



HAL
open science

Calcul des élasticités prix et revenu sous hypothèse de budgétisation par étapes : une méthode approchée

Alain Carpentier, Hervé Guyomard

► **To cite this version:**

Alain Carpentier, Hervé Guyomard. Calcul des élasticités prix et revenu sous hypothèse de budgétisation par étapes : une méthode approchée. 1993. hal-01594129

HAL Id: hal-01594129

<https://hal.science/hal-01594129>

Preprint submitted on 26 Sep 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License



Ecole Nationale Supérieure Agronomique
**Département Economie,
Gestion et Sciences Sociales**

65, rue de St-Brieuc - 35042 Rennes Cedex - France -



Institut National de la Recherche Agronomique
**Station d'Economie
et Sociologie Rurales**

AC191093

CALCUL DES ELASTICITES PRIX ET REVENU SOUS HYPOTHESE DE BUDGETISATION PAR ETAPES : une méthode approchée

Alain CARPENTIER et Hervé GUYOMARD

Octobre 1993

**DOCUMENT DE TRAVAIL N°93-08
UNITE POLITIQUE AGRICOLE ET MODELISATION**

CALCUL DES ELASTICITES PRIX ET REVENU SOUS HYPOTHESE DE BUDGETISATION PAR ETAPES : une méthode approchée

Alain CARPENTIER* et Hervé GUYOMARD**

* INSTITUT NATIONAL DE LA RECHERCHE AGRONOMIQUE
Station d'Economie et Sociologie Rurales
65, rue de Saint-Brieuc - 35042, Rennes cedex

** ECOLE NATIONALE SUPERIEURE AGRONOMIQUE DE RENNES
Département d'Economie, Gestion et Sciences Sociales
65, rue de Saint-Brieuc - 35042, Rennes cedex

Calcul des élasticités prix et revenu sous hypothèse de budgétisation par étapes une méthode approchée

Résumé

L'hypothèse de séparabilité faible de la fonction d'utilité directe est une condition nécessaire et suffisante pour définir des fonctions de demande conditionnelles, i.e., pour définir la dernière étape de la budgétisation. Des restrictions additionnelles sont nécessaires pour définir la première étape. Nous proposons un cadre approché qui permet de définir cette première étape sous la seule hypothèse de séparabilité faible des préférences. Nous utilisons l'approximation selon laquelle la variation du véritable indice du prix d'un agrégat par rapport à l'utilité que procure cet agrégat est "petite". Cette approximation peut être justifiée par la propriété, généralement observée, que les prix à l'intérieur d'un agrégat sont fortement corrélés deux à deux (Lewbel, 1993), c'est-à-dire par le "mouvement général des prix" (Deaton et Muellbauer, 1980b). De plus, il est alors possible d'utiliser comme approximations des vrais indices du coût de la vie les indices de Paasche et de Laspeyres. Nous montrons alors comment calculer les élasticités prix et revenu dans ce système à étapes. Le modèle est appliqué à des données françaises en centrant l'attention sur la demande en biens alimentaires.

Estimation of price and expenditure elasticities in multi-stage demand systems an approximate framework

Abstract

The weak separability assumption of the direct utility function is a necessary and sufficient condition for conditional demand systems to exist, i.e., for defining the lower stage of a budgeting structure. But, more restrictive assumptions are necessary for allowing the estimation of the upper stages. We propose an approximate framework allowing the definition of the upper stages of budgeting assuming only that the direct utility function is weakly separable. The use of this approximation is justified, at least empirically, by the commonly observed property that within group prices be highly correlated (Lewbel, 1993), i.e., that within group prices move together (Deaton et Muellbauer, 1980b). Furthermore, usual price indices (Paasche and Laspeyres indices) are then good approximations of true-cost-of-living subindices. We establish the relationships between expenditure and price elasticities in different levels of multi-stage budgeting. The model is applied to a two-stage budget process for French data that emphasises food consumption.

Summary

The practical problem that arises when estimating a flexible demand system on time series is the degrees-of-freedom problem. A way to proceed is to assume, a priori, some sort of structure on consumer's preferences, the most common assumption being that of weak separability of preferences. Separability simplifies the consumer problem by allowing multi-stage budgeting. The weak separability assumption of the direct utility function is a necessary and sufficient condition for conditional demand systems to exist, i.e., for defining the lower stage of the budgeting structure. But, more restrictive assumptions are necessary for allowing the estimation of the upper stages of the budgeting structure, conditions that Gorman (1959) called "perfect price aggregation". In this paper, we propose an approximate framework allowing the definition of the upper stages of budgeting assuming only that the direct utility function is weakly separable. The use of this approximation is justified, at least empirically, by the commonly observed property that within group prices be highly correlated (Lewbel, 1993),

i.e., that within group prices move together (Deaton et Muellbauer, 1980b). Furthermore, usual price indices (Paasche and Laspeyres indices) are then good approximations of true-cost-of-living subindices. We establish the relationships between expenditure and price elasticities in different levels of multi-stage budgeting. In the case of expenditure elasticities, we find similar expressions as those presented by various authors. To our knowledge, expressions for price elasticities have not been established before. The model is applied to a two-stage budget process for French data that emphasises food consumption. The upper stage of budgeting corresponds to the following groupings : dairy products, meat, tinned foods, beverages and other foods. At the second stage, attention is focused on dairy products.

1. Introduction

Dans le cadre usuel de la théorie néoclassique, le consommateur rationnel considère les prix des biens comme donnés (hypothèse de concurrence pure et parfaite) et se procure le panier des consommations qui maximise sa fonction d'utilité sous la contrainte budgétaire. La solution de ce programme définit un système complet de fonctions de demande des différents biens. La demande d'un bien particulier dépend alors des prix de tous les biens arguments de la fonction d'utilité directe et du revenu.

Le problème pratique posé par l'estimation de systèmes flexibles de demande comme, par exemple, l'AIDS (Almost Ideal Demand System, Deaton et Muellbauer, 1980a) est que le nombre de paramètres augmente approximativement de manière quadratique en fonction du nombre de biens pris en compte alors que le nombre d'observations effectives ne croît que linéairement. Certes, les contraintes théoriques, de symétrie et d'homogénéité notamment, permettent de réduire le nombre de paramètres à estimer. Néanmoins, les problèmes des degrés de liberté et de la multicollinéarité se posent dans le cas, en particulier, d'analyses sur séries temporelles. Ainsi, si l'économètre ne dispose que de 30 observations temporelles, le nombre maximal de biens qu'il est possible de considérer n'est que de 7¹.

La solution pratique à ce problème est d'imposer des restrictions additionnelles à la structure des préférences. L'hypothèse la plus fréquente est celle de la séparabilité des préférences.

L'idée qui veut que les préférences du consommateur définissent une structure "naturelle" sur l'ensemble des biens que ce dernier peut se procurer est à l'origine du principe de budgétisation par étapes (Strotz, 1957). Cette structure conduit le consommateur à raisonner par étapes successives. Dans un premier temps, il décide des dépenses relatives à différents groupes de produits en raisonnant sur les indices de prix de ces groupes et sur le revenu total. Dans un second temps, il alloue ces dépenses "partielles" entre les biens de chaque groupe sur la base des prix des biens du groupe considéré et du revenu alloué à ce groupe. Cette procédure est efficace, du point de vue de l'information, sous deux conditions (Gorman, 1959) : i) la fonction d'utilité directe est homothétiquement séparable, ou ii) la fonction d'utilité directe est fortement séparable et la fonction d'utilité indirecte définie sur chaque groupe est une forme dite de Gorman. Naturellement, une combinaison des deux conditions i) et ii) est aussi possible. Ces conditions sont, en général, considérées comme trop restrictives. De plus elles conduisent à une modélisation complexe et difficile à mettre en oeuvre (Deaton, 1986 ; Blundell, 1988).

¹ La différence entre le nombre de paramètres d'un système de demande flexible et le nombre maximum de paramètres qu'il est possible d'estimer est égal à $0.5(n-1)(n+4) - ((n-1)T)^{2/3}$, où n est le nombre de biens pris en compte et T la longueur de la période d'observation (Chalfant et Gallant, 1985). Si $T=30$, $n=7$; si $T=20$, $n=5$.

Si la fonction d'utilité directe est simplement faiblement séparable, la procédure de budgétisation par étapes décrite ci-dessus n'est plus possible. Néanmoins, l'hypothèse de séparabilité faible est une condition nécessaire et suffisante à la définition de systèmes partiels ou conditionnels de demande. L'étude empirique des allocations des biens d'un groupe au sein de ce dernier peut toujours être menée indépendamment de l'analyse des allocations des biens des autres groupes. Il est ainsi fréquent de modéliser les demandes de certains biens alimentaires (viandes, produits laitiers, ...) comme fonctions des prix des biens composant l'agrégat considéré et du revenu alloué à cet ensemble. Le plus souvent, la première étape de la budgétisation, c'est-à-dire l'affectation du revenu entre les différents groupes, n'est pas spécifiée. Or, il est clair que l'élasticité revenu de la demande de viande bovine, par exemple, dépend non seulement de l'élasticité revenu de la demande par rapport au revenu partiel alloué à l'ensemble des viandes, mais aussi de la façon dont cette allocation varie quand le revenu total change. La même remarque s'applique aux élasticités prix.

L'objectif de ce papier est alors de proposer une méthode "approchée" de calcul des élasticités prix et revenu dans le cadre d'un modèle de budgétisation par étapes, sous la seule hypothèse de séparabilité faible de la fonction d'utilité directe. La méthode proposée est basée sur les travaux de Deaton et Muellbauer (1980b) sur l'utilisation des indices de Paasche et de Laspeyres dans les systèmes de demande agrégée. Elle requiert l'estimation de deux systèmes de fonctions de demande. Le premier système formalise l'allocation de première étape et correspond aux systèmes agrégés estimés habituellement en utilisant les indices de prix et de quantité usuels². Le second système décrit l'allocation entre les différents biens d'un agrégat donné de la dépense totale allouée à ce groupe. Cette seconde étape correspond aux systèmes partiels qui sont, très souvent, les seuls systèmes estimés quand l'attention est centrée sur un groupe de biens donné. Les formules qui permettent de calculer les élasticités prix et revenu des différents biens, sur la base des paramètres estimés de deux systèmes, sont établies en utilisant l'approximation selon laquelle la variation du véritable indice du prix d'un agrégat par rapport à l'utilité que procure cet agrégat est "petite" (Deaton et Muellbauer, 1980b, p 132). Cette approximation peut être justifiée par la propriété, généralement observée, que les prix à l'intérieur d'un agrégat sont fortement corrélés deux à deux (Lewbel, 1993), c'est-à-dire par le mouvement général des prix (Deaton et Muellbauer, 1980b). De plus, il est alors possible d'utiliser comme approximations des vrais indices du coût de la vie ("true cost-of-living indexes") les indices de Paasche et de Laspeyres.

Le cadre théorique qui permet de définir la budgétisation par étapes est présenté dans la seconde section. Nous rappelons que la seule hypothèse de séparabilité faible ne permet

² En général, les modèles macroéconomiques utilisent directement les séries issues des Comptabilités Nationales, séries construites le plus souvent en utilisant des indices de Paasche et de Laspeyres.

pas de régler le problème de l'allocation de première étape ; nous énonçons les conditions de Gorman qui permettent de résoudre ce problème et soulignons leur caractère restrictif. La méthode approchée que nous proposons est décrite dans la troisième section. Le calcul des élasticités prix, directes et croisées, et des élasticités revenu est détaillé. Nous retrouvons, dans ce dernier cas, les formules utilisées par, par exemple, De Janvry et al. (1972). A notre connaissance, les formules des élasticités prix n'ont pas été présentées. Les limites de notre approche sont soulignées en conclusion.

2. Budgétisation par étapes : le cadre théorique

2.1. Notations

Une partition \hat{B} des N biens en G groupes est définie de la façon suivante :

B : ensemble des biens, $B = B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_G$, $B_I \cap B_J = \{\cdot\}$, I et $J \in \{1, \dots, G\}$

$$n_I = \text{Card}(B_I), \sum_{I=1}^G n_I = N$$

b_i^I : $i^{\text{ième}}$ bien du $I^{\text{ième}}$ groupe B_I , $i \in \{1, \dots, n_I\}$, $I \in \{1, \dots, G\}$

q_i^I : quantité physique du bien b_i^I

p_i^I : prix du bien b_i^I

$$q_I^t = (q_1^I, \dots, q_{n_I}^I) \in Q_I$$

$$p_I^t = (p_1^I, \dots, p_{n_I}^I)$$

$$q^t = (q_1^t, \dots, q_G^t)$$

$$p^t = (p_1^t, \dots, p_G^t)$$

où t désigne le symbole transposé.

Le revenu total est noté D et la fonction d'utilité directe $U(q_1^1, q_2^1, \dots, q_i^I, \dots, q_{n_G}^G)$. On suppose que la fonction d'utilité directe est de classe C^2 , strictement croissante et strictement quasi-concave. Les fonctions de demande sont donc uniques et différentiables.

2.2. Définitions préliminaires

La structuration de l'ensemble des biens en groupes n'a d'intérêt pour l'étude du comportement de demande des consommateurs que si chacun des groupes peut faire l'objet d'une analyse "autonome". Cette idée conduit à la notion de séparabilité faible des préférences (définition 2.1). Une définition équivalente peut être donnée sur la base des fonctions d'utilité (définition 2.2).

Définition 2.1 (Barten et Böhm, 1982)

Un préordre de préférence \succ défini sur $(Q_1, \dots, Q_I, \dots, Q_G)$ est faiblement séparable conformément à la partition \hat{B} si :

$$\begin{aligned} & \forall I \in \{1, \dots, G\}, \\ & (q_1^0, \dots, q_I, \dots, q_G^0) \succ (q_1^0, \dots, q_I', \dots, q_G^0) \Rightarrow (q_1, \dots, q_I, \dots, q_G) \succ (q_1, \dots, q_I', \dots, q_G), \\ & \forall (q_1, \dots, q_{I-1}, q_{I+1}, \dots, q_G) \in (Q_1, \dots, Q_{I-1}, Q_{I+1}, \dots, Q_G) \end{aligned}$$

La définition 2.1 implique qu'il est possible de définir un préordre de préférence noté $\succ(I)$ sur chacun des G groupes, préordre qui ne dépend pas des quantités consommées dans les autres groupes. Sur la base de ce préordre, il est alors possible de dériver des fonctions d'utilité partielles définies pour chacun des G groupes et, par suite, de donner une définition équivalente de la séparabilité faible à partir des fonctions d'utilité.

Définition 2.2 (Barten et Böhm, 1982)

La fonction d'utilité $U(q_1^1, q_2^1, \dots, q_i^1, \dots, q_G^G)$ définie de $(Q_1, \dots, Q_I, \dots, Q_G) \rightarrow R$ est faiblement séparable conformément à la partition \hat{B} si il existe des fonctions continues $u_I(q_1^1, \dots, q_i^1, \dots, q_{n_I}^1), I \in \{1, \dots, G\}$, définies de $Q_I \rightarrow R$ et une fonction continue F définie de $R^G \rightarrow R$ telles que :

$$U(q) = F[u_1(q_1), \dots, u_G(q_G)]$$

Goldman et Uzawa (1964) ont établi une condition nécessaire et suffisante pour que la fonction d'utilité $U(q)$ soit faiblement séparable par rapport à la partition \hat{B} . Cette condition permet d'interpréter facilement les restrictions imposées par l'hypothèse de séparabilité faible.

Théorème 2.1 (Goldman et Uzawa, 1964)

La fonction d'utilité $U(q)$ est faiblement séparable par rapport à la partition \hat{B} si et seulement si

$$\forall I \neq J \in \{1, \dots, G\}, \forall i \in \{1, \dots, n_I\}, \forall j \in \{1, \dots, n_J\}, \frac{\partial h_i^I}{\partial p_j^J}(p, V(p, D)) = \mu_{IJ}(p, D) \frac{\partial q_i^I}{\partial D}(p, D) \frac{\partial q_j^J}{\partial D}(p, D) \quad (1)$$

où $h_i^I(\cdot)$ et $q_i^I(\cdot)$ représentent les demandes Hicksiennes et Marshalliennes, respectivement, du bien b_i^I , et $V(\cdot)$ la fonction d'utilité indirecte associée à $U(\cdot)$.

La condition (1) montre comment l'hypothèse de séparabilité faible contraint les relations de substitution entre biens appartenant à des groupes différents. Les variations des prix des biens d'un groupe donné n'affectent les demandes des biens des autres groupes que par l'intermédiaire de la réallocation du revenu total entre les différents groupes. Les relations qui existent entre les demandes des biens des groupes I et J sont résumées par le terme $\mu_{IJ}(p, D)$. En conséquence, tous les prix des biens du groupe I affectent les demandes des biens du groupe J selon le même principe, et inversement par symétrie.

2.3. Séparabilité faible de la fonction d'utilité et budgétisation par étapes

L'hypothèse de séparabilité faible de la fonction d'utilité est une condition nécessaire de la définition d'une budgétisation par étapes. Plus précisément, elle est une condition nécessaire et suffisante de caractérisation de l'étape d'allocation des dépenses d'un groupe entre les différents biens de ce groupe, mais elle ne permet pas, à elle seule, de résoudre le problème de l'allocation du revenu total entre les différents groupes.

Ce problème peut être illustré en utilisant le théorème suivant.

Théorème 2.2 (Barten et Böhm, 1982)

Si la fonction d'utilité $U(q)$ est faiblement séparable en accord avec la partition \hat{B} , c'est-à-dire si elle s'écrit comme $U(q) = F[u_1(q_1), \dots, u_G(q_G)]$, et si :

$$i) q(p, D) \equiv \underset{q}{\text{Argmax}} U(q) \quad \text{s.c.} \quad p'q = D,$$

$$ii) \forall I \in \{1, \dots, G\}, \quad D_I^* = D_I^*(p, D) = \sum_{i=1}^{n_I} p_i^I q_i^I(p, D) = p_I^I q_I^I(p, D), \text{ et}$$

$$iii) \forall I \in \{1, \dots, G\}, \quad q_I(p_I, D_I^*) \equiv \underset{q_I}{\text{Argmax}} U_I(q_I) \quad \text{s.c.} \quad p_I^I q_I = D_I^*,$$

alors,

$$\forall I \in \{1, \dots, G\}, \quad q_I(p, D) = q_I(p_I, D_I^*)$$

Le théorème précédent permet de définir la dernière étape de la budgétisation. Dès lors que les dépenses ont été allouées aux divers groupes, l'allocation de ces dépenses au sein de chacun des groupes se fait à partir de programmes de maximisation d'utilités partielles sous contrainte budgétaire. On a donc l'équivalence suivante :

$$\underset{q}{\text{Max}} U(q) \quad \text{s.c.} \quad p'q = D \Leftrightarrow \underset{q_I}{\text{Max}} u_I(q_I) \quad \text{s.c.} \quad p_I'q_I = D_I^*, \quad \forall I \in \{1, \dots, G\} \quad (2)$$

L'équivalence (2) montre clairement que seuls les prix individualisés p_I et les revenus "partiels" D_I^* , deux types de données généralement disponibles, sont nécessaires pour modéliser la demande des biens du groupe B_I . En outre, chaque sous-programme de maximisation

$$I \in \{1, \dots, G\}, \quad \underset{q_I}{\text{Max}} u_I(q_I) \quad \text{s.c.} \quad p_I'q_I = D_I^* \quad (3)$$

possède les propriétés, les $u_I(q_I)$ étant des fonctions d'utilité, des programmes standard de maximisation de fonction d'utilité sous contrainte budgétaire³. En particulier, les fonctions de demande dérivées des programmes (3) ont les propriétés classiques des fonctions de demande Marshallienne.

Il convient cependant d'être prudent lorsque l'on cherche à analyser et interpréter les paramètres d'intérêt - élasticités prix et revenu - dérivés de ces fonctions de demande conditionnelles ou partielles. Ainsi, l'élasticité revenu de la demande d'un bien i appartenant au groupe I est mesurée à dépense partielle D_I^* donnée. Or, il est vraisemblable que cette dépense D_I^* varie si le prix p_i^I du bien i change. La même remarque s'applique aux élasticités prix, propres et croisées. Ce constat prend toute son importance lorsque les élasticités sont calculées dans l'optique d'une utilisation en simulation de politiques de prix et/ou de revenu. Il apparaît donc nécessaire de formaliser le processus de formation des dépenses partielles D_I^* , c'est-à-dire le processus d'allocation du revenu total D entre les différents groupes de biens. Ceci revient à modéliser le programme de première étape du processus de budgétisation.

Sous la seule hypothèse de séparabilité faible de la fonction d'utilité $U(q)$, chaque dépense partielle D_I^* est définie à partir des demandes $q_I(p, D)$, ce qui renvoie au calcul des demandes dérivées du programme de maximisation de l'utilité directe globale :

³ De plus, les fonctions $F(\cdot)$ et $u_I(\cdot)$ possèdent les mêmes propriétés que $U(\cdot)$ en leurs arguments respectifs (Blackorby et al., 1978, pp. 54-81). Ces propriétés sont importantes pour formaliser les différentes étapes du processus de budgétisation.

$$\underset{q}{\text{Max}} U(q) \quad \text{s.c.} \quad p'q = D \quad (4)$$

Ainsi, la seule hypothèse de séparabilité de la fonction d'utilité $U(q)$ ne permet pas de s'affranchir de la modélisation d'un système complet de fonctions de demande défini sur l'ensemble B de tous les biens.

2.4. Caractérisation de la première étape de la budgétisation : le problème de l'agrégation

La formalisation du processus de formation des dépenses partielles D_I^* qui ne nécessite pas l'estimation d'un système complet de fonctions de demande renvoie à un problème de construction d'indices de quantité et de prix. La recherche des conditions sous lesquelles l'étape d'agrégation peut être rigoureusement formalisée a pris deux directions, i) la forme de la fonction d'utilité du consommateur d'une part, et ii) le mouvement général des prix d'autre part.

Gorman (1959) a établi deux conditions qui permettent de résoudre le problème de la première étape de la budgétisation. Ces conditions relatives aux préférences du consommateur, sont les suivantes.

1. La fonction de coût $c_I(\cdot)$ associée au groupe B_I , $I = 1, \dots, G$, est de la forme $c_I(u_I, p_I) = \theta_I(u_I) b_I(p_I)$, où $b_I(\cdot)$ est une fonction homogène de degré 1 et où $\theta_I(\cdot)$ est une fonction monotone croissante. Cette première condition implique que les préférences relatives du groupe B_I sont quasi-homothétiques.

ou

2. i) La fonction d'utilité indirecte $v_I(\cdot)$ associée à $u_I(\cdot)$, $I = 1, \dots, G$, est une forme de Gorman généralisée, c'est-à-dire de la forme $v_I(p_I, D_I^*) = F_I[D_I^* / b_I(p_I)] + a_I(p_I)$, où $F_I(\cdot)$ est une fonction monotone croissante et où les fonctions $b_I(\cdot)$ et $a_I(\cdot)$ sont linéairement homogènes, et ii) la fonction d'utilité directe $U(q)$ est une fonction additive des fonctions d'utilité partielles ($U(q) = u_1(q_1) + \dots + u_G(q_G)$).

ou

3. Une combinaison des conditions 1. et 2.

Ces restrictions sont relativement fortes.

La première condition implique que les parts budgétaires ($p_I' q_I' / D_I^*$) de chacun des biens d'un groupe B_I ne dépendent pas de la dépense affectée à ce groupe D_I^* , c'est-à-dire :

$$\frac{\partial q_i^I}{\partial D_i^*}(p_I, D_i^*) = 1, \quad \forall I \in \{1, \dots, G\}, \forall i \in \{1, \dots, n_I\} \quad (5)$$

La seconde condition revient à imposer une restriction plus forte que la séparabilité faible puisque l'additivité de la fonction d'utilité directe globale $U(q)$ par rapport aux utilités partielles $u_i(\cdot)$ caractérise la séparabilité forte des préférences. Cette hypothèse est restrictive comme le montre la relation de Pigou qui en découle :

$$\frac{\partial \ln h_i^I}{\partial \ln p_i^I}(p, U^*) \approx \Phi \frac{\partial \ln q_i^I}{\partial \ln D}(p, D), \quad \forall I \in \{1, \dots, G\}, \forall i \in \{1, \dots, n_I\} \quad (6)$$

De plus, bien que plus restrictive, cette seconde condition engendre une formalisation complexe assez difficile à mettre en oeuvre sur le plan économétrique (voir, par exemple, Yen et Roe, 1989 ; Michalek et Keyser, 1990 ; Moschini et Moro, 1993).

Historiquement, le problème de l'agrégation a d'abord été étudié à partir du mouvement général des prix (Deaton, 1986). Le théorème de Hicks permet d'agréger facilement deux variables parfaitement corrélées. En conséquence, si les éléments des p_I sont parfaitement corrélés deux à deux, alors le problème de la première étape de la budgétisation est naturellement résolu, quelle que soit la forme des fonctions $u_i(\cdot)$ et de $F(\cdot)$. En pratique, les conditions exactes d'applicabilité de ce théorème ne sont jamais vérifiées. Lewbel (1993) analyse une version plus souple de ce théorème et introduit la notion d'Agrégation Hicksienne Stochastique (AHS) lorsque les prix sont fortement, mais non parfaitement, corrélés. Nous analyserons, en conclusion, les avantages et inconvénients de l'AHS pour l'utilisation empirique du principe de budgétisation par étapes.

3. Budgétisation par étapes : une formalisation approchée

Les développements de cette section sont inspirés des travaux de Deaton et Muellbauer (1980b) et Deaton (1986). Ils concernent la construction d'indices de prix et de quantités utilisables pour l'étude des fonctions agrégées de demande. Les indices construits utiliseront, de façon classique, un système de prix de référence noté

$$p^{R^t} = (p_1^{R^t}, \dots, p_G^{R^t})$$

3.1. Construction du système agrégé de demande

La fonction de coût associée à la fonction d'utilité $u_i(\cdot)$ est notée $c_i(\cdot)$. Les indices de prix véritables exprimés dans le système de prix de référence p^R se déduisent de la relation suivante :

$$c_I(p_I, u_I) = c_I^R(p_I^R, u_I) \left[c_I(p_I, u_I) / c_I^R(p_I^R, u_I) \right] \quad (7)$$

Le terme $c_I^R(p_I^R, u_I)$ représente le coût monétaire d'accès au niveau d'utilité u_I dans le système de prix de référence. Il est une mesure du niveau d'utilité u_I et, par suite, un indice de volume de consommation. Le terme $c_I(p_I, u_I) / c_I^R(p_I^R, u_I)$ est le coût d'une unité de $c_I^R(p_I^R, u_I)$ dans le système de prix courant. Il est donc homogène à un indice de prix de $c_I^R(p_I^R, u_I)$. A partir de ces indices, il est alors possible de reformaliser la première étape de la budgétisation.

Les relations de dualité définies sur les représentations des préférences des groupes B_I permettent d'établir les identités suivantes :

$$D_I^* = p_I^t q_I(p_I, D_I^*) = c_I(p_I, u_I [q_I(p_I, D_I^*)]) = c_I(p_I, u_I^*), \quad \forall I = 1, \dots, G \quad (8)$$

En utilisant le théorème 2.2, le niveau optimal de chaque utilité partielle s'écrit comme :

$$u_I^* = u_I [q_I(p_I, D_I^*)] = u_I [q_I(p, D)], \quad \forall I = 1, \dots, G \quad (9)$$

La relation (9) signifie que chaque niveau optimal u_I^* peut être calculé de deux façons : i) il correspond au niveau de $u_I(\cdot)$ lorsque le programme de maximisation de l'utilité globale est résolu, et ii) il correspond également au niveau de $u_I(\cdot)$ lorsque cette utilité partielle est maximisée sous la contrainte budgétaire "partielle" $p_I^t q_I = D_I^*$. On a donc l'équivalence suivante :

$$q(p, D) \equiv \underset{q}{\text{Argmax}} F[u_I(q_I), \dots, u_G(q_G)] \quad \text{s.c.} \quad p^t q = D \quad (10a)$$

\Leftrightarrow

$$q(p, D)^t = (h_1(p_1, u_1^*)^t, \dots, h_G(p_G, u_G^*)^t) \quad (10b)$$

$$\text{où } (u_1^*, \dots, u_G^*) \equiv \underset{(u_1, \dots, u_G)}{\text{Argmax}} F[u_1, \dots, u_G] \quad \text{s.c.} \quad \sum_{I=1}^G c_I(p_I, u_I) = D \quad (10c)$$

Le programme (10c) correspond à l'étape d'agrégation. Il peut être réécrit de manière à faire apparaître les indices des prix et de quantités dérivés de (7). Toujours en utilisant les relations de dualité des représentations des préférences sur B_I , on a :

$$u_I = v_I [c_I^R(p_I^R, u_I), p_I^R], \quad \forall I = 1, \dots, G \quad (11)$$

où $v_I(\cdot)$ est la fonction d'utilité indirecte associée à $u_I(\cdot)$.

Le programme (10c) peut donc s'écrire comme :

$$\begin{aligned} & \underset{(u_1, \dots, u_G)}{\text{Max}} F \left[v_1 \left(c_1^R(p_1^R, u_1), p_1^R \right), \dots, v_G \left(c_G^R(p_G^R, u_G), p_G^R \right) \right] \\ & \text{s.c.} \quad \sum_{I=1}^G c_I^R(p_I^R, u_I) \left[c_I(p_I, u_I) / c_I^R(p_I^R, u_I) \right] = D \end{aligned} \quad (12a)$$

\Leftrightarrow

$$\begin{aligned} & \underset{(u_1, \dots, u_G)}{\text{Max}} H \left[c_1^R(p_1^R, u_1), \dots, c_G^R(p_G^R, u_G); p^R \right] \\ & \text{s.c.} \quad \sum_{I=1}^G c_I^R(p_I^R, u_I) \left[c_I(p_I, u_I) / c_I^R(p_I^R, u_I) \right] = D \end{aligned} \quad (12b)$$

où $F(u_1, \dots, u_G, p^R) = H(u_1, \dots, u_G, p^R)$.

Les différentes relations établies dans cette section 3.1 sont obtenues sous la seule hypothèse de séparabilité faible de la fonction d'utilité directe.

3.2. "L'approximation" de Deaton et Muellbauer et sa justification

Le programme (12b) est similaire à un programme de maximisation d'utilité standard si la relation suivante est vérifiée :

$$\frac{\partial \left(c_I(p_I, u_I) / c_I^R(p_I^R, u_I) \right)}{\partial u_I} = 0; \quad \forall I = 1, \dots, G \quad (13)$$

La condition (13) correspond à l'exogénéité des prix des biens composites considérés ici, c'est-à-dire les agrégats B_I . Lorsque la condition (13) est exactement vérifiée, le programme (12b) se réduit à :

$$\underset{(u_1, \dots, u_G)}{\text{Max}} \widehat{U}(Q_1, \dots, Q_G) \quad \text{s.c.} \quad \sum_{I=1}^G P_I Q_I = D \quad (14)$$

avec

$$\begin{aligned} Q_I &= c_I^R(p_I^R, u_I) \\ P_I &= c_I(p_I, u_I) / c_I^R(p_I^R, u_I) = P_I(p_I, p_I^R) \end{aligned}$$

D'après Deaton et Muellbauer (1980b, p. 132), la condition (13) est "approximativement" vérifiée empiriquement. Les dérivées $\partial P_I / \partial u_I$ sont donc "petites" ce qui justifie, du moins de manière approchée, la construction de systèmes de fonctions agrégées de demande tels qu'ils peuvent être dérivés du programme (14).

La relation (13) est exactement vérifiée si les préférences à l'intérieur des différents groupes de biens sont homothétiques ou quasi-homothétiques. Ces propriétés engendrent des restrictions fortes sur le comportement des consommateurs (cf. supra) qui semblent assez peu réalistes. Cette condition d'homothéticité est nécessaire et suffisante si on ne considère que la forme des préférences du consommateur.

Si les conditions du théorème des biens composites de Hicks sont vérifiées, alors la propriété générale d'homogénéité d'ordre un des fonctions de coût par rapport aux prix implique que la relation (13) est également exactement vérifiée. Or, on constate généralement que si les prix de biens "voisins" au sens de la séparabilité ne sont pas parfaitement corrélés deux à deux, ils le sont tout au moins fortement. Cette constatation a deux conséquences essentielles dans la construction de notre méthode. Elle justifie, de manière approchée, la relation (13) sur laquelle repose la construction du système agrégé et les calculs des élasticités de la section 3.3. De plus, comme le montrent Deaton and Muellbauer (1980b) et Deaton (1986), elle permet l'utilisation des indices de Paasche comme approximations des prix P_I . Il suffit d'écrire le développement de Taylor à l'ordre 2 de $c_I^R(p_I^R, u_I)$ en (p_I, u_I^*) :

$$c_I^R(p_I^R, u_I^*) = c_I(p_I, u_I^*) + \sum_{i=1}^{n_I} h_i^I (p_i^{IR} - p_i^I) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_I} \sum_{i=1}^{n_I} \frac{\partial h_i^I}{\partial p_j^I} (p_i^{IR} - p_i^I)(p_j^{IR} - p_j^I)$$

En utilisant la relation d'Engel définie sur le système des demandes des biens b_i^I , il apparaît clairement que le dernier terme du membre de droite de cette égalité est négligeable lorsque les p_i^I sont fortement corrélés. Dès lors, l'approximation du terme $c_I(p_I, u_I) / c_I^R(p_I^R, u_I)$ peut se faire par l'indice de prix de Paasche correspondant, indice immédiatement calculable à partir des données de prix et de quantité. Les travaux⁴ de Diewert (1983), Jorgenson and Slesnik (1983) et Génereux (1983) semblent montrer que cette approximation est justifiée.

La méthode approchée que nous proposons est donc basée sur une approximation qui est d'autant plus justifiée que les éléments de chaque $p_I, I = 1, \dots, G$, sont fortement corrélés deux à deux. Dans la section suivante, nous supposons donc que la relation (13) est (empiriquement) vérifiée et nous montrons comment il est alors possible de calculer les élasticités prix et revenu en prenant en compte comment les variations des prix des biens individualisés et du revenu total affectent la répartition de ce dernier entre les différents groupes.

⁴ Travaux cités par Lewbel.

3.3. Calcul des élasticités prix et revenu

Dans le cadre d'un processus de budgétisation en deux étapes, l'hypothèse de séparabilité faible des préférences permet la construction de G systèmes partiels de fonctions désagrégées de demande. La relation (13) permet, de manière approchée, la construction d'un système (à G équations) de fonctions agrégées de demande à partir des véritables indices qui peuvent être approximés par les indices de Paasche correspondants. Ces deux types de systèmes correspondent aux systèmes fréquemment estimés en pratique.

Dans cette section, nous établissons les formules qui permettent de calculer les élasticités prix et revenu de la demande des différents biens b_i^I sur la base des paramètres estimés des deux systèmes de fonctions - agrégées et désagrégées - de demande. Naturellement, si on ne s'intéresse qu'aux biens d'un groupe donné, disons G , seules les estimations du système partiel correspondant aux demandes de ces biens $b_g^G, g = 1, \dots, n_G$, et du système agrégé sont requises.

a. Calcul des élasticités prix compensées entre biens appartenant à des groupes différents $\left(\frac{\partial h_g^G(p, U^*)}{\partial p_i^I}, I \neq G \right)$

On utilise la relation suivante (Barten et Böhm) :

$$\forall g \in \{1, \dots, n_G\}, \forall i \in \{1, \dots, n_I\}, I \neq G,$$

$$\frac{\partial h_g^G(p, U^*)}{\partial p_i^I} = \lambda_{IG} \frac{\partial q_i^I(p_I, D_I^*)}{\partial D_I^*} \frac{\partial q_g^G(p_G, D_G^*)}{\partial D_G^*} \quad (15a)$$

$$\text{avec } \lambda_{IG} = \sum_{i=1}^{n_I} p_i^I \frac{\partial D_G^*}{\partial p_i^I} \Big|_{u=\text{cst}} \quad (15b)$$

Les deux derniers termes du membre de droite de l'équation (15a) s'obtiennent directement à partir des systèmes partiels des fonctions de demande correspondant aux groupes B_G et B_I , respectivement. Il nous reste à expliciter le calcul du paramètre λ_{IG} .

La relation (8) appliquée au groupe G s'écrit, en utilisant (14),

$$D_G^* = c_G(p_G, u_G^*) = P_G Q_G \quad (16a)$$

Si on considère le système agrégé, on a également :

$$Q_G(P_1, \dots, P_G, D) = H_G(P_1, \dots, P_G, U^*) \quad (16)$$

où $Q_I(\cdot)$ et $H_I(\cdot)$, $I = 1, \dots, G$, représentent les demandes Marshalliennes et Hicksiennes, respectivement, solution du programme (14).

On a donc :

$$\left. \frac{\partial D_G^*}{\partial p_i^I} \right|_{U=cst} = \left. \frac{\partial (P_G H_G)}{\partial p_i^I} \right|_{U=cst} \quad (17)$$

En utilisant la relation (13), (17) peut aussi s'écrire comme :

$$\left. \frac{\partial D_G^*}{\partial p_i^I} \right|_{U=cst} = \left. \frac{\partial [P_G(p_G, p_G^R) H_G(p_1, \dots, p_G, U^*)]}{\partial p_i^I} \right|_{U=cst} = P_G \left. \frac{\partial H_G}{\partial P_I} \frac{\partial P_I(p_1, p_i^R)}{\partial p_i^I} \right|_{U=cst} \quad (18)$$

Le terme $(\partial H_G / \partial P_I)$ est obtenu directement à partir du système agrégé. Il correspond à la variation de la demande Hicksienne de l'agrégat G suite à un changement de l'indice de prix de l'agrégat I. La relation (18) implique que l'impact de la variation du prix d'un bien du groupe B_I sur la demande d'un bien d'un groupe distinct B_G passe par l'effet sur l'indice de prix de l'agrégat B_I .

En utilisant l'hypothèse (13) et l'écriture de la fonction d'utilité globale sous l'hypothèse de séparabilité faible - $U = F(u_1, \dots, u_G)$ -, on a :

$$\left. \frac{\partial P_I}{\partial p_i^I} \right|_{U=cst} = \left. \frac{\partial P_I}{\partial p_i^I} \right|_{u_j=cst} \quad (19)$$

d'où :

$$\left. \frac{\partial P_I}{\partial p_i^I} \right|_{U=cst} = \frac{1}{c_i^R(p_i^R, u_i^*)} \left. \frac{\partial c_i(p_i, u_i^*)}{\partial p_i^I} \right|_{u_j} \quad (20)$$

En utilisant le lemme de Shephard, on a :

$$\left. \frac{\partial c_i(p_i^R, u_i^*)}{\partial p_i^I} \right|_{u_j=cst} = h_i^I(p_i, u_i^*) \quad (21)$$

Finalement, le paramètre λ_{IG} s'écrit donc :

$$\lambda_{IG} = \sum_{i=1}^n p_i^I \left. \frac{\partial D_G^*}{\partial p_i^I} \right|_{U=cst} = \sum_{i=1}^n p_i^I \frac{h_i^I(p_i, u_i^*)}{c_i^R(p_i^R, u_i^*)} P_G \frac{\partial H_G}{\partial P_I} = \frac{D_G^*}{Q_I} P_G \frac{\partial H_G}{\partial P_I} = P_I P_G \frac{\partial H_G}{\partial P_I} \quad (22)$$

En utilisant (15a) et (22), on a donc :

$$\frac{\partial h_g^G(p, U^*)}{\partial p_i^I} = P_I P_G \frac{\partial H_G}{\partial P_I} \frac{\partial q_i^I(p_I, D_I^*)}{\partial D_I^*} \frac{\partial q_g^G(p_G, D_G^*)}{\partial D_G^*} \quad (23a)$$

La relation (23a) peut aussi s'écrire en termes d'élasticités

$$\frac{\partial \ln h_g^G(p, U^*)}{\partial \ln p_i^I} = \frac{p_i^I q_i^I}{D_I^*} \frac{\partial \ln H_G}{\partial \ln P_I} \frac{\partial \ln q_i^I(p_I, D_I^*)}{\partial \ln D_I^*} \frac{\partial \ln q_g^G(p_G, D_G^*)}{\partial \ln D_G^*} \quad (23b)$$

b. Calcul des élasticités prix compensées entre biens appartenant à un même groupe

$$\left(\frac{\partial h_g^G(p, U^*)}{\partial p_k^G} \right)$$

La démarche est analogue et utilise, comme point de départ, les relations suivantes (Barten et Böhm) :

$$\forall k, g \in \{1, \dots, n_G\}$$

$$\frac{\partial h_g^G(p, U^*)}{\partial p_k^G} = \frac{\partial h_g^G(p_G, U_G^*)}{\partial p_k^G} + \lambda_{GG} \frac{\partial q_k^G(p_G, D_G^*)}{\partial D_G^*} \frac{\partial q_g^G(p_G, D_G^*)}{\partial D_G^*} \quad (24a)$$

$$\sum_{I=1}^G \lambda_{IG} = 0 \quad (24b)$$

Seul le terme λ_{GG} du membre de droite de l'équation (24a) est inconnu sur la base du système partiel des fonctions de demande du groupe B_G . Pour calculer ce terme, on utilise la propriété d'additivité (24b) et la relation (22). On a donc :

$$\sum_{I=1}^{G-1} \lambda_{IG} + \lambda_{GG} = 0 = \sum_{I=1}^{G-1} P_I P_G \frac{\partial H_G}{\partial P_I} + \lambda_{GG} = P_G \sum_{I=1}^{G-1} P_I \frac{\partial H_G}{\partial P_I} + \lambda_{GG} \quad (25)$$

L'application de la propriété d'additivité au système agrégé implique :

$$\sum_{I=1}^G P_I \frac{\partial H_G}{\partial P_I} = 0 \quad (26)$$

En reportant (26) dans (25), on a donc :

$$\lambda_{GG} = P_G P_G \frac{\partial H_G}{\partial P_G} \quad (27)$$

L'élasticité prix compensé entre deux biens appartenant à un même groupe s'écrit donc :

$$\frac{\partial \ln h_g^G(p, U^*)}{\partial \ln p_k^G} = \frac{\partial \ln h_g^G(p_G, u_G^*)}{\partial \ln p_k^G} \Big|_{u_G = \text{cst}} + \frac{q_k^G p_k^G}{D_G^*} \frac{\partial \ln H_G}{\partial \ln P_G} \frac{\partial \ln q_k^G(p_G, D_G^*)}{\partial \ln D_G^*} \frac{\partial \ln q_g^G(p_G, D_G^*)}{\partial \ln D_G^*} \quad (28)$$

Le premier terme du membre de droite de l'équation (28) correspond à un effet net de substitution au sein du groupe. Le second terme prend en compte la réallocation des dépenses partielles (ce deuxième effet est analogue à celui calculé dans le cas où les deux biens appartiennent à des groupes distincts). Dans le cas d'une élasticité prix propre, on retrouve le principe de Le Chatelier-Samuelson. Le second terme du membre de droite de (28) est alors non positif, et l'élasticité prix propre totale (c'est-à-dire quand on permet la réallocation des dépenses partielles) de la demande d'un bien est donc supérieure (en valeur absolue) à son équivalent calculé au sein du groupe (c'est-à-dire quand on ne permet pas la réallocation des dépenses partielles).

c. Calcul des élasticités revenu $\left(\frac{\partial q_g^G(p, D)}{\partial D} \right)$

Le calcul est plus simple dans le cas des élasticités revenu. L'hypothèse de séparabilité faible de la fonction d'utilité directe implique :

$$q_g^G(p, D) = q_g^G(p_G, D_G^*) \quad (29)$$

On a donc, en appliquant la dérivation en chaîne :

$$\frac{\partial q_g^G(p, D)}{\partial D} = \frac{\partial q_g^G(p_G, D_G^*)}{\partial D_G^*} \frac{\partial D_G^*}{\partial D} \quad (30)$$

Or,

$$D_G^* = P_G Q_G \quad (31)$$

En utilisant (13), on a alors :

$$\frac{\partial q_g^G(p, D)}{\partial D} = P_G \frac{\partial q_g^G(p_G, D_G^*)}{\partial D_G^*} \frac{\partial Q_G}{\partial D} \quad (32)$$

L'élasticité revenu de la demande d'un bien s'écrit finalement :

$$\frac{\partial \ln q_g^G(p, D)}{\partial \ln D} = \frac{\partial \ln q_g^G(p_G, D_G^*)}{\partial \ln D_G^*} \frac{\partial \ln Q_G}{\partial \ln D} \quad (33)$$

Nous retrouvons ainsi la formule utilisée par Bieri et De Janvry (1972), De Janvry et al. (1972), Manser (1976) et Fulponi (1989), par exemple.

d. Discussion et illustration empirique

Les formules (23), (28) et (33) permettent donc de calculer les élasticités prix compensées et les élasticités revenu de demande des biens dans un modèle à deux étages défini sous l'hypothèse de séparabilité faible de la fonction d'utilité directe et en supposant que les prix des biens composites sont exogènes, au moins empiriquement. Il est facile d'obtenir les formules correspondant aux élasticités prix non compensées et de généraliser la méthode à un processus de budgétisation en un nombre d'étapes supérieur à deux.

Ces formules peuvent être interprétées de la façon suivante, en commençant par l'élasticité revenu. Une variation du revenu total n'intervient que par l'effet de réallocation des dépenses partielles qu'elle induit (formule (33)). La variation du prix d'un bien n'intervient également sur les demandes des biens des groupes différents par la réallocation des dépenses partielles (formule (23)). A cet effet, s'ajoute un effet direct lorsque l'on considère les élasticités prix entre deux biens appartenant à un même groupe.

Ces formules montrent tout l'intérêt qu'il y a à spécifier la première étape de la budgétisation même lorsqu'on ne s'intéresse qu'à un groupe de biens donné. En effet, il n'y a aucune raison, a priori, pour que la réallocation des dépenses partielles soit limitée, c'est-à-dire que le terme

$$\frac{q_k^G p_k^G}{D_G^*} \frac{\partial \ln H_G}{\partial \ln P_G} \frac{\partial \ln q_k^G(p_G, D_G^*)}{\partial \ln D_G^*} \frac{\partial \ln q_s^G(p_G, D_G^*)}{\partial \ln D_G^*}$$

soit nul ou proche de zéro. C'est d'ailleurs dans ce contexte que l'on voit l'intérêt de cette méthode approchée qui ne requiert que l'estimation de deux systèmes de fonctions de demande qui n'ont, tous deux, qu'un nombre limité d'équations. Il convient cependant de souligner que cette méthode d'estimation des élasticités est moins efficace que celles qui s'appuient sur un système d'équations décrivant complètement le processus de budgétisation par étapes. Mais, bien que s'appuyant sur une approximation, elle n'impose a priori aucune restriction (hormis l'hypothèse de séparabilité faible en accord avec la partition choisie) sur la forme des fonctions d'utilité des consommateurs.

La discussion précédente peut être illustrée à l'aide de l'exemple suivant basé sur l'estimation d'un système complet de demande de produits alimentaires en supposant, i) que la fonction d'utilité directe est fortement séparable par rapport à la partition corps gras (beurre et huiles végétales) - autres biens alimentaires, et ii) que la fonction d'utilité directe définie sur les autres biens alimentaires est faiblement séparable par rapport à la partition groupe des produits

laitiers - groupe des viandes - groupe des conserves - groupe des boissons - groupe des autres biens alimentaires. La première étape de la budgétisation correspond donc à l'estimation du système de demande des cinq agrégats définis ci-dessus. La seconde étape correspond alors à l'estimation de systèmes partiels pour chacun de ces cinq groupes. Les différents modèles sont estimés sur données annuelles françaises pour la période 1970-90 (INSEE, 1989, 1991). L'attention est centrée sur le groupe des produits laitiers, la démarche se généralisant immédiatement aux autres groupes.

Le système des fonctions de demandes conditionnelles de produits laitiers est estimé sous la forme d'un système LA-AIDS (Deaton et Muellbauer) par la méthode du maximum de vraisemblance en imposant les restrictions de symétrie et d'homogénéité. Les élasticités prix compensées partielles (c'est-à-dire à niveau des dépenses en produits laitiers donné) sont présentées dans le tableau 1.

(insérer tableau 1)

Le système des fonctions des demandes des agrégats de biens alimentaires est également estimé sous la forme d'un système LA-AIDS, toujours par la méthode du maximum de vraisemblance et en imposant les contraintes de symétrie et d'homogénéité. Les indices de prix des différents agrégats sont des indices de Paasche. Les élasticités prix compensées dérivées de ce système sont présentées dans le tableau 2 (ces élasticités sont également conditionnelles dans le sens où elles sont calculées à dépenses en biens alimentaires - hors corps gras - données).

(insérer tableau 2)

Les formules (23) et (28) sont ensuite utilisées pour calculer les élasticités prix compensées des différents produits laitiers distingués, à dépenses en biens alimentaires - hors corps gras - données. Les élasticités prix entre les différents produits laitiers sont calculées directement en utilisant la formule (28). Les élasticités prix croisées entre les différents produits laitiers et les agrégats sont calculées sur la base de la formule (23), modifiée pour tenir compte du fait que ces élasticités sont calculées par rapport au prix d'un agrégat et non par rapport au prix d'un bien individualisé appartenant à un autre groupe que celui des produits laitiers. Dans ce cas, la formule (23) se réduit à :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln h_g^G(p, U^*)}{\partial \ln P_l} &= \frac{p_l q_l}{D_l^*} \frac{\partial \ln H_G}{\partial \ln P_l} \frac{\partial \ln Q_l}{\partial \ln D_l^*} \frac{\partial \ln q_g^G}{\partial \ln D_G^*} \\ &= \frac{\partial \ln H_G}{\partial \ln P_l} \frac{\partial \ln q_g^G}{\partial \ln D_G^*} \end{aligned} \quad (34)$$

où g représente un produit laitier (glaces, lait liquide, produits frais, fromages et autres produits laitiers), G le groupe des produits laitiers, et I les autres groupes (viandes fraîches, conserves, boissons et autres produits alimentaires). Un calcul similaire peut être fait pour les élasticités revenu sur la base de la formule (33). Les résultats sont présentés dans le tableau 3.

(insérer tableau 3)

On note, en premier lieu, que le principe de Le Chatelier-Samuelson est vérifié : l'élasticité prix propre définie à dépenses en biens alimentaires données est inférieure à son équivalent calculé dans le groupe des produits laitiers, c'est-à-dire à dépenses partielles en produits laitiers données. Ces élasticités prix propres peuvent être sensiblement modifiées (cf., en particulier, celle des produits frais). De même, les ordres de grandeur des élasticités prix croisées entre produits laitiers peuvent être sensiblement différents (cf., par exemple, les élasticités prix croisées entre les glaces et les autres produits, ou entre les produits frais et les fromages)⁵. Conformément à l'hypothèse de séparabilité faible décrite ci-dessus, les produits laitiers ont tous, par rapport à un agrégat donné, la même relation de substitution-complémentarité. Les élasticités revenu sont également modifiées de manière substantielle. Les élasticités revenu des glaces et des produits frais semblent trop élevées. Soulignons cependant que Fulponi obtient une élasticité revenu du groupe des laitages par rapport aux dépenses alimentaires de 1.89 (2.21 dans notre étude). De plus, il est important de rappeler le caractère purement exploratoire de cette illustration. Nous n'avons pas cherché, par exemple, à tester la validité de la structure des préférences utilisée. Notons d'ailleurs que la séparabilité est une hypothèse qu'il est difficile de tester d'une manière forte (Lewbel).

4. Conclusion

Le problème pratique posé par l'estimation de systèmes flexibles de demande sur séries temporelles est celui du nombre de degré de liberté. La réponse traditionnelle à ce problème est d'imposer des restrictions supplémentaires aux préférences (plus exactement à la structure des préférences), l'hypothèse la plus fréquemment employée étant celle de la séparabilité. Cette dernière hypothèse simplifie le problème du consommateur en permettant la budgétisation à étapes ou étages. La séparabilité faible de la fonction d'utilité directe est une condition nécessaire et suffisante pour définir des fonctions de demande conditionnelles, c'est-à-dire pour définir le second étage de la budgétisation. Mais des restrictions additionnelles sont nécessaires pour définir la première étape, conditions établies par Gorman et connues sous le terme générique de condition d'agrégation parfaite des prix.

⁵ Il faut cependant noter que nous n'avons pas calculé les variances des différentes élasticités.

Dans ce papier, nous avons proposé un cadre approché qui permet de définir cette première étape sous la seule hypothèse de séparabilité faible des préférences. Nous utilisons l'approximation selon laquelle la variation du véritable indice du prix d'un agrégat par rapport à l'utilité que procure cet agrégat est "petite". Cette approximation peut être justifiée par la propriété, généralement observée, que les prix à l'intérieur d'un agrégat sont fortement corrélés deux à deux (Lewbel, 1993), c'est-à-dire par le "mouvement général des prix" (Deaton et Muellbauer, 1980b). De plus, il est alors possible d'utiliser comme approximations des vrais indices du coût de la vie les indices de Paasche et de Laspeyres. Nous avons ensuite montré comment il est possible, dans ce cadre approché, de calculer les élasticités prix et revenu dans un système à étages. L'illustration empirique, basée sur la demande de produits alimentaires en France sur données annuelles 1970-90, et plus particulièrement sur la demande des différents produits laitiers, confirme i) le caractère opérationnel de la méthode, et ii) l'importance qu'il y a à considérer non pas les dépenses partielles, mais les dépenses totales non seulement quand on s'intéresse aux élasticités revenu mais aussi aux élasticités prix. Le premier point est bien connu ; le second est souvent ignoré.

La principale limite de ce cadre approché est que l'approximation utilisée est d'autant plus satisfaisante que les prix, dans un agrégat donné, sont fortement corrélés deux à deux. Cette multicollinéarité permet de résoudre les problèmes de l'estimation des systèmes de première étape, mais elle crée des problèmes de robustesse (ce problème se pose également si on adopte les conditions de Gorman). A ce propos, il est intéressant de souligner que Deaton et Muellbauer (1980a) justifient la linéarisation de leur modèle AIDS (définition du modèle LA-AIDS par l'emploi de l'indice de Stone) également par la multicollinéarité des prix. D'autre part, Lewbel introduit le concept d'Aggregation Hicksienne Stochastique qui permet d'estimer la demande d'un groupe de biens sans supposer la séparabilité de l'utilité directe. Ce concept ne requiert qu'une "propriété unique, habituelle : qu'à l'intérieur d'un groupe, les prix soient fortement corrélés deux à deux" (Lewbel, 1993, p. 17). Enfin, notons que Moschini et al. (1992) résolvent le problème du nombre de degrés de liberté en spécifiant un système flexible pour l'ensemble des biens, système sur lequel ils imposent les restrictions paramétriques imposées par l'hypothèse de séparabilité. Cette approche permet naturellement de résoudre le problème de la budgétisation de première étape et de s'affranchir du problème de l'endogénéité des dépenses. Par rapport à notre cadre approché, elle nécessite l'estimation de systèmes potentiellement très grands sous des contraintes fortement non linéaires.

De plus, il est important de souligner que si les préférences définies sur les B_j ne sont pas quasi-homothétiques, alors les dépenses partielles D_j^* sont des variables endogènes dans les fonctions désagrégées de demande des biens b_j^i (LaFrance, 1991). Notre méthode ne permet donc pas de résoudre le problème de l'endogénéité potentielle des dépenses partielles.

Tableau 1. Elasticités prix et revenu des différents produits laitiers (élasticités prix compensées, élasticités calculées pour des dépenses en produits laitiers données)

Quantités	Prix					Revenu partiel
	Glaces	Lait liquide	Produits frais	Fromages	Autres produits laitiers	
Glaces	-0,66	1,06	-1,36	0,66	0,30	2,42
Lait liquide	0,31	-0,19	-0,36	0,64	-0,40	0,31
Produits frais	-0,46	-0,43	-0,38	0,46	0,81	2,50
Fromages	0,11	0,37	0,23	-0,70	-0,01	0,53
Autres produits laitiers	0,06	-0,30	0,51	-0,01	-0,27	0,85

Tableau 2. Elasticités prix et revenu des différents agrégats alimentaires (élasticités prix compensées, élasticités calculées pour des dépenses alimentaires données)

	Prix					dépenses alimentaires
	Laitages	Viandes fraîches	Conserves	Boissons	Autres	
Laitages	-0,26	0,08	0,16	-0,05	0,07	2,21
Viandes fraîches	0,06	-0,26	0,06	0,12	0,02	0,30
Conserves	0,07	0,04	-0,21	0,03	0,07	1,11
Boissons	-0,10	0,35	0,15	-0,48	0,08	1,56
Autres	0,04	0,02	0,09	0,02	-0,17	0,60

Tableau 3. Elasticités prix et revenu des différents produits laitiers (élasticités prix compensées, élasticités calculées pour des dépenses alimentaires données)

	Prix									Revenu (dépenses alimentaires)
	Glaces	Lait liquide	Produits frais	Fromage	Produits associés	Viandes fraîches	Conserves	Boissons	Autres	
Glaces	-0,75	1,02	-1,62	0,55	0,16	0,19	0,39	-0,12	0,17	5,35
Lait liquide	0,30	-0,19	-0,39	0,63	-0,42	0,02	0,05	-0,02	0,02	0,68
Produits frais	-0,55	-0,47	-0,64	0,35	0,67	0,20	0,40	-0,13	0,18	5,52
Fromages	0,09	0,36	0,17	-0,72	-0,04	0,04	0,08	-0,03	0,04	1,17
Autres produits laitiers associés	0,03	-0,31	0,42	-0,05	-0,32	0,07	0,14	-0,04	0,06	1,88

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Barten, A. P. et Böhm, V. (1982). - "Consumer Theory", *Handbook of Mathematical Economics*, Vol II, Arrow and Intriligator eds., North-Holland.
- Bieri, J. et De Janvry, A. (1972). - "Empirical Analysis of Demand under Consumer Budgeting", *Giannini Foundation Monograph 30*.
- Blackorby, C., Primont, D. et Russell, R. R. (1978). - *Duality, Separability, and Functional Structure: Theory and Economic Applications*, North-Holland.
- Blundell, R. (1988). - "Consumer Behaviour: Theory and Empirical Evidence - A Survey", *The Economic Journal*, 98, p. 16-65.
- Chalfant, J. A. et Gallant, A. R. (1985). - "Estimating Substitution Elasticities with the Fourier Cost Function", *Journal of Econometrics*, 28, p. 202-222.
- Diewert, W. E. (1983). - "The Theory of the Cost-of-Living Index and the Measurement of Welfare", *Price Level Measurement: Proceedings from a Conference Sponsored by Statistics Canada*, Diewert and Montmarquette eds., Ministry of Supply and Services Canada.
- De Janvry, A., Bieri, J. et Nunez, A. (1972). - "Estimation of Demand under Consumer Budgeting: An Application to Argentina", *American Journal of Agricultural Economics*, 54, p. 422-430.
- Deaton, A. (1986). - "Demand Analysis", *Handbook of Econometrics*, Vol III, Griliches and Intriligator eds., Elsevier Science Publishers.
- Deaton, A. et Muellbauer, J. (1980a). - "An Almost Ideal Demand System", *American Economic Review*, 70, 312-326.
- Deaton, A. et Muellbauer, J. (1980b). - *Economics and Consumer Behaviour*, Cambridge University Press.
- Fulponi, L. (1989). - "The AIDS: An Application to Food and Meat Groups to France", *Journal of Agricultural Economics*, 40, p. 82-92.
- Genereux, P. A. (1983). - "Impact of the Choice of Formulae on the Canadian Consumer Price Index", *Price Level Measurement: Proceedings from a Conference Sponsored by Statistics Canada*, Diewert and Montmarquette eds., Ministry of Supply and Services Canada.
- Goldman, S. et Uzawa, H. (1964). - "A Note on Separability in Demand Analysis", *Econometrica*, 32, p. 387-398.
- Gorman, W. M. (1959). - "Separable Utility and Aggregation", *Econometrica*, 27, p. 469-481.
- INSEE (1989). - *Consommation des ménages 1970-1987*, Serie M, 131.
- INSEE (1991). - "La consommation des ménages en 1990", *INSEE résultats*, 133-134.
- Jorgenson, D. W. et Slesnick, D. T. (1983). - "Individual and Social Cost of Living Indices", *Price Level Measurement: Proceedings from a Conference Sponsored by Statistics Canada*, Diewert and Montmarquette eds., Ministry of Supply and Services Canada.

- LaFrance, J. (1991). - "When is Expenditure "Exogeneous" in Separable Demand Models?", *Western Journal of Agricultural Economics*, 16, p. 49-62.
- Lewbel, A. (1993). - "Stochastic Hicksian Aggregation with an Application to Grouping Goods Without Separable Utility", *Annales d'Economie et de Statistique*, 29, p. 17-42.
- Manser, M. E. (1976). - "Elasticities of demand for Food: An Analysis using Non-Additive Utility Functions Allowing for Habit Formation", *Southern Economic Journal*, 43, p. 879-891.
- Michalek, J. et Keyzer, M. A. (1992). - "Estimation of Two-Stage LES-AIDS Consumer Demand System for Eight EC Countries", *European Review of Agricultural Economics*, 19, p. 137-163.
- Moschini, G., Moro, D. et Green, R. (1992). - "Maintaining and Testing Separability in Demand Systems", *Working Paper*, Department of Economics, Iowa State University, Ames.
- Moschini, G. et Moro, D. (1993). - "A Food Demand System For Canada", *Technical Report 1/93*, Agriculture Canada.
- Roe, T. L. et Yen, S. T. (1989). - "Estimation of a Two-Level Demand System with Limited Dependent Variables", *American Journal of Agricultural Economics*, 71, p. 85-98.
- Strotz, R. H. (1957). - "The Empirical Implications of an Utility Tree", *Econometrica*, 25, p. 269-280.

DOCUMENTS DE TRAVAIL

Février 1994

- 90-01 L'IMPACT DE LA PROPOSITION AMERICAINE AU GATT SUR LES AGRICULTURES DE LA CEE ET DES USA. Hervé Guyomard, Louis-P. Mahé, Christophe Tavéra (1990).
- 90-02 AGRICULTURE IN THE GATT : A QUANTITATIVE ASSESSMENT OF THE US 1989 PROPOSAL. Hervé Guyomard, Louis-P. Mahé, Christophe Tavéra (1990).
- 90-03 EC-US AGRICULTURAL TRADE RELATIONS : DO POLITICAL COMPROMISES EXIST ? Louis-P. Mahé, Terry L. Roe (1990).
- 90-04 ANALYSE MICRO-ECONOMIQUE DE L'EXPLOITATION AGRICOLE. Catherine Benjamin (1990).
- 90-05 PSE, AMS AND THE CREDIT FOR SUPPLY MANAGEMENT POLICIES IN THE GATT NEGOTIATIONS (application to the EC case). Hervé Guyomard, Louis-P. Mahé (1990).
- 90-06 COMPLETING THE EUROPEAN INTERNAL MARKET AND INDIRECT TAX HARMONIZATION IN THE AGRICULTURAL SECTOR. Hervé Guyomard, Louis-P. Mahé (1990).
- 90-07 ALIMENTATION ANIMALE ET DYNAMIQUE DES PRIX DES MATIERES PREMIERES SUR LE MARCHE FRANCAIS. Yves Dronne, Christophe Tavéra (1990).
- 91-01 ECONOMIC BEHAVIOUR OF AGRICULTURAL HOUSEHOLDS : IMPLICATIONS OF ASSUMING PERFECT SUBSTITUTABILITY BETWEEN LABOURS. Catherine Benjamin, Hervé Guyomard (1991).
- 91-02 LIMITATION DES IMPORTATIONS EUROPEENNES DE SUBSTITUTS DES CEREALES : IMPACT BUDGETAIRE ET DE BIEN-ETRE ECONOMIQUE. Chantal Le Mouel (1991).
- 91-03 L'EVOLUTION DE LA POLITIQUE AGRICOLE COMMUNE ET SON IMPACT SUR LES PRODUCTIONS ET REGIONS AGRICOLES FRANCAISES. Hervé Guyomard, Yves Léon (1991).
- 91-04 PUBLIC INPUTS, ALLOCATABLE FIXED FACTORS AND THE THEORY OF THE MULTIPRODUCT FIRM : A CLARIFICATION. Hervé Guyomard (1991).
- 91-05 LA REFORME DE LA PAC : Une révolution ou un grand pas dans la bonne direction ? Hervé Guyomard, Louis-P. Mahé (1991).
- 92-01 LA POLITIQUE AGRICOLE COMMUNE DANS L'ETAU DE L'URUGUAY ROUND. Hervé Guyomard, Louis-P. Mahé (1991).
- 92-02 TRADE COMPROMISES BETWEEN THE EC AND THE US : An Interest Group - Game Theory Approach. Martin Johnson, Louis-P. Mahé, Terry Roe (1992).
- 92-03 LE PROJET Mac SHARRY : facteurs de sensibilité du débouché céréaliier communautaire. Hervé Guyomard, Louis-P. Mahé (1992).
- 92-04 JOINT DECISION IN LABOUR SUPPLY AND DEMAND BEHAVIOUR : AN ANALYSIS OF FRENCH AGRICULTURAL HOUSEHOLDS. Catherine Benjamin, Hervé Guyomard (1992).
- 92-05 MODELE DE TRANSMISSION DES PRIX GARANTIS DE CEREALES DANS LA COMMUNAUTE ECONOMIQUE EUROPEENNE : DEVELOPPEMENTS THEORIQUE ET APPLICATION A LA FRANCE. Yves Surry (1992).

- 92-06 IMPORT TARIFFS, DOMESTIC DISTORTIONS AND "MARKET LINKAGES". Chantal Le Mouel (1992).
- 93-01 CONSEQUENCES DE LA REFORME DE LA PAC SUR L'AGRICULTURE BRETONNE. Anne-Marie Pelherbe (1992).
- 93-02 LA REFORME DE LA PAC ET LES NEGOCIATIONS DU GATT - QUELLE COMPATIBILITE ? Hervé Guyomard et Louis Pascal Mahé (juin 1992).
- 93-03 THE EC AND US AGRICULTURAL TRADE CONFLICT AND THE GATT ROUND : PETTY MULTILATERALISM ? Hervé Guyomard, Louis-P. Mahé, Terry Roe (1993).
- 93-04 DECISIONS DE TRAVAIL DES MENAGES AGRICOLES FRANCAIS. C. Benjamin, Alessandro Corsi, Hervé Guyomard (1993).
- 93-05 PSE AND DISTORTING AGGREGATE MEASURE OF SUPPORT IN THE CONTEXT OF PRODUCTION QUOTAS. Hervé Guyomard and Louis-P. Mahé (1993).
- 93-06 IS A PRODUCTION QUOTA PARETO SUPERIOR TO PRICE SUPPORT ONLY ? Hervé Guyomard and Louis-P. Mahé (1993).
- 93-07 PRODUCER BEHAVIOUR UNDER RATIONING WITH TRADABLE RIGHTS. Hervé Guyomard and Louis-P. Mahé (1993).
- 93-08 CALCUL DES ELASTICITES PRIX ET REVENU SOUS HYPOTHESE DE BUDGETISATION PAR ETAPES : une méthode approchée. Alain Carpentier et Hervé Guyomard (1993).