



HAL
open science

Pascal, Torricelli et les Données : sur le premier écrit du concours de la roulette

Sébastien Maronne

► **To cite this version:**

Sébastien Maronne. Pascal, Torricelli et les Données : sur le premier écrit du concours de la roulette. Agnès Cousson. Passions géométriques. Mélanges en l'honneur de Dominique Descotes, Champion, pp.441-459, 2019. hal-01572266

HAL Id: hal-01572266

<https://hal.science/hal-01572266>

Submitted on 7 Aug 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Pascal, Torricelli et les *Données* : sur le premier écrit du concours de la roulette

Sébastien MARONNE*

In Agnès COUSSON (dir.), *Passions géométriques. Mélanges en l'honneur de Dominique Descotes*, Paris, Champion, à paraître en 2018.

Table des matières

1 Introduction	1
2 Le premier écrit : l'Anonyme et le style des <i>Données</i>	3
Les sources du texte	3
Le style des <i>Données</i>	7
L'exemple de la parabole	8
3 Torricelli et la quadrature de la parabole	11
Le traité <i>De dimensione parabolae</i>	12
La proposition XXI du <i>De dimensione parabolae</i>	13
Commentaire mathématique	15
4 Conclusion : raison des effets géométriques ?	18
Bibliographie	20

1 Introduction

Vers la fin de juin 1658, un anonyme, qui s'était « livré depuis plusieurs mois à certaines méditations touchant la cycloïde et ses centres de gravité », publia une première lettre circulaire en latin adressée aux « plus éminents

*Institut de Mathématiques de Toulouse, Université Paul Sabatier, 118 route de Narbonne, F-31062 Toulouse cedex 9. *E-mail*: smaronne@math.univ-toulouse.fr

géomètres de toute la terre », dans laquelle il mettait au concours la solution de « propositions assez ardues et difficiles »¹, en promettant une somme d'argent considérable aux deux premiers qui les résoudre². Jusqu'au 20 janvier 1659, neuf autres écrits consacrés au concours de la roulette allaient paraître³, avant que la solution complète du concours ne fût donnée par Pascal, non plus sous couvert d'anonymat mais sous le masque d'un nom d'emprunt, Amos Dettonville⁴, dans les *Lettres de A. Dettonville*, recueil de lettres et de traités constitué au début de l'année 1659⁵.

Les *Lettres de A. Dettonville*, comme l'indique Dominique Descotes dans l'étude de référence qu'il en a donné en 2001, *Blaise Pascal. Littérature et géométrie*, « tiennent dans l'œuvre scientifique une place comparable aux *Pensées* dans l'œuvre religieuse : elles concentrent en un ensemble puissant les thèmes et l'inspiration de tout ce qui précède » (Descotes, 2001, p. 7). Il n'est donc guère surprenant que de nombreuses études aient été consacrées à ce grand texte et au concours de la roulette qui lui a donné naissance⁶.

Je me contenterai d'étudier dans l'espace bref de cette contribution un caractère du « style géométrique » de Dettonville⁷, en m'appuyant sur le commentaire de deux extraits tirés du premier écrit en latin qui ouvrent le concours de la roulette et en partant d'une remarque de Dominique Descotes :

[Pour Pascal], résoudre un problème n'est pas nécessairement posséder un résultat complet, mais avoir le *pouvoir prochain* de le résoudre, au sens moliniste où il ne manque rien pour obtenir

1. Je paraphrase le premier paragraphe de cette lettre circulaire écrite en latin en m'aidant de la traduction de Jean Mesnard : cf. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, 189).

2. Quarante pistoles au premier et vingt pistoles au second, ou bien soixante pistoles si un seul donnait la solution. Il faut savoir que soixante pistoles représentait alors le loyer annuel d'une belle maison à Paris : cf. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 169).

3. Ces « écrits relatifs au concours de la roulette » sont publiés par Jean Mesnard dans (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 147-253).

4. Anagramme de 'Louis de Montalte', le nom d'auteur utilisé par Pascal pour les *Provinciales*.

5. Cf. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, 367-566).

6. Cf. entre autres Costabel (1962), Hara (1979), (Hara, 1981, p. 63-114), Descotes (1998), Descotes (2001), Merker (2001). Ajoutons à ces études les présentations des textes de Jean Mesnard qui sont, comme toujours, très précieuses pour le commentaire : cf. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 147-188 et 367-406).

7. Pascal écrit dans sa première lettre à Carcavy : « Vous voyez, Monsieur, que je suis entré dans le style géométrique ». Cf. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 415). Dominique Descotes donne une analyse littéraire et mathématique de ce style géométrique dans Descotes (2001).

le requis. Dans cette perspective, selon Huygens, c'est presque la même chose de résoudre effectivement un problème et de montrer qu'on peut le résoudre, *même sans effectuer tous les calculs* : l'essentiel est dans l'établissement de relations entre éléments *donnés* et éléments *requis* jusqu'à réduction de tous les uns aux autres. *Le retour constant de ces termes techniques de donné et connu est un des caractères frappants du style de Dettonville* (Descotes, 2001, p. 71-72).

Cette remarque est, de sa part, *typique*. Tout d'abord, elle fait entrer dans l'explication mathématique du texte un élément qui paraît d'abord incongru au simple historien des mathématiques. Car, qu'est-ce donc que le pouvoir prochain, qui plus est au sens moliniste ? Le littéraire pascalisant, qui connaît la première lettre des *Provinciales* ou le quatrième *Écrit sur la grâce*, le sait bien, mais il y a les calculs. Et puis qu'est-ce donc que le « style arithmétique » de Dettonville (Descotes, 2001, p. 117-123) ? Pour comprendre Pascal, l'un qui sait compter devrait lire, et l'autre qui sait lire devrait compter. Tâche ardue. Surtout si, comme Dominique Descotes, on ne se contente pas de lire avec les littéraires, mais on compte aussi avec les mathématiciens et qu'on aborde ainsi, tranquillement, *toute* l'œuvre de Pascal. Mentionnons le dernier ingrédient mais non le moindre de sa méthode : des considérations relevant de la critique textuelle et génétique, appliquées non seulement aux textes littéraires, mais aussi aux figures et aux calculs⁸.

Suivant cette méthode, je commencerai par présenter et étudier les sources du texte *et* des figures du premier écrit sur le concours de la roulette, avant d'entrer dans le détail du commentaire historico-mathématique.

2 Le premier écrit : l'Anonyme et le style des *Données*

Les sources du texte

Les dix écrits du concours sur la roulette de Pascal sont « d'une rareté extrême »⁹. Jean Mesnard donne cinq sources pour le premier écrit latin im-

8. Cf. Descotes (1998) et Descotes (2010).

9. Cf. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 147) et (Scheler, 1962, p. 359, en part. n. (3)) qui penche pour une trentaine d'exemplaires. On sait par ailleurs d'après Marguerite Périer

primé et diffusé vers la fin de juin 1658¹⁰. On le retrouve d’abord inséré avec les autres écrits du concours dans un exemplaire des *Lettres de Dettonville*, confié par Marguerite Périer aux Révérends Pères de l’Oratoire de Clermont le 15 mars 1723, qui se trouve aujourd’hui à la Bibliothèque Municipale de Clermont-Ferrand¹¹. Dans l’attestation de son don, Marguerite Périer précise : « c’est un livre qu’on ne pourrait trouver nulle part, n’y en ayant peut-être pas trente dans tout Paris qui soit complet comme celui-ci »¹². Par « complet », Marguerite Périer paraît ainsi faire référence aux écrits imprimés sur la roulette qui sont joints aux *Lettres de A. Dettonville*¹³. Un autre exemplaire, ayant appartenu à Colbert, contient lui aussi les écrits sur le problème de la roulette reliés à la suite : il a été décrit par Lucien Scheler dans Scheler (1962) et figure à présent dans la collection Parcé¹⁴. Selon Scheler, ce recueil aurait été constitué par Carcavy lui-même, « le seul à pouvoir adjoindre, abstraction faite de l’auteur lui-même, à l’exemplaire des *Lettres de Dettonville* relié aux armes de Colbert [...] les rarissimes pièces annexes qui l’accompagnent » (Scheler, 1962, p. 355-356).

Ces deux seuls exemplaires des *Lettres de Dettonville* sont, à ma connaissance, les seuls de ce type. Les trois autres recueils d’écrits mathématiques qui contiennent, sous forme partielle ou complète, les écrits sur la roulette et les fascicules des *Lettres de A. Dettonville* sont en effet *composites*, car on y retrouve aussi des textes tirés du *Triangle arithmétique*, et ont été composés plus tard¹⁵.

que les *Lettres de A. Dettonville* auraient été tirées à cent-vingt exemplaires : (Pascal, *Œuvres complètes*, I, p. 1104 et IV, p. 368).

10. Il existe en outre un exemplaire de cet écrit à la *Bodleian Library* à Oxford coté Savile G8(i,2). Cf. (Wallis, 2003, p. 497).

11. Il s’agit du R. 1036 (nouvelle cote Em. 0010). Pour une description, cf. (Pascal, *Œuvres complètes*, I, p. 268-270) où il est désigné par S^1 . Comme de nombreux autres textes de Pascal, ce recueil est accessible en ligne sur le site *OVERNIA* : <http://www.bibliotheques-clermontcommunaute.net/overnia/collection.php?titre=UnprovincialnomméBlaisePascal>.

12. Cf. (Pascal, *Œuvres complètes*, I, p. 268-269).

13. Exception faite de l’*Historia Trochoidis* et de l’*Historia Trochoidis, sive Cycloidis. Continuatio* qui sont absents du recueil. Marguerite Périer mentionne pourtant dans l’une des deux attestations du don « l’*Histoire* en latin ». Cf. (Pascal, *Œuvres complètes*, I, 266-268 et IV, p. 186).

14. Voir aussi (Pascal, *Œuvres complètes*, I, p. 277-278) qui le désigne par S^6 .

15. On les trouve à l’*Académie des Sciences*, à la Bibliothèque Nationale qui fournit le recueil le plus complet (Res. V. 859-860), et à la Bibliothèque Municipale de Clermont-Ferrand (R. 1037, nouvelle côte Em. 0011). Je renvoie à nouveau pour une description

L'édition du texte de ce premier écrit latin ne pose pas de réelle difficulté. On trouve des corrections manuscrites¹⁶, comme dans les *Lettres de A. Dettonville*¹⁷, qui indiquent de la précipitation et un manque de soin dans l'impression.

L'édition des figures pose davantage question. Comme l'indique Jean Mesnard :

La feuille double imprimée qui renferme ce premier écrit *ne comporte pas de figures*. Celles-ci se présentent, dans certains exemplaires, sous forme manuscrite, soit sur une feuille intercalaire (recueil S^1), soit au bas de la page 3 (recueil S^3). Il est probable, dans le dernier cas, qu'elles ont été dessinées par Pascal lui-même. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 171)

Comparons ces deux séries de deux figures manuscrites¹⁸ (cf. les figures 1 et 2). Tout d'abord, il est clair que les lettres qui y désignent les points ne sont pas de la même main. D'autre part, on observe quelques variantes. Dans la figure 1, on trouve les lettres a pour A et e pour C , ainsi qu'un tracé repris de la parabole pour bien couper le point e , ce qui laisse penser que le rectangle $aBDe$ a été tracé en premier. Ajoutons que les tracés des cercles et des droites semblent avoir été faits à *main levée*. Cela paraît exclure que Pascal en soit l'auteur et suggère plutôt qu'elles sont l'œuvre d'une « belle main » de l'atelier de l'imprimeur¹⁹. Dans la figure 2, il est clair que les droites et les

détaillée à (Pascal, *Œuvres complètes*, I, p. 270-276) qui désigne ces trois recueils respectivement par S^2 , S^3 et S^4 .

16. Par exemple, la correction mineure 'quaeritur' pour 'quaerimus' dans les trois exemplaires S^1 , S^3 et S^4 : cf. (Pascal, 1964-1992, IV, p. 189), relevée par Jean Mesnard dans l'apparat critique. On note également une correction mathématique plus subtile. Un 'C' manuscrit a été ajouté (par Pascal ?) dans le quatrième paragraphe de l'écrit S^3 , mais pas dans S^1 et S^4 , vraisemblablement pour éviter la répétition malheureuse de ZY qui désigne dans la version imprimée, à la suite, à la fois un élément de surface de la cycloïde et le segment correspondant ZY : « Ejustdem centrum gravitatis Solida genita ex circumvolutione dicti spatii $\langle C \rangle ZY$, tam circa ZY quam circa CY ». Cf. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 189).

17. Ces corrections manuscrites, ainsi que l'ajout des titres courants, à la plume, sont de la main du libraire Desprez : cf. (Pascal, 1964-1992, IV, p. 372-373).

18. Parmi les autres recueils, le second recueil de Clermont-Ferrand ne contient pas de figures (ce qui laisse penser que la feuille intercalaire qui les contenait a été perdue) et nous savons d'après Scheler que le recueil de la collection Parcé, comme S^3 , comporte « à la suite du texte, au bas de la page 3, deux figures géométriques tracées à la plume » (Scheler, 1962, p. 359).

19. Jean Mesnard reproduit la figure 1 dans son édition (Pascal, *Œuvres complètes*, IV,

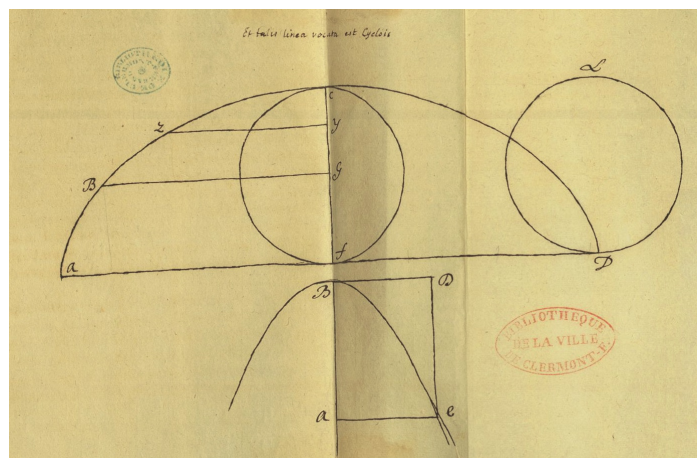


FIGURE 1 – Les figures manuscrites, dans un feuillet intercalaire, dans l'exemplaire de Clermont R. 1036 (S^1) : (source *OVERNIA*/ Bibliothèque Clermont Communauté)

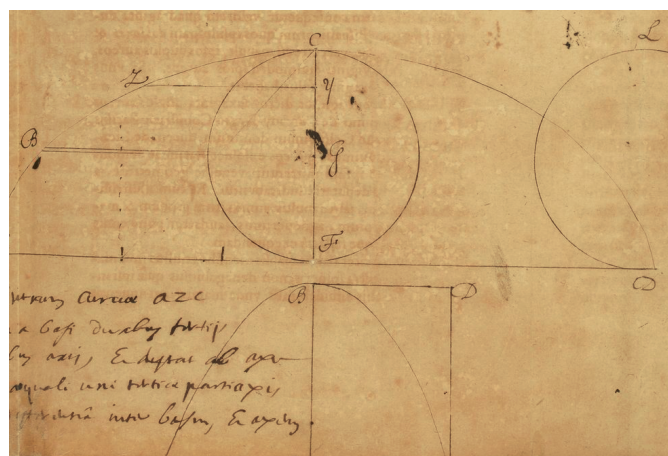


FIGURE 2 – Les figures manuscrites ajoutées au bas du troisième feuillet dans le recueil V. 859 de la Bibliothèque Nationale (S^3) : (source *GALLICA*/ BNF)

cercles de la figure ont été tracés à la règle et au compas, probablement par Pascal lui-même²⁰, et l'on trouve des éléments qui n'apparaissent pas dans

p. 190) et indique que ces figures manuscrites sont peut-être de la main de Pascal, tout en précisant que le mention « Et talis linea vocata est cyclois » n'est pas de lui.

20. Cf. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 171) cité *supra*. Pascal est également l'auteur des notes mathématiques manuscrites dont on voit une partie dans la figure 2 et qui sont postérieures à l'écrit lui-même (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 194).

l'autre figure : une subdivision du segment AF , un segment en pointillés parallèle à l'axe CF . Par ailleurs, le tracé de la cycloïde est faux aux points A et D car on n'y observe pas de tangente verticale²¹.

Ces variantes et irrégularités dans les figures suggèrent de la hâte et de la négligence dans l'impression de ce premier écrit latin du concours de la roulette, ce qui n'est pas tout à fait surprenant au regard de ce que nous savons des *Lettres de A. Dettonville* (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 372-373). D'autre part, il est à peu près clair que le tracé *exact* de la cycloïde et de la parabole n'a pas été visé : ce sont les positions des points, les uns par rapport aux autres, qui comptent afin de représenter, sans ambiguïté ni erreur, les segments et les surfaces considérés dans le problème²². La « géométrie calculante » de Pascal, selon l'expression de Jacques Chevalier²³, n'a que faire des figures exactes.

Le style des *Données*

Après avoir énoncé les problèmes du concours de la roulette²⁴, Pascal précise les conditions de recevabilité des solutions en introduisant le vocabulaire des *Données* d'Euclide :

La démonstration de ce qui est demandé pourrait se révéler si longue qu'il serait difficile, dans le temps imparti, de la mener convenablement à terme : par égard pour le génie (*genio*) et pour le repos des savants géomètres, nous leur demandons seulement de démontrer soit à la manière des anciens, soit aussi bien par la théorie des indivisibles (car nous admettons ce mode de démonstration) *que tout ce qui est demandé est donné* : en sorte que l'on puisse facilement, d'après de ce qui a été démontré, trouver l'un

21. C'est le cas également de la figure donnée par Torricelli dans son appendice sur la cycloïde : cf. (Torricelli, 1644, p. 85).

22. Dans le contexte de la géométrie d'Euclide, ces informations fournies par le diagramme qui jouent un rôle essentiel dans le contrôle des inférences géométriques sont celles que Ken Manders nomme co-exactes dans Manders (2008).

23. Expression que reprend à son compte et illustre Claude Merker dans (Merker, 2001, en part., p. 87-99).

24. Aire et centre de gravité de la surface CZY , volumes et centres de gravité des solides engendrés par la révolution de la surface CZY autour de ZY ou bien de CY , centres de gravité des demi-solides obtenus à partir des précédents par section plane selon l'axe : cf. figure 1.

quelconque des points demandés en partant de ce qui a été donné dans les hypothèses. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 190)²⁵

Claude Hardy, membre de l'Académie Mersenne, a procuré en 1625 l'*editio princeps* des *Données* d'Euclide accompagnée d'une traduction latine²⁶, sur laquelle se sont appuyés Denis Henrion et Pierre Hérigone pour donner leur propre traduction française, le premier à la suite de sa deuxième édition des *Eléments* d'Euclide parue de façon posthume en 1632, le second au sein du premier volume du *Cursus Mathematicus* de 1634²⁷. Ce n'est donc pas un hasard si l'on retrouve la marque des *Données* dans les styles d'écriture de Descartes dans la *Géométrie* de 1637 et de Fermat dans son *Ad locos planos ac solidos isagoge* rédigé en 1636²⁸.

Pascal, en utilisant à nouveau en 1659 dans les *Lettres de A. Dettonville* le vocabulaire des *Données* de façon diffuse²⁹ remet ainsi à l'honneur un style d'écriture à la fois classique et moderne, mais dans le contexte bien particulier d'un concours, où l'on doit persuader juge et concurrents qu'on *peut* résoudre le problème, tout en se gardant de le résoudre effectivement³⁰, d'une part, parce que l'écriture *in extenso* des calculs ne saurait être le fait de l'honnête homme, d'autre part, plus prosaïquement, parce que l'on courrait alors le risque de se voir dérober sa solution ou pire, sa méthode.

L'exemple de la parabole

Pascal poursuit ensuite par un exemple tiré de la parabole que je vais détailler :

25. C'est moi qui souligne. Ici, comme dans la suite, je modifie en quelques endroits l'élégante traduction donnée par Jean Mesnard en la rendant plus littérale.

26. Cf. Euclide (1625). Pour une traduction commentée moderne, cf. Taisbak (2003).

27. Cf. (Euclide, 1632, p. 623-689) et (Hérigone, 1634, p. 801-888).

28. Pour une étude sur les *Données* d'Euclide et une analyse des textes de Descartes et de Fermat rédigés en suivant le style des *Données*, cf. (Gardies, 2001, Chap IV-VI, p. 77-145).

29. Cf. en particulier (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 440) où Pascal donne ses *propres* définitions de 'grandeur donnée', 'espace donné', 'solide donné', 'raison donnée' qui diffèrent de l'exposé euclidien. Pour une analyse historique et mathématique des définitions pascaliennes du '*donné* ou *connu*' en géométrie, je me permets de renvoyer à Maronne (à paraître).

30. On trouve une version hyperbolique de cette dialectique du faire et du pouvoir faire dans le dialogue bien connu entre le Sâr Rabindranath Duval et son assistant.

Pour expliquer plus clairement ma pensée, et pour lever toute ambiguïté, j'illustre ce point par un exemple. Soit proposée, si l'on veut, une parabole ABC , ayant pour axe AB , pour base AC , pour tangente BD , et [soit] CD parallèle à l'axe³¹. Soit à trouver le centre de gravité du triline DCB . Je penserais que l'on a satisfait au problème si l'on démontre que le centre de gravité de la parabole ABC est donné, de même que le centre de gravité du rectangle $CDBA$, et la proportion de ce rectangle à la parabole CBA ; et que par là est donné aussi le centre de gravité du triline CDB . Car, quoique le point où se trouve le centre de gravité ne soit pas précisément exhibé, on a cependant démontré qu'il est donné, puisque ce qui permet de le trouver est donné; et la question aura été poussée jusqu'au point où il ne reste rien d'autre que le calcul, qui ne requiert ni pénétration d'esprit, ni habileté d'exécution. Voilà pourquoi nous n'exigeons pas ce calcul : à quoi bon en effet s'y attarder? Mais nous demandons seulement de démontrer que ce qui est proposé est donné. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 191)

L'exemple de Pascal est fondé sur la proposition 8 du Livre I du traité *De l'équilibre des figures planes* d'Archimède³².

Soit O le centre de gravité du parallélogramme $ABDC$ et soit P le centre de gravité de la semi-parabole³³ ABC qu'on « retranche » du parallélogramme (voir figure 3). Traçons la droite PO . La proposition d'Archimède nous enseigne que le centre de gravité N du triline DBC est le point se trouvant sur le prolongement (à partir de O) de la droite PO qui vérifie la proportion

$$ON : OP = \text{aire (semi-parabole } ABC) : \text{aire (triline } DBC). \quad (1)$$

Reprenons à présent le raisonnement de Pascal. Il est tout d'abord évident que le centre de gravité O du parallélogramme est le point d'intersection

31. Jean Mesnard corrige 'parallela axi CD ' en 'perpendicularis axi AB ' en considérant que cette indication s'applique à la tangente CD . On ne trouve néanmoins aucune correction manuscrite dans le premier écrit. Je conserve pour ma part le texte original qui fait sens si on l'interprète comme introduisant le segment CD .

32. Cf. (Archimède, 1615, p. 170-171) et (Archimède, *Œuvres complètes*, II, p. 88-89).

33. Pascal parle de parabole, mais il est clair qu'il considère une semi-parabole d'après les figures des écrits.

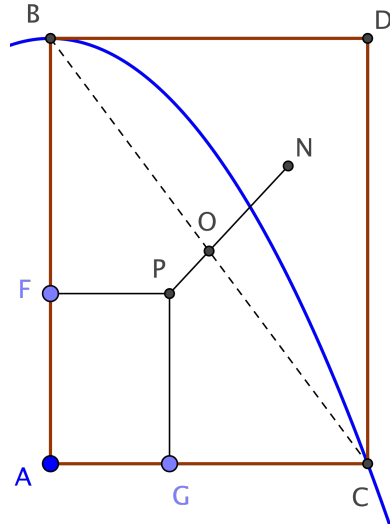


FIGURE 3 – L'exemple de la parabole

des diagonales³⁴. D'autre part, le rapport des aires de la semi-parabole et du triline peut être aisément déduit « sans pénétration d'esprit ni habileté d'exécution » de *La quadrature de la parabole* d'Archimède³⁵. On a en effet

$$\text{aire (semi-parabole } ABC) = \frac{2}{3} \text{aire (ABDC)}$$

d'où l'on déduit immédiatement

$$\text{aire (semi-parabole } ABC) = 2 \text{aire (triline } DBC)$$

et donc

$$ON = 2OP.$$

Jusqu'à présent nous n'avons fait qu'utiliser des résultats classiques d'Archimède. Qu'en est-il du centre de gravité P de la semi-parabole ABC ? Archimède a certes déterminé la position du centre de gravité de la parabole dans la proposition VIII du Livre II du traité *De l'équilibre des figures planes*³⁶ —le centre de gravité F de la parabole est déterminé par

34. C'est la proposition X du Livre I du traité *De l'équilibre des figures planes* d'Archimède : cf. (Archimède, 1615, p. 172-173) et (Archimède, *Œuvres complètes*, II, p. 90-92).

35. C'est la proposition XXIV et dernière du traité. Cf. (Archimède, 1615, p. 441-442) et (Archimède, *Œuvres complètes*, II, p. 193-195).

36. Cf. (Archimède, 1615, p. 207-208) et (Archimède, *Œuvres complètes*, II, p. 113-115).

$BF = \frac{3}{2} FA$ (cf. figure 3)— mais pas celui de la *semi-parabole*. S’il est trivial de passer de la quadrature de la parabole à la semi-parabole, il n’en va pas de même pour la détermination des centres de gravité³⁷. On sait tout au plus en usant de la même proposition VIII du Livre I du traité *De l’équilibre des figures planes* d’Archimède, et en faisant appel à une considération de symétrie, que le centre de gravité de la semi-parabole se trouve sur la droite passant par le centre de gravité de la parabole et perpendiculaire au diamètre³⁸.

C’est Evangelista Torricelli (1608-1647), dans son traité *De dimensione parabolae* publié dans les *Opera Mathematica* (1644) qui nous fournit l’ingrédient manquant, non trivial, en démontrant au sein de la proposition XXI et dernière du traité³⁹ que le centre de gravité de la semi-parabole se trouve sur la droite perpendiculaire à la base au point G défini par la proportion $CG : GA = 5 : 3$ ⁴⁰.

3 Torricelli et la quadrature de la parabole

Torricelli, disciple de Galilée, est doublement lié à Pascal⁴¹. Dans ce premier écrit latin du concours de la roulette, c’est le nom (*cyclois*) et la description de la courbe donnés par Torricelli qui sont cités. Naguère, Pascal indiquait dans sa préface des *Nouvelles expériences sur le vide* de 1647 que l’expérience de Torricelli lui avait fourni « l’occasion » de ces expériences⁴².

37. On retrouve exactement le même enjeu dans les quatre derniers problèmes, bien plus ardu, du concours qui demandent de déterminer les centres de gravité des deux solides obtenus à partir de la roulette puis ceux des deux demi-solides correspondants.

38. Plus précisément, les centres de gravité des deux semi-paraboles sont situés sur la droite perpendiculaire au diamètre passant par le centre de gravité de la parabole et sont symétriques par rapport à ce même point.

39. Cf. (Torricelli, 1644, Prop. XXI, p. 83-84).

40. Torricelli montre aussi dans le lemme XI que la semi-parabole se trouve à l’équilibre lorsqu’elle suspendue au point G ainsi défini. Cf. (Torricelli, 1644, p. 33-35).

41. Cette relation Torricelli-Pascal, qui participe des échanges scientifiques entre la France et l’Italie, initiés en particulier par Mersenne et parfois marqués sous le sceau de la controverse, n’a pas encore été étudiée dans le détail. C’est ce que je me propose de faire dans un travail en cours dont cette contribution est le premier jalon.

42. Cf. (Pascal, 1647, Préface) et pour une présentation et édition de l’ouvrage, (Pascal, *Œuvres complètes*, II, p. 493-508).

Le traité *De dimensione parabolae*

Le traité *De dimensione parabolae...* de Torricelli, publié au sein des *Opera Mathematica* de 1644 et paginé à part, est un traité important et composite, comme le montre son titre complet qui tient en plusieurs lignes :

*Deux problèmes sur la mesure de la parabole et du solide hyperbolique, l'un ancien, dans lequel la quadrature de la parabole est résolue en vingt façons, certaines géométriques et mécaniques ; d'autres par des raisonnements déduits de la géométrie des indivisibles ; l'autre nouveau, dans lequel certaines propriétés accidentelles d'un solide remarquable engendré par l'hyperbole sont démontrées. Avec un appendice sur la mesure de l'espace cycloïdal et de l'hélice.*⁴³

L'ouvrage est principalement consacré à produire vingt[!] démonstrations du problème classique de la quadrature de la parabole, à la suite d'Archimède, et se décompose pour ce faire en deux parties. Dans la première partie, Torricelli résout le problème, « à la manière des Anciens », en utilisant la méthode d'exhaustion. Dans la seconde partie, il donne onze nouvelles solutions de la quadrature de la parabole au moyen de la méthode des indivisibles et en usant de considérations mécaniques faisant intervenir des centres de gravité⁴⁴. À la suite, on trouve l'appendice *De dimensione cycloidis*⁴⁵ qu'a lu Pascal. Torricelli présente ensuite son « solide hyperbolique aigu » issu de la rotation d'une branche d'hyperbole autour de son asymptote, et démontre qu'il possède une aire infinie mais un volume fini⁴⁶ : c'est le second et *nouveau* problème du traité qui se clôt sur un second appendice consacré à l'hélice.

Dans la préface de la deuxième partie du *De dimensione parabolae* qui

43. *De dimensione parabolae solidique hyperbolici problemata duo, antiquum alterum, in quo quadratura parabolae XX modis absolvitur, partim geometricis, mechanicisque ; partim ex indivisibilium geometria deductis rationibus : novum alterum, in quo mirabilis cujusdam solidi ab hyperbola geniti accidentia nonnulla demonstrantur. Cum appendice, de dimensione spatii cycloidalis, & cochleae.*

44. On trouve en ligne une traduction anglaise assortie de commentaires mathématiques et historiques de cette partie du traité : cf. <https://math.knox.edu/torricelli/article.html>. Sur la méthode des indivisibles de Torricelli, cf. De Gandt (1987a) et Bacelli (2015). Sur sa méthode des centres de gravité, cf. Pisano et Capecchi (2010). L'ouvrage De Gandt (1987b) procure une étude d'ensemble de l'œuvre scientifique de Torricelli.

45. L'ordre des traités tel que décrit dans le titre n'est pas respecté.

46. Ce paradoxe donnera lieu à de nombreuses discussions chez les mathématiciens de l'époque : cf. (Mancosu, 1996, p. 129-149).

emploie la géométrie des indivisibles, Torricelli insiste sur le rôle fondamental du problème de la quadrature de la parabole en géométrie :

En supposant en effet certains des théorèmes remarquables des Anciens, tant d'Euclide que d'Archimède, même s'ils diffèrent grandement quant à leurs objets, il est remarquable qu'on puisse aussi aisément déduire de l'un quelconque de ces théorèmes la quadrature de la parabole, & *vice versa*, comme si celle-ci établissait un lien commun de vérité (*vinculum veritatis*) [entre ces théorèmes].⁴⁷

Les théorèmes géométriques en question concernent la mesure du cylindre par comparaison au cône ou à la sphère inscrite, la position du centre de gravité du cône, et la mesure de l'aire délimitée par une spirale dans sa première révolution. Ces théorèmes sont en effet divers de par leurs objets (cylindre, cône, sphère et spirale) mais liés les uns aux autres par la quadrature de la parabole, « lien de vérité » selon la belle formule de Torricelli⁴⁸, *raison des effets*, pourrait-on dire comme Pascal, quant aux mesures de ces différentes figures géométriques.

La proposition XXI du *De dimensione parabolae*

Je me propose à présent de montrer que la proposition XXI de Torricelli est la source probable de l'exemple de Pascal sur la parabole. Tout d'abord, on trouve cette proposition à la page qui précède l'appendice consacré à la cycloïde, dont Pascal tire, *ipsis verbis*⁴⁹, la description de la courbe, comme il l'indique lui-même :

Nous pensions devoir nous abstenir [de présenter la description de la cycloïde] pour faire bref, d'autant que cette ligne a été

47. « Suppositis enim praecipuis Theorematibus antiquorum tam Euclidis, quàm Archimedis, licet de rebus inter se diversissimis sint, mirum est ex unoquoque eorum quadraturam parabolae facili negotio elici posse; & vice versa quasi ea sit commune quoddam vinculum veritatis ». Cf. (Torricelli, 1644, p. 55-56).

48. Je n'ai pas pu identifier la source exacte de cette expression mais elle me paraît provenir de la théologie ou de la philosophie, et non des mathématiques où elle n'est pas commune.

49. Le seul changement apporté par Pascal, par rapport à Torricelli, concerne les lettres qui désignent les points de la figure.

connue depuis longtemps de Galilée, de Torricelli et d'autres⁵⁰.

Mais, comme leurs livres ne sont pas à la portée de tous, *nous la donnons d'après Torricelli*. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 193)⁵¹

Voici, traduit en français et *in extenso*, l'énoncé et la démonstration de la proposition XXI⁵².

Proposition (XXI). *La parabole est sesquitiere⁵³ du triangle de même base & de même hauteur.*

Soit la semi-parabole ABC de diamètre CE , d'ordonnée AE , et de tangente CD , et qu'on complète le parallélogramme $AECD$. Il est clair que toutes les lignes du triligne mixte $DABC$, qui sont parallèles au diamètre, sont entre elles dans la même raison que tous les cercles d'un cône ayant pour axe DC et pour sommet C . Par conséquent [*Lemme 22*]⁵⁴, le centre de gravité de toutes les lignes du triligne $DABC$ sera sur la ligne qui divise la balance DC , comme le centre de gravité du cône divise cette même balance : c'est-à-dire de telle façon que la partie se terminant en C soit le triple de la partie restante. Soit donc CF triple de FD et qu'on mène la parallèle FM à CE : le centre de gravité du triligne $DABC$ sera sur cette droite FM .

De même, toutes les lignes qui sont menées parallèles au diamètre dans la semi-parabole $ABCE$, sont entre elles dans la même raison que tous les cercles d'un hémisphère, dont l'axe est AE , et le sommet A . Par conséquent [*Lemme 22*]⁵⁵, le centre de gravité de toutes les lignes suspendues à la balance AE , c'est-à-dire [le centre de gravité] de cette semi-parabole, sera sur la ligne qui divise la balance AE comme le centre de gravité de l'hémisphère : c'est-à-dire de telle façon que la partie qui se termine en A soit à la partie restante comme 5 à 3. Soit donc AI à IE comme 5 à 3, et soit menée IH parallèle à CE : le centre de la semi-parabole sera sur la droite IH . Finalement soit menée GL , qui coupe les côtés AE et DC en leur milieu. Le centre de gravité O du parallélogramme DE sera sur GL . Posons que le centre de gravité de la semi-parabole soit un certain point P , menons PO qu'on prolonge jusqu'en N , centre de gravité du triligne $DABC$. La semi-parabole est

50. Comme il est bien connu, c'est seulement plus tard dans l'*Histoire de la roulette* que Pascal mentionnera Roberval.

51. Pour cette description de la cycloïde, cf. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 193-194) et (Torricelli, 1644, *Appendix de dimensione cycloidis*, p. 85).

52. Cf. (Torricelli, 1644, p. 83-84).

53. 'Sesquitiere' est la dénomination d'un rapport $\frac{4}{3}$.

54. En marge. Cf. (Torricelli, 1644, p. 61-62). Ce lemme énonce que des grandeurs proportionnelles suspendues aux mêmes points d'une balance possèdent le même point d'équilibre.

55. En marge.

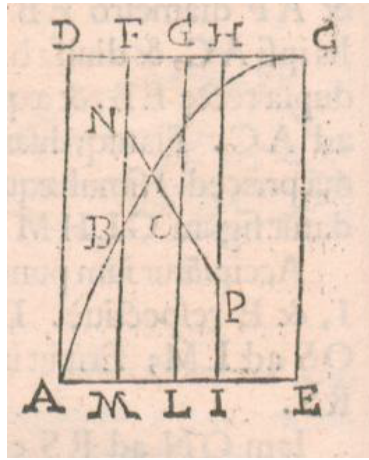


FIGURE 4 – La figure de la Proposition XXI du *De dimensione parabolae* de Torricelli : (Torricelli, 1644, p. 84)

alors au triligne comme NO à OP , ou bien comme ML à LI ; c'est-à-dire comme 2 à 1 (en effet, la toute AE est 8 constituée de ses parties telles que AM [qui] est 2, ML [qui] est 2, LI [qui] est une, et la restante IE 3, d'après la construction). Par conséquent, la semi-parabole sera au parallélogramme comme 2 à 3, ou bien comme 4 à 6, et la semi-parabole sera au triangle inscrit comme 4 à 3, c'est-à-dire sesquiterce.

Commentaire mathématique

De façon remarquable, la quadrature de la parabole proposée par Torricelli dans la proposition XXI est elle aussi fondée sur la proposition 8 du Livre I du traité *De l'équilibre des figures planes* d'Archimède, mais Torricelli procède à rebours de Pascal dans son exemple. En effet, il s'appuie sur la proportion (1) pour déduire la quadrature de la parabole en montrant que le rapport $NO : OP$ est donné.

Le second ingrédient de la démonstration de Torricelli consiste, au moyen du lemme 22, à déduire la droite contenant le centre de gravité cherché du centre de gravité supposé *donné* d'un solide : un cône pour le triligne et une hémisphère pour la semi-parabole. Pour ce faire, il pose la proportionnalité entre des lignes et des disques indivisibles constituant les figures en question. Cette proportionnalité se fonde sur la propriété caractéristique de la parabole.

Considérons le point B de la parabole d'ordonnée BQ et supposons que

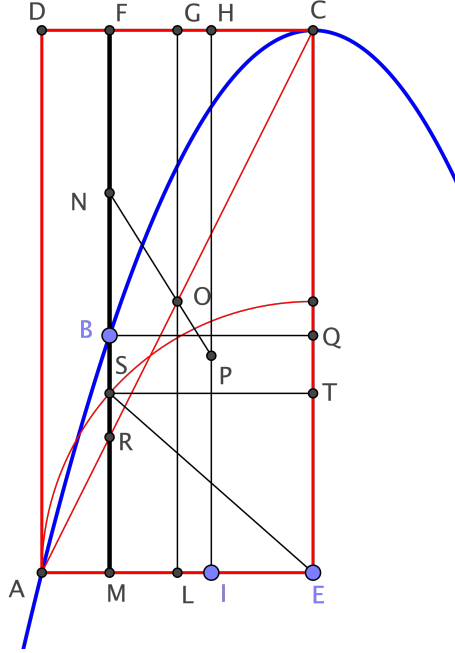


FIGURE 5 – La Proposition XXI du *De dimensione parabolae* de Torricelli (suite)

le paramètre de la parabole est p . On a

$$BQ^2 = p \cdot CQ. \quad (2)$$

Mais $BQ = FC$ et $CQ = FB$ d'où

$$FC^2 = p \cdot BF.$$

D'autre part, soit R le point d'intersection de la droite FB avec la diagonale AC du parallélogramme. On a

$$FC : FR = DC : DA.$$

Tous les disques de rayon FR indivisibles du cône d'axe DC et de sommet C et toutes les lignes FB indivisibles du triligne DBC sont donc dans la même raison. On déduit alors du lemme 22 que le triligne possède le même point d'équilibre sur la balance DC que le cône : c'est le point F défini par $CF = 3FD$ ⁵⁶.

⁵⁶. Ce résultat est établi par Commandino dans son *Liber de centro gravitatis solidorum* (1565) : cf. (Commandino, 1565, Prop. XXII, p. 28-30).

De même, soit S le point d'intersection de la droite passant par B et parallèle au diamètre, et du cercle de centre E et de rayon AE , section plane de l'hémisphère par le plan de la parabole. Soit T le point d'intersection de la droite passant par S et parallèle à l'ordonnée BQ . On déduit de la propriété (2) que

$$BQ^2 = p(CE - BM) = AE^2 - p \cdot BM.$$

Mais $AE = SE$ car S et A appartiennent à l'hémisphère de centre E et $BQ = ME$ d'où, d'après le théorème de Pythagore,

$$p \cdot BM = SE^2 - ME^2 = SM^2.$$

Tous les disques de rayon SM indivisibles de l'hémisphère de rayon AE et de sommet A et toutes les lignes BM indivisibles de la semi-parabole ABC sont donc dans la même raison. On déduit alors du lemme 22 que la semi-parabole possède le même point d'équilibre sur la balance AE que l'hémisphère. Il s'agit du point I tel que $AI : IE = 5 : 3$ ⁵⁷.

On connaît donc à présent la droite sur laquelle se trouve chacun des centres de gravité N et P : cette droite est la droite perpendiculaire à la balance au point d'équilibre. Il ne reste plus alors à noter que le rapport $NO : OP$ est donné car

$$NO : OP = ML : LI = 2 : 1.$$

Il importe de remarquer, pour conclure, que ce rapport est donné de grandeur sans pour autant supposer que les centres de gravité N , O et P soient donnés de position, sinon sur une droite⁵⁸. Néanmoins, même si les positions ne sont pas explicitées dans le texte, on constate que les positions des centres de gravité N , O et P exhibées par la figure 4 sont correctes.

57. Ce résultat est établi par Luca Valerio dans son *De centro gravitatis solidorum libri tres* (1604) : cf. (Valerio, 1604, Livre III, Prop. XXXIII, p. 56-59).

58. Même pour le point O , centre de gravité du parallélogramme, Torricelli se contente d'indiquer qu'il se trouve sur la médiane GL du parallélogramme. Il est pourtant aisé de déduire la position du centre de gravité P de la semi-parabole si l'on suppose connu le centre de gravité de la parabole en usant de l'argument que j'ai donné auparavant. Manifestement, Torricelli ne souhaite pas faire appel à ce résultat, de fait inutile, dans sa démonstration.

4 Conclusion : raison des effets géométriques ?

Revenons pour conclure à la proportion (1)

$$ON : OP = \text{aire (semi-parabole } ABC) : \text{aire (triligne } DBC)$$

tirée de la proposition I.8 du traité *De l'équilibre des figures planes* d'Archimède.

On peut, comme Torricelli, utiliser cette proportion pour trouver la quadrature de la parabole à partir des centres de gravité N et P du triligne DBC et de la semi-parabole ABC ou, plus exactement, en démontrant que le rapport $ON : OP$ est donné, sans exhiber la position des points N et P , sinon sur une droite. Torricelli a par ailleurs démontré « avec concision » qu'on peut trouver le centre de gravité d'un segment de parabole sans supposer sa quadrature, hypothèse qu'avait employée Archimède dans la longue démonstration qu'il donne au sein de la proposition II.10 du traité *De l'équilibre des figures planes*⁵⁹. Torricelli établit ainsi une « équivalence » entre centre de gravité et quadrature pour la parabole : connaître l'un, c'est connaître l'autre.

On peut, comme Pascal, utiliser cette proportion pour trouver le centre de gravité du triligne DBC à partir du centre de gravité de la semi-parabole ABC , si l'on connaît le rapport entre l'aire du rectangle et l'aire de la parabole. Il y a, à nouveau, « équivalence » entre le centre de gravité du triligne et le centre de gravité de la semi-parabole : connaître l'un, c'est connaître l'autre, si l'on connaît l'aire de la parabole.

La proportion (1) est ainsi, au-delà du sens littéral, *raisons* des effets⁶⁰ car elle met en rapport, selon différentes combinaisons, les problèmes de centre de gravité et de quadrature pour deux figures, la parabole et le triligne, qui en forment une troisième, le rectangle, dont l'aire et le centre de gravité sont donnés de façon élémentaire. Il ne s'agit pas seulement de « voir par l'esprit les effets » *géométriques* relatifs aux problèmes de centres de gravité et de quadrature, mais de voir les « causes » de ces effets⁶¹, en exhibant

59. Cf. (Archimède, 1615, p. 207-218) et (Archimède, *Œuvres complètes*, II, p. 120-125). Torricelli évoque cette démonstration dans sa lettre à Roberval d'octobre 1643 : cf. (Itard, 1975, p. 114 et 116-117).

60. Sur le concept de raison des effets dans les sciences, en particulier en physique, cf. Descotes (1999). Le numéro 20 du *Courrier du CIBP* est consacré tout entier au thème de la raison des effets chez Pascal. Cf. également (Thirouin, 2015, p. 97-120).

61. Cf. le fragment 480 (éd. Sellier) des *Pensées* :

une proportion mathématique et en maniant le style des *Données*. C'est le moment d'insister sur une spécificité de la raison des effets géométriques. Selon la question qu'on pose, on peut *choisir de prendre* tel problème ou théorème mathématique comme cause ou comme effet. La notion de cause et d'effet devient ainsi relative, alors que la relation entre cause et effet est première.

Selon Torricelli, comme nous l'avons vu, la raison *fondamentale* des effets, le *vinculum veritatis*, c'est la quadrature de la parabole. Selon Pascal, pour ce qui a trait aux problèmes de la roulette, c'est le rapport entre la circonférence du cercle et son diamètre, comme il le précise dans un deuxième écrit en latin, complétant le précédent, et publié vers la mi-juillet 1658⁶², où il répond à « deux incertitudes » signalées par Carcavy :

La suivante [incertitude] consiste en ce que nous n'avons pas exposé assez précisément si *nous supposons donnée la raison de la base de la cycloïde AD à sa hauteur, autrement dit au diamètre du cercle générateur FC*. Mais nous pensions qu'il fallait tenir pour accordé que cette raison était donnée et, comme il est parfaitement juste, nous la supposons donnée. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 195)

Cette recherche de la raison des effets géométriques, Pascal l'avait conduite naguère magistralement dans le domaine de la géométrie des coniques au sein du *Generatio Conisectionum*, aujourd'hui perdu⁶³. Ce traité se fondait, au témoignage de Mersenne, sur une « unique proposition très universelle »,

Saint Augustin a vu qu'on travaille pour l'incertain : sur mer, en bataille, etc., mais il n'a pas vu la règle des partis, qui démontre qu'on le doit. Montaigne a vu qu'on s'offense d'un esprit boiteux et que la coutume peut tout, mais il n'a pas vu la raison de cet effet.

Toutes ces personnes ont vu les effets, mais ils n'ont pas vu les causes. Ils sont à l'égard de ceux qui ont découvert les causes comme ceux qui n'ont que les yeux à l'égard de ceux qui ont l'esprit : car les effets sont comme sensibles, et les causes sont visibles seulement à l'esprit. Et quoique ces effets là se voient par l'esprit, cet esprit est à l'égard de l'esprit qui voit les causes comme les sens corporels à l'égard de l'esprit.

C'est moi qui souligne. Pour une analyse détaillée de ce fragment, cf. (Thirouin, 2015, p. 102-104).

62. Cf. (Pascal, *Œuvres complètes*, IV, p. 171).

63. Les bribes de ce traité qui nous sont parvenues grâce à Leibniz sont éditées dans (Pascal, *Œuvres complètes*, II, p. 1032-1131).

le théorème de l'hexagone, dont Pascal dérivait quatre-cents [!] corollaires⁶⁴ qui embrassait l'ensemble de la théorie des coniques d'Apollonius.

Bibliographie

Raison des effets. *Courrier du Centre International Blaise Pascal*, 20, 1999. Numéro spécial.

ARCHIMÈDE : *Archimedis Opera quae extant. Novis demonstrationibus illustrata*. Claudium Morellum, Parisiis, 1615. Édition D. Rivault.

ARCHIMÈDE : *Œuvres* (texte établi et traduit par Charles Mugler), 4 tomes. CUF. Les Belles Lettres, Paris, 1970-1972.

Tiziana BACELLI : Torricelli's indivisibles. In Vincent JULLIEN, éditeur : *Seventeenth-Century Indivisibles Revisited*, Science Networks Historical Studies 49, pages 105–136. Birkhäuser, Cham, 2015.

Federico COMMANDINO : *Liber de centro gravitatis solidorum*. Ex Officina Alexandri Benacii, Bononiae, 1565.

Pierre COSTABEL : Essais sur les secrets des Traités de la roulette. *Revue d'Histoire des Sciences*, 15(3):321–350, 1962.

François DE GANDT : Les indivisibles de Torricelli. In François DE GANDT, éditeur : *L'Œuvre de Torricelli : science galiléenne et nouvelle géométrie*, pages 147–206. Les Belles Lettres, Paris, 1987a.

François DE GANDT, éditeur. *L'Œuvre de Torricelli : science galiléenne et nouvelle géométrie*. Les Belles Lettres, Paris, 1987b.

Dominique DESCOTES : Genèse des *Corollaires 1* et *2* de la *Lettre à Carcavy* de Blaise Pascal. *Revue d'Histoire des Sciences*, 51(1):127–138, 1998.

Dominique DESCOTES : La raison des effets, concept polémique. *Courrier du Centre International Blaise Pascal*, 20:39–46, 1999.

Dominique DESCOTES : *Blaise Pascal. Littérature et géométrie*. CERHAC. PUBP, Clermont-Ferrand, 2001.

Dominique DESCOTES : An unknown mathematical manuscript by Blaise Pascal. *Historia Mathematica*, 37:503–534, 2010.

64. « Unica propositione universalissima, 400 corollariis, armata, integrum Apollonium complexus est » (Mersenne, 1644, Préface). Cité par (Taton, 1955, p. 8).

- EUCLIDE : *Euclidis Data Opus ad Veterum Geometriae [...] Marini Philosophi commentarius graece & latine [...]*. M. Mondiere, Lutetiae Parisiorum, 1625. *Editio princeps* de Claude Hardy.
- EUCLIDE : *Les quinze livres des éléments géométriques d'Euclide [...] plus le livre des Données*. Veuve Henrion, Paris, 1632. Édition et traduction française de Denis Henrion.
- Jean-Louis GARDIES : *Qu'est-ce que et pourquoi l'analyse ? Problèmes & Controverses*. Vrin, Paris, 2001.
- Kokiti HARA : Genèse présumée des « Lettres de A. Dettonville ». In *Méthodes chez Pascal. Actes du colloque tenu à Clermont-Ferrand, 10-13 juin 1976*, pages 101–111. PUF, Paris, 1979.
- Kokiti HARA : *L'Œuvre mathématique de Pascal*. Mémoires de la Faculté des Lettres de l'Université d'Osaka 21. Université d'Osaka, Osaka, 1981.
- Pierre HÉRIGONE : *Cursus Mathematicus Tomus Primus, Continens Euclidis Elementorum Lib. XV [...]* *Data Euclidis [...]*. Chez l'auteur, 1634. Textes latin et français en regard.
- Jean ITARD : La lettre de Torricelli à Roberval d'octobre 1643. *Revue d'Histoire des Sciences*, 28(2):113–124, 1975.
- Paolo MANCOSU : *Philosophy of Mathematics & Mathematical Practice in the Seventeenth Century*. Oxford University Press, New-York, 1996.
- Ken MANDERS : The Euclidean Diagram (1995). In *The philosophy of mathematical practice*, pages 80–133. Oxford University Press, Oxford, 2008.
- Sébastien MARONNE : Dettonville et les *Données*. à paraître.
- Claude MERKER : *Le chant du cygne des indivisibles ou le calcul intégral dans la dernière œuvre scientifique de Pascal*. Presses Universitaires de Franche Comté, Besançon, 2001.
- Marin MERSENNE : *Cogitata physico-mathematica*. A. Bertier, Paris, 1644.
- Blaise PASCAL : *Expériences nouvelles touchant le vide*. Pierre Margat, Paris, 1647.
- Blaise PASCAL : *Oeuvres Complètes* (vols. I à IV parus). Bibliothèque Européenne. Desclée de Brouwer, Paris, 1964-1992. Édition de Jean Mesnard (établissement du texte, présentation et annotation).
- Raffaella PISANO et Danilo CAPECCHI : On Archimedean roots in Torricelli's Mechanics. In S.A. PAIPETIS et M. CECCARELLI, éditeurs : *The Genius of Archimedes – 23 Centuries of Influence on Mathematics, Science and Engineering*. Proceedings of an International Conference held at Syracuse, Italy, June 8-10, 2010, pages 17–27. Springer, 2010.

- Lucien SCHELER : Les *Lettres de Dettonville* offertes à Jean-Baptiste Colbert. *Revue d'Histoire des Sciences*, 15(3):361–365, 1962.
- Christian Marinus TAISBAK, éditeur. $\Delta E\Delta OMENA$. *Euclid's Data or the importance of beign given*. Museum Tusulanum Press, University of Copenhagen, 2003.
- René TATON : L'“essay pour les coniques” de Pascal. *Revue d'Histoire des Sciences*, 8 (1):1–18, 1955.
- Laurent THIROUIN : *Pascal ou le défaut de la méthode*. Champion, Paris, 2015.
- Evangelista TORRICELLI : De dimensione parabolae. . . . *In Opera geometrica*. typis A. Masse et L. de Landis, Florentiae, 1644.
- Luca VALERIO : *De centro gravitatis solidorum libri tres*. Typis Bartholemaei Bonsadini, Romae, 1604.
- John WALLIS : *The Correspondence of John Wallis (1616-1703), Volume I : (1641-1659)*. Oxford University Press, Oxford, 2003. Philip Beeley et Christoph J. Scriba (éds.).