



HAL
open science

Estimation des propriétés thermiques et radiatives de liquides à haute température par méthode inverse

Johann Meulemans, Vincent Schick, Benjamin Remy

► **To cite this version:**

Johann Meulemans, Vincent Schick, Benjamin Remy. Estimation des propriétés thermiques et radiatives de liquides à haute température par méthode inverse. Congrès Français de Thermique, May 2017, Marseille, France. hal-01573536

HAL Id: hal-01573536

<https://hal.science/hal-01573536>

Submitted on 9 Aug 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Estimation des propriétés thermiques et radiatives de liquides à haute température par méthode inverse

Johann MEULEMANS^{1,2*}, Vincent SCHICK² & Benjamin REMY²

¹ Saint-Gobain Recherche, 39 quai Lucien Lefranc, B.P. 135, F-93303 Aubervilliers Cedex

² Laboratoire d’Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMTA – CNRS UMR 7563)

2 avenue de la Forêt de Haye, B.P. 90161, F-54505 Vandoeuvre Cedex

*(auteur correspondant : johann.meulemans@saint-gobain.com)

Résumé - Une méthode pulsée est utilisée pour estimer les propriétés thermiques et radiatives des matériaux semi-transparents à l’état liquide à haute température (i.e., pour des températures supérieures à 1000 °C). Le modèle direct développé prend en compte le caractère tridimensionnel des transferts thermiques et néglige les transferts thermiques convectifs dans le liquide car les nombres de Rayleigh sont suffisamment faibles. Le couplage conducto-radiatif est traité à l’aide de la méthode des harmoniques sphériques (P_N). L’identifiabilité des propriétés thermiques et radiatives est investiguée à l’aide d’une étude de sensibilité aux paramètres suivants : la diffusivité thermique, le coefficient de pertes thermiques, l’épaisseur optique, le nombre de Planck, l’émissivité interne des parois et la valeur maximum du thermogramme. Une étude stochastique de l’estimation des paramètres est ensuite menée à partir de thermogrammes bruités générés avec le modèle direct conducto-radiatif.

Nomenclature

| | | | |
|-----------------------|--|-----------------------------|--|
| a | diffusivité thermique, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ | λ | conductivité thermique, $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ |
| c | chaleur spécifique, $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ | ρ | masse volumique, kg m^{-3} |
| e | épaisseur, m | σ | constante de Stefan-Boltzmann, $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$ |
| h | coefficient d’échange, $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ | σ | écart-type |
| K | amplitude, K | Σ | sensibilité, u.a. |
| n | indice de réfraction | τ_0 | épaisseur optique |
| N_{Pl} | nombre de Planck | <i>Indices et exposants</i> | |
| S | sensibilité, u.a. | * | quantité adimensionnelle |
| t | temps, s | c | cellule |
| T | température, K | est | estimation |
| <i>Symboles grecs</i> | | i, j | indice |
| β | vecteur de paramètres | nom | valeur nominale |
| ε | émissivité | res | résidu |
| θ | température adimensionnelle | sim | simulation |
| κ | coefficient d’absorption, m^{-1} | | |

1. Introduction

Des travaux précédents menés au sein du LEMTA [1, 2, 3] ont démontré la faisabilité de la mesure de la conductivité thermique *phonique* des matériaux semi-transparents émettant, absorbant et non diffusant à l’état liquide à l’aide d’une méthode flash adaptée. Néanmoins, les modèles directs utilisés jusqu’à présent pour réaliser l’estimation de la conductivité thermique *phonique* ne sont adaptés qu’à des cas asymptotiques particuliers : milieux optiquement minces ou épais. Or, le cas de milieux d’épaisseurs optiques intermédiaires (i.e., comprises entre 0,5 et 5 environ) est le plus fréquent pour les liquides silicatés qui nous intéressent dans ces travaux. Par ailleurs, l’utilisation de ces modèles nécessite de connaître les propriétés optiques des matériaux (i.e., indice de réfraction et coefficient d’extinction) afin de s’assurer de leur validité

et d'estimer les propriétés thermiques *intrinsèques*. Ces données ne sont pas toujours disponibles et nécessitent des mesures par spectrophotométrie IR à haute température. Dans le cas de milieux optiquement épais, l'estimation d'une conductivité thermique *phonique* à partir de la conductivité thermique *apparente* identifiée avec un modèle conductif dépendra du choix de l'approximation utilisée pour le calcul de la conductivité thermique *radiative* [4, 5, 6].

On souhaite ainsi prendre en compte le couplage conducto-radiatif dans le modèle direct utilisé pour l'inversion en résolvant de manière combinée l'équation de la chaleur en régime transitoire et l'équation du transfert radiatif (ETR) pour un milieu gris émettant, absorbant et non diffusant. La difficulté est d'avoir un modèle général valable pour différents coefficients d'absorption (i.e., différentes épaisseurs optiques du milieu) et peu « gourmand » en temps de calcul et espace mémoire.

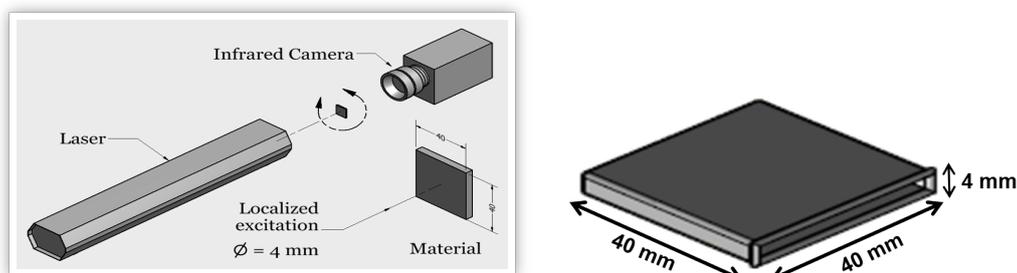
Le modèle choisi ici est la méthode des harmoniques sphériques [7], notée P_N , et plus particulièrement l'approximation P_1 [8]. P_1 est un très bon compromis précision/« coût » par rapport à la méthode des Ordonnées Discrètes [9], i.e. une seule équation différentielle à résoudre sur le rayonnement incident, pas de précaution particulière à prendre concernant le maillage et un coût de calcul légèrement supérieur à l'utilisation de l'approximation de Rosseland [4].

L'objectif de cet article est de mener une étude de sensibilité [10] afin de déterminer quels paramètres thermophysiques ou radiatifs peuvent être identifiés et sous quelles conditions. Cette étude est menée pour un milieu semi-transparent émettant, absorbant et non diffusant, soumis à un flash « face avant ». C'est à partir des thermogrammes en « face arrière » que l'identifiabilité des paramètres va être étudiée. Une étude stochastique de l'estimation des paramètres est ensuite menée à partir de thermogrammes bruités générés avec le modèle direct conducto-radiatif.

2. Matériaux et méthodes

2.1. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est basé sur la méthode flash. L'échantillon est soumis à une excitation de type créneau délivrée par un laser CO_2 pendant quelques secondes sur la face avant (cf. Figure 1). L'élévation de température de l'échantillon qui en résulte est mesurée sur la face arrière à l'aide d'une caméra infrarouge (InSb $1,5 - 5,1 \mu\text{m}$). Les échantillons liquides sont placés dans une cellule de mesure, optimisée, en Pt/Rh 10% ($40 \times 40 \times 6 \text{ mm}^3$, parois de 1 mm d'épaisseur). On renvoie le lecteur aux références [1, 2, 3] pour la description détaillée du dispositif expérimental.



(a) Schéma de principe du dispositif expérimental

(b) Cellule de mesure en Pt/Rh 10%

Figure 1: *Dispositif expérimental*

2.2. Modélisation du problème direct

Le modèle direct développé prend en compte le caractère tridimensionnel des transferts thermiques et néglige les transferts thermiques convectifs dans le liquide car les nombres de Rayleigh sont suffisamment faibles. On renvoie le lecteur aux références [1, 2, 3] pour plus de détails. Le modèle direct conducto-radiatif avec l'approximation P_1 est implémenté dans ANSYS Fluent v14.5 à l'aide de fonctions utilisateurs. L'excitation de type créneau délivrée par le laser étant centrée sur la cellule de mesure, on a un plan de symétrie vertical au centre du domaine de calcul. Celui-ci est discrétisé en espace à l'aide d'un maillage composé de 307 200 hexaèdres réguliers (i.e., $dx = 0,25$ mm). On utilise des schémas numériques du second ordre. Un pas de temps fixe de 50 ms a été choisi pour un temps physique total de 30 s, soit 600 pas de temps. Le choix des discrétisations spatiales et temporelles s'est appuyé sur une étude systématique pour évaluer *a posteriori* l'indépendance des solutions obtenues vis-à-vis des discrétisations. Par souci de brièveté, les résultats de cette étude ne sont pas présentés ici.

2.3. Etude de sensibilité

L'identifiabilité des propriétés thermiques et radiatives est investiguée à l'aide d'une étude de sensibilité aux paramètres suivants : la diffusivité thermique, le coefficient de pertes thermiques, l'épaisseur optique ($\tau_0 = \kappa e$), le nombre de Planck ($N_{Pl} = \lambda \kappa / 4n^2 \sigma T_0^3$), l'émissivité interne des parois et la valeur maximum du thermogramme. Ce dernier paramètre permet d'estimer la qualité des normalisations réalisées [11].

On supposera les grandeurs suivantes connues : l'épaisseur de l'échantillon $e = 4$ mm, l'indice de réfraction de l'échantillon $n = 1,467$; la conductivité thermique et la capacité thermique du matériau de la cellule de mesure ($\lambda_c = 72$ W m⁻¹ K⁻¹, $(\rho c)_c = 3,6$ MJ m⁻³ K⁻¹) et la température initiale de l'échantillon $T_0 = 1600$ K.

Les valeurs nominales des paramètres sont reportées dans la Table 1. On étudie quatre cas correspondant à des épaisseurs optiques et des nombres de Planck différents avec des parois grises réfléchissantes. Les valeurs nominales choisies pour les paramètres correspondent à la configuration du dispositif expérimental (dimensions, matériau de la cellule de mesure) et à des propriétés thermo-physiques et radiatives proches de celles des liquides silicatés qui nous intéressent dans ces travaux.

| Cas | Paramètres | | | | | |
|-----|--|--|----------|----------|---------------|-----|
| | a mm ² s ⁻¹ | h W m ⁻² K ⁻¹ | τ_0 | N_{Pl} | ε | K |
| 1 | 0,5 | 200 | 0,5 | 0,125 | 0,1 | 1 |
| 2 | 0,5 | 200 | 1 | 0,25 | 0,1 | 1 |
| 3 | 0,5 | 200 | 5 | 1,25 | 0,1 | 1 |
| 4 | 0,5 | 200 | 10 | 2,50 | 0,1 | 1 |

Tableau 1: Valeurs nominales des paramètres

A partir des valeurs nominales choisies, on déduit les valeurs des grandeurs physiques suivantes : le coefficient d'absorption, la conductivité thermique et la capacité thermique de l'échantillon. Le coefficient d'absorption est calculé à partir de l'épaisseur optique ($\kappa = \tau_0/e$), la conductivité thermique est calculée à partir du nombre de Planck et du coefficient d'absorption ($\lambda = 4n^2 \sigma T_0^3 N_{Pl} / \kappa$), la capacité thermique est ensuite calculée à partir de la conductivité thermique et de la diffusivité thermique ($\rho c = \lambda/a$). Un autre choix de paramétrisation du modèle aurait été de faire varier la température T_0 pour faire varier le nombre de Planck

indépendamment de l'épaisseur optique.

On calcule les sensibilités réduites (cf. Equations 1 à 3) à partir des thermogrammes simulés avec le modèle direct conducto-radiatif en utilisant un schéma aux différences centrées du 1^{er} ordre. L'incertitude relative liée à chaque paramètre ainsi que les corrélations entre les paramètres peuvent être visualisées de manière compacte à l'aide la matrice $V_{cor}(\beta)$ [12] calculée à partir des sensibilités réduites Σ_{β}^* . La diagonale de la matrice $V_{cor}(\beta)$ correspond aux écarts-types relatifs (i.e., $\sqrt{var(\beta_i)}/\beta_i$) et les termes hors-diagonales correspondent aux facteurs de corrélation entre les paramètres.

$$S_{\beta_j}^*(t, \beta^{nom}) = \beta_j \frac{\partial T(t, \beta^{nom})}{\partial \beta_j} \quad (1)$$

$$\Sigma_{\beta_j}^*(t, \beta^{nom}) = \beta_j \frac{\partial \theta(t, \beta^{nom})}{\partial \beta_j} \quad (2)$$

$$\theta(t, \beta^{nom}) = K \times \frac{T(t, \beta^{nom}) - T_0}{max(T(t, \beta^{nom})) - T_0} \quad (3)$$

2.4. Estimation des paramètres à partir de thermogrammes simulés

Les thermogrammes utilisés pour l'estimation des paramètres sont obtenus à l'aide du modèle direct conducto-radiatif. Ces thermogrammes sont ensuite « bruités » avec un bruit blanc aléatoire ($\sigma_{bruit} = 1\%$). 10 thermogrammes bruités sont ainsi générés pour chaque cas étudié (cf. Table 1).

Le modèle direct conducto-radiatif est couplé à un algorithme de Levenberg-Marquardt (LM) [13] s'appuyant sur une décomposition en valeurs singulières (*Singular Value Decomposition* ou SVD en anglais) afin de régulariser la matrice de sensibilité lors de l'identification [14]. Cet algorithme, noté LM-SVD, est implémenté dans Matlab R2014.

Les valeurs initiales des paramètres sont choisies par un tirage aléatoire à $\pm 10\%$ des valeurs nominales (sauf pour K). L'intervalle de temps choisi pour réaliser l'identification des paramètres correspond au thermogramme coupé à 90% de son maximum (une fois le maximum du thermogramme atteint). On comparera les valeurs estimées aux valeurs nominales pour chaque cas.

3. Résultats et discussion

3.1. Etude de sensibilité

La Figure 2 représente les thermogrammes et les sensibilités réduites aux paramètres pour les différentes configurations étudiées. Les sensibilités à la diffusivité thermique, à l'épaisseur optique et au nombre de Planck sont relativement élevées. La sensibilité réduite au coefficient de pertes thermiques augmente avec le temps quasi-linéairement une fois le maximum du thermogramme atteint. La sensibilité réduite à l'émissivité interne est très faible et semble pouvoir être négligée ici. La sensibilité au paramètre d'amplitude K correspond au thermogramme réduit (non représenté ici par souci de brièveté).

Les corrélations entre les paramètres peuvent être observées qualitativement sur la Figure 2 ou bien quantitativement à l'aide des facteurs de corrélations de la matrice $V_{cor}(\beta)$ (cf. Tables 2 à 5). La Figure 3 représente la corrélation entre la sensibilité réduite de la diffusivité thermique et une combinaison linéaire des sensibilités réduites de l'épaisseur optique, du nombre de Planck

et de l'émissivité interne (cf. Equation 4) pour les cas n°2 et 3. Les cas n°1 et 4 présentent également le même type de corrélation et ne sont pas représentés ici par souci de brièveté.

$$\exists(a_1, a_2, a_3) \in \mathbb{R}^3 : S_a^* = a_1 S_{\tau_0}^* + a_2 S_{N_{Pl}}^* + a_3 S_{\varepsilon}^* \quad (4)$$

Les matrices $V_{cor}(\beta)$ obtenues pour chaque cas sont reportées dans les Tables 2 à 5. L'incertitude relative liée à la diffusivité thermique se situe entre 16 et 20%. L'incertitude liée à l'épaisseur optique est légèrement plus faible et se situe entre 13 et 4%. Celle-ci diminue lorsque l'épaisseur optique et le nombre de Planck augmentent (i.e., pour $\tau_0 \geq 5$ et $N_{Pl} \geq 1$).

La sensibilité à l'émissivité interne des parois est quasi-nulle, le paramètre sera donc fixé à la valeur nominale dans la suite de l'étude. La corrélation entre la diffusivité thermique, l'épaisseur optique et le nombre de Planck signifie que la diffusivité thermique et la conductivité thermique ne pourront être estimées simultanément. On choisit donc de fixer la valeur de la capacité thermique à la valeur nominale dans la suite de l'étude (i.e., $\rho c = 4 \text{ MJ m}^{-3} \text{ K}^{-1}$). On réduit donc le jeu de paramètres à quatre paramètres : la diffusivité thermique (ou la conductivité thermique), le coefficient de pertes thermiques, l'épaisseur optique (ou le coefficient d'absorption) et l'amplitude du thermogramme.

Une nouvelle étude de sensibilité est menée en gardant les mêmes valeurs nominales pour les paramètres (cf. Table 1). Les matrices $V_{cor}(\beta)$ obtenues pour chaque cas sont reportées dans les Tables 6 à 9. L'incertitude relative liée à la diffusivité thermique est plus faible avec ce nombre réduit de paramètres. Dans le cas de milieux d'épaisseurs optiques inférieures à 1, l'incertitude relative est même divisée par deux (i.e., d'environ 16% à 8%).

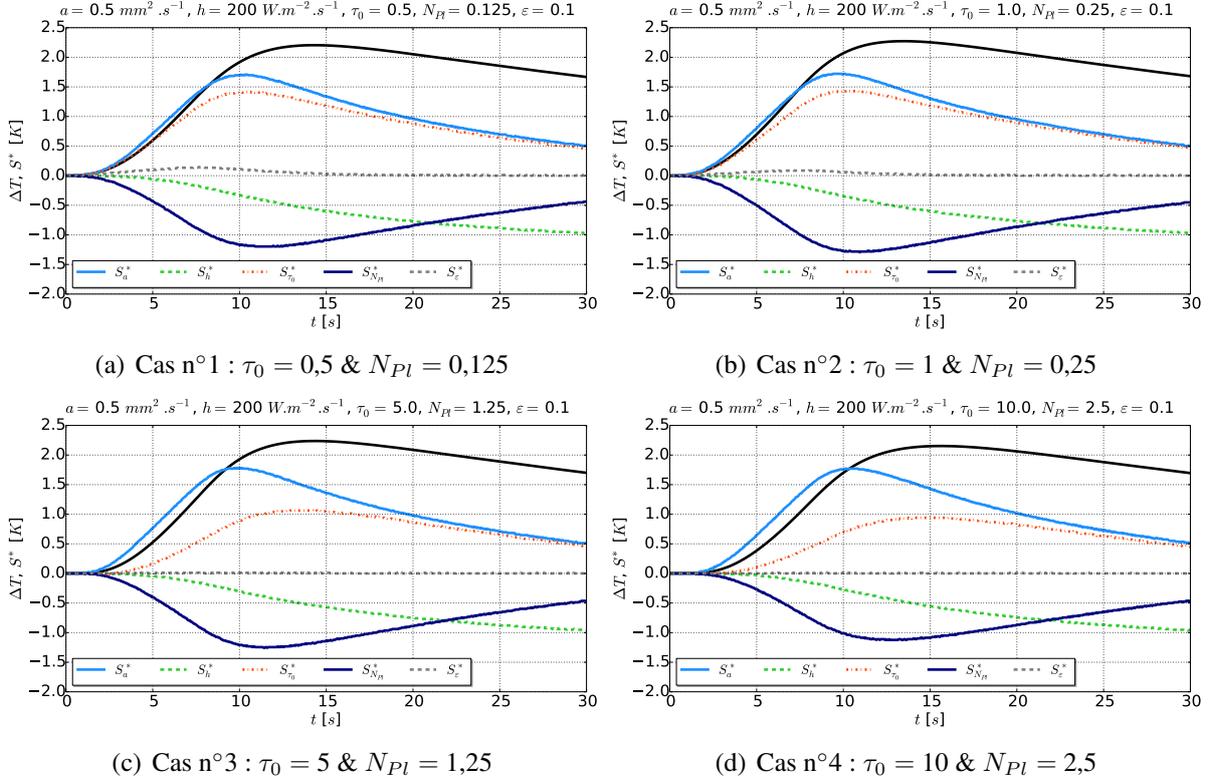
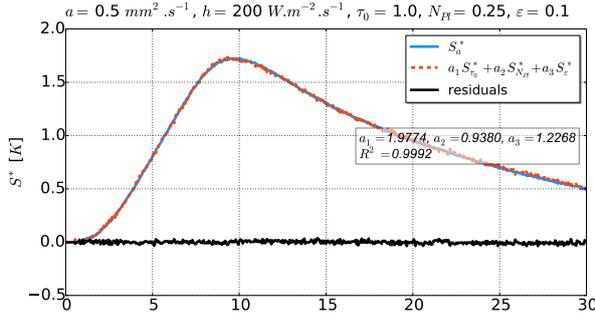
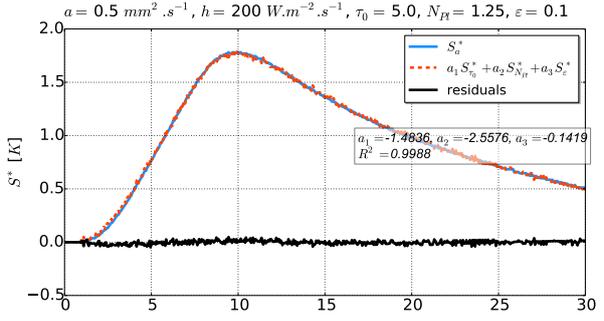


Figure 2: Thermogrammes et sensibilités réduites



(a) Cas n°2 : $\tau_0 = 1$ & $N_{Pl} = 0,25$



(b) Cas n°3 : $\tau_0 = 5$ & $N_{Pl} = 1,25$

Figure 3: *Corrélations entre les sensibilités réduites*

| a | h | τ_0 | N_{Pl} | ε | K |
|---------|---------|----------|----------|---------------|---------|
| 0,1681 | 0,9611 | 0,9985 | -0,9849 | 0,9360 | -0,3303 |
| 0,9611 | 0,1058 | 0,9714 | -0,9937 | 0,8300 | -0,3305 |
| 0,9985 | 0,9714 | 0,1307 | -0,9910 | 0,9302 | -0,3477 |
| -0,9849 | -0,9937 | -0,9910 | 0,0915 | -0,8808 | 0,3339 |
| 0,9360 | 0,8300 | 0,9302 | -0,8808 | 0,0225 | -0,4379 |
| -0,3303 | -0,3305 | -0,3477 | 0,3339 | -0,4379 | 0,3218 |

Tableau 2: *Matrice $V_{cor}(\beta)$ – Cas n°1 : $\tau_0 = 0,5$ & $N_{Pl} = 0,125$*

| a | h | τ_0 | N_{Pl} | ε | K |
|---------|---------|----------|----------|---------------|---------|
| 0,1846 | 0,9451 | 0,6968 | -0,9767 | 0,6112 | -0,3657 |
| 0,9451 | 0,1029 | 0,8916 | -0,9922 | 0,5369 | -0,3173 |
| 0,6968 | 0,8916 | 0,0470 | -0,8321 | 0,3366 | -0,1943 |
| -0,9767 | -0,9922 | -0,8321 | 0,0938 | -0,5807 | 0,3609 |
| 0,6112 | 0,5369 | 0,3366 | -0,5807 | 0,0031 | -0,5858 |
| -0,3657 | -0,3173 | -0,1943 | 0,3609 | -0,5858 | 0,3313 |

Tableau 4: *Matrice $V_{cor}(\beta)$ – Cas n°3 : $\tau_0 = 5$ & $N_{Pl} = 1,25$*

| a | h | τ_0 | K |
|---------|---------|----------|---------|
| 0,0795 | 0,8881 | 0,9940 | -0,3156 |
| 0,8881 | 0,1058 | 0,8604 | -0,3305 |
| 0,9940 | 0,8604 | 0,0422 | -0,3534 |
| -0,3156 | -0,3305 | -0,3534 | 0,3218 |

Tableau 6: *Matrice $V_{cor}(\beta)$ – Cas n°1 : $\tau_0 = 0,5$ & $N_{Pl} = 0,125$*

| a | h | τ_0 | K |
|---------|---------|----------|---------|
| 0,0959 | 0,8541 | -0,9983 | -0,3702 |
| 0,8541 | 0,1029 | -0,8471 | -0,3173 |
| -0,9983 | -0,8471 | 0,0593 | 0,3859 |
| -0,3702 | -0,3173 | 0,3859 | 0,3313 |

Tableau 8: *Matrice $V_{cor}(\beta)$ – Cas n°3 : $\tau_0 = 5$ & $N_{Pl} = 1,25$*

| a | h | τ_0 | N_{Pl} | ε | K |
|---------|---------|----------|----------|---------------|---------|
| 0,1610 | 0,9587 | 0,9962 | -0,9839 | 0,9259 | -0,3349 |
| 0,9587 | 0,1067 | 0,9783 | -0,9935 | 0,8088 | -0,3220 |
| 0,9962 | 0,9783 | 0,1171 | -0,9949 | 0,8963 | -0,3200 |
| -0,9839 | -0,9935 | -0,9949 | 0,0943 | -0,8607 | 0,3243 |
| 0,9259 | 0,8088 | 0,8963 | -0,8607 | 0,0136 | -0,4330 |
| -0,3349 | -0,3220 | -0,3200 | 0,3243 | -0,4330 | 0,3136 |

Tableau 3: *Matrice $V_{cor}(\beta)$ – Cas n°2 : $\tau_0 = 1$ & $N_{Pl} = 0,25$*

| a | h | τ_0 | N_{Pl} | ε | K |
|---------|---------|----------|----------|---------------|---------|
| 0,1968 | 0,9455 | 0,6281 | -0,9643 | 0,2439 | -0,3505 |
| 0,9455 | 0,1000 | 0,8457 | -0,9971 | 0,2225 | -0,3200 |
| 0,6281 | 0,8457 | 0,0395 | -0,8099 | 0,1327 | -0,2230 |
| -0,9643 | -0,9971 | -0,8099 | 0,0809 | -0,2253 | 0,3459 |
| 0,2439 | 0,2225 | 0,1327 | -0,2253 | 0,0019 | 0,0229 |
| -0,3505 | -0,3200 | -0,2230 | 0,3459 | 0,0229 | 0,3464 |

Tableau 5: *Matrice $V_{cor}(\beta)$ – Cas n°4 : $\tau_0 = 10$ & $N_{Pl} = 2,5$*

| a | h | τ_0 | K |
|---------|---------|----------|---------|
| 0,0702 | 0,8637 | 0,9942 | -0,3326 |
| 0,8637 | 0,1067 | 0,8382 | -0,3220 |
| 0,9942 | 0,8382 | 0,0257 | -0,3253 |
| -0,3326 | -0,3220 | -0,3253 | 0,3136 |

Tableau 7: *Matrice $V_{cor}(\beta)$ – Cas n°2 : $\tau_0 = 1$ & $N_{Pl} = 0,25$*

| a | h | τ_0 | K |
|---------|---------|----------|---------|
| 0,1213 | 0,8745 | -0,9988 | -0,3542 |
| 0,8745 | 0,1000 | -0,8724 | -0,3200 |
| -0,9988 | -0,8724 | 0,0534 | 0,3649 |
| -0,3542 | -0,3200 | 0,3649 | 0,3464 |

Tableau 9: *Matrice $V_{cor}(\beta)$ – Cas n°4 : $\tau_0 = 10$ & $N_{Pl} = 2,5$*

3.2. Estimation des paramètres à partir de thermogrammes simulés

La Figure 4 représente un exemple d'identification à partir de thermogrammes simulés. Les résidus sont plats (i.e., non signés) et de faibles valeurs (i.e., $\sigma_{res} \approx \sigma_{bruit}$) car il n'y a pas de biais de modèle ici.

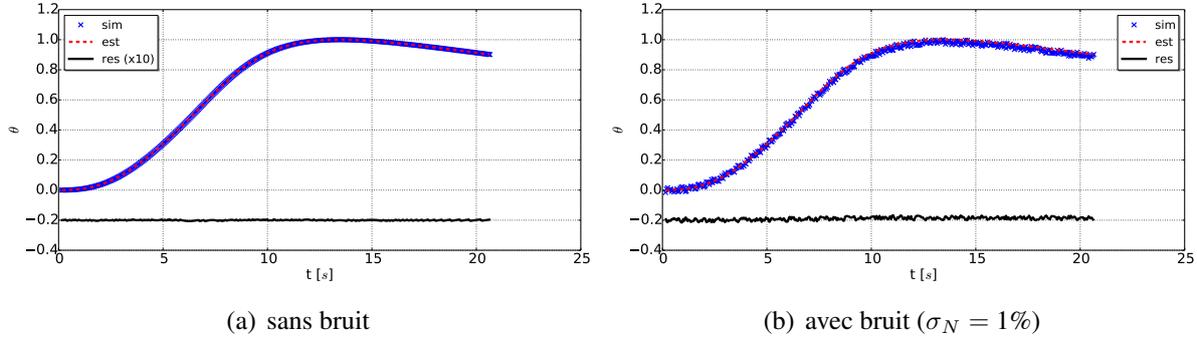


Figure 4: Estimations à partir de thermogrammes simulés – Cas n°2 : $\tau_0 = 1$ & $N = 0,25$. Les résidus ont été arbitrairement décalés de $-0,2$ pour faciliter la lecture.

Les valeurs des paramètres estimés sont reportées dans la Table 10. Les erreurs relatives entre les estimations et les valeurs nominales des paramètres sont indiquées entre parenthèses. Pour les estimations à partir de thermogrammes bruités, les valeurs moyennes et les incertitudes relatives issues des 10 identifications sont reportées pour chaque cas.

| Cas | Paramètres | | | | |
|-----|--|--|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| | a ($\text{mm}^2 \text{s}^{-1}$) | h ($\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$) | τ_0 | K | |
| 1 | valeur nom. | 0,5000 | 200,0 | 0,5000 | 1,000 |
| | estim. sans bruit | 0,5028 (0,55%) | 198,6 (-0,70%) | 0,5151 (3,02%) | 1,000 (-0,01%) |
| | estim. avec bruit | $0,4995 \pm 3,12\%$ (-0,11%) | $198,8 \pm 2,60\%$ (-0,59%) | $0,5187 \pm 4,31\%$ (3,73%) | $1,000 \pm 0,11\%$ (0,01%) |
| 2 | valeur nom. | 0,5000 | 200,0 | 1,000 | 1,000 |
| | estim. sans bruit | 0,5026 (0,51%) | 199,1 (-0,44%) | 1,024 (2,41%) | 1,000 (0,00%) |
| | estim. avec bruit | $0,4978 \pm 2,82\%$ (-0,44%) | $198,5 \pm 2,74\%$ (-0,74%) | $1,055 \pm 4,32\%$ (5,46%) | $1,000 \pm 0,10\%$ (-0,01%) |
| 3 | valeur nom. | 0,5000 | 200,0 | 5,000 | 1,000 |
| | estim. sans bruit | 0,4995 (-0,10%) | 200,1 (0,04%) | 4,902 (-1,96%) | 1,000 (0,02%) |
| | estim. avec bruit | $0,5031 \pm 2,80\%$ (0,62%) | $202,3 \pm 2,28\%$ (1,13%) | $4,997 \pm 4,24\%$ (-0,06%) | $1,001 \pm 0,10\%$ (0,06%) |
| 4 | valeur nom. | 0,5000 | 200,0 | 10,00 | 1,000 |
| | estim. sans bruit | 0,4959 (-0,83%) | 199,7 (-0,17%) | 9,638 (-3,62%) | 1,000 (0,01%) |
| | estim. avec bruit | $0,4908 \pm 2,34\%$ (-1,83%) | $198,2 \pm 1,75\%$ (-0,88%) | $9,362 \pm 4,31\%$ (-6,38%) | $1,000 \pm 0,09\%$ (-0,05%) |

Tableau 10: Valeurs des paramètres estimés à partir de thermogrammes simulés

Les valeurs de diffusivité thermique estimées sont proches de la valeur nominale (i.e., les erreurs relatives sont inférieures à 1%) sauf pour le cas n°4 avec des thermogrammes bruités (l'erreur relative est proche de 2%). L'épaisseur optique est moins bien estimée, les erreurs relatives sont de l'ordre de quelques pourcents (i.e., entre 2 et 6%). Le paramètre d'amplitude K est très bien estimé dans tous les cas ici (i.e., erreur relative inférieure à 0,05%) indiquant que la normalisation des thermogrammes est bonne.

La qualité des identifications réalisées ici peut sembler surprenante compte-tenu des fortes corrélations observées lors de l'étude de sensibilité indiquant que le problème était mal posé. Ces bons résultats peuvent être attribués à la régularisation de la matrice de sensibilité à l'aide de la SVD intégrée à l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

4. Conclusion

Le modèle direct conducto-radiatif avec l'approximation P_1 a permis d'étudier l'identifiabilité des propriétés thermiques et radiatives de matériaux semi-transparents émettant, absorbant et non diffusant à haute température à l'aide d'une étude de sensibilité. L'estimation des paramètres à partir de thermogrammes simulés démontre la possibilité d'identifier simultanément la diffusivité thermique *phonique* et le coefficient d'absorption moyen gris pour ce type de matériaux à l'aide d'une méthode flash adaptée. L'apport de la SVD pour la régularisation de la matrice de sensibilité lors de l'identification avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt semble être crucial et devra être approfondi.

Références

- [1] V. Schick, B. Rémy, A. Degiovanni, F. Demeurie, J. Meulemans & P. Lombard, Measurement of thermal conductivity of liquids at high temperature, *Journal of Physics : Conference Series*, 395(1) :012078 (2012).
- [2] V. Schick, B. Rémy, A. Degiovanni, J. Meulemans & P. Lombard, Mesure de la conductivité thermique de verre de silice liquide, *Actes du Congrès Français de Thermique* (Gérardmer, 28-31 mai 2013).
- [3] V. Schick, A. Degiovanni & B. Rémy. Mesure de la conductivité thermique de liquide à haute température, *Actes des 16^{èmes} Journées Internationales de Thermique* (Marrakech, 13-15 novembre 2013).
- [4] S. Rosseland, *Theoretical Astrophysics – Atomic Theory and the Analysis of Stellar Atmospheres and Envelopes*, Clarendon Press, Oxford (1936).
- [5] R. G. Deissler, Diffusion approximation for thermal radiation in gases with jump boundary condition, *Journal of Heat Transfer*, 86(2) (1964), pp. 240–246.
- [6] H. Poltz & R. Jugel, The thermal conductivity of liquids IV : Temperature dependence of thermal conductivity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 10(8) (1967), pp. 1075–1088.
- [7] J. H. Jeans, The Equations of Radiative Transfer of Energy, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 78 (1917), pp. 28–36.
- [8] M. F. Modest, *Radiative Heat Transfer*, Academic Press, New York, 2nd edition (2003).
- [9] S. Chandrasekhar, *Radiative Transfer*, Dover Publications, New York (1960).
- [10] J. V. Beck & K. J. Arnold, *Parameter Estimation in Engineering and Science*, John Wiley & Sons, New York (1977).
- [11] B. Rémy & A. Degiovanni, Parameters estimation and measurement of thermophysical properties of liquids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48(19-20) (2005), pp. 4103–4120.
- [12] B. Rémy, S. André & D. Maillat, Non linear parameter estimation problems : tools for enhancing metrological objectives, *Proceedings of Eurotherm Seminar 104 : Metti 6 Advanced Spring School "Thermal Measurements and Inverses Techniques"* (Biarritz, France, March 1-6 2015).
- [13] D. W. Marquardt, An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters, *Journal of the Society for Industrial & Applied Mathematics*, 11(2) (1963), pp.431–441.
- [14] D. Maillat, S. André, B. Rémy & A. Degiovanni, Regularized parameter estimation through iterative rescaling (PETIR) : an alternative to Levenberg-Marquardt's algorithm, 28 pages, 13 figures, 2 test cases (2013). <hal-00867608>