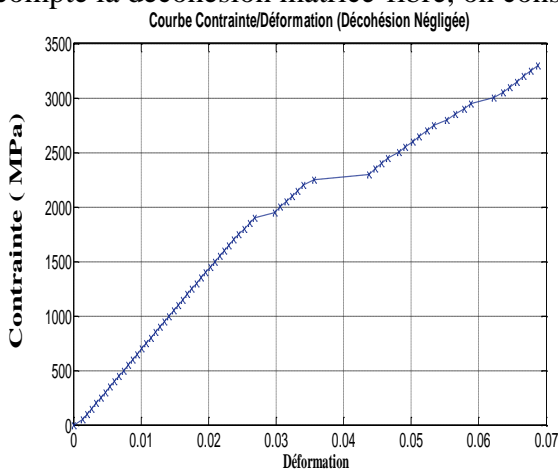


Fig. 7. Contrainte/Déformation (Décohésion négligée)

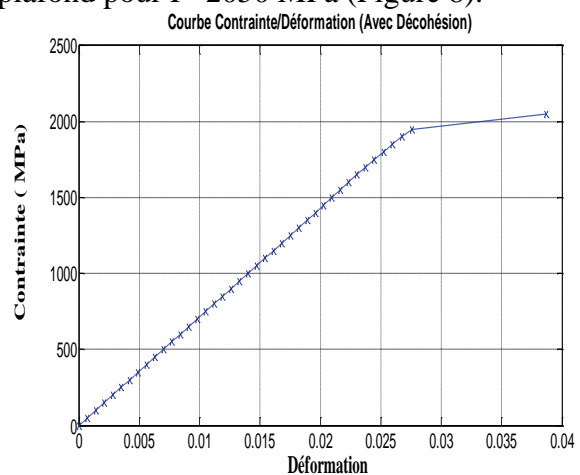


Fig. 8. Contrainte/Déformation (Avec Décohésion)

Dans le cas où la décohésion est prise en compte on remarque la formation d'un plan de rupture au niveau des fibres (Figure 11a), qui en addition à la décohésion (Figure 11b), induit la rupture du composite.



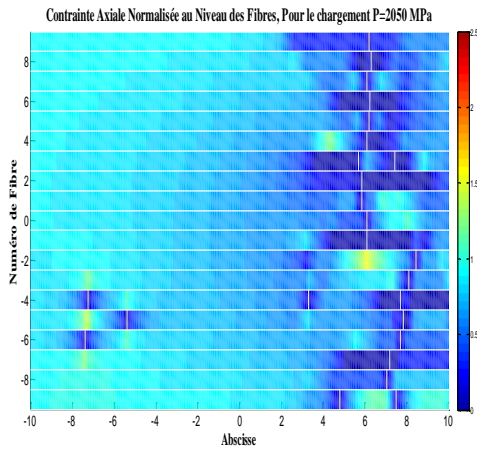


Fig. 11a État de contrainte axiale normalisée dans les fibres pour le chargement  $P=2050$  MPa

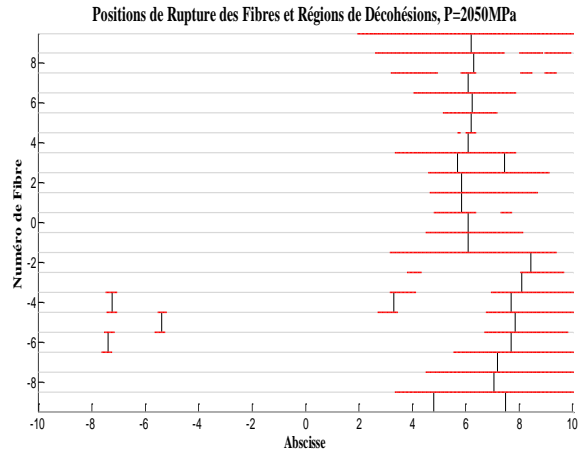


Fig. 11b Positions de Rupture des Fibres et Régions de Décohésions pour le chargement  $P=2050$  MPa

La figure 11b montre les positions de rupture des fibres en noir et les régions de décohésion fibre/matrice. La formation d'un plan de rupture et la décohésion induisent la rupture de l'échantillon. Dans une étude comparative avec la méthode éléments finis, un modèle micromécanique a été développé sur le logiciel Abaqus. Dans ce modèle on considère les fibres comme des éléments filaires 1D et la matrice comme une membrane 2D. Les mêmes conditions adoptées dans le modèle type shear lag sont introduites dans Abaqus (Nombre de fibres, maillage, longueur de l'échantillon, résistances des fibres,...). Deux cas de charge sont considérés dans la méthode éléments finis. Dans le premier cas on impose des contraintes au niveau des fibres extrêmes et dans le deuxième on impose des déplacements. Un comportement élastoplastique est considéré pour la matrice afin de simuler la décohésion fibre/matrice.

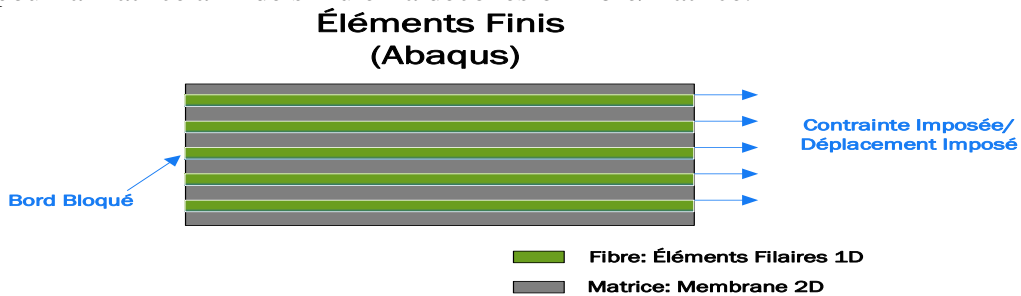


Fig. 12 Modèle Éléments finis (Abaqus)

La figure suivante montre une bonne corrélation entre les courbes contrainte/déformation pour les deux modèles (Shear lag et éléments finis). Dans les deux modèles on considère des contraintes imposées aux fibres extrêmes. Les deux courbes montrent un plafond pour  $P=2050$  MPa.

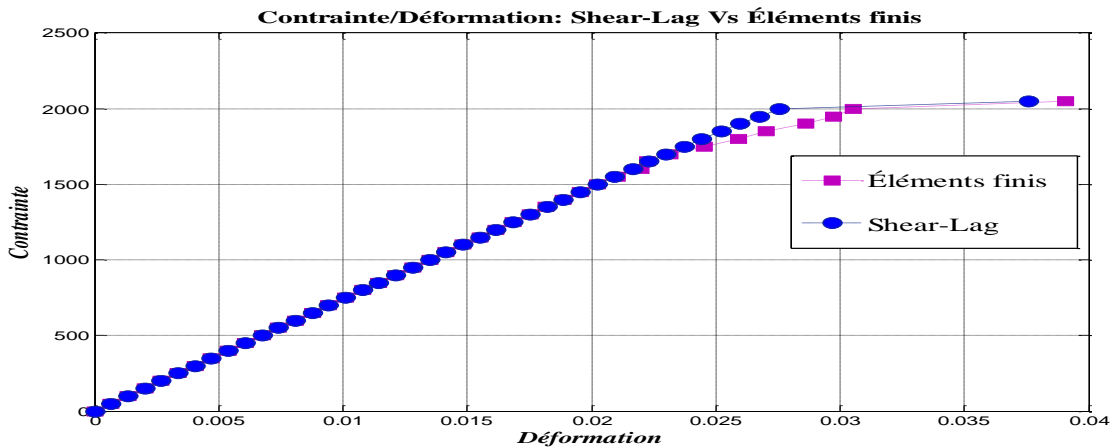


Fig. 13 Courbe Contrainte/Déformation: Shear-Lag Vs Éléments finis

La figure 14 montre la courbe contrainte déformation pour le cas où on impose des déplacements aux fibres extrêmes. Un maximum de  $P=2050$  MPa est obtenu pour une déformation de 3.1%. On peut conclure que les deux méthodes convergent vers le même résultat en termes de charge ultime.

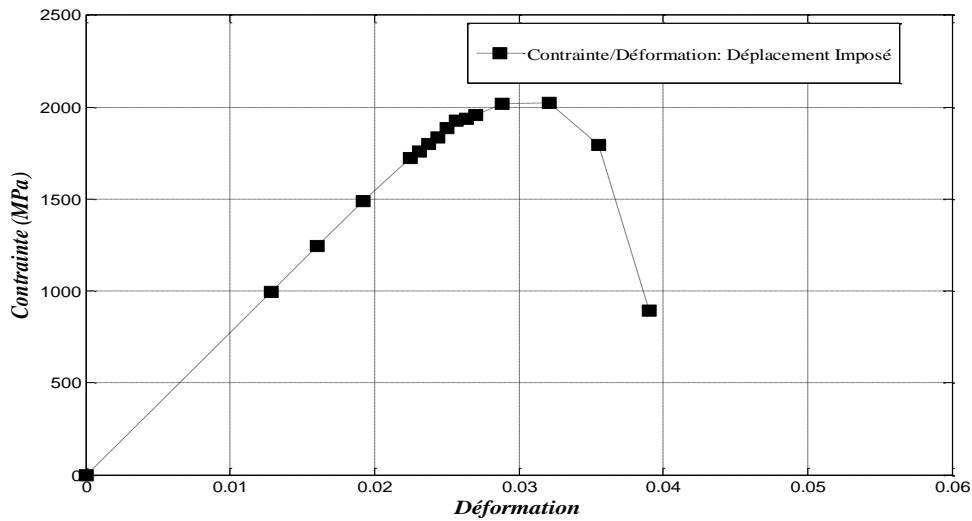


Fig. 14 Courbe Contrainte/Déformation: Modèle Éléments finis; Déplacement Imposé; Décohésion prise en compte

Test de Fluage:

Dans cette partie on considère un comportement viscoélastique pour la matrice. Des tests de fluage sont effectués, pour une durée de 50 ans, par les deux méthodes éléments finis et shear-lag. Une force de traction est imposée aux fibres extrêmes et la déformation du composite et son module apparent en fonction du temps sont calculés. Le niveau de contrainte considéré dans les calculs est à 80% de la résistance ultime du composite.

Pour prendre en compte la disposition aléatoire des résistances des fibres, la simulation Monte-Carlo a été adoptée et 40 échantillons sont générés. Les résultats montrés dans cette partie sont obtenus par le calcul des valeurs moyennes sur les 40 échantillons. Les figures 15 et 16 montrent respectivement l'évolution du module apparent et de la déformation en fonction du temps par les deux méthodes de calcul (Éléments finis et shear lag). Une bonne corrélation existe entre les deux approches.

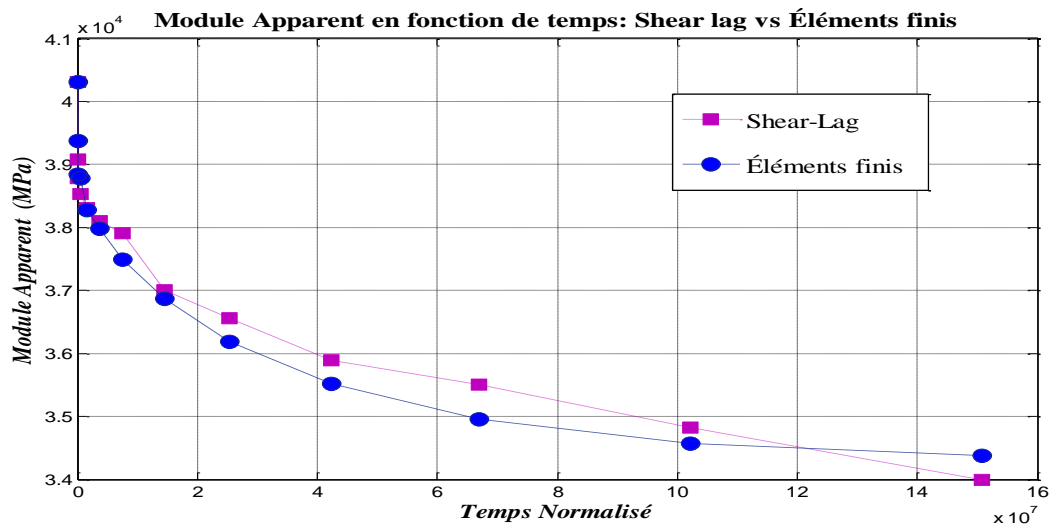


Fig. 15 Évolution du module apparent en fonction du temps: Shear lag vs Éléments finis

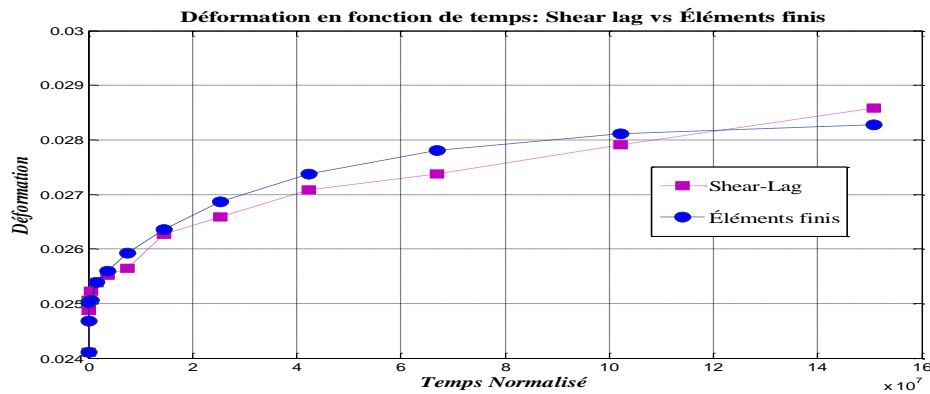


Fig. 16 Évolution de la déformation en fonction du temps: Shear lag vs Éléments finis

#### 4. Conclusion:

Dans ce travail le comportement d'un composite unidirectionnel renforcé par des fibres de verre et soumis à un chargement de traction a été analysé. Un cas bidimensionnel a été considéré dans les calculs. Deux modèles micromécaniques sont développés. Un modèle est de type shear-lag viscoélastique et un autre modèle utilise le logiciel éléments finis Abaqus. Ces deux modèles prennent en compte différents micro-mécanismes de rupture comme la rupture des fibres, la décohésion des fibres/matrice et le fluage de la résine. Plusieurs analyses numériques sont faites afin de déterminer le volume élémentaire représentatif pertinent du composite (Nombre de fibres, Longueur de l'échantillon, Dimension du maillage, ...). Les conditions de périodicités sont introduites dans les calculs. La résistance ultime du composite a été estimée par les deux modèles ainsi que le comportement au fluage. Les analyses menées ont montrés une bonne corrélation entre les deux approches de calcul.

#### Références:

- [1] S. Daniali Short-term and long-term behavior of two types of reinforced plastic beams. In 46th Annual Conference, Composites Institute; February 1991: 13-A- 1-5
- [2] L.C. Bank and A.S. Mosallam. Creep and failure of a full-size fiber-reinforced plastic pultruded frame. Composites Engineering, 1992.
- [3] C. Douthe, J. Caron, O. Baverel, Gridshell structures in glass fibre reinforced polymers, Construction and Building Materials24 (2010) 1580–1589.
- [4] I.J. Beyerlein, S.L Phoenix, R. Raj, Time evolution of stress redistribution around multiple fiber breaks in a composite with viscous and viscoelastic matrices, International Journal of Solids and Structures, vol. 35, 1998, pp. 3177-3211.
- [5] J. Koyanagi, H. Hatta, F. Ogawa, and H.Kawada. Time-dependent reduction of tensile strength caused by interfacial degradation under constant strain duration in ud-cfrp. Journal of Composite Materials 2007.
- [6] M.R. Nedele M.R. Wisnom, Stress concentration factors around a broken fibre in a unidirectional carbon fibre-reinforced epoxy, Composites, vol. 25, 1994, pp. 549-557.
- [7] S. Blassiau Modélisation des phénomènes microstructuraux au sein d'un composite unidirectionnel carbone/Epoxy et prédiction de durée de vie. Ph.D. thesis; Ecole des Mines de Paris, France; 2005.
- [8] N.Lissart and J.Lamon. Statistical analysis of sic fiber failure in the presence of bimodal flaw populations. In Advanced Structural Fiber Composites, 1995
- [9] N. Kotelnikova-Weiler, Optimisation mécanique et énergétique d'enveloppes en matériaux composites pour les bâtiments, Ph.D. thesis, Université Paris-Est, 2012.