



HAL
open science

Des premiers travaux de Le Verrier à la découverte de Neptune

Jacques Laskar

► **To cite this version:**

| Jacques Laskar. Des premiers travaux de Le Verrier à la découverte de Neptune. 2017. hal-01612311

HAL Id: hal-01612311

<https://hal.science/hal-01612311v1>

Preprint submitted on 6 Oct 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Des premiers travaux de Le Verrier à la découverte de Neptune.

Jacques Laskar,

^a*ASD/IMCCE, CNRS-UMR8028, Observatoire de Paris, PSL Research University, UPMC, 77 Avenue Denfert-Rochereau, 75014 Paris, France*

Received *****; accepted after revision +++++

Abstract

From Le Verrier's first works to the discovery of Neptune. Urbain-Jean-Joseph Le Verrier was born in Saint-Lô on March 11, 1811. He entered the Ecole Polytechnique in 1831, from which he was to emerge 8th two years later. After first devoting himself to chemistry, in 1836 he obtained a position as an astronomy assistant at the Ecole Polytechnique. This choice will decide his future career which culminates with the discovery of Neptune in 1846. Le Verrier wrote more than 200 contributions in the CRAS. These contributions are very varied: some original articles but also reports on publications published elsewhere, sometimes even simple notes of a single page. The whole set gives a very vivid vision of the development of the science of the XIXth century. At that time, the Comptes Rendus are really a reflection of the debates of the sessions of the Academy. They are published very quickly, and leave a large freedom of speech to the authors. They are therefore a snapshot of the sometimes lively polemics which animated the sessions of the Academy of Sciences. In this limited essay, we will look to the first years of the career of Le Verrier until the discovery of Neptune.

To cite this article: J. Laskar C. R. Physique 6 (2017).

Résumé

Urbain-Jean-Joseph Le Verrier est né à Saint-Lô le 11 mars 1811. Il entre à l'Ecole Polytechnique en 1831 d'où il sortira 8ème deux ans après. Après s'être d'abord consacré à la chimie, il obtient en 1836 un poste de répétiteur en astronomie à l'Ecole Polytechnique. Ce choix décidera de sa carrière future qui culminera avec la découverte de Neptune en 1846. Le Verrier a écrit plus de 200 contributions dans les CRAS. Ces contributions sont très variées : il y a certes de véritables articles originaux mais aussi des rapports sur des publications publiées ailleurs, parfois de simples notes d'une seule page. L'ensemble donne une vision très vivante du développement de la science du XIXème siècle. En ce temps-là, les Comptes Rendus sont vraiment le reflet des débats des séances de l'Académie. Ils sont publiés très rapidement, et laissent une très grande liberté de parole aux auteurs. On y retrouve de manière instantanée les polémiques parfois vives qui ont animé les séances de l'Académie des sciences. Dans cet essai limité nous survolerons les premières années de la carrière de Le Verrier jusqu'à la découverte de Neptune.

Pour citer cet article : J. Laskar, C. R. Physique 6 (2017).

Key words: Keyword1 ; Keyword2 ; Keyword3

Mots-clés : Mot-clé1 ; Mot-clé2 ; Mot-clé3

Email address: laskar@imcce.fr (Jacques Laskar).

1. Introduction

Urbain-Jean-Joseph Le Verrier est né à Saint-Lô le 11 mars 1811. D'abord élève au collège communal de Saint-Lô, puis au collège royal de Caen, il entre à l'École Polytechnique en 1831 d'où il en sortira 8ème deux ans après. Après s'être d'abord consacré à la chimie, il obtient en 1836 un poste de répétiteur en astronomie à l'École Polytechnique. Ce choix décidera de sa carrière future qui culminera avec la découverte de Neptune en 1846 (e.g. Lequeux, 2009). Le Verrier a écrit plus de 200 contributions dans les CRAS. On en trouvera une liste extensive dans le livre édité par l'Institut de France à l'occasion du centenaire de la naissance de Le Verrier (Institut de France, 1911). Ces contributions sont très variées : il y a certes de véritables articles originaux mais aussi des rapports sur des publications plus importantes publiées ailleurs, des présentations d'articles pour lesquels l'aval de l'Académie des sciences est demandé afin de pouvoir les publier. Ce sera le cas de plusieurs travaux de Le Verrier qui paraîtront dans le Journal de Liouville. Ces contributions sont aussi parfois de simples notes d'une seule page. L'ensemble donne une vision très vivante du développement de la science de l'époque. En ce temps-là, les Comptes Rendus sont vraiment le reflet des débats des séances de l'Académie des sciences. Ils sont publiés très rapidement, et laissent une très grande liberté de parole aux auteurs. On y retrouve donc de manière instantanée les polémiques parfois vives qui ont animé les séances de l'Académie des sciences. Dans cet essai limité nous survolerons les premières années de la carrière de Le Verrier jusqu'à la découverte de Neptune.

2. Premiers travaux, premières polémiques

En 1839, Le Verrier a 28 ans. Pour son premier travail en astronomie, il s'attaque à un problème fondamental, lié à la question de la stabilité du système solaire. À la fin du XVIIIème Laplace et Lagrange avaient résolu ce problème, au moins dans une approximation linéaire. Laplace, montre que les demi-grands axes des planètes sont invariants dans un système moyen du premier ordre (Laplace, 1776). Par ailleurs, Lagrange développe la méthode qui permet de calculer les variations à long terme des orbites des planètes. Il l'applique en un premier temps aux seules inclinaisons (Lagrange, 1778), en soumettant son manuscrit à l'Académie des Sciences en 1774 où il tombe entre les mains de Laplace qui s'empresse d'appliquer la même méthode aux mouvements des périhélie et des excentricités (Laplace, 1775) (pour une description plus détaillée de ces épisodes, voir (Laskar, 1992, 2013)). Quelques années plus tard, Lagrange construit la première solution complète de l'évolution à long terme des orbites des planètes du Système solaire (Lagrange, 1781, 1782). Mais bien entendu, la solution de Lagrange ne comprenait que les planètes visibles à l'œil nu (Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter et Saturne). Le Verrier se propose alors d'étendre la solution de Lagrange en y incluant Uranus, découverte par Herschel en 1781. Des extraits de ses travaux seront présentés par François Arago, Félix Savary et Joseph Liouville dans les séances de l'Académie du 16 septembre et 14 octobre 1839. Le Verrier tient à montrer l'originalité de son travail et à affirmer son importance, en relativisant les résultats de Lagrange qui, selon lui, ne disposait pas de valeurs de masses des planètes assez précises.

Cette détermination a été effectuée par Lagrange, dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, pour 1782. Mais les formules qu'il donne pour les quatre planètes dont nous parlons sont complètement inexactes, et leur emploi doit être rejeté (Le Verrier, 1839a).

Il n'était par ailleurs pas le premier à entreprendre ce travail. Gustave de Pontécoulant, dans sa *Théorie analytique du système du monde* s'y était déjà employé, (de Pontécoulant, 1856), mais avait commis plusieurs erreurs que Le Verrier s'empresse de signaler lors de la présentation de son travail à l'Académie des Sciences

M. de Pontécoulant a repris ce travail dans le troisième volume du Système analytique du monde; mais les nombres qu'il y a consignés sont tous affectés des erreurs les plus graves et qui dépassent, quelquefois, jusqu'à 20000 et même 40000 fois les valeurs absolues de ces nombres ; aussi en supposant le temps nul dans ses formules, trouve-t-on des valeurs des excentricités et des positions de périhélie qui n'ont pas le plus léger rapport avec celles que l'observation détermine (Le Verrier, 1839a).

De Pontécoulant rétorque par une lettre à l'Académie qui ne dément pas les attaques de Le Verrier.

Quant au travail que j'ai exécuté, j'espère que l'Académie reconnaîtra le zèle avec lequel je m'y suis livré, et qu'elle jugera qu'à défaut d'autre mérite, il aurait encore celui d'avoir mis en évidence les véritables difficultés de la question, et d'avoir fourni aux géomètres l'occasion de chercher à les surmonter ou d'imaginer des méthodes qui en soient exemptes pour arriver au but que je m'étais proposé (de Pontécoulant, 1839).

Pour enfoncer le clou, Le Verrier envoie une nouvelle note qui sera publiée dans les comptes rendus de la même séance du 28 octobre dans laquelle il démontre, chiffres à l'appui, les erreurs de G. de Pontécoulant (Le Verrier, 1839b). Cela n'arrange sûrement pas les affaires de ce dernier qui venait d'échouer le 3 juin 1839 à une élection à l'Académie, au profit de Liouville. Déjà membre de l'Académie de Berlin, et de la Royal Society, il ne sera jamais élu à l'Académie des Sciences. Les attaques de Le Verrier trouveront un écho auprès de Liouville (Liouville, 1840a) et même d'Arago (Arago, 1840; de Pontécoulant, 1840).

Le rapport sur le travail de Le Verrier sera présenté par Liouville dans la séance du 30 mars 1839. Il fait état de la difficulté de considérer un problème à 7 planètes, car la solution exige le calcul des valeurs propres d'une matrice 7×7 et donc de résoudre une équation du 7ème degré. Lagrange avait contourné le problème en séparant le système de Jupiter et Saturne du reste, ce qui n'est plus possible lorsque Uranus est pris en compte.

question très compliquée lorsque l'on considère à la fois les sept planètes principales: le calcul pénible qu'elle exige et que personne jusqu'ici n'avait effectué d'une manière exacte, M. Le Verrier l'a entrepris avec succès dans le Mémoire dont nous rendons compte aujourd'hui (Liouville, 1840b).

Les résultats de Le Verrier seront publiés dans le Journal de Liouville (Le Verrier, 1840a,f) et une version plus longue incluant les tables dans les *Additions à la Connaissance des Temps* (Le Verrier, 1840b). Le Verrier ne fait pas seulement étendre la solution séculaire à un système à 7 planètes comprenant Uranus. Il tient aussi à ce que son travail reste valide en dépit des incertitudes sur les valeurs des masses planétaires. Il va donc non seulement donner la solution nominale, mais aussi ses dérivées partielles par rapport aux variations des masses planétaires.

Dans la même année, il recherche des méthodes pour calculer de manière effective les développements de la fonction perturbatrice entre deux planètes, non pas en séries entières des petits paramètres que sont les excentricités et les inclinaisons, mais en séries de Fourier à deux arguments (les longitudes moyennes des deux planètes) (Le Verrier, 1840d,c, 1841a). Il utilisera ces travaux pour arriver à modéliser correctement le mouvement de la petite planète Pallas dont l'excentricité est importante (0.23) en tenant compte d'un terme quasi résonant d'ordre élevé ($18\lambda_5 - 7\lambda$) entre les longitudes moyennes de Jupiter (λ_5) et Pallas (λ) (Le Verrier, 1841c, 1843c). Plus important encore, Le Verrier met au point, à travers ces calculs, les méthodes qu'il utilisera plus tard pour l'étude des perturbations d'Uranus.

Il veut ensuite étendre le calcul du système séculaire des planètes aux ordres supérieurs. Lagrange et Laplace n'avaient considéré que l'approximation linéaire, tout comme Le Verrier dans son premier travail (Le Verrier, 1840a,f,b). Comment savoir si en développant à des degrés plus élevés par rapport aux petits paramètres (les excentricités et les inclinaisons), on ne va pas modifier de manière substantielle les résultats obtenus dans le cadre linéaire, à un point tel que la stabilité du système solaire sera remise en cause ?

Je me suis proposé de reconnaître si, par la méthode des approximations successives, les intégrales se développent effectivement en séries assez convergentes pour qu'on puisse répondre de la stabilité du système planétaire (Le Verrier, 1840e, 1841b).

Après un calcul difficile des termes du troisième degré dans le système des planètes géantes (Jupiter, Saturne, Uranus), Le Verrier constate que leur contribution principale est un léger changement des fréquences du système (les fréquences séculaires). Il en conclura que les termes de degrés supérieurs ne donneront que des variations encore plus faibles, et que la seule amélioration possible consisterait dans une meilleure connaissance des masses planétaires.

La considération des termes du troisième ordre était donc nécessaire pour donner aux formules des inégalités séculaires de Jupiter, Saturne et Uranus, toute l'exactitude dont elles sont susceptibles. Cette exactitude, sous le point de vue astronomique, ne pourra plus être dépassée que lorsque, par leurs développements observés avec soin pendant une longue suite d'années, les inégalités de ces planètes auront donné le moyen d'estimer leurs masses d'une manière plus rigoureuse qu'on ne peut le faire actuellement (Le Verrier, 1840e, 1841b).

Il ne sait pas que G. Hill montrera plus tard que les termes du second ordre des masses qu'il a négligé donnent, à cause de la quasi-résonance entre Jupiter et Saturne, une contribution beaucoup plus importante aux variations de fréquences que la prise en considération des termes de degré 3. En effet, la fréquence principale g_5 du périhélie de Jupiter est de $22.4273''$ /an dans (Le Verrier, 1840b). La correction de degré 3 de (Le Verrier, 1840e, 1841b) est de $0.3231''$ /an alors qu'en tenant compte de la contribution au second ordre des masses, Hill trouve $g_5 = 27.7301''$ /an (Hill, 1897), beaucoup plus proche de la valeur moderne de $28.2450''$ /an (Laskar et al., 2004).

Pour ce qui concerne les planètes terrestres (Mercure, Vénus, la Terre et Mars), la tâche est plus difficile, et Le Verrier voit apparaître le problème des petits diviseurs qui compromettent la stabilité des résultats des approximations successives. Il se rend compte aussi qu'une très faible variation des masses des planètes, encore incertaines à l'époque pour celles qui comme Mercure ou Vénus n'ont pas de satellites, peut donner une valeur nulle à un diviseur, ou le faire changer de signe. Il en conclut alors

Il paraît donc impossible, par la méthode des approximations successives, de prononcer si, en vertu des termes de la seconde approximation, le système composé de Mercure, Vénus, la Terre et Mars jouira d'une stabilité indéfinie; et l'on doit désirer que les géomètres, par l'intégration rigoureuse des équations différentielles, donnent les moyens de lever cette difficulté, qui peut très bien ne tenir qu'à la forme (Le Verrier, 1840e, 1841b).

Cet appel aux *géomètres* sera entendu par Henri Poincaré qui montrera quelques années plus tard, que les difficultés évoquées par Le Verrier ne sont pas dues à la forme, mais sont intrinsèques aux problèmes planétaires, qui, en général, ne sont pas intégrables. Pour plus de détails, on pourra consulter (Laskar, 2013) et les références citées.

3. La théorie de Mercure

Après les mouvements séculaires des planètes, Le Verrier s'attaque à un autre problème ardu : le mouvement de Mercure. Par méthodes de perturbations, il raffine les solutions mais ne s'arrête pas là, car il procède aussi à l'ajustement des paramètres de la solution par rapport aux observations disponibles, dont celles, de bonne qualité, obtenues sur les lunettes méridiennes de l'Observatoire de Paris.

Je dois à la libéralité scientifique de l'illustre directeur de notre Observatoire, M. Arago, d'avoir pu puiser sans réserve dans ces précieux recueils, encore inédits. J'ai fait tous mes efforts pour que l'exactitude de la théorie ne reste pas au-dessous de la précision des observations qui m'étaient confiées (Le Verrier, 1843a).

Il utilisera aussi pour cette première solution de l'orbite de Mercure, les passages de Mercure devant le soleil des années 1697, 1723, 1736, 1743, 1753, 1769, 1782, 1786, 1789, 1799, 1802 et 1832. Le mémoire est analysé par une commission composée de Arago, Mathieu, Damoiseau, et Liouville, et présenté avec des vérifications effectuées par Laugier à la lunette méridienne de l'Observatoire de Paris (Le Verrier, 1843f). Il sera publié dans le Journal de Liouville (Le Verrier, 1843d). Ces Tables de Mercure sont aussi l'occasion pour Le Verrier de perfectionner ses techniques de perturbations planétaires. Grâce à ses perturbations sur l'orbite de Mercure, il détermine la masse de Vénus qu'il trouve égale à $(1/390\ 000)$ masse solaire, peu différente de la valeur obtenue par Burckhardt en considérant les variations séculaires de l'obliquité $(1/401\ 847)$, et en accord avec la valeur actuelle $(1/408\ 524)$ masse solaire). Il continuera à s'intéresser au mouvement de Mercure et à ses observations (Le Verrier, 1843b), et cette théorie de Mercure lui servira d'étalon pour ses travaux futurs (Le Verrier, 1843e). Le rapport sur ces travaux est établi par Laugier, au sein d'une commission comprenant également Damoiseau et Liouville. Il est présenté de manière très positive dans la séance du 8 août 1845 (Laugier, 1845), en préconisant de publier ce travail

dans le *Recueil des Savants étrangers*, c'est-à-dire des savants non-académiciens. Ces commissions effectuaient donc de manière extrêmement sérieuse, ce qui est demandé de nos jours aux rapporteurs des revues scientifiques. L'avantage de cette formule pour l'histoire des sciences étant que l'intégralité du rapport était publié dans les CRAS. En réalité, Le Verrier préférera publier son ouvrage dans la *Connaissance des Temps* qui lui permettait sans doute des délais de publication beaucoup plus réduits (Le Verrier, 1845f).

Deux ans après que Le Verrier eut présenté à l'Académie sa "Théorie du mouvement de Mercure", un passage de Mercure devant le soleil doit avoir lieu, le 8 mai 1845. Le Verrier s'empresse de faire ses propres prédictions, en utilisant sa nouvelle solution, qui seront présentées lors de la séance du 3 mars 1845 (Le Verrier, 1845a). Il est impressionnant de voir que le compte rendu des premières observations du passage de Mercure devant le soleil est présenté en séance dès le 26 mai 1845 (Le Verrier, 1845b), Le Verrier y vérifie l'excellence de ses prédictions, avec seulement 18 secondes d'écart avec l'observation du premier contact interne, contre 77 secondes pour les éphémérides de Berlin. Une deuxième série d'observations effectuées à Cincinnati est présentée le 29 septembre 1845. En raison de l'incertitude de la longitude de l'Observatoire de Cincinnati, Le Verrier préfère cette fois-ci comparer les durées totales de l'évènement qui diffèrent de seulement 1.4 secondes par rapport à une durée observée de plus de 6h (Le Verrier, 1845c).

4. La comète Lexell

Le 22 novembre 1843, Hervé Faye découvre une nouvelle comète à l'Observatoire de Paris. Cette découverte est annoncée dès la séance du 27 novembre de l'Académie (Faye, 1843) avec les observations des 22 et 24 novembre. Elle suscite immédiatement l'intérêt. La comète est en un premier temps considérée comme parabolique, avec des premières estimations de ses éléments (Faye, 1843).

J'ajouterai que M. Faye n'a pas réussi jusqu'ici à représenter convenablement les observations par une orbite parabolique. Ce jeune astronome attend que l'état du ciel lui ait permis d'obtenir une nouvelle position de l'astre qu'il a découvert, pour entreprendre la détermination des éléments elliptiques (CRAS, 1844e).

Mais en janvier 1844, avec l'augmentation du nombre des observations, il semble bien que l'orbite de la comète ne soit pas parabolique, mais elliptique. H. Goldschmidt, un élève de Gauss, fournit des éléments de l'orbite de la comète, qui s'accordent aux observations à moins de 2' des observations (CRAS, 1844a). Dans le compte rendu de la séance du 15 janvier, apparaît une *note rajoutée le mercredi*, donc après la séance de l'Académie du lundi, effectuant le rapprochement avec la comète Lexell, observée en 1770.

M. Faye a remarqué à ce sujet que, d'après les éléments ci-dessus, le nouvel astre a dû passer, vers son aphélie, assez près de Jupiter pour en éprouver des perturbations sensibles. On pourrait donc supposer qu'il présente un cas analogue à celui de la comète de Lexell, dont l'orbite parabolique fut transformée par l'attraction de Jupiter en une orbite elliptique, et redevint plus tard parabolique par l'action perturbatrice de la même planète.

Deux semaines plus tard, les éléments de l'orbite calculés par Faye sont publiés dans les CR, et précisent l'orbite initiale de Goldschmidt dans une note élaborée par les *Commissaires* Arago, Mathieu, Damoiseau, Liouville, et Mauvais (CRAS, 1844b). Ils seront suivi trois semaines plus tard de la nouvelle détermination de Plantamour, elliptique cette fois-ci, et en accord avec les précédentes (CRAS, 1844d). Finalement, les CR de la séance du 25 mars 1844 publient la version révisée des éléments elliptiques obtenus par H. Goldschmidt (CRAS, 1844c). Ce dernier retrace le parcours de la comète et s'interroge sur ses rencontres proches avec Jupiter

L'orbite correspondant à mes troisièmes éléments s'approche extrêmement de l'orbite de Jupiter, à 210 degrés de longitude. La plus petite distance de ces deux orbites s'élève ici à 0.1199 (la moyenne distance entre la Terre et le Soleil étant prise pour unité). La comète était à cet endroit, pour la dernière fois, le 23 décembre 1838; mais alors ... sa distance à la comète s'élevait à 2,254, et selon des calculs dans lesquels, il est vrai, je n'ai pas eu égard aux perturbations très considérables que la comète éprouve de la part de Jupiter, les deux corps ne se trouvèrent jamais simultanément très proches de cet endroit pendant les dix dernières révolutions de la comète.

On ne peut qu'être impressionné par la rapidité avec laquelle le débat scientifique s'exprime. Rapidité, qui n'exclut pas une validation des informations, grâce au système de rapporteurs (les *Commissaires*) mis en place au sein de l'Académie des Sciences. Il n'y a pas, à ma connaissance, de système de publication équivalent à l'heure actuelle. Mais le feuilleton sur la comète continue et Arago fait lecture, dans la séance du 22 avril, d'une lettre de M. Valz suggérant à nouveau que la comète découverte par Faye serait celle de 1770

Je viens vous faire part du résultat extraordinaire auquel je suis parvenu; c'est que la dernière comète ne serait autre que celle de 1770, que Jupiter nous avait enlevée en 1779, et qu'il nous rendrait de nouveau, ainsi qu'il était déjà arrivé en 1767. Cela est sans doute fort extraordinaire, mais n'en est pas moins dans l'ordre des possibilités et même des probabilités; (CRAS, 1844g)

...

D'après ce qui précède, Jupiter, ce dominateur, ce tyran pourrait-on dire de notre système planétaire, semble destiné à jouer un rôle fort important dans la transformation des orbites cométaires, ainsi qu'on peut en juger par la comète de 1770 (CRAS, 1844g)

A la fin de la lecture de cette lettre de Valz, Cauchy annonce que Le Verrier, lui aussi *s'est livré, sur la comète de 1770, à des recherches toutes semblables*. Dans la séance suivante, la lettre de Le Verrier à Cauchy montre qu'il occupe bien le terrain (Le Verrier, 1844a), et il attaque avec vigueur

Je vous suis très reconnaissant d'avoir bien voulu, à l'occasion de la Lettre de M. Valz, annoncer immédiatement que je vous avais communiqué, peu de temps auparavant, des résultats semblables à ceux qu'envoie aujourd'hui cet astronome. Vos remarques me permettront de continuer mon travail, et de le présenter plus tard à l'Académie, sans qu'on puisse m'accuser de m'emparer des idées d'autrui.

Les mêmes considérations qui ont guidé M. Valz m'ont porté à penser que la comète de M. Faye était la même que celle de Lexell; mais je n'ai pas cru devoir entretenir l'Académie de résultats aussi vagues avant d'être parvenu à leur donner quelque précision. Il m'a paru inutile de soulever cette question sans apporter en même temps une solution satisfaisante, à laquelle je travaille.

Valz revient à la charge dans une nouvelle lettre à Arago (CRAS, 1844f), tandis que des premiers extraits de la *Théorie de la comète périodique de 1770* de Le Verrier sont présentés dans la séance du 11 novembre 1844 (Le Verrier, 1844b).

Le travail que je présente aujourd'hui à l'Académie, et qui est un fragment étendu des recherches que j'ai entreprises sur les comètes, peut se diviser en six sections.

Dans sa section 4, Le Verrier constate la dégénérescence du problème.

Lorsqu'en éliminant entre des équations du premier degré, on finit par tomber sur une équation finale dont tous les termes se détruisent, on en conclut que le système est indéterminé. Or, le cas dans lequel nous nous trouvons ici approche de ce cas extrême de l'indétermination; et nous devons dire que les quatre mois d'observations sont insuffisants pour déterminer d'une manière précise tous les éléments de l'orbite.

Il a alors l'idée de ne pas chercher une seule solution, mais une famille continue de solutions, dépendant d'un seul paramètre.

Cette indétermination m'avait jeté dans un grand embarras; car je savais que l'action de Jupiter sur la comète serait fort différente, suivant que je m'arrêteraï à l'une ou à l'autre des solutions auxquelles je voyais qu'on pouvait également arriver. Cependant, en considérant mes différents systèmes de solutions, et en les rapprochant de la solution donnée par Lexell, je reconnus que les variations que subissaient les éléments, quand on passait de l'un à l'autre de ces systèmes, suivaient une marche progressive. Je fus ainsi conduit à penser que si les valeurs absolues des différents éléments étaient mal déterminées, on pourrait au contraire les considérer comme des fonctions bien définies d'une même arbitraire (Le Verrier, 1844b);

Le Verrier se rend compte de la très grande dépendance de la solution par rapport aux conditions initiales. Comme le faisait remarquer Giovanni Valsecchi lors du dernier congrès de mécanique céleste (Valsecchi, 2017), il est véritablement en train d'étudier le comportement d'un système chaotique.

En sorte qu'il existe un système d'éléments satisfaisant aux observations de 1770, avec la même précision que celui donné par la méthode des moindres carrés, et pour lequel il se pourrait, à tout prendre, que la comète fût allée heurter Jupiter! (Le Verrier, 1844b).

Après avoir mis au point sa méthode générale, Le Verrier l'applique dans la détermination des éléments de la comète de Faye, qu'il fait donc dépendre d'un paramètre μ'' , afin de tenir compte de la dégénérescence de cette détermination (Le Verrier, 1845e).

La méthode mise au point par Le Verrier aura des suites. C'est en effet celle-ci qui est le plus souvent utilisée à l'heure actuelle pour expliciter les orbites des comètes ou des astéroïdes présentant des rencontres proches avec les planètes, même si les utilisateurs actuels en ont souvent oublié l'origine (Valsecchi et al., 2003; Valsecchi, 2007). La famille continue d'orbites déterminée par le Verrier est maintenant appelée *Line of Variation* (LoV), dont l'article fondateur reste celui de Le Verrier du CR du 11 novembre 1844 (Le Verrier, 1844b). Le Verrier reviendra sur le mouvement de la comète Lexell ultérieurement, en 1848 pour réaffirmer que sa méthode lui permet de mieux identifier les comètes à l'issue d'une rencontre proche avec Jupiter, et en particulier

Toutefois, l'ensemble des éléments de l'orbite de la comète, postérieurement à 1779, est loin d'être arbitraire. Chacun de ces éléments se trouve encore fonction de l'indéterminée μ C'est ainsi que je suis parvenu à démontrer que la comète périodique de 1770 n'a rien de commun avec les comètes périodiques découvertes en 1843 et 1844 par MM. Faye et de Vico (Le Verrier, 1848a).

Il est effectivement admis aujourd'hui que les comètes Faye et Lexell sont différentes, cette dernière ayant été perdue de vue après 1779 (Valsecchi et al., 2003).

Le Verrier ne poursuivra pas immédiatement ces travaux, car il va être absorbé par une tâche plus importante, la recherche d'une nouvelle planète dans le système solaire. Il reviendra plus tard sur l'analyse de la trajectoire de la comète Faye dans les CR du 9 décembre 1850 (Le Verrier, 1850b), après que la comète ait été à nouveau observée, le 28 novembre de la même année. Le Verrier utilisera alors sa méthode, avec l'introduction du paramètre μ , pour préciser les éphémérides de la comète (Le Verrier, 1850b,a).

5. L'entrée à l'Académie des Sciences

Un attrait des Comptes Rendus, est qu'ils rendent compte de l'ensemble des débats de l'Académie des Sciences, y compris les résultats des votes des comités secrets pour l'élection des nouveaux membres. On y apprend par exemple que dans la séance du 3 juin 1839, Gustave de Pontécoulant a échoué à l'élection de membre de l'Académie dans la section d'astronomie, avec 18 voix contre 29 pour Joseph Liouville. En revanche, dans la séance du 17 février 1840, Jacques Babinet est élu dans la section de physique avec 39 voix (contre 19 à Despretz, et 2 à Pécelet). On discutera plus loin de ses démêlés avec Le Verrier.

Lors de la séance du 20 novembre 1843, Le Verrier échoue en seconde position avec 7 voix contre Félix Mauvais qui obtient 30 voix et est donc élu sans ambiguïté (Bravais, 6 voix, Largeteau, 6 voix, Bouvard, 1 voix). En revanche, 3 ans plus tard, le 26 janvier 1846, Le Verrier obtient 44 voix, contre 9 pour Bouvard. Il est donc

largement élu, ce qui est normal, au vu des travaux impressionnants qu'il a déjà effectués à cette date.

6. Premières études des perturbations d'Uranus. Nouvelles polémiques.

Le premier travail de Le Verrier sur Uranus est publié dans le CR du 28 mars 1842. C'est l'occasion pour lui de croiser le fer avec Charles Delaunay qui propose le 14 mars 1842 une correction dans la solution du mouvement d'Uranus (Delaunay, 1842a).

M. Delaunay annonce un terme de cette espèce dans la longitude d'Uranus. Il dépendrait de l'argument $4n^{VI} - n^V$, l'angle $3n^{VI} - n^V$, étant fort petit. On peut, ce me semble, démontrer simplement qu'un pareil terme n'existe pas réellement (Le Verrier, 1842a).

Delaunay rétorque dans une communication du 18 avril 1842, tout en reconnaissant que le terme en question est déjà pris en compte.

M. Le Verrier a adressé à l'Académie, dans sa séance du 28 mars, une Note dans laquelle il cherche à prouver que une des deux inégalités que j'avais annoncées précédemment n'existe pas réellement: je me propose de faire voir aujourd'hui que M. Le Verrier s'est trompé en attribuant à ces inégalités une cause tout autre que celle qui les produit.

...

Il résulte donc de ce qui précède, que les inégalités que j'avais annoncées existent bien; qu'elles ne sont pas données, dans la Mécanique céleste, au chapitre de la théorie d'Uranus; et que, si l'on avait poussé plus loin les approximations, on les aurait trouvées. Ce sont ces raisons qui me les ont fait regarder comme nouvelles. J'ajouterai cependant que j'ai reconnu depuis que, si ces inégalités ne sont pas données explicitement dans la Mécanique céleste, elles y sont implicitement comprises, et ont été, comme telles, employées dans la construction des tables (Delaunay, 1842b).

Le Verrier précisera ces divergences dans le CR du 3 mai. Le problème de la compréhension des écarts entre la théorie et les observations d'Uranus est déjà présent, et il est essentiel pour Le Verrier de ne pas brouiller les pistes. Il n'hésite pas à rétorquer vivement à Delaunay en mettant en évidence le fait que les termes qu'il introduit sont le résultat d'une différence de méthode dans le développement des termes perturbatifs. Pour Le Verrier, en suivant *La Mécanique Céleste* de Laplace, qui est l'ouvrage de référence, il faut d'abord calculer les modifications du moyen mouvement, et ensuite l'introduire dans les solutions, alors que Delaunay utilise le moyen mouvement non perturbé, et exprime les différences par de nouveaux termes de perturbation. Ces premières escarmouches ne se tariront pas, et Le Verrier et Delaunay resteront en conflit jusqu'à la mort de ce dernier en 1872 par noyade accidentelle dans la baie de Cherbourg.

Cette communication entraînait avec elle de graves conséquences. S'il était constaté qu'on avait négligé dans la théorie d'Uranus plusieurs termes, tels que ceux qui étaient indiqués, on pouvait espérer d'avoir la clef des grands écarts des tables de cette planète. Si au contraire on y introduisait à tort de nouveaux termes, on obscurcissait pour longtemps une théorie déjà si peu claire. Aussi, quand je me fus convaincu que les perturbations annoncées ne devaient pas être ajoutées aux tables existantes, il me sembla que l'intérêt de la science exigeait que je le fisse connaître.

...

Cependant, en même temps que M. Delaunay convient, dans la dernière partie de sa note, de la justesse de mes observations, il s'efforce, dans la première partie, de prouver que j'ai complètement tort. D'après lui, je ne serais parvenu à une conclusion exacte que par une suite de faux raisonnements. Je crains que l'auteur, entraîné par la vivacité de sa critique, n'ait pas aperçu qu'elle reposait sur des erreurs presque matérielles (Le Verrier, 1842b).

Il n'y a pas de doute, Le Verrier tient à faire comprendre qu'il est à son époque un acteur incontournable de la mécanique céleste.

7. Les perturbations d'Uranus et la découverte de Neptune

En 1845, Le Verrier est même le maître incontesté de la mécanique céleste. Sa théorie de Mercure est le nouveau standard des solutions de perturbations planétaires, et ses travaux sur les comètes et les petites planètes de grande excentricité font preuve d'une grande originalité, et restent des références utilisées actuellement. Il sera élu sans ambiguïté à l'Académie en janvier 1846. Comme il a été dit plus haut, son principal sujet d'étude était alors le problème de la détermination des orbites de comètes et en particulier de la comète Lexell, mais sur l'avis d'Arago, il abandonnera temporairement la comète Lexell pour se consacrer aux perturbations d'Uranus.

... chaque jour Uranus s'écarte de plus en plus de la route qui lui est tracée dans les Éphémérides.

Cette discordance préoccupe vivement les astronomes, qui ne sont pas habitués à de pareils mécomptes. Déjà elle a donné lieu à un grand nombre d'hypothèses. On est même allé jusqu'à mettre en doute que le mouvement d'Uranus fût rigoureusement soumis au grand principe de la gravitation universelle.

Dans le courant de l'été dernier, M. Arago voulut bien me représenter que l'importance de cette question imposait à chaque astronome le devoir de concourir, autant qu'il était en lui, à en éclaircir quelque point. J'abandonnai donc momentanément, pour m'occuper d'Uranus, les recherches que j'avais entreprises sur les comètes, ... (Le Verrier, 1845d).

Comme dans ses travaux précédents, Le Verrier ne se contente pas d'une adaptation des solutions existantes pour Uranus. Il veut reprendre à la base l'ensemble du travail. Sa première étape consiste donc dans l'élaboration d'une nouvelle solution complète pour le mouvement d'Uranus. Ses premières conclusions sont présentées à l'Académie le 10 novembre 1845, soit seulement deux à trois mois après que Le Verrier eut commencé son travail.

Le Mémoire actuel a pour but d'établir la forme et la grandeur des termes que les actions perturbatrices de Jupiter et de Saturne introduisent dans les expressions des coordonnées héliocentriques d'Uranus. Les formules, ainsi obtenues seront comparées aux observations de Paris et de Greenwich dans une seconde communication (Le Verrier, 1845d).

Ce qui frappe dans ce travail, est la rapidité avec laquelle l'étude est conduite. On entend souvent dire que Le Verrier avait à sa disposition une armée de calculateurs. Il est juste de dire ici que cette rumeur est totalement fautive pour ce qui concerne la découverte de Neptune. Il n'aura l'aide de calculateurs qu'une fois à la direction de l'Observatoire de Paris, en 1854. D'ailleurs, l'intégralité des manuscrits de Le Verrier pour ses calculs de la découverte de Neptune a été conservée à l'Observatoire de Paris, et comprend environ 1300 pages manuscrites, apparemment toutes écrites de la main de Le Verrier.

Le Verrier présente ses *Recherches sur le mouvement d'Uranus* à l'Académie dans la séance du 1er juin 1846 (Le Verrier, 1846b). Après la découverte d'Uranus en 1781, les astronomes ont retrouvé des observations anciennes de la planète qui avaient été consignées, de 1690 à 1771, sans en reconnaître la nature planétaire. C'est avec ces observations, additionnées des observations plus récentes obtenues depuis sa découverte que Bouvard avait établi les tables d'Uranus, sans arriver à concilier les observations anciennes avec les modernes. En tenant compte de manière plus complète des perturbations de Jupiter et Saturne, Le Verrier pensait en un premier temps résoudre ces problèmes, mais

En tenant compte, dans ce but, des altérations que les perturbations négligées avaient dû produire dans les éléments de l'ellipse, je reconnus que, si l'écart des Tables, en 1845, était effectivement notablement diminué par l'emploi des nouvelles expressions, il restait encore très considérable et supérieur aux erreurs des observations (Le Verrier, 1846b).

Ne faisant pas, à juste titre, entièrement confiance aux travaux anciens, Le Verrier entreprend aussi une nouvelle

réduction complète de l'ensemble des observations.

L'importance du sujet me faisait une loi de tout revoir, de tout vérifier moi-même. A l'égard des anciennes observations, j'ai réduit de nouveau celles de Flamsteed, Bradley, Mayer et Lemonnier; et, parmi les nouvelles, j'en ai choisi deux cent soixante-deux, faites principalement aux instants des oppositions et des quadratures (Le Verrier, 1846b).

Le Verrier examine toutes les hypothèses avancées pour expliquer l'écart observé entre le calcul et les observations. Il ne veut envisager un changement possible des lois de gravitation qu'en dernier recours, après avoir examiné toutes les autres hypothèses

Je ne m'arrêterai pas à cette idée que les lois de la gravitation pourraient cesser d'être rigoureuses, à la grande distance à laquelle Uranus est situé du Soleil. Ce n'est pas la première fois que, pour expliquer des inégalités dont on n'avait pu se rendre compte, on s'en est pris au principe de la gravitation universelle. Mais on sait aussi que ces hypothèses ont toujours été anéanties par un examen plus approfondi des faits. L'altération des lois de la gravitation serait une dernière ressource à laquelle il ne pourrait être permis d'avoir recours qu'après avoir épuisé l'examen des autres causes, qu'après les avoir reconnues impuissantes à produire les effets observés (Le Verrier, 1846b).

Il réfute aussi les explications possibles par la résistance de l'éther, par l'existence d'un gros satellite, ou par une comète qui perturberait le mouvement de la planète.

Il ne nous reste ainsi d'autre hypothèse à essayer que celle d'un corps agissant d'une manière continue sur Uranus changeant son mouvement d'une manière très lente (Le Verrier, 1846b).

Des considérations simples lui font dire que cette planète doit se trouver bien au-delà d'Uranus. De là, il utilise la loi empirique de Bode de répartition des planètes pour prendre comme première hypothèse que la planète se trouverait à une distance du soleil double de celle d'Uranus, dans le plan de l'écliptique et pose la question

Est-il possible que les inégalités d'Uranus soient dues à l'action d'une planète, située dans l'écliptique, à une distance moyenne double de celle d'Uranus? Et, s'il en est ainsi, où est actuellement située cette planète? Quelle est sa masse? Quels sont les éléments de l'orbite qu'elle parcourt (Le Verrier, 1846b)?

Il fournit alors une première approche pour la longitude héliocentrique de la planète, donnée par

$$\nu = 314^\circ, 5 + 12^\circ, 25\alpha + \frac{1}{m} \{20^\circ, 82 - 10^\circ, 79\alpha - 1^\circ, 14\alpha^2\}$$

où m est la masse de la planète recherchée, et α un paramètre. Mais Le Verrier précise bien

Le travail dont je viens de présenter un extrait à l'Académie doit être considéré comme une ébauche d'une théorie qui commence (Le Verrier, 1846b).

Deux mois plus tard, dans la séance du 31 août 1846 de l'Académie, Le Verrier présente les nouvelles conclusions de son travail qui a beaucoup avancé. Il est alors en mesure de donner les éléments elliptiques complets de la planète, supposée dans le plan de l'écliptique (Le Verrier, 1846d)

Demi-grand axe	36.154 UA
Période sidérale	217.387 an
Excentricité	0.10761
Longitude du périhélie	284° 45'
Longitude moyenne au 1er janvier 1847	318° 47'
Masse	1/9300 masse solaire

Et pour la position actuelle de la planète au 1er janvier 1847

Longitude héliocentrique vraie	326° 32'
Distance au Soleil	33.06 UA

Il cherche aussi à inciter les observateurs à rechercher la planète, en donnant des détails pratiques sur ses conditions d'observation

L'opposition de la planète a eu lieu le 19 août dernier. Nous sommes donc actuellement à une époque très favorable pour la découvrir. L'avantage qui résulte de sa grande distance angulaire au Soleil ira en diminuant sans cesse; mais, comme la longueur des jours décroît maintenant très rapidement dans nos climats, nous nous trouverons longtemps encore dans une situation favorable aux recherches physiques qu'on voudra tenter (Le Verrier, 1846d).

...
Nous trouverons ainsi, qu'au moment de l'opposition, la nouvelle planète devra être aperçue sous un angle de 3",3. Ce diamètre est tout à fait de nature à être distingué, dans les bonnes lunettes (Le Verrier, 1846d).

Le Verrier s'autorise aussi à donner des limites pour ses déterminations. Limites pour lesquelles il s'avance un peu et qui lui seront reprochées plus tard.

Le demi-grand axe de l'orbite, auquel j'ai trouvé pour valeur la plus précise 36,154, ne peut varier qu'entre les limites 35,04 et 37,90. Les durées extrêmes correspondantes de la révolution sidérale sont 207 et 233 ans environ (Le Verrier, 1846d).

Il montre par ailleurs, qu'une fois cette nouvelle planète prise en compte, les résidus des observations se réduisent considérablement à quelques secondes d'arc, aussi bien pour les observations récentes que les anciennes. Ceci l'encourage à écrire

Je terminerai cette analyse, par une remarque qui me paraît très propre à porter dans les esprits la conviction que la théorie que je viens d'exposer est l'expression de la vérité (Le Verrier, 1846d).

Les derniers résultats sont présentés à l'Académie immédiatement après la découverte, au cours de la séance du 5 octobre 1846 (Le Verrier, 1846c). Le Verrier commence par présenter les calculs qu'il a conduits pour la détermination de la latitude de l'objet recherché, ce qui correspond à la détermination de l'inclinaison du plan de son orbite. Il trouve une inclinaison minimale de 4°38' avec le plan de l'orbite d'Uranus. Ce n'est qu'après qu'il rend compte des circonstances de l'observation de la planète par Johann Gottfried Galle, à Berlin, dans la nuit du 23 septembre, le soir même du jour où il reçut de Le Verrier la prédiction de sa position calculée.

J'avais écrit le 18 septembre à M. Galle, pour réclamer son bienveillant concours; cet habile astronome a vu la planète le jour même où il a reçu ma Lettre (Le Verrier, 1846c).

La longitude héliocentrique observée est de 327°24', celle prédite par Le Verrier, et donnée dans les CR du 31 août 1846 vaut 326°32' (Le Verrier, 1846d), soit une différence de seulement 52', ce qui fait dire à Le Verrier qui n'en espérait sans doute pas tant

Ainsi la position avait été prévue à moins d'un degré près. On trouvera cette erreur bien faible, si l'on réfléchit à la petitesse des perturbations dont on avait conclu le lieu de l'astre (Le Verrier, 1846c).

L'ensemble des recherches de Le Verrier ayant conduit à la découverte de Neptune est publié sous la forme d'un volume séparé (Le Verrier, 1846a) qui comprend toutes les étapes de ses calculs, mais pour mieux comprendre la démarche de celui-ci, nous avons entrepris cette année, dans le cadre d'un travail de thèse, la lecture de la totalité des notes manuscrites de Le Verrier, avec pour but de reproduire l'intégralité de ses calculs ayant conduit à la découverte de Neptune. Ce travail n'est encore qu'à ses débuts mais nous permet déjà d'être admiratif devant l'ampleur du travail fourni par Le Verrier pour la découverte de Neptune.

A la suite de l'intervention de Le Verrier, Arago lit la lettre que Galle a envoyée à Le Verrier le 25 septembre 1846, au lendemain de la découverte.

La planète dont vous avez signalé la position existe réellement. Le jour même où j'ai reçu votre Lettre, je trouvai une étoile de huitième grandeur, qui n'était pas inscrite dans l'excellente carte Hora XXI (dessinée par M. le docteur Bremiker), de la collection de Cartes célestes publiée par l'Académie royale de Berlin. L'observation du jour suivant décida que c'était la planète cherchée (CRAS, 1846).

Arago poursuit par l'éloge de Le Verrier

M. Le Verrier a aperçu le nouvel astre sans avoir besoin de jeter un seul regard vers le ciel; il l'a vu au bout de sa plume (CRAS, 1846).

Puis suivent les félicitations provenant de diverses parties du monde, et en tout premier lieu de Encke, alors directeur de l'Observatoire de Berlin, qui avait autorisé Galle à effectuer cette recherche.

Votre nom sera à jamais lié à la plus éclatante preuve de la justesse de l'attraction universelle qu'on puisse imaginer (CRAS, 1846).

Au cours de cette même séance, se pose la question du nom de la nouvelle planète. Arago, alors très ami avec Le Verrier, propose de donner le nom de celui-ci à la planète, selon la coutume qui prévaut pour la découverte de comètes.

Je prends l'engagement, a dit en terminant M. Arago, de ne jamais appeler la nouvelle planète, que du nom de Planète de Le Verrier. Je croirai donner ainsi une preuve irrécusable de mon amour des sciences, et suivre les inspirations d'un légitime sentiment de nationalité (CRAS, 1846).

8. Polémiques sur la nouvelle planète

Cependant, dès la séance du 19 octobre 1846, des voix dissonantes se font entendre au sein du concert d'éloges en faveur de Le Verrier. Arago prend le devant pour répondre aux critiques (Arago, 1846).

La planète Le Verrier est-elle la première dont on ait prévu l'existence et la position par la théorie ?

Arago montre bien que les cas précédents sont plus dus au hasard qu'à une prédiction précise, et que dire, en se basant sur la loi empirique de Titius-Bode, qu'il y avait *probablement une nouvelle planète au delà d'Uranus . . . n'a aucun fondement théorique, qu'elle manque d'exactitude, qu'elle ne pouvait pas indiquer la direction dans laquelle il fallait placer le nouvel astre, ni même servir à constater son existence.* (Arago, 1846)

La planète avait-elle été vue avant que M. Le Verrier annonçât son existence et en fixât la position ?

Il n'est pas impossible que Neptune ait été observée auparavant, comme cela a été le cas pour Uranus, sans que les observateurs aient pu en discerner la nature planétaire. Mais Arago montre que les observations de Cacciatore sont diamétralement opposées à la position de la nouvelle planète. Quand à celles de Wartmann, elles en diffèrent de plus de 17 degrés (Arago, 1846).

Les calculs de M. Le Verrier avaient-ils assigné à la nouvelle planète une position aussi voisine de la véritable, que l'ont proclamé dès l'abord, avec admiration, les astronomes allemands ?

Sur cette question, suscitée par un texte de Giovanni Plana, Arago montre que les calculs de ce dernier sont entachés d'erreur, et qu'il a dû considérer des valeurs approchées des positions, données sans doute dans le but d'en simplifier l'expression pour le grand public. Plus importante est la question de priorité qui apparaît une fois la planète découverte.

De la question de priorité, soulevée, il y a quelques jours, en Angleterre, par sir John Herschel, M. Airy, directeur de l'Observatoire de Greenwich, et M. Challis, directeur de l'Observatoire de Cambridge.

Dans une lettre du 1er octobre 1846, John Herschel, le fils de William Herschel, le découvreur d'Uranus, fait état du travail de John Couch Adams, qui s'est livré, à Cambridge, de manière indépendante, à un calcul similaire à celui de Le Verrier. Adams avait remis ses calculs à l'Astronome Royal George Airy, qui ne leur avait pas adressé toute l'attention qu'ils méritaient (voir Lequeux, 2009). Après la découverte de Neptune, Airy se rend compte de son erreur, et envoie une lettre à Le Verrier le 14 octobre 1846 dont Arago va donner lecture en séance (Arago, 1846).

Je ne sais si vous êtes instruit que des recherches collatérales, faites en Angleterre, avaient conduit précisément au résultat obtenu par vous. Probablement je serai appelé à m'expliquer sur ces recherches. Si, dans ce cas, j'accorde des éloges . . . à d'autres, je désire que vous ne les considériez pas comme affaiblissant en aucune manière l'opinion que j'ai sur vos droits. Vous devez, sans aucun doute, être considéré comme celui qui a réellement prédit la position de la planète. Je puis ajouter que les investigations anglaises n'étaient pas, je crois . . . , tout à fait aussi étendues que celles dont on vous est redevable. Je les connaissais d'ailleurs avant d'être informé des vôtres.

Après lecture de cette lettre, pour le moins alambiquée, Arago poursuit (Arago, 1846).

Ces deux pièces, . . . , ne peuvent être considérées que comme des escarmouches. Nous serons en pleine bataille en donnant la traduction suivante d'une Lettre de M. Challis, directeur de l'Observatoire de Cambridge, adressée au journal anglais l'Athenaeum.

Dans sa lettre, Challis fait état des travaux de Adams

En septembre 1845, M. Adams me communiqua les valeurs qu'il avait obtenues pour la longitude héliocentrique, l'excentricité de l'orbite, la longitude du périhélie, et la masse d'une planète extérieure présumée, valeurs qu'il avait entièrement déduites des irrégularités d'Uranus, non représentées par les perturbations. En octobre, il communiqua les mêmes résultats, un peu corrigés, à l'astronome royal.

Il mentionne aussi les recherches pour observer la planète, après qu'il ait reçu les prédictions de Le Verrier. En voyant que ces prédictions étaient similaires à celles d'Adams, il entreprit de balayer une large portion du ciel

Mes observations suivantes eurent lieu le 12 du mois d'août; je rencontrai ce jour-là une étoile de huitième grandeur, dans la zone que j'avais explorée le 30 juillet, et qui alors ne contenait pas cette étoile. Conséquemment, celle-ci était la planète.

Mais Challis ne la reconnaît pas car il n'a effectué ces comparaisons qu'une fois annoncée la découverte de la planète. Cependant, il revendique la possibilité de nommer la planète en raison de ces travaux, et propose *Oceanus* à quoi Arago rétorque vertement, en faisant état du manque de publications de la part de Adams (Arago, 1846).

M. Arago a remarqué qu'il n'y est fait mention d'aucune publication du travail de M. Adams, ni de rien qui en ait même l'apparence. Cette circonstance, a dit le secrétaire, suffit pour mettre fin au débat. Il n'existe qu'une manière rationnelle et juste d'écrire l'histoire des sciences : c'est de s'appuyer exclusivement sur des publications ayant date certaine; hors de là, tout est confusion et obscurité. M. Adams n'a pas imprimé, même aujourd'hui, une seule ligne de ses recherches; il ne les a communiquées à aucune Société savante : M. Adams n'a donc pas le moindre titre valable pour figurer dans l'histoire de la découverte de la nouvelle planète.

Les CR sont particulièrement précieux sur ce point, car ils retracent en détail le débat virulent qui eut lieu à l'Académie des sciences, qui ne serait autrement accessible qu'à travers les quelques lettres entre les intéressés, et les articles de journaux, forcément beaucoup plus partiels. Après avoir démonté les arguments de Herschel, de Airy et de Challis, Arago conclut (Arago, 1846).

M. Adams n'a le droit de figurer, dans l'histoire de la découverte de la planète Le Verrier, ni par une citation détaillée, ni même par la plus légère allusion.

Peut-être inspiré par ces vives attaques, Joseph Bertrand, jeune mathématicien prodige d'alors 24 ans soumet dans la séance du 26 octobre 1846 un mémoire dénonçant vigoureusement les *erreurs tellement graves* des Mémoires mathématiques de Challis (Bertrand, 1846). De son côté, Galle avait proposé le nom de *Janus*, ce qui n'était pas du goût de Le Verrier qui le fit savoir dans le *Le Journal des Débats* du 30 septembre 1846. Ce quotidien, qui rendait compte régulièrement des débats de l'Académie des sciences, précise que (Le Journal des Débats, 1846)

M. Le Verrier, à qui revient évidemment le droit de nommer le nouvel astre, n'accepte pas le nom trop significatif de Janus. Il donne au reste son adhésion à toute autre désignation, telle que Neptune, par exemple, qui aura l'assentiment des astronomes.

Cette proposition de nommer la planète Neptune sera reprise par le Bureau des longitudes le jour même sans prendre de résolution très claire (Bureau des longitudes, 1846b)

On discute les propositions qui ont déjà été faites touchant le nom à donner à la planète de Mr. Le Verrier et, en particulier le nom de Neptune.

Ce nom de *Neptune* sera largement acceptée par la communauté, contrairement à l'avis ultérieur de Le Verrier qui, finalement, aurait sans doute préféré voir adoptée la proposition d'Arago d'appeler la planète de son nom (Kollerstrom, 2009; Lequeux, 2009). Il sera définitivement adopté par le Bureau des longitudes dans sa séance du 28 juillet 1847 (Bureau des longitudes, 1847c).

Le Bureau des longitudes n'avait pris jusqu'à présent aucune décision relativement au choix du nom qu'il convenait de donner à la nouvelle planète. Celui de Neptune ayant aujourd'hui prévalu parmi les astronomes, le Bureau se décide à l'adopter. M. Arago qui avait demandé que la nouvelle planète portât le nom de M. Leverrier a cru devoir s'abstenir de prendre part à cette résolution.

Il faut noter que Le Verrier, qui avait été élu membre adjoint du Bureau des longitudes à l'unanimité le 14 octobre 1846 (Bureau des longitudes, 1846a), n'était pas présent à cette séance du Bureau du 28 juillet, car il en avait démissionné en février 1847 (Lequeux, 2009; Bureau des longitudes, 1847a). A la demande du Ministre de l'Instruction Publique, il reviendra sur cette démission en août 1847 (Bureau des longitudes, 1847b).

9. Nouvelles attaques

Avec une meilleure détermination des éléments de la nouvelle planète, il apparaît des différences notables entre les prédictions de Le Verrier, et les éléments observés. Binet effectue une première estimation de la distance de la planète au Soleil, en prenant l'hypothèse simplificatrice d'une orbite circulaire, et trouve 30.245 UA (Binet, 1846), valeur sensiblement moindre que celle proposée par Le Verrier de 33.06 UA (Le Verrier, 1846d). Par ailleurs, la découverte d'un satellite de Neptune, Triton, par Lassell le 10 octobre 1846 (Lassell, 1846) permet une estimation précise de la masse de Neptune bien moindre que celle que Le Verrier a avancée.

En particulier, Benjamin Pierce, professeur à Harvard communique le 7 décembre 1847 une nouvelle détermination des éléments elliptiques de Neptune, obtenue par Walker (Pierce, 1848). Ce dernier obtient une excentricité de 0.00857741, une période de 164.6181 an et une masse comprise entre 1/19500 et 1/17000 masse solaire, cette dernière, obtenue grâce aux observations de Triton, étant beaucoup moindre que la valeur de Le Verrier de 1/9300 masse solaire ¹.

Bien que cela nécessite un examen plus approfondi, il est sans doute normal que Le Verrier, ayant supposé une distance au Soleil plus grande, se retrouve aussi avec une masse de Neptune plus importante. Les perturbations principales sont en effet des termes de marées, proportionnels à la masse, et inversement proportionnels au cube de la distance. Mais cela ne désarme pas la critique.

1. La masse du système de Neptune adoptée par l'IERS 1992 est de 1/19412.24 masse solaire

L'attaque principale viendra de Jacques Babinet, membre de la section de physique de l'Académie des sciences. Lors de la séance du 21 août 1848 il tient pour acquis que plus personne ne croit que la planète calculée par Le Verrier est la même que celle observée par Galle

L'identité de la planète Neptune avec la planète théorique, qui rend compte si admirablement des perturbations d'Uranus, d'après les travaux de MM. Le Verrier et Adams, mais surtout d'après ceux de l'astronome français, n'étant plus admise par personne depuis les énormes différences constatées entre l'astre réel et l'astre théorique quant à la masse, à la durée de la révolution, à la distance au Soleil, à l'excentricité... (Babinet, 1848)

Babinet propose même d'expliquer les différences par l'existence d'une planète additionnelle qu'il nomme déjà *Hyperion* et qu'il situe au-delà de Neptune (Babinet, 1848). Le Verrier répond immédiatement à ces attaques (Le Verrier, 1848c), et prolongera son argumentation dans un mémoire plus complet dans la séance du 11 septembre 1848 (Le Verrier, 1848d). A juste titre, Le Verrier explique que sa théorie rend bien compte des positions de Neptune, sur une période de 65 ans, sur laquelle on dispose d'observations,

Je détermine, ai-je dit, la position de Neptune au moyen des perturbations qu'il produit sur Uranus. Quand il y a des perturbations, je puis dire où est Neptune : mais me demander de le faire longtemps après que l'action perturbatrice a disparu, c'est tout simplement exiger de moi l'impossible, une sorte de miracle. Or, en examinant ma carte, que je mettrai avant peu de jours à la disposition du public, et sur laquelle j'ai tracé la route d'Uranus, on voit clairement que cette planète n'a été influencée par l'action de Neptune que depuis 1812 jusqu'en 1842, c'est-à-dire pendant 30 ans seulement (Le Verrier, 1848d).

Il poursuit, comme il a été rappelé ci-dessus

La direction était encore plus précise que la distance. Cela devait être, parce que si la direction eût été fautive, rien n'eût pu compenser l'erreur qui en fût résultée dans l'attraction que Neptune exerce sur Uranus. Tandis que si l'on place la planète un peu trop loin dans une direction donnée, on peut détruire immédiatement l'erreur qui en résulterait sur la quantité de l'attraction, en faisant la planète un peu plus grosse. C'est précisément ce qui a eu lieu. J'ai placé Neptune un peu trop loin; mais je l'ai fait un peu trop gros (Le Verrier, 1848d).

Le Verrier complètera néanmoins sa démonstration dans la séance du 2 octobre 1848 (Le Verrier, 1848b). Il y décrit les incertitudes résultant des différentes hypothèses qu'il a dû prendre, tout en montrant que cela n'entachait pas le résultat final d'une erreur tellement importante qu'elle aurait interdit la découverte de la planète. Il conclut finalement (Le Verrier, 1848b).

Qu'on me permette de le dire avec franchise. Lorsque j'annonçai mon principal résultat en 1846, je ne trouvai presque personne qui voulût y croire. Déduire la position d'une planète d'un petit dérangement qu'elle produit sur Uranus! Quelle folie! disait-on. Or ce sont précisément ceux qui parlaient ainsi qui, aujourd'hui, trouvent tout à fait intolérable que j'aie réussi à donner la position de Neptune pendant 80 ans sans erreur de plus de sept degrés et demi aux extrémités de cette période, et qui pensent qu'on en doit faire un sévère exemple !

Ses arguments sont convaincants, comme en témoigne cette lettre de John Russel Hind, astronome britannique, à Le Verrier du 25 septembre 1848 publiée dans les CRAS du 2 octobre 1848

J'ai lu avec le plus grand intérêt votre réponse sur Neptune. Mon opinion sera, je le suppose, la même que celle de toute personne qui a quelque prétention à une connaissance de l'astronomie; savoir, que vous avez complètement renversé tous les arguments élevés contre vous

Comme le suppose Hind, cet avis sera largement partagé par la communauté astronomique et les honneurs vont affluer vers Le Verrier qui sera, en particulier, nommé directeur de l'Observatoire de Paris en 1854 après le décès

d'Arago.

10. Retour sur la théorie de Mercure et épilogue.

Une fois à la direction de l'Observatoire de Paris, Le Verrier entreprend une grande œuvre qui consiste dans une refonte complète de toutes les solutions des mouvements (les "théories") des planètes. Son but n'est pas simplement de prédire le plus précisément possible le mouvement des astres, mais bien de rechercher s'il manque encore quelque chose dans la modélisation du système solaire pour qu'il y ait un accord parfait entre le calcul et les observations. Pour cela, il va commencer par établir une solution la plus précise possible du mouvement de la Terre, ou plutôt, dans le langage de l'époque une *théorie du mouvement du Soleil*. Celle-ci est indispensable à la réduction des observations, tous les observateurs se trouvant sur Terre.

Il est conscient que ce sont justement les imprécisions de cette théorie du Soleil qui ont limité ses résultats quand il avait entrepris d'étudier le mouvement de Mercure. Maintenant que ceci est réglé, il peut reprendre son travail sur le mouvement de Mercure, comme il le décrit dans une lettre à Hervé Faye publiée dans les CRAS du 12 septembre 1859 (Le Verrier, 1859a).

La théorie du Soleil une fois mise hors de cause, il devenait possible de reprendre avec utilité l'étude des mouvements de Mercure. C'est ce travail dont je désire vous entretenir aujourd'hui.

Ce qui rend l'étude de Mercure particulièrement intéressante, c'est l'existence des observations de très haute précision que sont les transits de la planète devant le Soleil. La mesure des instants des contacts est extrêmement dépendante des positions de la Terre et de Mercure, et ont été enregistrées avec précision depuis 150 ans.

On possède, depuis 1697 jusqu'en 1848, vingt et une observations de cette espèce, auxquelles on doit pouvoir satisfaire de la manière la plus étroite si les inégalités des mouvements de la Terre et de Mercure ont été bien calculées, et si les valeurs attribuées aux masses perturbatrices sont exactes (Le Verrier, 1859a).

Cependant, des erreurs subsistent de plusieurs minutes, que Le Verrier ne peut pas croire être dues aux observateurs expérimentés que sont Lalande, Cassini, ou Bouguer. Mais il poursuit

Mais, ce qui est remarquable, c'est qu'il a suffi d'augmenter de 38 secondes le mouvement séculaire du périhélie pour représenter toutes les observations des passages à moins d'une seconde près, et même la plupart d'entre elles à moins d'une demi-seconde.

Ces 38 secondes, il faut les comprendre comme un excès de 38 secondes d'arc par siècle par rapport au mouvement calculé du périhélie de Mercure sous l'influence de l'ensemble des autres planètes du système solaire qu'il trouve être de 526.7" /siècle (Le Verrier, 1859b). Avec ces 38" /siècle, l'ajustement aux observations devient si parfait que Le Verrier ne peut les mettre en doute. Il en cherche alors la cause possible. Une solution pourrait être d'augmenter la masse de Vénus d'un dixième de sa valeur. Mais augmenter d'une telle valeur la masse de Vénus conduirait à un changement trop important des variations de l'obliquité de la Terre. Il en conclut

Si, au contraire, on regarde la variation de l'obliquité et les causes qui la produisent comme bien établies, on sera conduit à penser que l'excès du périhélie du mouvement de Mercure est dû à quelque action encore inconnue.

Le Verrier continue en disant qu'un tel effet pourrait être dû à l'action d'une planète intérieure à l'orbite de Mercure. Comme il s'étonne qu'alors personne ne l'ait observée lors d'un passage sur le disque du Soleil, il envisage la possibilité d'une multitude de corps plus petits qui deviendraient alors très difficiles à observer. Hervé Faye prend très au sérieux les observations de Le Verrier, et dans une réponse publiée dans le même numéro des CRAS, il propose à l'Académie de mettre en place une stratégie d'observation pour rechercher ces planètes intra-mercurielles (Faye, 1859).

Le Verrier va longtemps chercher cette planète qu'il dénomme Vulcain. Quand, le 22 décembre 1859, il reçoit une lettre d'un astronome amateur, le Dr. Edmond Lescarbault, habitant de Orgère-en-Beauce faisant état du

passage possible d'une planète devant le Soleil, Le Verrier est particulièrement intéressé et en fait état lors de la séance de l'Académie du 2 janvier 1860 (Lescarbault, 1860). Avec force précision, le Dr. Lescarbault décrit les observations qu'il a consignées, mentionnant le passage, le 26 mars 1859, d'un corps passant devant le Soleil. Le Verrier fait part de ses remarques à la suite du texte de la lettre (Le Verrier, 1860). Sa curiosité l'avait poussé à se rendre directement chez le Dr. Lescarbault.

On pouvait être surpris toutefois que M. Lescarbault, se trouvant en possession d'un fait aussi considérable, fût demeuré neuf mois sans en donner connaissance. Cette considération m'a déterminé à me rendre sur-le-champ à Orgères, où M. Vallée fils, ingénieur des Ponts et Chaussées, a bien voulu m'accompagner, et où nous sommes arrivés le samedi 31 décembre sans avoir été annoncés. Nous avons trouvé en M. Lescarbault un homme adonné depuis longtemps à l'étude de la science, entouré d'instruments, d'appareils de toute nature, construisant lui-même et ayant fait édifier une petite coupole tournante. M. Lescarbault a bien voulu nous permettre d'examiner dans le plus scrupuleux détail les instruments dont il s'est servi, et il nous a donné les explications les plus minutieuses sur ses travaux et en particulier sur toutes les circonstances du passage d'une planète sur le Soleil (Le Verrier, 1860).

On le sait maintenant, il n'y avait point de planète Vulcain, que Le Verrier continuera de chercher en vain. En revanche les 38 secondes par siècle d'excès du mouvement du périhélie de Mercure étaient bien réelles, mais pour les expliquer, il fallait effectuer ce Le Verrier ne voulait se résoudre à considérer qu'en dernière extrémité, après avoir exclu toutes les autres hypothèses

L'altération des lois de la gravitation serait une dernière ressource à laquelle il ne pourrait être permis d'avoir recours qu'après avoir épuisé l'examen des autres causes, qu'après les avoir reconnues impuissantes à produire les effets observés (Le Verrier, 1846b).

En faisant état de cette avance de 38"/siècle qu'il avait clairement identifiée, au prix d'un travail phénoménal, Le Verrier rendait un service considérable à la science. Cet écart sera en effet la première vérification de la relativité générale d'Einstein, publiée en 1915, qui donne une avance du périhélie de Mercure de 43"/siècle, très proche de la valeur calculée de Le Verrier. Il fallait donc bien se résoudre cette fois-ci à changer la loi de gravitation. A l'heure actuelle, des calculs similaires à ceux de Le Verrier, mais exécutés numériquement sur ordinateurs, en tenant compte des données des sondes spatiales orbitant autour des planètes, permettent de vérifier que la loi de gravitation fournie par la relativité générale d'Einstein représente bien les avances des périhélies des planètes à une précision relative de quelques 10^{-5} (e.g. Fienga et al., 2015).

Remerciements

L'auteur remercie J. Lequeux pour ses éclaircissements sur le fonctionnement de l'Académie des sciences à l'époque d'Arago, ainsi que G. Bertrand, N. Capitaine, A. Chenciner, D. Briot, et M. Postel pour leurs relectures de ce texte. Ce travail doit beaucoup à la numérisation des Comptes Rendus de l'Académie des sciences, disponibles librement sur (gallica.bnf.fr), ainsi qu'à la numérisation des procès verbaux des séances du Bureau des longitudes sur (bdl.ahp-numerique.fr).

References

- Arago, F. (1840). *Lettre de M. Arago à M. Alexandre de Humbolt*. Bachelier (Paris).
- Arago, F. (1846). Examen des remarques critiques et des questions de priorité que la découverte de M. Le Verrier a soulevées. *CRAS*, 23(16):741–755.
- Babinet, J. (1848). Sur la position actuelle de la planète située au-delà de Neptune, et provisoirement nommée Hyperion. *CRAS*, 27(8):202–208.
- Bertrand, J. (1846). Sur des erreurs graves commises par un géomètre étranger. *CRAS*, 23(17):827–832.

- Binet, J. (1846). Note sur la détermination approximative de la distance du soleil à la planète Le Verrier. *CRAS*, 23(17):798–799.
- Bureau des longitudes (1846a). Séance du mercredi 14 octobre 1846. Les procès-verbaux du Bureau des longitudes , consulté le 5 octobre 2017, <http://purl.oclc.org/net/bdl/items/show/2870>.
- Bureau des longitudes (1846b). Séance du mercredi 30 septembre 1846. Les procès-verbaux du Bureau des longitudes , consulté le 5 octobre 2017, <http://purl.oclc.org/net/bdl/items/show/2868>.
- Bureau des longitudes (1847a). Séance du mercredi 10 mars 1847. Les procès-verbaux du Bureau des longitudes , consulté le 5 octobre 2017, <http://purl.oclc.org/net/bdl/items/show/2892>.
- Bureau des longitudes (1847b). Séance du mercredi 25 août 1847. Les procès-verbaux du Bureau des longitudes , consulté le 5 octobre 2017, <http://purl.oclc.org/net/bdl/items/show/2917>.
- Bureau des longitudes (1847c). Séance du mercredi 28 juillet 1847. Les procès-verbaux du Bureau des longitudes , consulté le 5 octobre 2017, <http://purl.oclc.org/net/bdl/items/show/9518>.
- CRAS (1844a). Correspondance. *CRAS*, 18(3):96–97.
- CRAS (1844b). Éléments de l’orbite elliptique de la dernière comète, découverte par M. Faye. *CRAS*, 18(5):186.
- CRAS (1844c). Éléments elliptiques de la comète de M. Faye. Lettre de M. Goldschmidt à M. Arago. *CRAS*, 18(13):528–531.
- CRAS (1844d). Éléments elliptiques de la comète découverte par M. Faye le 22 novembre 1843 (Extrait d’une Lettre de M. Plantamour à M. Arago.). *CRAS*, 18(8):309–310.
- CRAS (1844e). Éléments paraboliques de la comète découverte, le 22 novembre 1843 par M. Faye. (Extrait d’une Lettre de M. Plantamour à M. Arago.). *CRAS*, 18(2):56–58.
- CRAS (1844f). Nouvelles recherches faites à l’occasion de la comète découverte par M. Faye. (Extrait d’une Lettre de M. Valz à M. Arago.). *CRAS*, 18(21):942–944.
- CRAS (1844g). Sur la comète découverte par M. Faye le 22 novembre 1843. (Extrait d’une Lettre de M. Valz à M. Arago.). *CRAS*, 18(17):764–768.
- CRAS (1846). Planète Le Verrier. *CRAS*, 23(14):659–663.
- de Pontécoulant, G. (1839). Remarques à l’occasion d’une note de M. Leverrier sur un point de la mécanique céleste. Lettre de M. de Pontécoulant. *CRAS*, 9(9):539–544.
- de Pontécoulant, G. (1840). *Lettre de M. G. de Pontécoulant à M. Encke en réponse à la lettre de M. Arago à M. de Humbolt*. De Fain et Thuon (Paris).
- de Pontécoulant, G. (1856). *Théorie analytique du système du monde, tome 3*. Mallet-Bachelier (Paris).
- Delaunay, C. (1842a). Note sur la théorie des perturbations d’Uranus. *CRAS*, 14(11):406.
- Delaunay, C. (1842b). Réponse aux observations de M. Le Verrier, sur la théorie des perturbations d’Uranus. *CRAS*, 14(16):579–582.
- Faye, H. (1843). Positions d’une nouvelle comète découverte à l’Observatoire de Paris par M. Faye, 22 novembre 1843. *CRAS*, 17(22):1248.
- Faye, H. (1859). Remarques de M. Faye à l’occasion de la Lettre de M. Le Verrier. *CRAS*, 49(11):383–385.
- Fienga, A., Laskar, J., Exertier, P., Manche, H., and Gastineau, M. (2015). Numerical estimation of the sensitivity of INPOP planetary ephemerides to general relativity parameters. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 123(3):325–349.
- Hill, G. W. (1897). On the values of the eccentricities and longitudes of the perihelia of Jupiter and Saturn for distant epochs. *The Astronomical Journal*, 17:81–87.
- Institut de France (1911). *Centenaire de la naissance de U.J.J. Le Verrier*. Gauthier-Villars (Paris).
- Kollerstrom, N. (2009). The naming of neptune. *Journal of Astronomical History and Heritage*, 12(1):66–71.
- Lagrange, J.-L. (1778). Recherches sur les équations séculaires des mouvements des nœuds et des inclinaisons des planètes. *Mémoires de l’Académie des Sciences de Paris, année 1774, , Œuvres Complètes Vol. VI*, (635–709).
- Lagrange, J.-L. (1781). Théorie des variations séculaires des éléments des planètes, première partie. *Nouveaux Mémoires de l’Académie des Sciences et Belles-Lettres de Berlin, Œuvres Complètes Vol. V*, pages 125–207.
- Lagrange, J.-L. (1782). Théorie des variations séculaires des éléments des planètes, seconde partie contenant la détermination de ces variations pour chacune des planètes principales. *Nouveaux Mémoires de l’Académie des Sciences et Belles-Lettres de Berlin, Œuvres Complètes Vol. V*, pages 211–344.
- Laplace, P.-S. (1775). Mémoire sur les solutions particulières des équations différentielles et sur les inégalités séculaires des planètes. *Mémoires de l’Académie royale des sciences de Paris, année 1772. Ie partie; 1775, Œuvres Complètes Vol. VIII*, (325–366).
- Laplace, P.-S. (1776). Sur le principe de la Gravitation Universelle, et sur les inégalités séculaires des planètes qui en dépendent. *Mémoires de l’Académie des Sciences de Paris, Savants étrangers, année 1773, t. VII, Œuvres Complètes Vol. VIII*, (201–275).

- Laskar, J. (1992). La stabilité du système solaire. In Dahan, A., editor, *Chaos et Déterminisme*. Seuil, Paris.
- Laskar, J. (2013). Is the solar system stable? In Duplantier, B., Nonnenmacher, S., and Rivasseau, V., editors, *Chaos*, number 66 in Progress in Mathematical Physics, pages 239–270. Springer Basel.
- Laskar, J., Robutel, P., Joutel, F., Gastineau, M., Correia, A. C. M., and Levrard, B. (2004). A long-term numerical solution for the insolation quantities of the earth. *Astronomy and Astrophysics*, 428:261–285.
- Lassell, W. (1846). Discovery of supposed ring and satellite of Neptune. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 7:157.
- Laugier, P. (1845). Rapport sur des Tables numériques du mouvement héliocentrique de Mercure, calculées par M. Le Verrier. *CRAS*, 21(5):316–320.
- Le Journal des Débats (1846). Feuilleton du journal des débats, 30 septembre 1846.
- Le Verrier, U. J. J. (1839a). Sur les variations séculaires des orbites des planètes. *CRAS*, 9(12):370.
- Le Verrier, U. J. J. (1839b). Sur quelques erreurs contenues dans le troisième volume de la Théorie analytique du système du monde, de M de Pontécoulant, relativement au calcul des inégalités séculaires des planètes. *CRAS*, 9(18):550.
- Le Verrier, U. J. J. (1840a). Mémoire sur les inclinaisons respectives des orbites de Jupiter, Saturne et Uranus; sur les mouvements des intersections de ces orbites. *Journal de mathématiques pures et appliquées, 1ère série*, 5:95–109.
- Le Verrier, U. J. J. (1840b). Mémoire sur les variations séculaires des éléments des orbites pour les sept planètes principales, Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter, Saturne et Uranus. In *Additions à la Connaissance des temps pour l’an 1843*, pages 3–66. Paris, Bachelier.
- Le Verrier, U. J. J. (1840c). Sur la détermination des coefficients qui servent de base au calcul des inégalités des planètes. *CRAS*, 10(19):751–753.
- Le Verrier, U. J. J. (1840d). Sur la détermination simultanée de toutes les inégalités périodiques des planètes, lorsqu’on doit y comprendre des perturbations d’un ordre fort élevé par rapport aux excentricités et aux inclinaisons. *CRAS*, 11(13):696–701.
- Le Verrier, U. J. J. (1840e). Sur la détermination simultanée de toutes les inégalités séculaires des planètes, étendue aux termes qui, dans les équations différentielles, sont du troisième ordre par rapport aux excentricités et aux inclinaisons. *CRAS*, 11(24):967–977.
- Le Verrier, U. J. J. (1840f). Sur les variations séculaires des éléments elliptiques des sept planètes principales: Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter, Saturne et Uranus. *Journal de mathématiques pures et appliquées, 1ère série*, 5:220–254.
- Le Verrier, U. J. J. (1841a). *Développements sur plusieurs points de la théorie des perturbations des planètes*. Bachelier (Paris).
- Le Verrier, U. J. J. (1841b). Mémoire sur les inégalités séculaires des planètes. In *Additions à la Connaissance des temps pour l’an 1844*, pages 28–110. Paris, Bachelier.
- Le Verrier, U. J. J. (1841c). Sur l’influence des inclinaisons des orbites dans les perturbations des planètes. Détermination d’une grande inégalité du moyen mouvement de Pallas. *CRAS*, 13(6):344–348.
- Le Verrier, U. J. J. (1842a). Note sur les inégalités introduites dans la longitude des planètes par les variations à longue période de leurs éléments. *CRAS*, 14(13):487–490.
- Le Verrier, U. J. J. (1842b). Seconde Note sur les perturbations de la planète Uranus. *CRAS*, 14(18):660–663.
- Le Verrier, U. J. J. (1843a). Détermination nouvelle de l’orbite de Mercure et de ses perturbations. *CRAS*, 16(19):1054–1065.
- Le Verrier, U. J. J. (1843b). Discussion d’anciennes observations de Mercure extraites par M. Edouard Biot de la collection des vingt-quatre historiens de la Chine. *CRAS*, 17(15):732–735.
- Le Verrier, U. J. J. (1843c). Mémoire sur la grande inégalité du moyen mouvement de Pallas. *CRAS*, 16(25):1435–1436.
- Le Verrier, U. J. J. (1843d). Recherches sur l’orbite de Mercure et sur ses perturbations. Détermination de la masse de Vénus et du diamètre du Soleil. *Journal de mathématiques pures et appliquées, 1ère série*, 8:273–359.
- Le Verrier, U. J. J. (1843e). Sur la forme qu’il conviendrait de donner aux éphémérides des planètes. Application à Mercure. *CRAS*, 17(15):735–738.
- Le Verrier, U. J. J. (1843f). Tables de Mercure. *CRAS*, 16(23):1280.
- Le Verrier, U. J. J. (1844a). Sur la comète de M. Faye; Lettre de M. Le Verrier à M. Cauchy. *CRAS*, 18(18):826–827.
- Le Verrier, U. J. J. (1844b). Théorie de la comète périodique de 1770. *CRAS*, 19(20):982–994.
- Le Verrier, U. J. J. (1845a). Calcul relatif au prochain passage de Mercure sur le Soleil. *CRAS*, 20(9):587–593.
- Le Verrier, U. J. J. (1845b). Note relative au dernier passage de Mercure sur le disque du Soleil. *CRAS*, 20(21):1603–1604.

- Le Verrier, U. J. J. (1845c). Note sur le dernier passage de Mercure sur le disque du Soleil. *CRAS*, 21(13):769–770.
- Le Verrier, U. J. J. (1845d). Premier Mémoire sur la théorie d’Uranus. *CRAS*, 21(19):1050–1055.
- Le Verrier, U. J. J. (1845e). Sur la comète périodique de 1843, premier Mémoire. *CRAS*, 20(17):1309–1313.
- Le Verrier, U. J. J. (1845f). *Théorie du mouvement de Mercure*. Bachelier (Paris).
- Le Verrier, U. J. J. (1846a). *Recherches sur les mouvements de la planète Herschel*. Bachelier (Paris).
- Le Verrier, U. J. J. (1846b). Recherches sur les mouvements d’Uranus. *CRAS*, 22(22):907–918.
- Le Verrier, U. J. J. (1846c). Sur la planète qui produit les anomalies observées dans le mouvement d’Uranus. Cinquième et dernière partie, relative à la détermination de la position du plan de l’orbite. *CRAS*, 23(14):657–659.
- Le Verrier, U. J. J. (1846d). Sur la planète qui produit les anomalies observées dans le mouvement d’Uranus. Détermination de sa masse, de son orbite et de sa position actuelle. *CRAS*, 23(9):428–438.
- Le Verrier, U. J. J. (1848a). Mémoire sur la comète périodique de 1770. *CRAS*, 26(18):465–472.
- Le Verrier, U. J. J. (1848b). Mémoire sur la planète Neptune. *CRAS*, 27(14):325–332.
- Le Verrier, U. J. J. (1848c). Remarque de M. Le Verrier à l’occasion de la communication précédente. *CRAS*, 27(8):208–210.
- Le Verrier, U. J. J. (1848d). Sur la planète Neptune. *CRAS*, 27(11):273–279.
- Le Verrier, U. J. J. (1850a). Éphémérides de la comète de Faye. *CRAS*, 31(26):844.
- Le Verrier, U. J. J. (1850b). Retour de la comète périodique de M. Faye. *CRAS*, 31(24):789–793.
- Le Verrier, U. J. J. (1859a). Lettre de M. Le Verrier à M. Faye sur la théorie de Mercure et sur le mouvement du périhélie de cette planète. *CRAS*, 49(11):379–383.
- Le Verrier, U. J. J. (1859b). Théorie du mouvement de Mercure. *Annales de l’Observatoire de Paris*, 5.
- Le Verrier, U. J. J. (1860). Réponse de M. Le Verrier à M. Lescarbault. *CRAS*, 50(1):45–47.
- Lequeux, J. (2009). *Le Verrier. Savant magnifique et détesté*. EDP Sciences, L’Observatoire de Paris, Paris.
- Lescarbault, E. (1860). Passage d’une planète sur le disque du Soleil, observé à Orgères (Eure-et-Loir); Lettre à M. Le Verrier. *CRAS*, 50(1):40–45.
- Liouville, J. (1840a). Observations sur une Note de M. de Pontécoulant. *CRAS*, 23(10):882–884.
- Liouville, J. (1840b). Rapport sur un Mémoire de M. Le Verrier relatif aux variations des éléments des sept planètes principales. *CRAS*, 10(15):524–527.
- Pierce, B. (1848). Professor Peirce communicated to the Academy Mr. Sears C. Walker’s elliptic elements of Neptune. (7. dec. 1847). *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, pages 285–296.
- Valsecchi, G. B. (2007). 236 years ago... volume 236, page xvii.
- Valsecchi, G. B. (2017). Personal communication.
- Valsecchi, G. B., Milani, A., Gronchi, G. F., and Chesley, S. R. (2003). Resonant returns to close approaches: Analytical theory. *Astronomy and Astrophysics*, 408:1179–1196.