



HAL
open science

Incidence du milieu poreux sur le rotationnel des structures tourbillonnaires émises dans le sillage

Patrick Gilliéron

► **To cite this version:**

Patrick Gilliéron. Incidence du milieu poreux sur le rotationnel des structures tourbillonnaires émises dans le sillage. Chercheur indépendant. 2017. hal-01572408

HAL Id: hal-01572408

<https://hal.science/hal-01572408>

Submitted on 9 Sep 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Incidence du milieu poreux sur le rotationnel des structures tourbillonnaires émises dans le sillage

P. GILLIÉRON

RDMFA, Recherche et Développement en Mécanique des Fluides & Aérodynamique

5, impasse des Soupirs, F-78640 Neauphle-le-Château

rdmfa.pgillieron@orange.fr

Résumé : *Une approche analytique est proposée pour estimer et comparer les rotationnels des structures tourbillonnaires émises dans le sillage de géométrie à culot droit avec et sans milieu poreux. L'approche s'effectue en considérant des écoulements plans pour des nombres de Reynolds rapportés à la taille des pores inférieurs à l'unité et des nombres de Reynolds rapportés à la longueur frottante caractéristiques des écoulements laminaires sur plaque plane. Les résultats montrent l'importance du coefficient de perméabilité K dans la valeur du rotationnel émis à l'interface du milieu poreux.*

Abstract : *Une approche analytique est proposée pour estimer et comparer les rotationnels des structures tourbillonnaires émises dans le sillage de géométrie à culot droit avec et sans milieu poreux. L'approche s'effectue en considérant des écoulements plans pour des nombres de Reynolds rapportés à la taille des pores inférieurs à l'unité et des nombres de Reynolds rapportés à la longueur frottante caractéristiques des écoulements laminaires sur plaque plane. Les résultats montrent l'importance du coefficient de perméabilité K dans la valeur du rotationnel émis à l'interface du milieu poreux.*

Mots clefs : Aérodynamique, contrôle, milieu poreux, modélisation.

1 INTRODUCTION

Les expérimentations numériques bidimensionnelles effectuées sur des géométries simplifiées de corps à culot droit montrent que l'utilisation de milieux poreux permet de réduire de manière significative la traînée aérodynamique. Des réductions de traînée au moins égales à 27% sont ainsi relevées sur une géométrie de corps de Ahmed à culot droit équipé de milieux poreux disposés sur le pavillon et le soubassement, voir les figures 1 et 2, Ahmed *et al* (1984), Bruneau *et al* (2008), Bruneau *et al* (2010).

L'analyse des résultats numériques montre que des instabilités apparaissent à l'interface du milieu poreux avec l'écoulement extérieur. Ces instabilités sont à l'origine d'ondulations longitudinales qui s'amplifient transversalement pour former des structures tourbillonnaires de Kelvin-Helmholtz qui sont émises vers l'aval dans la direction de l'écoulement. Ces structures se substituent aux structures qui seraient émises au niveau de la discontinuité du culot en l'absence de milieu poreux. Ce processus se reproduit de manière identique sur les parties haute et basse de la géométrie pour générer des structures tourbillonnaires à vortacité négative (couleur bleue sur les figures 3 et 4) sur la partie haute et des structures tourbillonnaires à vortacité positive au niveau du soubassement (couleur rouge sur les figures 3 et 4).



Fig. 1 – Configuration 2D du corps de Ahmed à culot droit sans milieu poreux, Ahmed et al (1984).



Fig. 2 – Configuration 2D du corps de Ahmed à culot droit avec milieux poreux associée à une réduction de 27% de la traînée aérodynamique, Bruneau *et al* (2008).

Pour les conditions retenues pour le calcul, l'analyse des champs de vorticités, représentés figure 3 et 4, montre que la fréquence d'émission des structures tourbillonnaires émises dans le sillage augmente lorsque la géométrie comprend un milieu poreux positionné sur le pavillon et/ou le soubassement, Depeyras (2008). L'influence de cet accroissement de fréquence tend alors à augmenter la traînée de pression si les rotationnels des structures tourbillonnaires émises dans le sillage restent identiques avec et sans milieu poreux, Bruneau et al (2011).

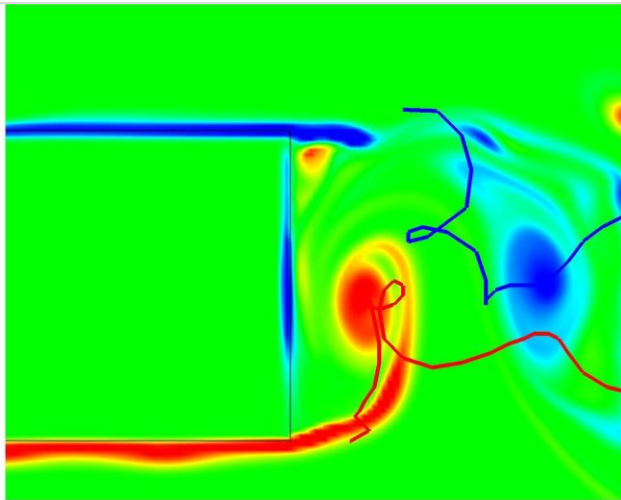


Fig. 3 – Champ de vorticités et trajectoires des structures tourbillonnaires pour un écoulement **sans milieu poreux**, Bruneau *et al* (2008).

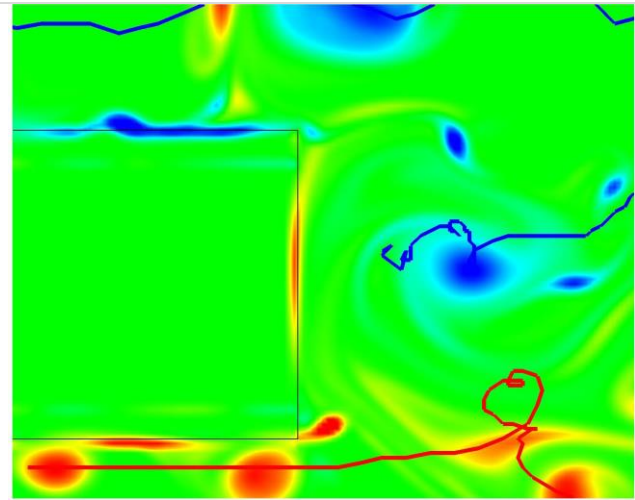


Fig. 4 – Champ de vorticités et trajectoires pour un écoulement **avec milieux poreux** sur le pavillon et le soubassement, Bruneau *et al* (2008).

Les vorticités positive et négative des structures tourbillonnaires émises dans le sillage sont respectivement représentées en rouge et en bleu. Les trajectoires des structures tourbillonnaires à vorticités positive et négative sont alors respectivement représentées en rouge et en bleu.

L'origine des réductions de traînée relevées en présence de milieux poreux suggère alors des diminutions des vorticités et par suite des rotationnels pour les structures tourbillonnaires émises en présence de milieux poreux, Bruneau et al (2011). L'objectif de ce papier consiste à identifier de manière analytique l'origine de ces réductions de rotationnel. L'analyse s'effectue en faisant varier la perméabilité du milieu poreux et la vitesse à l'interface du milieu poreux avec l'écoulement extérieur. Les développements qui suivent s'effectuent pour un milieu poreux positionné sur le pavillon, supposé plan et horizontal, d'une géométrie simplifiée de véhicule à culot droit.

2 MODÈLE ANALYTIQUE

Le modèle analytique s'élabore à l'interface d'un milieu poreux adjacent à un écoulement extérieur. La vitesse U_e de l'écoulement extérieur est constante, dirigée parallèlement au plan de l'interface et la couche limite est supposée parfaitement turbulente. La vitesse et le profil de vitesse dans le milieu poreux sont fonctions du nombre de Reynolds.

Pour des nombres de Reynolds, définis à partir de la taille des pores et de la vitesse locale dans les pores, **inférieurs à l'unité**, les gradients de pression longitudinaux sont proportionnels à la vitesse

d'écoulement dans les pores qui devient uniforme transversalement et peut-être représentée par une équation de type loi de Darcy telle que :

$$U_q = \frac{K}{\rho \nu L} \Delta P \quad (1)$$

où ρ désigne la masse volumique de l'air, ν la viscosité cinématique de l'air qui circule dans les pores du milieu poreux, L la longueur du milieu poreux relevée dans le sens de l'écoulement et K , un coefficient, homogène à une surface, caractéristique de la perméabilité du milieu poreux.

Dans les développements qui suivent et afin d'introduire la perméabilité dans les équations de la couche limite, à toute nouvelle valeur K_a de la perméabilité est associée une nouvelle valeur de la viscosité cinématique ν_a , respectivement désignée perméabilité et viscosité cinématique apparentes, telle que :

$$\frac{K_a}{\nu_o} = \frac{K_o}{\nu_a} \quad (2)$$

où K_o et ν_o désignent respectivement la perméabilité et la viscosité cinématique du fluide en mouvement à l'extérieur du milieu poreux. À une diminution (resp. augmentation) de la perméabilité K_a est alors associée une augmentation (resp. diminution) de la viscosité ν_a . L'épaisseur de la couche limite augmentant avec la viscosité cinématique pour une même vitesse à l'extérieur de la couche limite, l'augmentation de la viscosité permet alors de justifier l'existence possible d'un écoulement laminaire sur une épaisseur au moins égale à la hauteur du milieu poreux.

Lorsque le nombre de Reynolds défini à partir de la taille des pores et de la vitesse locale dans les pores **n'est plus inférieur à l'unité** mais que le nombre de Reynolds, défini à partir du diamètre hydraulique du milieu poreux, d'une viscosité qui prend en compte la résistance qu'offre le milieu poreux au déplacement du fluide et de la vitesse de débit dans le milieu poreux, reste inférieur à 2000, l'écoulement devient laminaire. La vitesse évolue alors continuellement de la valeur nulle au fond du milieu poreux à la vitesse à l'interface du milieu poreux avec l'écoulement extérieur.

Pour la géométrie du corps de Ahmed cité en référence, Bruneau *et al* (2008), les coefficients de pression statique relevés entre le début et la fin du milieu poreux dans la direction de l'écoulement infini amont sont respectivement proches de -0.1 et -0.4. Pour ces valeurs et une épaisseur de milieu poreux égale à 10% de la hauteur de la géométrie, une longueur de milieu poreux égale à 0.50 m, une viscosité cinématique apparente égale à $15^1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, une masse volumique $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$, la vitesse de débit dans le milieu poreux pour un écoulement de type Couette serait proche de 1 m/s. Dans ces conditions et des pores de diamètre égal à 10^{-4} m , le nombre de Reynolds défini à partir de ce diamètre est égal à 0.82 et donc proche de 1.

Les deux types d'écoulement, Darcy et laminaire, sont alors respectivement étudiés et analysés.

2.1 Écoulement de type Darcy dans le milieu poreux - Pour des valeurs quelconques de la viscosité cinématique ν associée à la perméabilité K , la vitesse de débit U_q de l'écoulement dans le milieu poreux n'est généralement pas égale à la vitesse $V_i = V_i(x)$ à l'interface du milieu poreux avec l'écoulement extérieur. La vitesse de l'écoulement doit de plus être nulle à l'interface entre le fond du milieu poreux et la paroi (condition de non glissement).

Compte tenu des faibles vitesses, les évolutions transversales de vitesse entre l'extérieur et le domaine de Darcy d'une part et le domaine de Darcy et la paroi solide du fond du milieu poreux d'autre part peuvent être représentées par des profils laminaires² de vitesse. L'origine fictive de la couche limite

¹ $15 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$: soit 10 fois plus que la valeur de la viscosité cinématique de l'air à 15°C ou 1000 fois moins que la viscosité du miel ($15 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$).

² En l'absence de turbulence, l'écoulement sur plaque plane peut rester laminaire jusqu'à des nombres de Reynolds au plus égaux à $3.4 \cdot 10^6$.

laminaire adjacente au domaine extérieur, notée O_1 , est située à la distance $a < e$ du fond du milieu poreux, voir la figure 5.

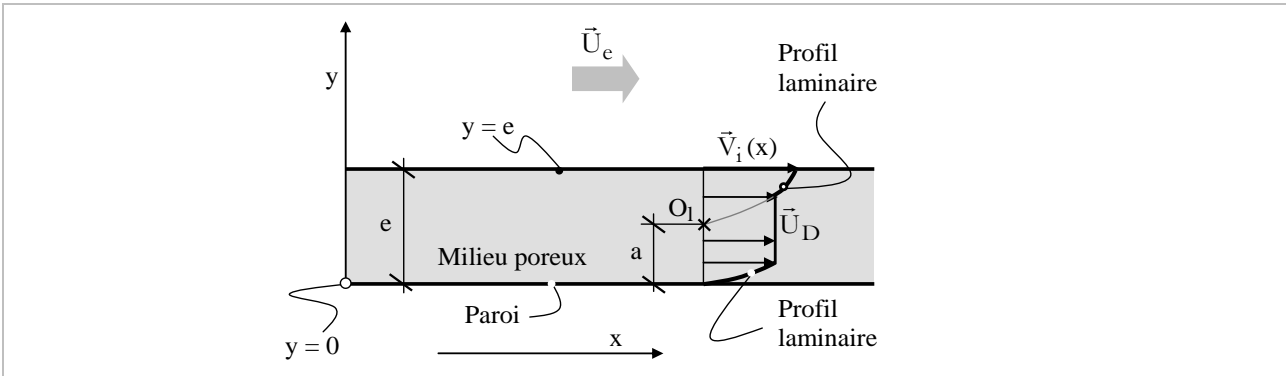


Fig. 5 - Milieu poreux d'épaisseur e avec un écoulement de type Darcy de vitesse U_D . L'évolution transversale de la vitesse dans le milieu poreux entre l'interface de vitesse V_i et le domaine de Darcy de vitesse U_D est de type laminaire.

Au-dessus du milieu poreux, compte tenu de la turbulence de l'écoulement extérieur, de l'état de surface et des variations rapides des rayons de courbure locaux (entrées d'air et géométries de face avant) dans le cas d'une automobile, la couche limite devient rapidement turbulente. Les vitesses longitudinales évoluant de manière continue dans la direction transversale pour les couches limites laminaire et turbulente, les vitesses à l'interface du milieu poreux sont égales et notées V_i , voir la figure 6.

L'évolution transversale de la vitesse présente alors un point anguleux à l'interface du milieu poreux tel que les pentes à gauche et à droite, notées P_l et P_t et respectivement associées aux couches limites laminaire et turbulente, soient distinctes. À ce point anguleux est associée une discontinuité transversale de vitesses qui, sous l'influence d'une petite perturbation, peut-être à l'origine des structures tourbillonnaires de type Kelvin-Helmholtz qui sont émises dans le sillage dans la direction de l'écoulement incident.

Dans les développements qui suivent, l'épaisseur de la couche limite laminaire, l'origine et l'épaisseur de la couche limite turbulente puis l'épaisseur transversale du milieu poreux sont respectivement notées δ_l , O_l , δ_t et e , voir les figures 5 et 6. Les écoulements verticaux dans les couches limites laminaire et turbulente sont de plus négligés (hypothèse classique pour les couches limites).

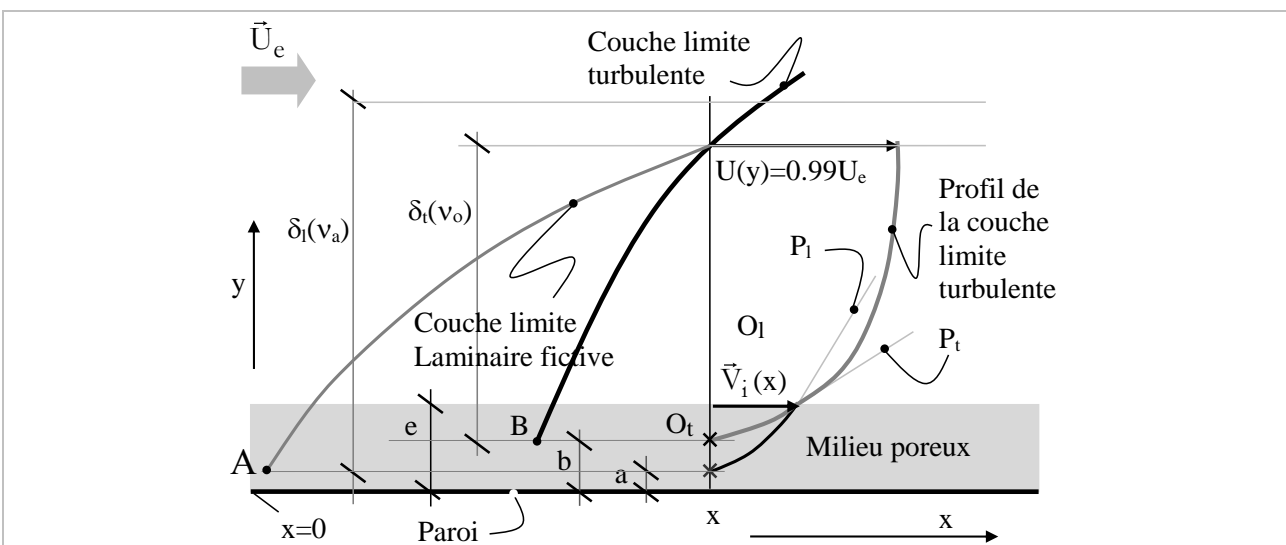


Fig. 6 – Couches limites laminaire et turbulente à l'intérieur et à l'extérieur du milieu poreux. P_l et P_t désignent respectivement les pentes des profils de vitesses pour les couches limites laminaire et turbulente à l'abscisse x et à la côte $y=e$. A et B sont les origines des couches limites laminaire et turbulente fictives et la norme de la vitesse à l'interface du milieu poreux avec l'écoulement extérieur est notée $V_i(x)$.

2.1.1 Expression analytique du profil des vitesses dans le milieu poreux adjacent à l'écoulement extérieur - Pour un écoulement laminaire et une vitesse à l'extérieur de la couche limite égale à U_e , l'équation de la vitesse $U_{lam}(y)$ à l'abscisse x en fonction de l'ordonnée y peut être représentée par l'équation du second³ degré suivante :

$$\frac{U_{lam}(y)}{U_e} = A_0 + A_1 \left(\frac{y}{\delta_1} \right) + A_2 \left(\frac{y}{\delta_1} \right)^2 \quad (2)$$

où A_0 , A_1 et A_2 sont des constantes à déterminer en fonction des conditions aux limites et δ_1 est l'épaisseur de couche limite locale à l'abscisse x donnée par :

$$\frac{\delta_1}{x} = \frac{C_1}{\left(\frac{U_e x}{\nu_a} \right)^{0.5}} \quad (3)$$

avec C_1 une constante⁴ égale à 4.32 et ν_a , la viscosité cinématique apparente de l'air qui traverse le milieu poreux ($\nu_a \gg \nu$). Pour les conditions aux limites classiques (vitesse nulle à la paroi associée à l'ordonnée $y=0$, égale à $0.99U_e$ à l'ordonnée $y=\delta_1$ et dérivée nulle de la vitesse à l'ordonnée $y=\delta_1$), l'équation précédente (2) devient :

$$\frac{U_{lam}(y)}{U_e} = 2 \left(\frac{y}{\delta_1} \right) - \left(\frac{y}{\delta_1} \right)^2 \quad (4)$$

Pour la couche limite laminaire dont l'origine se situe à la hauteur a du fond du milieu poreux (fig. 6) la vitesse et la pente locale du profil de vitesses **à l'interface** du milieu poreux avec l'écoulement externe sont alors respectivement données par :

$$\frac{U_{lam}(e)}{U_e} = 2 \left(\frac{e-a}{\delta_1} \right) - \left(\frac{e-a}{\delta_1} \right)^2 \quad (5)$$

$$\frac{dU_{lam}(e)}{dy} = U_e \frac{2}{\delta_1} \left[1 - \frac{e-a}{\delta_1} \right] \quad (6)$$

Dans ces expressions la distance $a=a(x)$ se détermine en introduisant la vitesse $U_{lam}(e) = V_i(x) = k(x)U_e$ dans l'équation adimensionnée (5), d'où :

$$k(x) = 2 \left(\frac{e-a}{\delta_1} \right) - \left(\frac{e-a}{\delta_1} \right)^2 \quad (7)$$

Les épaisseurs de couche limite augmentant dans la direction et le sens de l'écoulement incident, la valeur de $k(x)$ diminue lorsque la longueur frottante x augmente. Si la valeur de $k(x)$ est égale à 1, la vitesse V_i à l'interface s'identifie à la vitesse infinie amont U_e , la couche limite turbulente n'existe pas et le gradient transversal de vitesse au-dessus du milieu poreux est nul. Si la valeur de $k(x)$ est égale à 0, la vitesse V_i à l'interface est nulle et le milieu poreux s'identifie à une paroi solide de perméabilité nulle. Ces considérations imposent que les valeurs de $k(x)$ soient strictement comprises entre 0 et 1, soient $0 < k(x) < 1$.

L'expression précédente s'identifie à un trinôme du second degré qui possède deux racines réelles dont une seule vérifie la condition $e-a(x) < \delta_1$ (l'origine fictive de la couche limite laminaire est contenue dans le milieu poreux). La solution de ce trinôme associée à l'équation d'épaisseur de couche

³ Une démonstration identique pourrait être effectuée avec un polynôme du troisième degré.

⁴ La constante C_1 s'obtient à partir de l'équation différentielle de Karman (voir en annexe) pour un écoulement sans gradient de vitesse longitudinal (suivant x) et est égale à 4.92 pour la couche limite laminaire sur plaque plane définie par Blasius.

limite repérée (3) permet alors d'estimer la valeur de $a=a(x)$ donnée par :

$$a(x) = e - C_1 \left(\frac{v_a}{U_e} \right)^{0.5} x^{0.5} (1 - \sqrt{1 - k(x)}) \quad (8)$$

avec x la longueur frottante associée au développement de la couche limite laminaire d'épaisseur δ_l à l'abscisse x dont l'origine ne coïncide pas nécessairement avec l'origine du milieu poreux. La valeur de $a(x)$, ordonnée de la couche limite laminaire, diminue lorsque la vitesse V_i à l'interface et la viscosité apparente v_a augmentent. Les valeurs de $a(x)$ rapportées à l'épaisseur e du milieu poreux et reportées sur la figure 7 s'obtiennent pour une abscisse $x=3$ m, une vitesse $U_e=30$ m/s et une épaisseur de milieu poreux égale à 10% d'une hauteur h de culot égale à 1.4 m.

À l'abscisse x considérée et lorsque $k(x)$ tend vers 1, la valeur⁵ de la viscosité cinématique apparente $v_a^*(x)$ qui annule l'équation (8) est égale $0.10715 \text{ m}^2/\text{s}$, voir la figure⁶ 7. Pour cette valeur et au-delà de cette valeur, l'ordonnée $a(x)$ de la couche limite laminaire coïncide avec le fond du milieu poreux ($a/e=0$), l'écoulement dans le milieu poreux cesse d'être représenté par une équation de type Darcy et devient totalement laminaire. La vitesse longitudinale augmente alors continument du fond du milieu poreux à l'interface du milieu poreux avec l'extérieur et la vitesse V_i à l'interface diminue lorsque l'abscisse x augmente

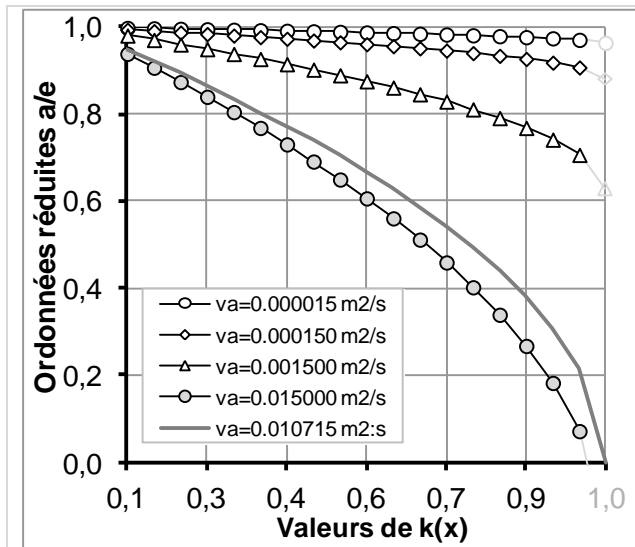


Fig. 7 - Évolution des ordonnées a des couches limites laminaires rapportées à l'épaisseur e du milieu poreux en fonction du rapport des vitesses $k(x)$ pour des valeurs croissantes de la viscosité apparente v_a , de $v_a=15 \times 10^{-6}$ à $15000 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

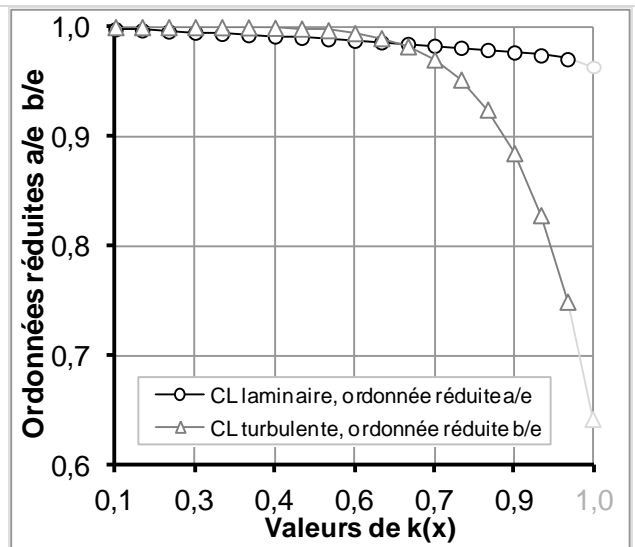


Fig. 8 - Évolution des ordonnées a et b des couches limites laminaire et turbulente rapportées à l'épaisseur e du milieu poreux en fonction du rapport des vitesses $k(x)$ pour la viscosité $v_o=15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ($v_o < v_a$).

2.1.2 Expression analytique du profil des vitesses à l'extérieur du milieu poreux -
Expérimentalement, le profil de la couche limite turbulente de hauteur δ_t peut être représenté par l'équation adimensionnée suivante :

$$\frac{U_{\text{tur}}(y)}{U_e} = \left(\frac{y - b}{\delta_t} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (9)$$

avec y l'ordonnée comptée à partir du fond du milieu poreux, b l'ordonnée de l'origine fictive O_t de la couche limite turbulente dans le milieu poreux et δ_t la hauteur de la couche limite turbulente à l'abscisse x considérée, voir la figure 6. Comme pour la valeur de a , la valeur de b est d'autant plus

⁵ Cette valeur, déterminée à partir du produit $K_a \cdot v_a = 1 \text{ m}^4/\text{s}$, est associée à la perméabilité $K_a = 93,3 \text{ m}^2$.

⁶ La valeur $k(x)=1$, valeur limite exclue du domaine d'étude, apparaît en clair sur les abscisses des figures 7, 8 et 11 à 15.

petite que la vitesse V_i à l'interface est grande. L'exposant n est voisin de 7 pour les écoulements turbulents.

Comme précédemment, la valeur de b peut s'estimer à partir de l'équation de l'épaisseur de couche limite turbulente sur plaque plane (valeur déduite de la théorie des couches limites dans les tuyaux lisses). Pour le profil de couche limite donnée par l'équation (9) et la viscosité cinématique ν ($\nu < \nu_a$) de l'air au-dessus du milieu poreux, la valeur de b est alors donnée par :

$$b(x) = e - C_2 \left(\frac{v_o}{U_e} \right)^{0.2} x^{0.8} k(x)^n \quad \text{avec} \quad C_2 = 0.38 \quad (10)$$

Comme pour l'origine fictive a de la couche limite laminaire dans le milieu poreux, la valeur de $k(x)$ conditionne la valeur de b . L'évolution de l'ordonnée fictive b de la couche limite turbulente rapportée à l'épaisseur e du milieu poreux notée b/e en fonction du rapport des vitesses $k(x)$ pour la viscosité cinématique ν à l'extérieur du milieu poreux est reportée sur la figure 8. Cette évolution est comparée à l'évolution de l'ordonnée de l'origine fictive de la couche limite laminaire rapportée à cette même épaisseur pour la même viscosité cinématique.

Par suite et d'après la relation (9), la vitesse et la pente locale du profil des vitesses à l'interface entre le milieu poreux et l'écoulement externe sont alors respectivement données par :

$$\frac{U_{\text{tur}}(e)}{U_e} = \left(\frac{e-b}{\delta_t} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (11)$$

$$\frac{dU_{\text{tur}}(e)}{dy} = \frac{U_e}{\delta_t^{n-1}} \frac{1}{n} (e-b)^{\frac{1-n}{n}} \quad (12)$$

La pente locale du profil de la couche limite turbulente à l'ordonnée $y=e$ est différente de la pente locale déterminée à partir du profil de la couche limite laminaire et justifie les différences de pente P_l et P_t reportées sur la figure 6 ainsi que le décalage en y vers le haut de l'origine O_t de la couche limite turbulente qui n'appartient pas au fond du milieu poreux.

2.1.3 Norme du rotationnel local du vecteur de la vitesse à l'ordonnée $y=e$ - La norme du rotationnel local de la vitesse à l'interface entre le milieu poreux et l'écoulement extérieur est, à l'abscisse x , donnée par (voir la figure 9) :

$$\Omega_{\text{amp}}(x, y=e) = \left. \frac{dU(y)}{dy} \right|_{y=e} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{U_{\text{tur}}(e+\varepsilon) - U_{\text{lam}}(e-\varepsilon)}{2\varepsilon} \quad \text{avec } \varepsilon, \text{ un réel } > 0 \quad (13)$$

où les vitesses laminaire et turbulente de part et d'autre de l'interface entre le milieu poreux et l'écoulement externe sont respectivement données par :

$$U_{\text{lam}}(e-\varepsilon) = U_e \left[\frac{2(e-a)}{\delta_l} \left(1 - \frac{\varepsilon}{e-a} \right) - \frac{(e-a)^2}{\delta_l^2} \left(1 - \frac{2\varepsilon}{e-a} \right) \right] \quad (14)$$

$$U_{\text{tur}}(e+\varepsilon) = U_e \left(\frac{e-b}{\delta_t} \right)^{\frac{1}{n}} \left(1 + \frac{\varepsilon}{n(e-b)} \right) \quad \text{avec}^7 \text{ } a \text{ et } b < e \quad (15)$$

Après arrangement et pour $(e-a) < \delta_l$ et $(e-b) < \delta_t$ avec $k(x) < 1$, la norme du rotationnel local de la vitesse à l'interface $y=e$ devient :

$$\Omega_{\text{amp}}(x, y=e) \approx \frac{U_e}{2} \left(\frac{e-b}{\delta_t} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\frac{1}{n(e-b)} + \frac{1}{(e-a)} \right] \quad (16)$$

⁷ Si $a=e$ et/ou $b=e$, le milieu poreux n'existe pas.

qui avec $V_i = U_e \left(\frac{e-b}{\delta_t} \right)^{\frac{1}{n}} = k(x) U_e$, vitesse à l'interface entre le milieu poreux et l'écoulement extérieur exprimée pour la couche limite turbulente, donne :

$$\Omega_{\text{amp}}(x, y = e) \approx \frac{U_e}{2} \left(\frac{(e-a) + n(e-b)}{n(e-b)(e-a)} \right) k(x) \quad (17)$$

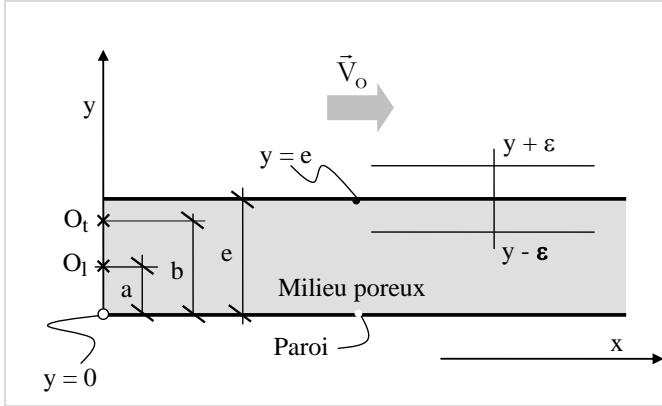


Fig. 9 – Milieu poreux d'épaisseur e , a et b sont les côtes des origines fictives O_1 et O_t des couches limites laminaire et turbulente.

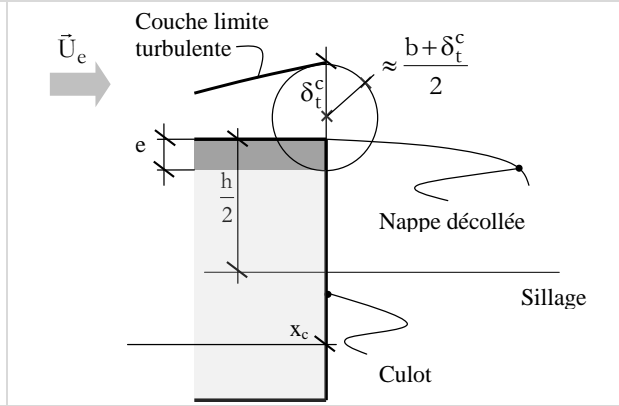


Fig. 10 – Caractéristiques géométriques et physiques de la configuration avec milieu poreux au niveau de la discontinuité géométrique de culot.

À ce rotationnel local de la vitesse peut être associé le départ d'une structure tourbillonnaire transportée dans le sillage suivant une équation horaire qui conditionne le niveau de la traînée de pression qui s'exerce au culot, Bruneau *et al* (2011).

Remarque : Si l'évolution transversale de la vitesse dans le milieu poreux à la frontière avec l'extérieur est plus rapide, le rapport des rotationnels avec et sans milieu poreux augmente et réduit la possibilité de générer des structures tourbillonnaires à vorticités plus faibles, voir l'annexe A2.

2.1.4 Rotationnel contenu dans la couche limite turbulente sans milieu poreux - Dans la couche limite turbulente adjacente à la paroi sans milieu poreux, la vitesse transversale à l'abscisse x évolue continument de la vitesse nulle à la paroi à la vitesse extérieure U_e . À cette évolution transversale de la vitesse est associée une structure tourbillonnaire dont l'émission est principalement⁸ subordonnée à l'apparition d'une discontinuité géométrique longitudinale. Dans le cas considéré ici, cette discontinuité apparaît à la liaison entre la fin du pavillon et le haut du culot droit, voir la figure 10.

Si δ_t^c désigne la hauteur de la couche limite turbulente qui se développe sur le pavillon sans milieu poreux à l'abscisse x_c du culot, la valeur moyenne du rotationnel du vecteur de la vitesse contenue dans la couche limite à l'origine de la structure tourbillonnaire émise dans le sillage au niveau du culot est donnée par :

$$\Omega_{\text{smp}} = \frac{1}{\delta_t^c} \int_0^{\delta_t^c} \frac{dU(y)}{dy} dy \approx \frac{U_e}{\delta_t^c} \quad (\text{plus précisément égal à } 0,99 \frac{U_e}{\delta_t^c}) \quad (18)$$

Le rotationnel de la vitesse augmente avec le gradient transversal de vitesses relevé de part et d'autre de la couche limite et décroît avec l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite (resp., l'augmentation de la viscosité).

2.1.5 Comparaison des rotationnels avec et sans milieu poreux - En formant le rapport des relations (17) et (18), il vient :

⁸ Les émissions peuvent se produire avant la discontinuité géométrique (ici le culot) à partir d'instabilités convectives pour des nombres de Richardson (fonctions des nombres de Grashof, de Reynolds et de Froude) inférieurs à 0,25.

$$\frac{\Omega_{\text{amp}}}{\Omega_{\text{smp}}} = \frac{\delta_t^c [(e-a) + n(e-b)]}{2 n(e-b)(e-a)} k(x) \quad (19)$$

Les évolutions du rapport du rotationnel de la vitesse à l'interface avec le milieu poreux sur le rotationnel sans milieu poreux en fonction du rapport des vitesses $k(x)$ pour différentes valeurs de la viscosité apparente ν_a sont reportées sur la figure 11. Ces valeurs sont obtenues pour une abscisse $x=3$ m, une vitesse $U_e=30$ m/s et une épaisseur de milieu poreux égale à 10% d'une hauteur h de culot égale à 1.4 m, voir le texte sous la relation (8).

Ces résultats montrent que le rotationnel du vecteur de la vitesse qui apparaît à l'interface du milieu poreux avec l'écoulement extérieur peut être supérieur ou inférieur au rotationnel contenu dans la couche limite en l'absence de milieu poreux. Sa valeur, comparée à sa valeur déterminée en l'absence de milieu poreux, apparaît principalement fonction de la perméabilité K_a du milieu poreux qui conditionne la valeur de la viscosité cinématique apparente ν_a .

Lorsque la valeur de $k(x)$ diminue pour tendre vers zéro sans être égale⁹ à zéro, la vitesse V_i à l'interface tend vers zéro et les ordonnées des origines a et b des couches limites laminaire et turbulente augmentent. Les différences $(e-a)$ et $(e-b)$ tendant plus vite¹⁰ vers zéro que la valeur $V_i(x)$, le rapport des rotationnels donné par l'équation précédente augmente pour tendre vers l'infini lorsque les ordonnées des origines des couches limites laminaire et turbulente tendent vers l'épaisseur e du milieu poreux.

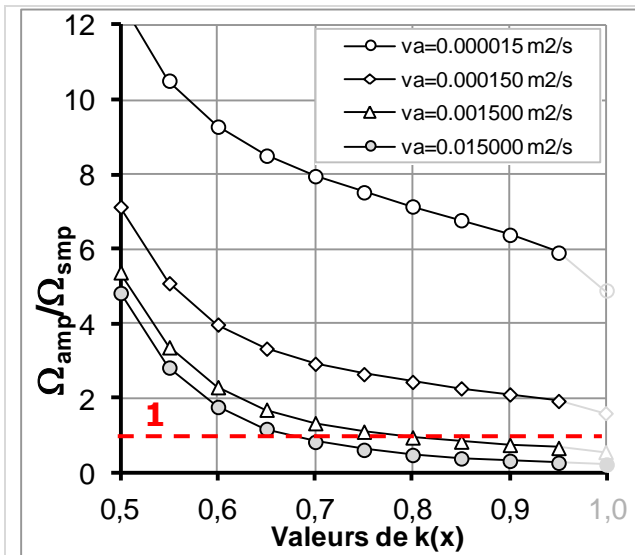


Fig.11 – Évolution du rapport des rotationnels avec et sans milieu poreux en fonction du rapport $k(x)$ des vitesses à l'interface du milieu poreux avec l'extérieur pour différentes valeurs de la viscosité cinématique apparente ν_a de 15×10^{-6} à 15000×10^{-6} m²/s.

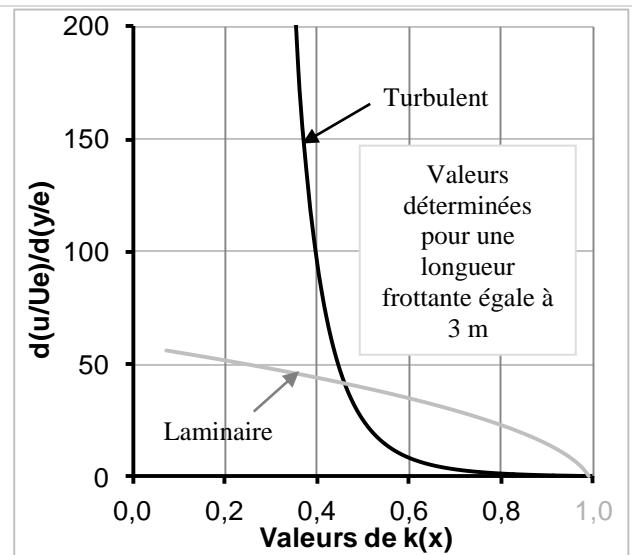


Fig.12 – Évolution des gradients des vitesses transversales pour les couches laminaire (en gris) et turbulente (en noir) rapportés à la vitesse infinie amont U_e et à l'épaisseur e du milieu poreux en fonction du rapport des vitesses $k(x)$ pour la viscosité cinématique $\nu_o = 15 \times 10^{-6}$ m²/s.

Lorsque la valeur de $k(x)$ augmente pour tendre vers 1, la vitesse V_i à l'interface tend vers la vitesse U_e à l'extérieur du milieu poreux, les ordonnées des origines a et b des couches limites laminaire et turbulente diminuent et, pour une perméabilité K_a associée à une viscosité cinématique apparente adaptée ν_a , le rapport des rotationnels donné par l'équation précédente peut devenir inférieur à l'unité, voir la figure 11. Cette évolution est à relier aux diminutions des gradients transversaux de vitesses qui apparaissent à l'interface du milieu poreux avec l'écoulement extérieur lorsque la valeur de $k(x)$ augmente, voir la figure 12. Les courbes reportées sur la figure 11 montrent de plus que le rapport

⁹ Si la valeur de $k(x)$ est nulle, le milieu poreux n'est plus perméable et s'identifie à une paroi solide.

¹⁰ Les gradients $d(U(y)/U_e)/d(y/\delta)$ sont supérieurs à 1.

des rotationnels $\Omega_{amp} / \Omega_{smp}$ diminue à k fixé lorsque la viscosité augmente ou à viscosité fixée lorsque k augmente (resp. x diminue).















	δ_t	V_i	$k(x)$	(e-a)	(e-b)	$\Omega_{amp} / \Omega_{smp}$
x 						
x 						

Tableau 1 - Évolutions de l'épaisseur $\delta_t(x)$ de la couche limite turbulente à l'extérieur du milieu poreux, de la vitesse $V_i(x)$ à l'interface, du rapport des vitesses $k(x)$, des différences (e-a) et (e-b) et du rapport des rotationnels avec et sans milieu poreux en fonction du sens de variation de l'abscisse x (colonne de gauche).

En remarquant qu'à une diminution de l'abscisse x (ligne 2 du tableau 1) sont associées une diminution de l'épaisseur δ_t de la couche limite turbulente extérieure et des augmentations de la vitesse $V_i(x)$, du rapport des vitesses $k(x)$ et des différences (e-a) et (e-b), la diminution du rotationnel de la vitesse relevée avec milieu poreux lorsque le rapport $k(x)$ augmente apparaît alors principalement influencée par la diminution de la couche limite turbulente, voir le tableau 1. À cette diminution de l'épaisseur de la couche limite sont associées des réductions des gradients transversaux de vitesse pour les couches laminaire et turbulente, voir la figure 12 (et la ligne 3 du tableau 1 pour la configuration x augmente).

Il est enfin utile de remarquer que la hauteur du milieu poreux restant constante en fonction de l'abscisse x , les augmentations de la vitesse V_i et du rapport de vitesses $k(x)$ peuvent s'obtenir en augmentant la perméabilité K à laquelle est associée une diminution de la viscosité cinématique apparente ν_a , voir la figure 11.

Pour un véhicule de hauteur $h=1.4m$ qui se déplace à la vitesse $U_e=30$ m/s, une longueur frottante ou abscisse¹¹ $x=3m$, une épaisseur de milieu poreux égale à 10% de la hauteur h du culot, un exposant n égal à 7, une viscosité apparente ν_a égale à $15 \cdot 10^{-4}$ m²/s, une vitesse V_i à l'interface entre le milieu poreux et l'écoulement externe égale à $0.9U_e$, le rotationnel avec milieu poreux vaut 0.76 fois le rotationnel émis sans milieu poreux, voir la figure 11.

2.2 Écoulement laminaire dans le milieu poreux - Pour des nombres de Reynolds rapportés à la dimension des pores du milieu poreux supérieurs à 1, l'écoulement dans le milieu poreux devient laminaire et l'origine a de la couche limite se situe au fond du milieu poreux. À cette configuration, lorsque le régime est établi et à chaque abscisse x , est associée une valeur adaptée de la viscosité cinématique apparente ν_a pour chaque rapport de vitesses $k(x)$. Les valeurs de la viscosité, déduite de la relation (8) du paragraphe 2, sont alors données par :

$$\nu_a = \frac{e^2 U_e}{C_1^2 x (1 - \sqrt{1 - k(x)})^2} \quad (20)$$

Le rapport des rotationnels des structures tourbillonnaires émises dans le sillage avec et sans milieu poreux donné par (19) devient alors (voir la figure 13) :

$$\frac{\Omega_{amp}}{\Omega_{smp}} = \frac{\delta_t^c [e + n(e - b)]}{2 n e (e - b)} k(x) \quad (21)$$

Cette équation est établie pour une vitesse de l'écoulement extérieur¹² considérée égale à la vitesse U_e et s'obtient en remarquant que $e < \delta_t$ et que $(e - b) < \delta_t$ (avec $k(x) < 1$). L'évolution du rapport du

¹¹ Abscisse moyenne associée à l'abscisse de fin de pavillon (resp. du culot) d'un véhicule de gamme moyenne (resp. petit véhicule).

¹² L'épaisseur du milieu poreux n'a aucune raison d'être égale à l'épaisseur locale de la couche limite.

rotationnel du vecteur de la vitesse avec le milieu poreux sur le rotationnel sans milieu poreux en fonction du rapport $k(x)$ est représentée sur la figure 14. Les résultats montrent qu'existe une valeur limite du rapport $k(x)$ des vitesses V_i/U_e au-dessus de laquelle le rotationnel des structures tourbillonnaires émises dans le sillage avec milieu poreux devient inférieur au rotationnel émis sans milieu poreux. Comme précédemment, ce résultat résulte principalement de la réduction des gradients transversaux de vitesse qui apparaissent à l'interface du milieu poreux avec l'écoulement extérieur lorsque le rapport des vitesses $k(x)$ augmente.

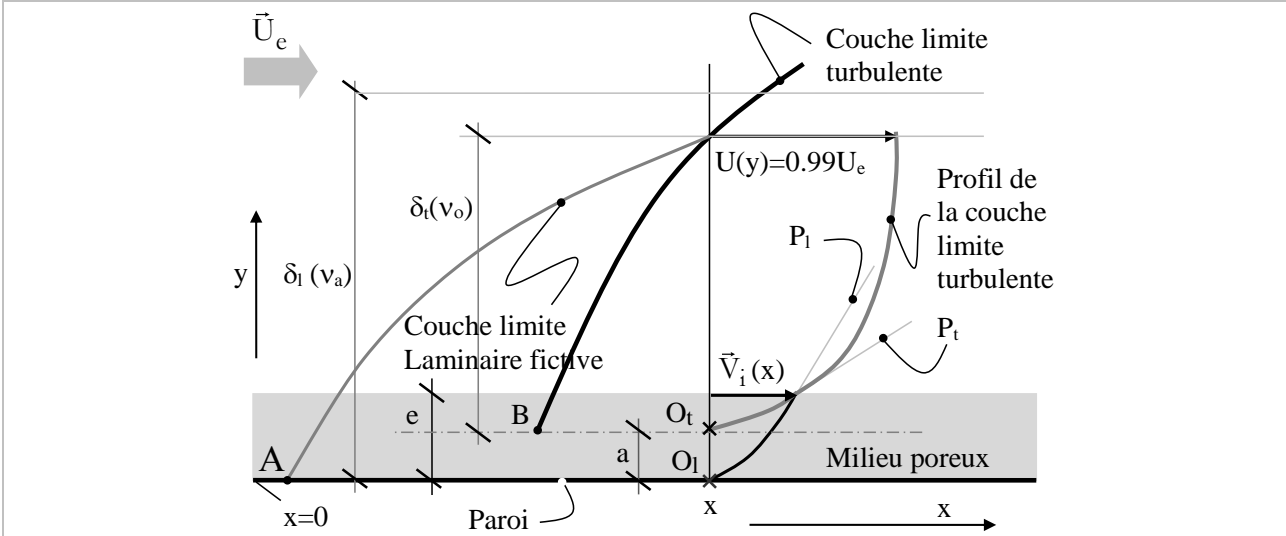


Fig. 13 – Couches limites laminaire et turbulente à l'intérieur et à l'extérieur du milieu poreux. **Profil laminaire de vitesses pour un écoulement dans le milieu poreux de type Couette (éclt plan).** À l'abscisse x considérée, l'origine O_l de la couche limite laminaire est au fond du milieu poreux et la viscosité apparente conditionne la valeur de la vitesse V_i à l'interface du milieu poreux avec l'écoulement extérieur.

Pour un véhicule de hauteur $h=1.4\text{m}$ qui se déplace à la vitesse $U_e=30\text{ m/s}$, une longueur frottante ou abscisse $x=3\text{m}$, une épaisseur de milieu poreux égale à 10% de la hauteur h du culot, un exposant n égal à 7, une vitesse V_i à l'interface entre le milieu poreux et l'écoulement externe égale à $0.7U_e$, une viscosité cinématique apparente v_a adaptée et égale à $51300 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$, le rotationnel avec milieu poreux vaut 0.73 fois le rotationnel émis sans milieu poreux, voir la figure 14.

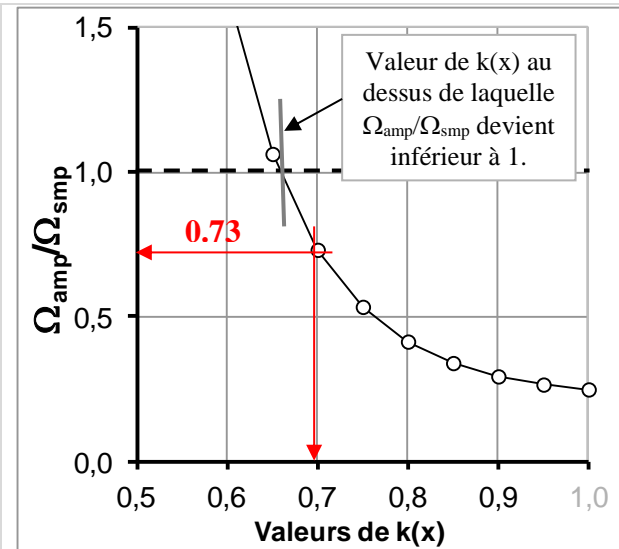


Fig. 14 – Évolution du rapport des rotationnels avec et sans milieu poreux en fonction du rapport $k(x)$ des vitesses pour des viscosités cinématiques apparentes v_a adaptées, voir la relation (20).

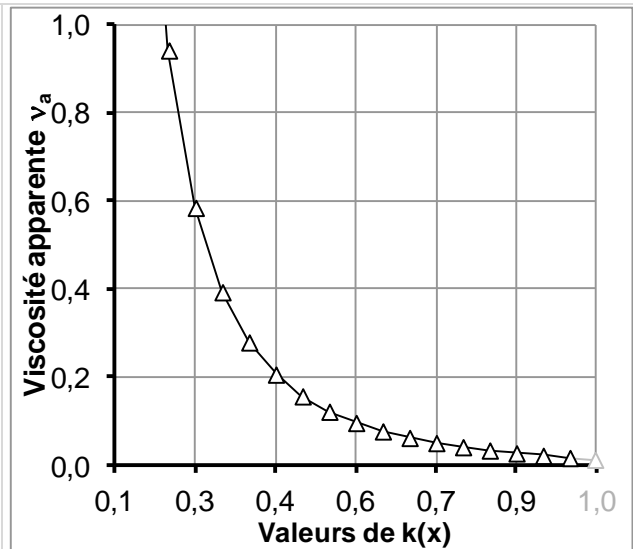


Fig. 15 – Évolution de la viscosité cinématique apparente nécessaire pour garantir un écoulement laminaire dans le milieu poreux en fonction du rapport $k(x)$. L'origine a de la couche limite est au fond du milieu poreux, voir la relation (2).

3 CONCLUSION

Une approche analytique est proposée pour estimer et comparer les rotationnels des vecteurs de la vitesse associés aux structures tourbillonnaires émises dans le sillage d'une géométrie à culot droit avec et sans milieu poreux. Le modèle est établi en considérant un milieu poreux adjacent à un écoulement extérieur alimenté par un écoulement de type Darcy compris entre deux écoulements laminaires pour les très faibles nombres de Reynolds rapportés à la taille des pores puis pour un écoulement totalement laminaire. Le rotationnel des structures tourbillonnaires émises dans le sillage par le milieu poreux est déterminée à partir de la discontinuité transversale des vitesses relevée à l'interface entre l'extérieur et le milieu poreux.

Quelle que soit la typologie de l'écoulement dans le milieu poreux, les résultats montrent que le rotationnel des structures tourbillonnaires issues des gradients transversaux des vitesses relevés de part et d'autre de l'interface entre le milieu poreux et l'écoulement externe est fonction de la perméabilité K du milieu poreux et peut être supérieur ou inférieur au rotationnel des structures émises sans milieu poreux. Le rotationnel des structures tourbillonnaires émises avec milieu poreux peut devenir inférieur au rotationnel des structures tourbillonnaires émises sans milieu poreux au-delà d'une certaine valeur de $k(x)$ lorsque la perméabilité du milieu poreux diminue (resp. la viscosité cinématique ν augmente).

Les résultats présentés dans ce papier fournissent une explication aux réductions des rotationnels des structures tourbillonnaires émises dans les sillages de géométries simplifiées munies de milieux poreux sur le pavillon et/ou le soubassement, Bruneau et al (2008 et 2010). Ils montrent l'intérêt de poursuivre les investigations pour mieux comprendre les processus physiques à l'origine des réductions de traînée aérodynamique et améliorer leur efficacité.

RÉFÉRENCES

- Ahmed S.R., Ramm R. and Faltin G.; *Some salient features of the time-averaged ground vehicle wake*, SAE Technical Paper Series 840300, 1984.
- Bruneau CH, Gilliéron P. & Mortazavi I.; *Passive control around the two-dimensional square back Ahmed body using porous devices*, Journal of Fluids Engineering, volume 130, 061101, June 2008.
- Bruneau CH, Creusé E., Depeyras D., Gilliéron P. and Mortazavi I.; *Coupling active and passive techniques to control the flow past the square back Ahmed body*, Computers and Fluids 38, n° 10, 2010.
- Bruneau CH, Creusé E., Depeyras D., Gilliéron P., Mortazavi I.; *An analytical approach to improve drag control techniques for the Ahmed body*, Joint Fluids Engineering Conference, 2011.
- Depeyras D.; *Contrôle actifs et passives appliqués à l'aérodynamique automobile*, Thèse de l'Université de Bordeaux, École doctorale de mathématiques et informatique, 12 novembre 2009.

ANNEXES

A1 - Équation de Karman pour la couche limite :

$$\frac{c_f}{2} = \frac{d}{dx}(\delta_2) + \frac{\delta_2}{U_e} \left(\frac{dU_e}{dx} \right) (H + 2)$$

avec c_f , le coefficient de frottement local, δ_2 l'épaisseur de quantité de mouvement, H le paramètre de forme et x l'abscisse dans la direction de l'écoulement de vitesse U_e à l'infini amont.

A2 - Si l'écoulement dans le milieu poreux entre les écoulements à l'extérieur du milieu poreux et de Darcy n'est pas laminaire mais représenté par une équation de la forme (voir l'évolution du profil de vitesse sur la partie droite de la figure 16) :

$$\frac{U(y)}{U_e} = \lambda \left(\frac{y-b}{e-a} \right)^2 + \mu \quad (22)$$

avec $U_D = \mu U_e$ (vitesse de Darcy, fig. 16) et $\lambda = k - \mu = \frac{V_i(x)}{U_e} - \mu$, alors le rapport des rotationnels avec et sans milieu poreux à la frontière avec l'écoulement extérieur déterminé à partir de la relation (17) devient :

$$\frac{\Omega_{amp}}{\Omega_{smp}} = \frac{\delta_t^c [(e-a) + 2n(e-b)]}{2 n(e-b)(e-a)} k(x) \quad (23)$$

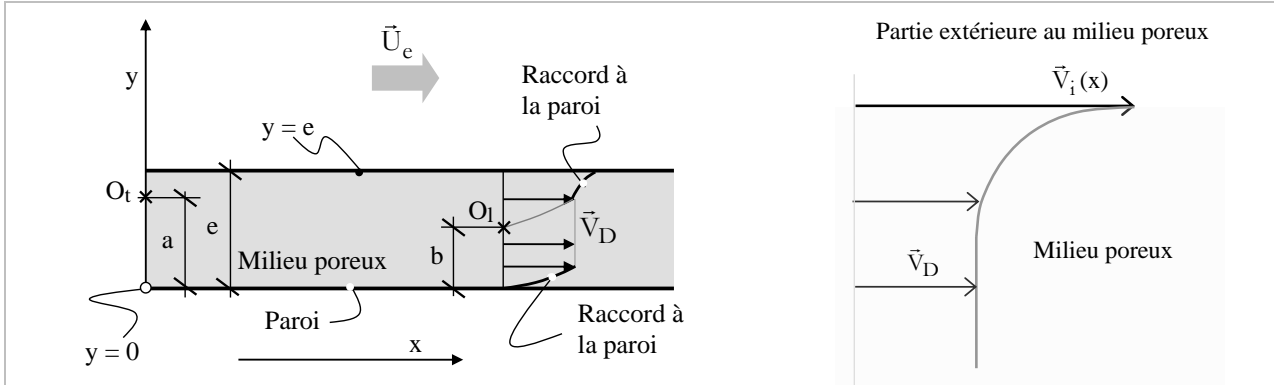


Fig. 16 - Milieu poreux d'épaisseur e avec un écoulement de type Darcy de vitesse U_D . L'évolution transversale de la vitesse dans le milieu poreux entre l'interface de vitesse V_i et le domaine de Darcy de vitesse U_D est représentée par l'équation (22).

Remerciements

L'auteur remercie C.-H. Bruneau, E. Creusé, D. Depeyras et I. Mortazavi pour les échanges fructueux ayant permis d'imaginer, de construire et de documenter l'article présenté ici.