



HAL
open science

Les Commentaires sur la Géométrie de M. Descartes (1730) de Claude Rabuel

Sébastien Maronne

► **To cite this version:**

Sébastien Maronne. Les Commentaires sur la Géométrie de M. Descartes (1730) de Claude Rabuel. Pierre Crépel et Christophe Schmit. Autour de Descartes et Newton. Le paysage scientifique lyonnais dans le premier XVIIIe siècle, Hermann, pp.111-161 et 349-355 (Annexe), 2017. hal-01572265

HAL Id: hal-01572265

<https://hal.science/hal-01572265>

Submitted on 6 Aug 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Les *Commentaires sur la Géométrie* de M. Descartes (1730) de Claude Rabuel

Sébastien MARONNE*

In Pierre CRÉPEL et Christophe SCHMIT (dir.), *Autour de Descartes et Newton. Le paysage scientifique lyonnais dans le premier XVIII^e siècle*, Paris, Hermann, 2017, p. 111-161 et 349-355 (Annexe).

Table des matières

1	Introduction	2
2	Quelques éléments biographiques sur Rabuel	3
3	Les <i>Commentaires sur la Géométrie</i> de 1730	7
3.1	Un éloge de Descartes géomètre	7
3.2	Un contexte d'enseignement	12
3.3	Les omissions de Descartes et les commentaires de Rabuel	14
3.4	La structure de <i>La Géométrie</i> selon Rabuel	23
3.5	Les figures de Rabuel	26
4	Rabuel et les géomètres anciens	26
5	Rabuel et le corpus cartésien	29
5.1	Les éditions de <i>La Géométrie</i>	29
5.2	Les Lettres de M. Descartes	30
6	Rabuel et les géomètres modernes	39
6.1	Courbes géométriques et courbes mécaniques	39
6.2	La question de l'infini	41
6.3	La simplicité des courbes et la construction des équations	45

*Institut de Mathématiques de Toulouse, Université Paul Sabatier, 118 route de Narbonne, F-31062 Toulouse cedex 9. *E-mail*: smaronne@math.univ-toulouse.fr

7	Quelle postérité pour Rabuel ?	49
7.1	Rabuel et Schooten	49
7.2	Les Jésuites	50
8	Conclusion	52
A	Annexe : table des matières des <i>Commentaires</i>	53
	Bibliographie	58

1 Introduction

Dans sa nouvelle célèbre, *Pierre Ménard, auteur du « Quichotte »*, Jorge Luis Borges nous conte la fiction d'un auteur, Pierre Ménard, qui aurait réécrit au début du XX^e siècle le *Don Quichotte* de Cervantes. On pourrait dire, en quelque sorte, la même chose à propos de Claude Rabuel (1669-1728), père jésuite lyonnais, dont les *Commentaires sur la Géométrie de M. Descartes*, tirés de ses leçons de mathématiques professées au collège de la Trinité à Lyon, paraissent de façon posthume en 1730 près d'un siècle après *La Géométrie* publiée en 1637 comme un des essais accompagnant le *Discours de la Méthode*.

Dans son commentaire « diffus » (l'opération produit à partir d'un bref essai d'une centaine de pages un manuel de près de six-cents pages), Rabuel suit « le Texte depuis le commencement jusqu'à la fin, [l'examine] par Parties, & sur chaque endroit [met] tout ce qu'[il] a cru utile pour le rendre intelligible »¹. Il adjoint en outre plusieurs références, non seulement aux lettres mathématiques de Descartes, éditées de 1657 à 1667 au sein des trois volumes de la correspondance de Descartes par Claude Clerselier², mais aussi

1. Cf. (Rabuel, 1730, p. 1).

2. Cf. (Clerselier 1657-1667). On retrouve des lettres présentant un contenu mathématique dans les trois volumes mais c'est le troisième et dernier, publié en 1667, qui est plus particulièrement consacré à la correspondance mathématique cartésienne, et c'est celui-là qui est cité par Rabuel. À ma connaissance, la réception de la géométrie cartésienne dans l'édition de Clerselier par les mathématiciens de la fin du dix-septième siècle et du début du dix-huitième siècle n'a jamais été étudiée. Pour autant, comme j'ai essayé de le montrer dans Maronne (2007), la correspondance de Descartes dévoile une autre géométrie. Les citations de Rabuel donnent ainsi les premiers éléments d'information sur l'influence qu'a pu avoir l'édition des lettres mathématiques de Descartes par Clerselier dans la réception de *La Géométrie*. Dans la suite, j'indique donc systématiquement, parmi les lettres de Descartes que je cite et étudie, celles qui ont été publiées dans l'édition de Clerselier, afin

à des ouvrages de son temps parus après *La Géométrie*³ et aux *Histoires et Mémoires de l'Académie des Sciences* de 1704 et 1705.⁴ En rassemblant ainsi un texte et ses lectures, Rabuel nous donne à lire une *Géométrie* « infiniment plus riche » selon l'expression borgésienne.

Il est remarquable qu'un tel projet ait vu le jour. *La Géométrie* de Descartes est en effet un des rares textes mathématiques modernes à avoir connu plusieurs éditions commentées, à commencer par les deux éditions latines de Frans van Schooten de 1649 et 1659-1661⁵ (la deuxième, en deux volumes, fait plus de mille pages), qui ont joué un rôle important dans la genèse et la circulation de la Géométrie cartésienne. Avec le commentaire de Rabuel, c'est donc près de deux mille pages qui sont nées de l'essai de 1637!

Cette prolixité pourrait interroger dans le domaine des mathématiques mais elle répond à un souhait exprimé par l'auteur lui-même. Dans une formule célèbre qui clôt *La Géométrie*, Descartes invite en effet le lecteur de *La Géométrie* à combler les choses qu'il a « omises *volontairement* afin de laisser [à nos neveux] le plaisir de les inventer »⁶. Plus tard, par ces omissions, il prétendra avoir visé à tromper les « esprits malins »⁷.

2 Quelques éléments biographiques sur Rabuel

On dispose de peu d'informations sur la vie de Claude Rabuel. Sommervogel nous apprend « qu'il [naquit] à Pont-de-Veyle dans l'Ain le 24 avril 1669, [entra au noviciat] le 14 septembre 1685, et enseigna la grammaire à Dole, la philosophie, 29 ans à Lyon les mathématiques, 3 ans la théologie morale et mourut à Lyon, le 12 avril 1728 »⁸. Les états ou *Catalogues brefs* de la province de Lyon, recueillis par François de Dainville, mentionnent Claude

de documenter une telle réception. Pour des études philologiques et bibliographiques de l'édition de Clerselier, voir (AT, I, xv-xlv), (Otegem, 2002, II, p. 575-656) et (Bos, 2002, p. xxiv-xxxv). Pour des études historiques, cf. Dibon (1990) et Armogathe (1999).

3. Il s'agit des ouvrages de (La Hire, 1679), (Guisnée, 1705) et (L'Hospital, 1707).

4. On trouvera une recension des références de Rabuel accompagné d'une analyse plus loin dans les sections 4, 5 et 6.

5. Cf. (*Geometria* 1649) et (*Geometria* 1661).

6. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 413) et (AT, VI, 485).

7. Sur les omissions de Descartes, voir *infra* section 3.3, p. 14.

8. Cf. (Sommervogel, VII, 1362). Voir aussi (De Backer, III, 3-4) et (Depéry, 1835-1840, t. I, p. 103-104). Delattre mentionne dans sa notice sur le collège jésuite de Pont-de-Veyle un neveu, François Rabuel (1684-1710) « qui mourut à Lyon ses études théologiques à peine achevées » : (Delattre, 1948-1957, IV, p. 194).

Rabuel comme professeur de mathématiques au Collège de la Trinité à Lyon de 1701 à 1703, puis de 1709 à 1712⁹.

Montucla, qui fut formé plus tard dans ce même collège jésuite de Lyon par le P. Béraud, indique en outre dans son *Histoire des mathématiques* que Rabuel remplaça le P. de Saint-Bonnet à la tête de l'Observatoire fondé par ce dernier en 1701, avant que ne lui succède le P. Duclos, mais sans autres détails¹⁰.

En revanche, Rabuel n'a été membre ni de l'Académie des sciences et belles-lettres de Lyon, créée en 1700, ni de la Société des Beaux-Arts de Lyon établie en 1713, qui seront officialisées au sein d'une entité commune en 1724 par lettres patentes du roi¹¹.

Notre source principale d'informations sur la vie de Rabuel est fournie par la notice biographique qui figure en tête des *Commentaires sur la Géométrie de M. Descartes* (1730) au sein d'une préface anonyme. Cette préface rédigée par un disciple du P. Rabuel¹² est très vraisemblablement l'œuvre du P. Lespinasse (1697-1745) qui acheva la publication de l'ouvrage¹³ après le décès

9. Cf. (Dainville, 1954, p. 115). C'est le père Jean Fulchiron qui est professeur dans l'intervalle (1703–1709). Pour un tableau chronologique des professeurs de mathématiques et de physique au Collège de la Trinité, voir (Delattre, 1948-1957, II, p. 1549-1552). Parmi les grands noms qui y ont précédé Rabuel, citons le P. Honoré Fabri (1607-1688) qui fut titulaire de la chaire de mathématiques de 1640 à 1647 avant de rejoindre Rome et le P. Claude Milliet de Chales (1621-1678), auteur du *Cursus seu Mundus Mathematicus* (Milliet de Chales, 1690), cours complet de mathématiques en 4 volumes plusieurs fois réédité, ainsi que de plusieurs éditions en latin et en français des *Éléments* d'Euclide.

10. Cf. (Montucla, 1798-1802, IV, 347). À ma connaissance, cette indication de Montucla n'est pas corroborée par d'autres sources. Sur l'Observatoire du collège de Lyon, cf. (Delattre, 1948-1957, II, p. 1552-1556) qui s'appuie sur Vregille (1906), ainsi que (Van Damme, 2005b, p. 390-394).

11. Pour une histoire de ces Académies et de leurs membres, voir la partie I de l'introduction du présent ouvrage. Cf. également Dumas (1839) et (*Dictionnaire historique des académiciens de Lyon*). Le P. de Saint-Bonnet (1652-1702), « philosophe et Mathématicien, fort connu et fort aimé de M. Varignon » (Boileau-Brossette, p. 41), dont on a vu qu'il était lié à Rabuel, figure parmi les fondateurs de cette Académie avec Charles Cheynet (1666-1762), auteur de plusieurs travaux académiques consacrés à l'application de l'algèbre à la géométrie, dont une « Dissertation sur la géométrie de Descartes ». Les « Discours et dissertations académiques, lus à l'Académie de Lyon par Charles Cheynet » figurent dans un recueil manuscrit à la BNF (cote : NAF 11065). Pour plus de détails sur ces savants lyonnais, cf. la partie 4 de l'introduction.

12. « Il fut mon Maître, c'est de lui que j'ai pris mes premières leçons de Geometrie » : (Rabuel, 1730, Préface).

13. Cf. (Sommervogel, VII, 1362) et les notices consacrées au P. Lespinasse dans (De

de son auteur « au commencement de l'impression de son Commentaire, à laquelle on l'avoit enfin déterminé, épuisé par un travail assidu »¹⁴. Cette notice biographique et des éléments de la préface ont été incorporés dans l'article des *Mémoires de Trévoux* de juin 1730 qui annonce la publication des *Commentaires* de Rabuel¹⁵ et conclut :

Nous croyons devoir dès à présent faire connoître au Public celui, à qui il est redevable de cette belle édition. C'est au R.P. De l'Espinasse, aujourd'hui Professeur de Philosophie au Collège St Jaume à Marseille. Il est à souhaiter que les occupations de son emploi lui laissent assés de loisir, pour travailler à mettre en état de paroître bientôt, les autres Ouvrages que le R.P. Rabuel a laissés (Mémoires de Trévoux, juin 1730, 1110-1111)

Dans sa notice biographique, Lespinasse mentionne en effet plusieurs autres ouvrages de géométrie et de calcul manuscrits de Rabuel¹⁶ dont il annonce la parution prochaine, ce qui n'advient jamais :

Il nous reste de ce sçavant Jesuite, un traité d'Algebre, des Sections Coniques, des lieux Geometriques, du calcul differentiel, & du calcul integral. Ce dernier Traité est un Ouvrage neuf. Ce que nous en a donné M. Carré est admirable, mais il ne suffit pas¹⁷ ; c'est ce qui obligea le R.P. Rabuel à suivre les vûes de cet illustre Academicien, & à développer ce que celui-ci se contente

Backer, II, 718) et (Sommervogel, IV, 1725). Cette attribution est fondée, entre autres, sur le témoignage donné par le P. du Chatelard dans son compte rendu de l'observation de l'éclipse du soleil du 1^{er} mars 1737 (Mémoires de Trévoux, avril 1737, p. 734). Le P. Colonia dans son *Histoire littéraire de la ville de Lyon* mentionne aussi le P. Lespinasse comme l'éditeur des *Commentaires* (Colonia, 1728-1730, II, p. 733).

14. Cf. (Rabuel, 1730, Preface). De fait, la permission du Révérend Père Provincial pour la publication date du 24 mars 1728, soit moins d'un mois avant le décès de Rabuel le 12 avril 1728. L'approbation par Louis Godin (1704-1760) de l'Observatoire Royal (membre de l'Académie des Sciences, il participera plus tard à l'expédition de mesure de l'arc de méridien en Équateur avec La Condamine) date quant à elle du 8 novembre 1727 et le Privilège général du 26 novembre 1727.

15. Cf. (Mémoires de Trévoux, juin 1730, p. 1106-1108). Cet article paraphrase et cite deux longs extraits *in extenso* de la préface. Une recension suivra peu après : (Mémoires de Trévoux, juillet 1730, p. 1206-1214) sur laquelle je reviendrai.

16. Sommervogel signale dans sa notice deux autres traités d'optique et de catoptrique de 1702 : le *De fallaciis oculorum* et le *De speculis planis*. Cf. (Sommervogel, VII, 1363).

17. Il s'agit de la *Méthode pour la mesure des surfaces* (1700), premier traité de calcul intégral rédigé par Louis Carré (1663-1711) qui fut secrétaire de Malebranche avant d'entrer à l'Académie des Sciences comme élève de Varignon. Cf. Carré (1700).

d'abandonner à l'étude & au genie de ses Lecteurs. (Rabuel, 1730, Préface)¹⁸

Du portrait dressé par Lespinasse, il semble qu'on puisse retenir, au delà des amplifications rhétoriques, trois traits caractéristiques de la personnalité de Rabuel, à savoir une extrême modestie jointe à une santé fragile et, conséquemment, un souci du retrait, qui ne sont pas étrangers à sa discrétion éditoriale. Voici ce qu'écrit Lespinasse dans sa Préface :

Cet Ouvrage [Les *Commentaires*] étoit achevé depuis longtemps ; & déjà plusieurs fois on avoit voulu engager le R.P. RABUEL, à le donner au Public ; mais son extrême modestie s'y étoit toujours opposée. Satisfait de l'unique plaisir qu'il trouvoit à étudier, il ne pouvoit se résoudre à devenir Auteur. . .

Tous ces Ouvrages [cf. *supra*] que nous ferons bientôt paroître, sont le fruit d'un long travail, qu'une santé toujours foible & délicate ne permettoit guères de soutenir, & que de fréquentes maladies obligent souvent d'interrompre. . .

[*Les qualités de Rabuel*] une modestie qu'on auroit regardé comme excessive dans tout autre que dans un Religieux ; [...] une patience inaltérable dans ses maladies, une resignation parfaite aux ordres du ciel, malgré tous les dégouts que cause naturellement une vie accompagnée d'infirmité (Rabuel, 1730, Préface)

Malgré ces limitations, Rabuel est présenté comme un « esprit universel » qui s'est adonné aux belles-lettres, en particulier à la poésie latine, ainsi qu'à des études de Théologie, puis « a enseigné avec éclat la Philosophie dans deux des principales villes du Royaume » avant qu'il ne se destine aux mathématiques à l'instigation de ses supérieurs.

Le portrait de Rabuel par Lespinasse paraît confirmé par le témoignage contemporain du P. Colonia (1660-1741) qui écrit dans son *Histoire littéraire de la ville de Lyon* :

Le Pere Claude Rabuel, Mathématicien aussi profond que méthodique, a eu, en qualité d'Auteur, à peu près le même sort que M. Descartes, dont il a été le Commentateur. Il n'a guère eu comme lui que des honneurs postumes. *Son goût particulier pour la retraite, sa passion pour l'étude, sa grande modestie, sa foible santé, l'ont empêché de se produire dans les vingt années qu'il a*

18. La préface n'est pas paginée.

professé les Mathematiques dans le Collège de la Trinité, & ce n'a jamais été qu'avec une extrême repugnance qu'il a été obligé de se montrer en certaines occasions. Mais on peut assurer par avance que sa reputation ne fera que croître avec le tems. C'est ce que nous annonce son excellent Commentaire sur toute la Géométrie de Descartes, qui vient d'être publié cette année courante 1730. (Colonia, 1728-1730, p. 732)

Jacques Perneti (1696-1777), qui avait eu pour maître Rabuel lorsqu'il étudiait au collège de la Trinité à Lyon, écrit enfin à son sujet dans ses *Recherches pour servir à l'histoire de Lyon* :

C'étoit le génie le plus universel & le plus beau que j'aie vu. Quels volumes précieux n'auroit-on pas fait de ses ouvrages divers, qui resté manuscrits & dispersés ne nous laissent aucune espérance de les voir jamais réunis. (Perneti, 1757, II, p. 284)

Vingt-sept ans après la préface des *Commentaires* de Lespinasse, qui est mort quelques années auparavant en 1745, le projet de publier les traités géométriques de Rabuel apparaît ainsi comme définitivement abandonné, et la discrète figure scientifique de Rabuel, en passe d'être oubliée.

3 Les *Commentaires sur la Géométrie* de 1730

3.1 Un éloge de Descartes géomètre

Si les *Commentaires sur la Géométrie de M. Descartes* s'ouvrent, comme il paraîtrait naturel, sur quelques phrases d'éloge de Descartes, cet éloge n'en est pas moins nuancé :

Il serait inutile aujourd'hui d'entreprendre un éloge de Mr DESCARTES. *Ses découvertes dans la Physique & dans les Mathematiques, font mieux connoître le caractère de ce Grand Homme, que tout ce que nous pourrions en dire. Si dans la Philosophie, il s'est quelquefois écarté du vrai, en abandonnant les opinions communes ; du moins lui devons-nous cette justice, que dans les choses mêmes qu'il ne nous propose que comme problématiques, on reconnoît toujours cette étenduë & cette supériorité de genie,*

qui l' [sic]ont rendu l'admiration de son siècle. *Son Chef-d'œuvre est sans doute sa Geometrie*. (Rabuel, 1730, Préface)

On retrouve ici exprimée la position des Jésuites vis à vis de Descartes en cette première moitié du dix-huitième siècle, qui se manifeste par une lecture et une appréciation sélective de l'Œuvre de Descartes selon qu'il est question de la philosophie, la physique ou la géométrie cartésiennes. On constate toutefois, selon l'expression de François de Dainville, reprise par François Azouvi, un « ralliement à Descartes » chez les Jésuites, qui s'accommode avec les interdictions formulées contre l'enseignement de la philosophie de Descartes et de Malebranche lors de la XV^e congrégation générale de l'Ordre en 1705¹⁹ et apparaît, dans le même temps, comme l'avertissement stratégique d'une opposition sous-jacente à la physique (et au matérialisme) de Newton qui l'emporte peu à peu dans les milieux savants sur la physique cartésienne²⁰. Cette réaction prendra peu à peu un tour nationaliste, qui transparaît dans la préface de Lespinasse lorsque celui ajoute que *La Géométrie* de Descartes « [est appelée] avec raison la Geometrie Française » par « un habile Geometre de ce siecle », le P. Castel, dans sa *Mathématique universelle abrégée* (1728)²¹. Comme le

19. Cf. (Dainville, 1986, p. 45-46) et (Azouvi, 2002, p. 82-87), ainsi que Sortais (1929) et (Van Damme, 2002, p. 93-96). Malgré ses tribulations, le P. André (1675-1764), jésuite malebranchiste contemporain de Rabuel, continuera ainsi à enseigner Descartes.

20. Cf. (Dainville, 1986, p. 47-49) et (Azouvi, 2002, p. 85-86). Sur les rapports entre cartésianisme et newtonianisme au cours du premier XVIII^e siècle, voir la partie 2 de l'introduction du présent ouvrage. Plus tard, le P. Paulian proposera en 1763 un *Traité de Paix entre Descartes et Newton* : cf. (Sortais, 1929, p. 10).

21. Cf. (Castel, 1728, p. 558). Sur le P. Castel (1688-1757), professeur à Louis le Grand de 1720 à 1757, et sa *Mathématique universelle abrégée* (qui fait 672 pages. . .), voir (Dainville, 1986, p. 58-60). Auparavant, son *Traité de Physique* paru en 1724, avait donné lieu à de vifs échanges polémiques dans les *Mémoires de Trévoux* : cf. (Azouvi, 2002, p. 91-92). Castel y apparaissait en effet critique de Descartes et de la géométrie française, tout en se prétendant Cartésien, et bien trop zélé de Newton et de son système de la gravité, au goût des recenseurs des *Mémoires de Trévoux*. On retrouve cette ambivalence dans le texte auquel fait référence Lespinasse :

C'est *M. Stirling* que je vais suivre ici, pour développer ce morceau de Geometrie [l'énumération des cubiques], qu'on peut appeler la *Geometrie Angloise* par préférence à tous les autres, comme on peut appeler la Geometrie de *Descartes la Geometrie Française*. Car quoique *M. Newton* ait beaucoup d'autres & de grandes découvertes qui lui sont propres ; cependant comme ses principes Mathematiques sont mêlez de beaucoup de choses litigieuses, de la Physique & de la Méchanique, & que *M. Leibniz* semble partager avec lui la gloire du Calcul infinitesimal, je dis en general, & comme

résume François Azouvi, les jésuites, s'ils condamnent encore *formellement* le cartésianisme, exaltent la figure de Descartes (Azouvi, 2002, p. 87).

Ce ralliement des Jésuites à Descartes est tout à fait visible dans la province de Lyon et le collège de la Trinité²². Ainsi, à la fin du XVII^e siècle, le P. de la Chaize (1624-1729) paraît faire place à Descartes dans son enseignement de la philosophie naturelle, d'après l'éloge de Gros de Boze (Sortais, 1929, p. 3-4). En 1706, une lettre du P. Daugières dénonce « la pénétration de la philosophie de Descartes et de Gassendi dans les collèges de la Province de Lyon »²³. Le P. Saint-Bonnet, lié à Rabuel, est cartésien au témoignage de Perneti qui écrit à son sujet :

Le P. de Saint-Bonnet avoit embrassé le système de Descartes dès qu'il avoit paru. Les [autres] Jésuites lui en faisoient la guerre, & l'attaquoient souvent sur l'ame des bêtes. (Perneti, 1757, p. 143)²⁴

On sait enfin que la bibliothèque du Collège de la Trinité contient à cette époque plusieurs ouvrages de Descartes, dont « la *Geometria* en latin et en français, [...] *Les Lettres* en français (1667) »²⁵. Rappelons enfin que les premières assemblées de l'Académie des Sciences de Lyon furent consacrées à discuter la démonstration par Descartes de l'existence de Dieu (Introduction, partie 1). Rabuel apparaît ainsi loin d'être isolé dans son cartésianisme.

Quant à *La Géométrie*, même le P. Pierre-Daniel Huet (1630-1721), qui fut l'un des principaux critiques de Descartes à la fin du dix-septième siècle, « lui donne sans peine la préférence sur tous les autres Ouvrages de M. Descartes », comme se plaît à le rappeler (Rabuel, 1730, p. 2)²⁶.

d'ailleurs je ne vois pas que hors de l'Angleterre on ait fort manié cette theorie generale des Courbes, à la réserve d'une premiere ebauche que *Descartes* en a faite dans sa *Geometrie*, & de la clef generale qu'il a donnée, pour leur réduction en Equations Algebriques. (Castel, 1728, p. 588-589)

22. Cf. (Van Damme, 2002, p. 95 et 128-129) ainsi que Boullier (1857).

23. Cf. (Dainville, 1986, p. 45) et (Van Damme, 2002, p. 95).

24. Cité par (Van Damme, 2002, p. 128) et extrait de la biographie de Saint-Bonnet (Perneti, 1757, p. 141-144).

25. Cf. (Van Damme, 2002, p. 75-76). Il s'agirait donc du troisième volume des *Lettres* consacré en particulier à la correspondance mathématique de Descartes. Un catalogue de la bibliothèque du collège a été établi par Delandine (Bibliothèque Municipale de Lyon, Ms 1459). Sur la bibliothèque du Collège, cf. également Bertin (2014).

26. Cf. (Huet, 1689, Chap. 8, §V, p. 188). Le texte original latin que traduit Rabuel est le suivant : « Hinc scriptio omnium quæ ab eo sunt profectæ, pluris illæ, me iudice,

Il est aussi connu que ce ralliement jésuite à Descartes est manifeste dans les *Mémoires de Trévoux*²⁷. On y trouve ainsi en 1721, quelques années avant la publication des *Commentaires* de Rabuel, un autre éloge enthousiaste de Descartes géomètre par un rédacteur anonyme :

Descartes, prenant son vol au-dessus de tout ce qui l'avait précédé, porta [l'analyse] presque à son plus haut point, et crea aussi de son côté une nouvelle Géométrie, dont l'alliance avec celle de Saint-Vincent son contemporain, même son admirateur, comme il l'étoit lui-même de Saint-Vincent, a rendu désormais les Mathématiques et si faciles et et si fécondes. Je n'entrerais point dans le detail des grandes découvertes de ce genie sublime ; il a eu plus de bonheur, et on lui a rendu plus de justice qu'à Grégoire [de Saint-Vincent], et sa gloire est au-dessus de toutes les Apologies, à laquelle quelques esprits mal faits l'ont soumis pour se venger de l'impossibilité où ils se sont vûs de profiter eux-mêmes de ses découvertes. (*Mémoires de Trévoux*, Juin 1721, 1035-1036) ; cité par (Sortais, 1929, p. 6-7)

Cet éloge de Descartes, *géomètre*, joint à celui de Saint-Vincent²⁸, anticipe le jugement donné par D'Alembert dans son *Discours Préliminaire* de l'*Encyclopédie* de 1751²⁹. Pour d'Alembert, le grand succès de Descartes, c'est l'application de l'algèbre à la géométrie et, plus précisément et techniquement, l'invention en algèbre de la méthode des coefficients indéterminés³⁰.

faciendæ sunt, quæ proprius pertinent ad has disciplinas. Ergo primas in his obtinet, quæ Geometria ab eo inscripta est, secundas Dioptrice ». Sur Huet, cf. (Azouvi, 2002, p. 75) et Neto (2008). On sait que Huet s'est passionné pour la géométrie : (Neto, 2008, p. 226).

27. Pour plus détails, voir (Introduction, parties 2, 3 et 4). Cf. également (Azouvi, 2002, p. 85-86) et (Froeschlé-Chopard et Froeschlé, 2001, p. 41-48) sur la défense par les Jésuites de la physique cartésienne contre les thèses newtoniennes dans les *Mémoires de Trévoux*.

28. Le père Grégoire de Saint-Vincent (1584-1667) est un jésuite flamand dont l'œuvre majeure est l'*Opus Geometricum* (1647), ouvrage volumineux de plus de mille-deux-cents pages consacré aux coniques et à des problèmes de quadrature, dont l'objectif final est de proposer une quadrature du cercle. Cf. Saint-Vincent (1647). Pour des études, cf. Naux (1962), Dhombres (1995) et (Dhombres, 1996, p. 166-178).

29. Cf. (*Encyclopédie*, *Discours préliminaire*, p. xxv). Pour plus de détails sur la réception de *La Géométrie* de Descartes dans l'*Encyclopédie*, cf. (Spallanzani, 2009, Chap. III, p. 131-136).

30. La méthode des coefficients indéterminés consiste à comparer pour les déterminer les coefficients indéterminés d'une équation *générale* dont dépend un problème (ou un objet) géométrique aux coefficients de l'équation tirée de l'analyse algébrique du problème en po-

Mais revenons à l'éloge de Descartes et à cette alliance proposée entre, d'un côté, Descartes et sa *Géométrie*, et, de l'autre, Grégoire de Saint-Vincent et son *Opus Geometricum*. Force est de constater qu'une telle alliance est quelque peu forcée, en raison du style de composition et de l'architecture essentiellement différents des deux ouvrages. D'abord, un peu plus de cent pages pour le premier, plus de mille deux-cents pages pour le second dont « la diversité [des] chapitres qui se succèdent le plus souvent sans ordre apparent, donne d'abord une impression pénible [malgré] une marche convergente vers un but unique : la démonstration de la quadrature du cercle » (Naux, 1962, p. 94). Cela s'oppose bien sûr au souci de brièveté et d'ordre cartésien³¹. En découle assez naturellement un jugement peu amène de Descartes sur le traité de Saint-Vincent, exprimé dans la lettre à Schooten du 9 avril 1649, après que le premier avait sollicité son avis sur l'ouvrage :

Je ne vous renvoie pas encore vos livres, pour ce que ie n'ay pas eu le temps de les lire ; mais i'en ai assez veu pour remarquer un paralogisme dans la quadrature du cercle prétenduë ; & ie n'ay encore rien rencontré dans tout ce gros livre, sinon des propositions si simples & si faciles, que l'auteur me semble avoir mérité plus de blâme d'avoir employé son temps à les écrire, que de gloire de les avoir inventées. (Clerselier 1657-1667, III, 617-618) ; (AT, V, 338-339)³²

C'est sur cette opposition de style qu'est construite, en un sens, toute l'entreprise du commentaire de Rabuel, qui va transformer l'ouvrage bref et

sant que ces deux équations sont de la même forme *i.e.* ont leurs coefficients identiquement égaux. Son principe est décrit par Descartes à la suite de la méthode des normales au sein de laquelle elle joue un rôle pivot. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 351) et (AT, VI, 423). Il ajoute à son sujet que ce n'est pas « l'une des moindres [inventions] de la méthode dont [il] se sert ». La méthode des coefficients indéterminés joue aussi un rôle essentiel, mais *caché*, dans la résolution du problème de Pappus et la construction des équations. Cf. (Bos, 2001, resp. p. 318-324 et 363-372).

31. Sur le style géométrique cartésien, voir l'analyse donnée par D. Descotes dans Descotes (2005). Le souci de brièveté est celui de l'honnête homme (Descotes, 2005, p. 169).

32. Descartes précise ensuite l'erreur commise par Saint-Vincent dans sa quadrature du cercle. Une variante du texte est donnée à partir d'une lettre de Christian Huygens dans (AT, V, 565). Sur Descartes et Grégoire de Saint-Vincent, voir aussi les deux lettres de Descartes à des destinataires inconnus de [juin 1645 ?] (AT, III, 458) et (AT, IV, 227), et de 1649 ou 1650 (AT, V, 465) où le jugement de Descartes paraît plus favorable à Grégoire de Saint-Vincent, il est vrai dans le contexte d'une polémique entre ce dernier et Roberval. Voir enfin la lettre de Schooten à Descartes : (Clerselier 1657-1667, III, 614) ; (AT, V, 318-319).

concis de Descartes conçu pour l'honnête homme, en un manuel « diffus » à destination des étudiants en mathématiques des collèges jésuites.

Ajoutons pour terminer que Descartes fait lui-même à plusieurs reprises dans sa correspondance l'éloge de sa *Géométrie*, en réaction aux critiques et controverses, ce que ne manque pas de rappeler Rabuel dans son introduction (Rabuel, 1730, p. 2) en citant deux de ces lettres³³.

3.2 Un contexte d'enseignement

On sait que Descartes avait le souhait que sa philosophie fût enseignée dans les collèges jésuites (Van Damme, 2002, p. 102-103). Il eut vraisemblablement le même projet pour *La Géométrie* comme le montre sa lettre à Mersenne du 27 juillet 1638 :

Que si on trouve que l'introduction que i'ay dernièrement envoyée y puisse ayder [à faire entendre la *Géométrie*], ie ne seray pas marri que les Iesuites la voient aussy ; car ie voudrois bien que plusieurs la pussent entendre. (AT, II, 276) et (Clerselier 1657-1667, III, 377)³⁴

Descartes trouva ainsi en la personne du P. Rabuel celui qui concrétisa, bien plus tard, son projet.

Le commentaire de Rabuel prend son origine dans les leçons qu'il a professées à des *commençants* sur *La Géométrie* de Descartes, « ceux qui l'étudient pour la première fois » (Rabuel, 1730, p. 1). Lespinasse indique ainsi dans sa préface :

Le R.P. RABUEL [ne] travailla d'abord [à son commentaire] que pour servir aux jeunes Jesuites, qui étudioient sous lui les Mathematiques. C'étoient des Commençans qu'il falloit aider, & à qui il ne vouloit rien laisse ignorer de tout ce que M. DESCARTES ne fait qu'indiquer. Il falloit raprocher de leur principe une foule de conséquences éloignées, en faire voir la liaison, & le rapport nécessaire. (Rabuel, 1730, Préface)

33. Cf. la lettre « à un Pere Jesuite » [d'octobre 1637] : (Clerselier 1657-1667, III, 114-115) et (AT, I, 457-458) ; ainsi que la lettre à Mersenne de [fin décembre 1637] : (Clerselier 1657-1667, III, 427-428) et (AT, I, 478-479).

34. Je cite ici l'autographe édité par (AT) qui diffère quelque peu, dans la formulation mais non dans le sens, du texte de Clerselier.

Comme il est fréquent à l'époque chez les professeurs de mathématiques jésuites, l'ouvrage de Rabuel apparaît comme le fruit de ses propres cours et vise à offrir le support standardisé d'un enseignement des mathématiques pour les élèves des collèges jésuites³⁵. C'est le cas par exemple des *Éléments de géométrie* d'Ignace-Gaston Pardies (1636-1674), professeur au collège de Clermont à Paris, qui paraissent une première fois en 1671, et seront de nombreuses fois réédités, par exemple au sein de l'édition lyonnaise des *Œuvres* (Pardies, 1725). Plus proches de Rabuel, parmi les professeurs de mathématiques au Collège de la Trinité³⁶, on peut citer avant lui le P. Claude Milliet de Chales déjà mentionné. Un peu plus tard que Rabuel, le P. Duclos (1695-1743), professeur de mathématiques au collège de Lyon de 1731 à 1735³⁷, publie en 1737 des *Eléments de Mathématiques* tirés de son enseignement, dont le livre neuvième expose des « Principes d'analyse » appliqués à la résolution de problèmes géométriques conduisant à des équations du premier et du second degré (Duclos, 1737, p. 176-214).

Au contraire de Pardies ou Duclos qui proposent, dans une visée pédagogique, des *réécritures* de la géométrie d'Euclide au sein de leurs manuels, mais ajoutent néanmoins un système de références aux propositions originales euclidiennes, Rabuel prend pour modèle le commentaire des *Éléments* d'Euclide donné par son illustre devancier Euclide (1574) et l'applique à *La Géométrie* de Descartes. Comme chez Clavius, on peut distinguer deux niveaux de texte : d'un côté, le texte de *La Géométrie* de Descartes qu'annonce un « M. DESCARTES », suivi des commentaires de Rabuel, dans une taille de caractères plus petite, organisés en articles, comprenant parfois les énoncés de « règles » ainsi que des problèmes supplémentaires³⁸. On en trouvera un exemple dans la FIGURE 1.

Rabuel opère donc différemment de Schooten qui a fait le choix dans ses deux éditions latines (*Geometria* 1649) et (*Geometria* 1661) de présenter d'abord *in extenso* la traduction latine de *La Géométrie* de Descartes en y insérant uniquement des appels de notes, et de repousser à la toute fin ses propres commentaires, placés même après la traduction latine des *Notes*

35. Sur l'enseignement des mathématiques chez les Jésuites durant cette période, voir (Dainville, 1986, p. 51-60).

36. Voir *supra* la note 9, p. 4.

37. Voir (Introduction, parties 1 et 4) ainsi que (Dainville, 1954, p. 115).

38. On retrouve cette même disposition typographique dans l'édition de Clavius pour le texte euclidien et les scholies de l'éditeur. Sur le commentaire de Clavius aux *Éléments* d'Euclide, voir (Rommevaux, 2005, p. 33-58).

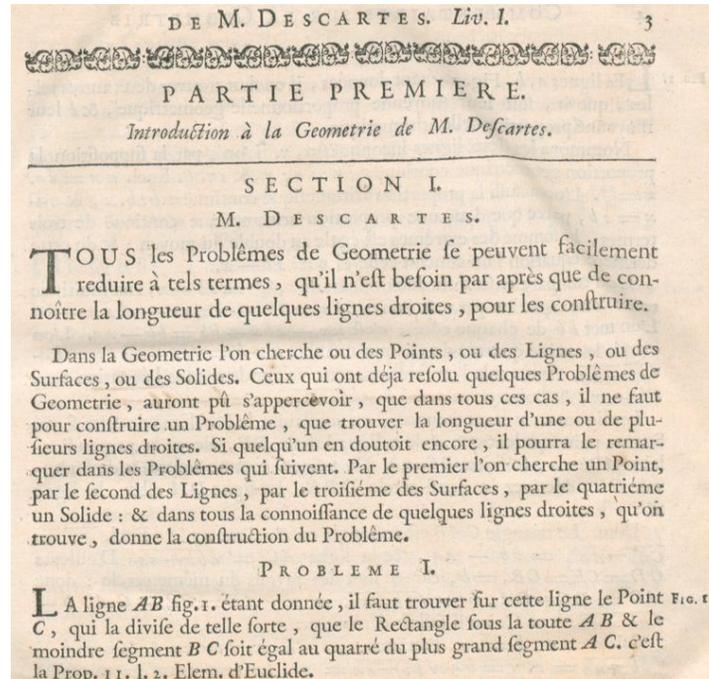


FIGURE 1 – Texte de *La Géométrie* de Descartes et commentaire de Rabuel suivi d'un problème tiré des *Éléments* d'Euclide (Livre II, Prop. 11) : (Rabuel, 1730, p. 3)

Brèves de Debeaune³⁹.

3.3 Les omissions de Descartes et les commentaires de Rabuel

Dans sa préface, Lespinasse insiste tout d'abord sur trois caractéristiques du texte cartésien qui sont étroitement liées les unes aux autres. On pourrait dire en trois adjectifs que *La Géométrie* est difficile, brève et générale, difficile parce que brève, brève parce que générale. Voici ce qu'écrivit Lespinasse :

[*La Géométrie*] étoit d'une difficulté presque insurmontable. M. DESCARTES avoit affecté de [la] resserrer dans les bornes les plus

39. Cette prééminence accordée aux *Notes Brèves* de Debeaune sur les autres commentaires fait vraisemblablement écho au jugement très favorable, et donc assez exceptionnel, que Descartes porte sur les *Notes Brèves* et son auteur : cf la lettre de Descartes à Debeaune du 20 février 1639 (AT, II, 510).

étroites. Bien des raisons, qu'on peut voir dans ses lettres, l'y avoient engagé. Messieurs *de Beaune, de Fermat, de Witt, &c.* en ont développé quelques endroits. M. de *Schooten* a voulu éclaircir le tout⁴⁰ ;

M. DESCARTES resout le Problème de Pappus dans le cercle ; *mais cette solution est generale [...] Il falloit tout développer* ; de là ces différentes applications du problème, ce grand nombre d'Exemples, qui quoiqu'uniformes en apparence ont cependant, presque tous, chacun une difficulté que M. DESCARTES avoit envisagée, & dont il ne parloit pas, parce qu'il s'ennuyait *d'en tant écrire*⁴¹. (Rabuel, 1730, Préface)

La Géométrie de Descartes, en raison de la concision voulue par son auteur et de sa difficulté, appelle donc pour être comprise, en particulier des commençants, des commentaires et des développements. Dans son introduction, Rabuel, pour justifier « combien [la] Geometrie a besoin d'explication », fait ainsi référence à une lettre à Mersenne [de fin 1637 ?] où Descartes « assure qu'il y a peu de gens, qui puissent entendre sa Geometrie »⁴².

40. Debeaune est l'auteur des *Notes Brèves* et de deux écrits posthumes sur les équations et de Witt des *Elementa curvarum linearum*, textes que Schooten a insérés dans la seconde édition latine de *La Géométrie* de 1659-1661 avec son commentaire et ses propres écrits, ainsi que ceux de Hudde et de van Heuraet, non mentionnés ici. Si les *Notes Brèves* offrent un commentaire de *La Géométrie*, les *Elementa curvarum linearum* proposent bien un *développement* de la géométrie cartésienne consacré à une description des coniques au moyen d'une approche successivement cinématique et algébrique. Pour plus de détails sur les commentaires sur *La Géométrie* et les éditions latines de Schooten, cf. (Maronne, 2007, p. 11-29). Quant à Fermat, connaissant l'âpre controverse avec Descartes sur les tangentes qui eut lieu en 1638 (Maronne, 2007, p. 291-332), on est très étonné d'une telle mention. Elle trouve peut-être son origine, parmi d'autres, dans l'usage par Schooten dans son commentaire sur *La Géométrie* de la méthode de Fermat pour déterminer la normale à la conchoïde, à la suite de celle de Descartes : (Descartes, 1659-1661, I, p. 250-256) et (Maronne, 2007, p. 23-24).

41. Descartes écrit dans *La Géométrie* au sujet du problème de Pappus : « & ie tascheray d'en mettre la demonstration en peu de mots : *car il m'ennuie desia d'en tant écrire* » : (*Géométrie* 1637, p. 309) et (AT, VI, 382).

42. Cf. (Clerselier 1657-1667, III, Lettre 3, p. 427) et (AT, I, 478). Clerselier dans sa préface au second volume des lettres indique que *La Géométrie* fait partie des écrits de Descartes « *Acroamatiques, c'est-à-dire, difficiles, relevez, & qui, estant plus serrez, demandent l'explication du Maistre, ou du moins une attention fort serieuse du Lecteur* », avec les *Principes de Philosophie* et la *Dioptrique*, par opposition aux écrits *exotériques*, comme le *Discours de la Méthode*. Cf. (Clerselier 1657-1667, II, Préface, p. 2).

Il est donc nécessaire de développer les solutions des problèmes géométriques en comblant les omissions de Descartes dans la construction et la démonstration, qu'elles concernent, comme on va le voir, la démonstration d'un théorème élémentaire et classique supposé connu du lecteur ou *a contrario* des parties non triviales de l'argument. D'autre part, il faut traiter de la façon la plus exhaustive possible un grand nombre de cas de figure et d'exemples associés au problème, au risque de l'uniformité et de la répétition. D'où trois types de commentaires : élémentaire, avancé, et exemplifiant.

Ces trois types de commentaires répondent à des remarques et à des demandes faites par Descartes dans *La Géométrie* et dans sa Correspondance éditée par Clerselier. C'est le *topos* bien connu dans l'historiographie cartésienne des « omissions »⁴³.

Des « vérités fort bien démontrées »

Descartes précise dans l'avertissement placé en tête de *La Géométrie*⁴⁴, qui la distingue des essais précédents de *La Dioptrique* et des *Météores* :

Iusques icy j'ay tasché de me rendre intelligible a tout le monde; mais, pour ce traité, ie crains, qu'il ne pourra estre leu que par ceux qui sçavent desia ce qui est dans les livres de Geometrie : car, d'autant qu'ils contiennent plusieurs vérités fort bien démontrées, i'ay creu qu'il seroit superflus de les repeter, & n'ay pas laissé, pour cela, de m'en servir (*Géométrie* 1637, p. 296) et (AT, VI, 368), cité par (Rabuel, 1730, p. 2)⁴⁵

Cet avertissement présent dans l'édition originale de 1637, et cité par Rabuel, a disparu dans les éditions latines et françaises postérieures de *La*

43. Voir, par exemple, (Serfati, 2008, p. 18-22) sur « la stratégie du secret de Descartes » ainsi que (Descotes, 2005, 189-190). Pour une analyse littéraire d'ensemble de la dissimulation chez Descartes, cf. également Hallyn (2006) qui consacre les seules pages 62-64 à *La Géométrie*. Le célèbre *larvatus prodeo* des *Cogitationes Privatæ* éditées par Foucher de Careil (AT, X, 213) résume cette posture cartésienne en une formule qui a frappé les commentateurs de Descartes : cf. par exemple Leroy (1929).

44. Dans la suite, je donne les références à l'essai de 1637 et cite le texte édité dans (AT, VI, 367-485) dont la ponctuation et l'orthographe peuvent différer de l'édition originale.

45. Par exemple, Descartes fait référence dans sa résolution du problème de Pappus aux constructions des coniques faites par Apollonius : cf. (*Géométrie* 1637, p. 329-332) et (AT, VI, 402-404). Il s'agit des propositions I.52-54 (Apollonius, 1566, p. 36v-40r). Dans la méthode des normales, il s'appuie également sur l'« équation » de l'ellipse donnée dans la proposition I.13 (Apollonius, 1566, p. 15r-16r).

Géométrie : 1649; 1659-1661; 1664; 1705. Une explication plausible est que ces éditions postérieures de *La Géométrie*, à part, ne s'adressent plus à l'honnête homme, comme c'était le cas des *Essais*, mais au mathématicien, à tout le moins à l'étudiant en mathématiques. Symétriquement, *La Géométrie* ne sera plus éditée dans les éditions postérieures du *Discours de la Méthode et des essais*, sinon sous forme d'extraits. Cela débute avec la deuxième édition du *Discours de la Méthode* publiée par Le Gras en 1658 (rééd. 1668) qui ne contient plus que la *Dioptrique* et *Les Météores*⁴⁶.

L'honnête homme est ici prévenu que des connaissances mathématiques de base sont requises pour entendre *La Géométrie*, contrairement aux autres essais⁴⁷, et que conformément à l'usage en mathématiques, du moins dans un traité et non un manuel, on omet de démontrer certains énoncés car on juge leurs démonstrations évidentes ou bien connues du lecteur⁴⁸. Rabuel, en substituant à l'honnête homme l'étudiant en mathématiques, le *commençant*, se doit donc de préciser et démontrer, le cas échéant, ces « vérités fort bien démontrées » : c'est le premier type de commentaire requis par *La Géométrie* de Descartes.

Les omissions de Descartes

Descartes fait référence à un second type d'omission à plusieurs reprises dans *La Géométrie* :

Mais ie ne m'aresté point a expliquer cecy plus en détail, a cause que ie vous osterois le plaisir de l'apprendre de vous mesme, & l'utilité de cultiver vostre esprit en vous y exerçant, qui est, a

46. Pour plus détails sur ces éditions, cf. (Otegem, 2002, I, p. 19sq.). Il n'est qu'à voir enfin l'édition moderne de l'honnête homme, c'est-à-dire l'édition Gallimard de la Pléiade, qui ne contient plus que des extraits de *La Géométrie*.

47. L'honnête homme, si l'on peut dire prototypique, Constantin Huygens confesse à son ami Descartes ses difficultés de lecture et de compréhension de *La Géométrie* dans sa lettre du 24 mars 1637 et prétend devoir s'adjoindre pour ce faire les services de Schooten : cf. (AT, I, p. 626-627).

48. Voir aussi la lettre [à Huygens?] d'[octobre 1639] dans laquelle Descartes écrit au sujet de la controverse avec le mathématicien flamand Stampioen :

Tout de mesme que, lors qu'on suppose des Theoremes d'Euclide, sans les demonstrier, en quelque proposition de Geometrie, ce sont veritablement des omissions au regard de ceux qui les ignorent, mais elles ne sont nullement reprehensibles pour cela [...] (Clerselier 1657-1667, III, 420), (AT, II, 606)

*mon avis, la principale qu'on puisse tirer de cete science. (Géométrie 1637, p. 301), (AT, VI, 374)*⁴⁹

Conséquemment, la conclusion célèbre de *La Géométrie* confie aux « neveux » la tâche de combler les dites omissions :

Et i'espère que nos neveux me sçauront gré, non seulement des choses que i'ay ici expliquées, mais aussy de celles que i'ay omises volontairement, affin de leur laisser le plaisir de les inventer. (*Géométrie* 1637, p. 413), (AT, VI, 485)

Si l'on suit Descartes, ses omissions, en offrant au lecteur de s'exercer lui-même *méthodiquement* à l'art d'inventer en géométrie, sont les marques du discours de l'honnête homme⁵⁰. Un argument supplémentaire nous est donné par les modalités de lecture de *La Géométrie* selon Descartes : en effet, la lecture « ne se peut [en] faire que la plume à la main, et suivant tous les calculs qui y sont »⁵¹ et requiert donc une action, une pratique, à la différence de la lecture d'un texte littéraire ou philosophique.

À nouveau, Rabuel vise à répondre dans ses *Commentaires* à ce souhait de Descartes :

[Le P. Rabuel] fait plus : pour apprendre à son Lecteur *l'art d'inventer & de trouver*, il le conduit, comme par la main, dans les routes qu'a tenuës M. DESCARTES, & lui fait voir par quel chemin ce grand Geometre est arrivé où nous le voyons. (Rabuel, 1730, Préface)⁵²

C'est là un deuxième type de commentaire mathématiquement plus avancé.

Suite à la réception controversée de *La Géométrie*, les intentions de Descartes apparaissent différentes dans la correspondance. Pour justifier ses *Commentaires*, Rabuel cite ainsi un passage d'une lettre à Mersenne du 20 avril 1646 dans lequel Descartes revendique à nouveau les omissions faites dans *La Géométrie* :

49. Cf. aussi (*Géométrie* 1637, resp. p. 350-351 et 389), (AT, VI, resp. 422-423 et 464).

50. Cette interprétation est donnée dans (Descotes, 2005, p. 169).

51. Descartes écrit cette recommandation dans une lettre à un destinataire inconnu (Clerselier indique « A un Reverend Pere Iesuite ») datée par Adam-Tannery d'octobre 1637 : cf. (Clerselier 1657-1667, III, 115) et (AT, I, 457).

52. Rabuel ajoute dans son introduction que son commentaire est nécessaire pour lire et comprendre *La Géométrie* « surtout si l'on ne se contente pas d'entrevoir, que les choses peuvent être telles que l'Auteur les assure ; mais qu'on veuille se convaincre par les operations necessaires, qu'elles le sont en effet. » (Rabuel, 1730, p. 1)

*Seulement y ai-je obmis quantité de choses, qui auroient pû servir à la rendre plus claire, ce que i'ay fait à dessein, & je ne voudrais pas y avoir manqué [...] Rien ne m'avoit cy-devant fait proposer de la refaire, que pour l'éclaircir en faveur des Lecteurs; mais je vois qu'ils sont pour la plupart si malins, que i'en suis entierement degousté. (Clerselier 1657-1667, III, 521), (AT, IV, 394), cité par (Rabuel, 1730, p. 2)*⁵³

On retrouve en de nombreuses autres lettres des « aveux » de Descartes sur ces omissions. L'expression 'esprit malin' apparaît ainsi pour la première fois dans la lettre de Descartes à Mersenne du 31 mars 1638 en référence aux critiques exprimées sur la solution cartésienne du problème de Pappus par Roberval :

Mais le bon est, touchant cette question de Pappus, que ie n'en ay mis que la construction, & la demonstration {entiere}, sans en mettre toute l'Analyse, laquelle ils s'imaginent que i'ay mise seule, en quoy ils tesmoignent qu'ils y entendent bien peu; Mais ce qui les trompe, c'est que i'en fais la construction, comme les Architectes font les bastimens, en prescriviant seulement tout ce qu'il faut faire, & laissant le travail des mains aux Charpentiers & au Massons [...] *Pour l'analyse, i'en ay obmis une partie, afin de retenir les esprits malins en leur devoir* (Clerselier 1657-1667, III, 395); cf. avec (AT, II, 83)⁵⁴.

Dans ses *Commentaires*, Rabuel relève cette omission et indique qu'il ajoute « cette partie de la resolution, qui avoit été omise » (Rabuel, 1730, p. 149sq). Descartes se confie également sur ses omissions dans la lettre à Debeaune du 20 février 1639, qui est mise à profit par Rabuel⁵⁵.

53. La citation est tronquée à dessein par Rabuel. Descartes ajoute en effet « [qu'il n'a] pas besoin de refaire *La Géométrie*, ny d'y adjoûter rien de plus, pour la rendre recommandable à la postérité ».

54. Je cite ici la version de Clerselier tirée de la minute. Elle diffère de l'autographe édité par (AT). En particulier, 'entiere', que j'ai placé entre accolades, figure dans l'autographe mais pas dans le texte de Clerselier. Voir aussi la lettre de Descartes à Mersenne du [1^{er} mars 1638] : (Clerselier 1657-1667, III, 191) et (AT, II, 30).

55. Cf. (Clerselier 1657-1667, III, 409-410) et (AT, II, 511-512). Cette lettre contient selon M. Serfati « l'exposé le plus achevé de Descartes quant à sa stratégie du secret » (Serfati, 2008, p. 18-19). Sur son contenu mathématique, cf. (Maronne, 2007, p. 96-100). Rabuel cite plusieurs fois cette lettre à Debeaune en répondant aux remarques qui y sont faites par Descartes sur ses omissions dans la solution du problème de Pappus : (Rabuel, 1730, p. 84, 151, 153, 212).

À la lecture de la Correspondance, les omissions de *La Géométrie* paraissent relever d'une stratégie de dissimulation, néanmoins décrite comme telle *a posteriori* par Descartes, au sens usuel du terme dans l'historiographie (par exemple, la dissimulation baroque des libertins⁵⁶), et sont l'expression d'une prudence ou d'une défiance vis à vis de l'incompréhension et du plagiat. Mais, quelles que soient les intentions de Descartes, le texte de *La Géométrie* appelle, comme on l'a déjà dit, un deuxième type de commentaire, plus élaboré mathématiquement.

Omission et oubli

Il importe de distinguer l'omission *volontaire* de l'oubli qui marquerait une lacune dans la solution d'un problème. Cette distinction est essentielle pour Descartes, au regard de sa méthode et de son application en philosophie. En effet, la quatrième et dernière règle du *Discours de la Méthode* requiert pour achever la résolution d'un problème « de faire partout des denombrements si entiers, & des revuës si generales, qu'[on] fusse assuré *de ne rien omettre* » (AT, VI, 19).

Descartes se défend donc avec vigueur contre Roberval dans sa lettre à Carcavi du 17 août 1649⁵⁷ de s'être rendu coupable d'une faute et d'une omission dans sa construction des équations du cinquième et sixième degré au moyen d'un cercle et de la parabole cubique cartésienne, en n'ayant pas considéré l'une des deux branches de cette dernière courbe⁵⁸, niant que « la compagne de la courbe soit absolument nécessaire en [sa]règle » et ajoutant :

*Et on peut voir que ie ne l'ay point obmise faute de la connoissance, pource que ie l'ay représentée dans la page 336 [de *La Géométrie*] pour une autre occasion où elle est utile. (Clerselier 1657-1667, III, 448) et (AT, V, 399)⁵⁹*

À nouveau, Rabuel cite et discute la réponse de Descartes (Rabuel, 1730, p. 574).

56. Cf. (Halryn, 2006, p. 11-15).

57. Cf. (Clerselier 1657-1667, III, 447-448) et (AT, V, 397-399).

58. Cette accusation est pour la première fois exprimée dans la lettre de Roberval contre Descartes d'[avril 1638] : (Clerselier 1657-1667, III, 321) et (AT, II, 113-114).

59. Descartes fait référence au fait que la parabole cubique cartésienne est solution d'un problème de Pappus à 5 lignes, dont quatre sont parallèles, et la cinquième les coupe à angles droits.

Les exemples de Rabuel et la généralité cartésienne

C'est dans le troisième type de commentaire qu'il procure que Rabuel se trouve le plus en porte-à-faux par rapport à Descartes et à *La Géométrie* car en exemplifiant, parfois à outrance, il entre en conflit avec le souci de brièveté et de généralité cartésiens⁶⁰. Dans son introduction, Rabuel reconnaît les limites d'une telle stratégie, qui ennuiera et impatientera les meilleurs esprits, mais paraît viser un autre auditoire, celui des esprits « moins pénétrants [qui] ont besoin d'un plus grand secours »⁶¹ :

[...] les habiles & les commençans qui ont beaucoup de pénétration souffrent impatientement les explications étendues : mais ils peuvent parmi le grand nombre d'exemples choisir ceux qu'ils aimeront mieux examiner, & se souvenir que les esprits moins pénétrants ont besoin d'un plus grand secours ; & que, comme ces derniers composent le plus grand nombre, & que par leur application plus constante ils font souvent de très-grands progrès dans les Sciences, ils méritent qu'on les aide dans les commencemens. (Rabuel, 1730, p. 2)

Rabuel a ainsi développé la solution *générale* du problème de Pappus, comme l'indique Lespinasse dans sa *Préface*, en un très grand nombre d'exemples chacun liés à un cas de figure particulier dans la partie seconde intitulée « suite de la question de Pappus » (Rabuel, 1730, p. 145-289) qui occupe 145 pages, soit davantage de pages que *La Géométrie* toute entière et le quart de son commentaire. Cette opposition général-particulier se retrouve dans les titres des sections et des articles de cette partie (cf. annexe A, p. 54).

A contrario, Descartes écrit au sujet de sa solution du problème de Pappus dans sa lettre à Mersenne du 31 mars 1638 :

Or par cette seule equation
 $y \parallel m - \frac{n}{z}x + \sqrt{mm + ox - \frac{p}{m}xx}$ de la page 326 en changeant seulement les marques + & -, ou supposant quelques termes pour nuls, ie comprends toutes celles qui peuvent se rapporter à quelque lieu plan, ou solide. *Ie ne croy pas qu'il soit possible de rien imaginer de plus general, ny de plus court, ou de plus clair &*

60. Sur la question de la généralité chez Descartes, cf. (Maronne, 2010, p. 538-550).

61. Pour paraphraser la formule d'une célèbre collection de livres, les *Commentaires* de Rabuel serait donc une « *Géométrie* de Descartes pour les nuls ». Plus sérieusement, les auditoires des collèges jésuites de l'époque n'autoriseraient sans doute pas un enseignement plus exigeant de *La Géométrie* de Descartes. Cf. (Dainville, 1986, p. 60-64).

de plus facile que cela, ny que ceux qui l'auront une fois compris, daignent apres prendre la peine de lire les longs Escrits des autres sur cette matiere. (Clerselier 1657-1667, III, 396) et (AT, II, 84) ⁶²

Une autre lettre de Descartes à Mersenne du 23 août 1638 est également très significative de l'écart voire de l'opposition entre Descartes et Rabuel quant aux lecteurs auxquels chacun s'adresse :

Et enfin en la page 389, ie mets en 5 ou 6 lignes la regle generale qui peut servir pour toutes les autres equations ⁶³ ; non point a dessein de l'enseigner a un chacun, car il m'eut fallu faire un tres gros livre, si i'eusse voulu expliquer assez au long pour cet effect tout ce que i'avois a y mettre, & i'ay mieux aymé estre succinct en plusieurs endroits, pour donner moyen a ceux qui auront le plus d'esprit d'y trouver quelque chose de plus que les autres. (AT, II, 328) ⁶⁴

Conclusion

Que Descartes ait omis des éléments dans la construction et la démonstration des problèmes géométriques qu'il affirmait pourtant avoir résolu dans sa *Géométrie* était donc connu des mathématiciens de l'époque, comme le montrent les citations de Rabuel. Une preuve *textuelle* tient au fait que les lettres qui contiennent ces aveux faits par Descartes figurent toutes, sauf une ⁶⁵, dans l'édition de Clerselier. Les lecteurs de cette période n'ignoraient donc pas qu'ils devaient combler des omissions dans *La Géométrie*.

D'autre part, la double interprétation *ambivalente* des omissions cartésiennes, positive ou négative quant aux intentions de son auteur, selon que

62. À nouveau, je donne le texte de Clerselier. Clerselier utilise le symbole || pour désigner l'égalité.

63. Il s'agit de la « Façon generale pour construire tous les problemes solides, reduits a une Equation de trois ou quatre dimensions ».

64. Ce passage n'est pas édité par Clerselier.

65. Il s'agit de la lettre de Descartes à Mersenne du 4 avril 1648 : cf. (Descartes, 1964-1974, V, 142-143). Descartes y écrit :

Mais ie vous avouë que, sans la consideration de ces esprits malins, ie l'aurois escrite tout autrement que ie n'ay fait, & l'aurois renduë beaucoup plus claire; ce que ie feray peutestre encore quelque iour, si ie voy que ces monstres soient assez vaincus ou abaissez.

Remarquons à nouveau qu'il s'agit d'une reconstruction *a posteriori* de Descartes et que *La Géométrie* offre une perspective différente.

l'on privilégie la posture du secret et de la dissimulation ou celle de l'honnête homme, la Correspondance ou le texte de *La Géométrie*, ne saurait être véritablement tranchée dans un sens plutôt qu'un autre.

3.4 La structure de *La Géométrie* selon Rabuel

La transposition par Rabuel du modèle classique du commentaire de Clavius à *La Géométrie* de Descartes nécessite en outre que le commentateur jésuite exhibe une *structure* de *La Géométrie*, car, comme on le sait bien, le texte de Descartes n'est pas écrit en suivant le modèle classique euclidien des définitions et propositions⁶⁶. Rabuel propose donc un plan de *La Géométrie* (voir annexe A, p. 53 pour ce plan) et décompose chacun des trois livres en parties, sections et articles en s'aidant (sans la reproduire) des titres de la « Table des matieres de la Geometrie »⁶⁷ qu'on retrouve indiqués en marge dans la publication de 1637. Au sein de cette structure hiérarchique à trois niveaux, on trouve en outre des problèmes supplémentaires traités par Rabuel qui ont pour charge d'illustrer des 'règles' ou des 'méthodes' sur un thème donné⁶⁸.

Il est instructif de présenter la structure de premier niveau de *La Géométrie* proposée par Rabuel en spécifiant le nombre de pages pour chacune des parties et la part relative par rapport à l'ensemble, et en comparant dans le même temps ces parts relatives dans les *Commentaires* de Rabuel et dans *La Géométrie* de Descartes (voir TABLE 1, p. 24)⁶⁹.

Parties (Titre)	Rabuel	<i>La Géométrie</i>
Livre I	3-91 / 89 p. / 15%	297-314 / 18 p. / 16%
<i>I.1</i> : Introduction	3-47 / 45 p. / 7,5%	297-302 / 6 p. / 5%
<i>I.2</i> : Problèmes plans	47-61 / 15 p. / 2,5%	302-304 / 3 p. / 2%
<i>I.3</i> : Question de Pappus	61-91 / 31 p. / 5%	304-314 / 11 p. / 9%

66. Sur le style d'écriture de *La Géométrie*, je renvoie à nouveau à Descotes (2005).

67. Cf. (*Géométrie* 1637, fin du livre, non paginée) et (AT, VI, 511-514).

68. Voir par exemple les « 12 Regles generales pour les Problèmes » illustrées par autant de problèmes (Rabuel, 1730, p. 20-47) et au sujet de la description des courbes géométriques, les six règles présentées par Rabuel pour « décrire une courbe en cherchant plusieurs de ses points » illustrées par quatre problèmes (Rabuel, 1730, p. 127-138), suivies de trois autres 'méthodes' pour décrire les courbes (Rabuel, 1730, p. 138-144). Cf. également *infra* section 5.2, p. 35.

69. Dans la table, j'abrège les titres des parties. Pour les titres complets donnés par Rabuel, voir annexe A, p. 53.

Livre II	91-412 / 322 p. / 55%	315-369 / 55 p. / 46%
<i>II.1</i> : Courbes	91-145 / 55 p / 9,5%	315-323 / 9 p. / 7%
<i>II.2</i> : Question de Pappus	145-289 / 145 p / 24,5%	323-341 / 19 p. / 15%
<i>II.3</i> : Propriétés des courbes géométriques	289-338 / 50 p. / 8,5%	341-352 / 12 p. / 9,5%
<i>II.4</i> : Ouales	338-398 / 61 p. / 10%	352-368 / 17 p. / 13,5%
<i>II.5</i> : Courbes dans l'espace	398-412 / 15 p. / 2,5%	368-369 / 2 p. / 1%
Livre III	412-590 / 179 p. / 30%	369-413 / 45 p. / 38%
<i>III.1</i> : Courbes et construction des problèmes	412-420 / 9 p. / 1,5%	369-371 / 3 p. / 1,5%
<i>III.2</i> : Nature des équations	420-450 / 31 p. / 5%	371-380 / 10 p. / 8%
<i>III.3</i> : Résolution des équations	450-509 / 60 p. / 10%	380-389 / 10 p. / 8%
<i>III.4</i> : Construction des équations de degré 3 et 4	509-566 / 58 p. / 9,5%	389-402 / 14 p. / 10,5%
<i>III.5</i> : Construction des équations de degré 5 et 6	566-590 / 25 p. / 4%	402-413 / 12 p. / 10%

TABLE 1: La structure de *La Géométrie* selon Rabuel

On peut tout d'abord remarquer que cette structure est très proche de celle donnée par (Bos, 1998, p. 303). Cela tend à signifier que Rabuel et Bos ont, en un certain sens, la même interprétation de *La Géométrie*, ce qui pourrait apparaître paradoxal, si l'on s'attendait à ce que Rabuel développe plutôt les parties « modernes » de *La Géométrie* en ce début de XVIII^e siècle (à savoir, la méthode des coefficients indéterminés et la méthode des tangentes). Pour Bos, la structure de *La Géométrie* est en effet déterminée par un objectif qui répond à un programme classique – fournir une méthode de résolution des problèmes géométriques – en contraste avec les méthodes modernes employées par Descartes. Il écrit :

Ainsi, les facteurs qui ont déterminé la structure de la *Géométrie*, en particulier les choix méthodologiques de Descartes, ont eu très peu d'influence sur les mathématiques ultérieures. Le livre exerça son influence, pour ainsi dire, en dépit de sa structure. *Dans cette dernière, le livre de Descartes n'était pas moderne ; il s'adaptait à la vision de son époque de la géométrie.* Mais cette vision fut bientôt dépassée, surtout, assez curieusement, comme le résultat de l'influence de la *Géométrie* elle-même (Bos, 1998, p. 315-316)

Cette première lecture, *globale*, qui demanderait bien sûr à être étayée par des études locales et plus détaillées, suggère que Rabuel a plutôt visé à proposer une exégèse du texte de Descartes, qu'une réinterprétation modernisante. Comme nous l'avons déjà noté, cette exégèse peut consister à compléter voire apporter des démonstrations des énoncés de Descartes. Rabuel écrit ainsi, en commentaire à un aveu d'omission de Descartes (Descartes, 1637, p. 389)⁷⁰ :

Nous apportons en chaque endroit la demonstration de ce que M. DESCARTES enseigne dans sa Geometrie (Rabuel, 1730, p. 492)

Une autre facette de cette exégèse, qu'on retrouve dans les éditions savantes des textes, tient à la *mise en rapport* des problèmes et des thèses de *La Géométrie* et des *Commentaires* au moyen de nombreux renvois et références internes dans le corps du texte à un autre article, section, ou partie. Rabuel propose ainsi une structure *dynamique* pour *La Géométrie* en identifiant des connexions et en livrant à son lecteur des chemins pour suivre un même thème ou un même problème au sein du texte.

L'archaïsme du commentaire de Rabuel apparaît aussi mis en évidence lorsqu'on le compare *quantitativement* à *La Géométrie* en considérant la taille des parties qui se correspondent dans les deux textes. En effet, à l'exception notable de la seconde partie du Livre II consacrée à la solution générale du problème de Pappus à 3 ou 4 lignes qui couvre chez Rabuel cent-quarante-cinq pages, soit quasiment le quart du commentaire! (bien plus que chez Descartes), les proportions de chacune des parties à l'ensemble sont à peu de choses près les mêmes dans les deux ouvrages, à dilatation près pourrait-on dire⁷¹. On n'observe ainsi pas de véritables déséquilibres entre les commentaires des différentes parties de *La Géométrie*, quels que soient par ailleurs la modernité ou, au contraire, l'archaïsme des problèmes mathématiques qui y sont considérés.

Si l'on ajoute à cela les nombreuses références aux « géomètres anciens » (cf. section 4, p. 26), les *Commentaires* paraissent tournés vers le passé et la tradition ancienne de résolution des problèmes géométriques qui culmine avec *La Géométrie* de Descartes. Il faut toutefois nuancer car Rabuel fait également place, certes marginalement, à des considérations tirées du calcul infinitésimal (cf. section 6.2, p. 41). Cette volonté d'exégèse de *La Géométrie* se manifeste également dans les nombreuses références aux lettres éditées

70. Nous avons cité ce texte auparavant : voir *supra* section 3.3, p. 16.

71. On passe en effet de 117 à 590 pages.

par Clerselier dans lesquelles Descartes, par ses réponses et ses remarques, complète et donne à comprendre l'essai de 1637.

3.5 Les figures de Rabuel

Les figures des *Commentaires* sont imprimées à part du texte au sein de 23 planches et sont nombreuses (282 en tout). On sait qu'elles ont été gravées par Etienne-Joseph Daudet (1672-1730), dessinateur et graveur en taille douce lyonnais. Dans les autres manuels mathématiques jésuites que j'ai cités, les figures peuvent être placées au sein du texte (Milliet de Chales, 1690; Pardies, 1725), ou imprimées à part dans des planches (Duclos, 1737).

Certaines des figures reproduisent les figures originales de *La Géométrie* : parmi celles-ci, la figure 69 qui est l'une des figures de référence pour la solution du problème de Pappus est doublement fautive. D'une part, elle n'est pas semblable à la figure originale⁷². D'autre part, le cercle solution ne coupe pas les quatre droites du problème aux quatre points d'intersection qui sont des solutions évidentes du problème⁷³. La figure 96 en revanche, qui correspond à la même configuration, est correcte. D'autre part, la figure 97 reproduit sans la corriger la figure fautive de la solution du problème de Pappus donnée par Descartes dans *La Géométrie* pour l'hyperbole⁷⁴. Voir ci-dessous les FIGURES 2, 3 et 4.

4 Rabuel et les géomètres anciens

On trouve de nombreuses références dans les *Commentaires* de Rabuel aux textes des géomètres grecs. Cela accrédite l'idée, déjà évoquée, d'un

72. Cela a été noté par Lespinasse? qui ajoute en marge : « Dans cette figure, BK est trop grande, elle ne doit être que le tiers de AE . » (Rabuel, 1730, p. 254)

73. Rappelons l'énoncé du problème de Pappus. Il s'agit de trouver le lieu des points dont les produits des longueurs des segments projetés selon des angles donnés sur des droites données sont égaux *i.e* $CB \cdot CF = CD \cdot CH$ (voir FIGURE 2). Cf. (Descartes, 1637, p. 309-314). Quatre des six points d'intersection des droites sont des solutions évidentes du problème car deux des longueurs sont alors nulles. On sait que la solution du problème de Pappus est formée par *deux* coniques mais cela semble avoir échappé à Descartes. Pour une étude détaillée de la solution cartésienne, cf. (Bos, 2001, p. 313-334) et (Maronne, 2007, p. 32-139).

74. Même type d'argument que précédemment : l'hyperbole solution coupe la droite GT au point H alors qu'elle ne peut le faire (dans cette position) qu'au point G , point d'intersection avec la droite AE , sauf à ajouter une constante. Cf. FIGURE 3.

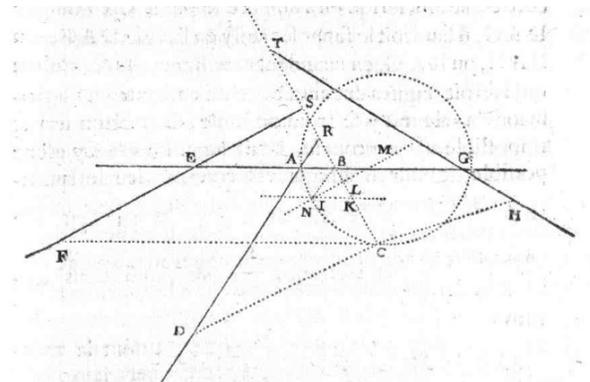


FIGURE 2 – La figure du problème de Pappus dans (*Géométrie* 1637, p. 325) : le cercle solution

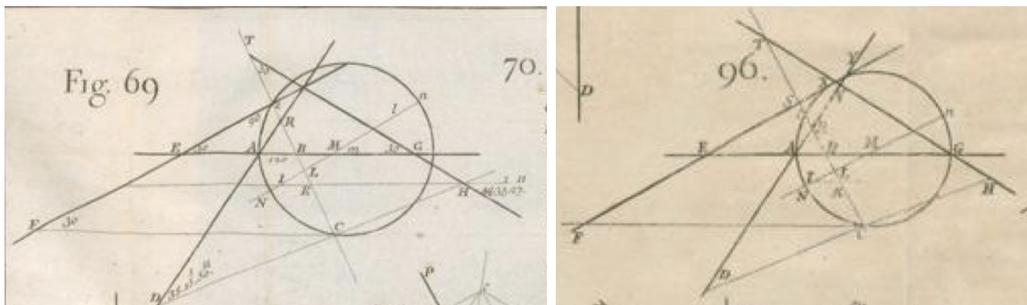


FIGURE 3 – Les figures du problème de Pappus dans Rabuel (1730) : le cercle solution

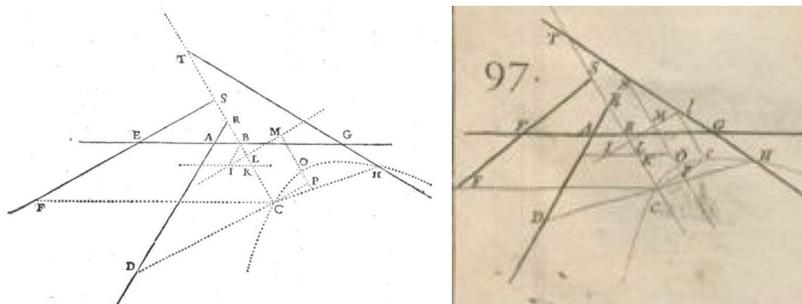


FIGURE 4 – Les figures du problème de Pappus dans (*Géométrie* 1637, p. 331) et Rabuel (1730) : l'hyperbole solution

ancrage dans la tradition de résolution des problèmes géométriques.

Rabuel indique tout d'abord les références précises des propositions d'Apolonius que Descartes donne en passant dans *La Géométrie*⁷⁵. Il cite également les *Collectiones Mathematicæ* de Pappus éditées par Commandinus (Pappus, 1588)⁷⁶ et insère à plusieurs reprises dans son commentaire des passages *in extenso* en donnant la traduction française dans le corps du texte et l'original latin en marge. Ainsi, lorsque Descartes fait référence aux « Anciens » au sujet de la classification des problèmes géométriques⁷⁷, Rabuel en précise aussitôt la source chez Pappus⁷⁸. À nouveau, lorsque Descartes parle de la *faute* en géométrie consistant à construire un problème avec un courbe d'un genre plus élevé que nécessaire⁷⁹, Rabuel ne manque pas de préciser que « c'étoit le sentiment de Pappus » avant de procurer le texte⁸⁰. Ces références reflètent une culture de la géométrie des Anciens chez Rabuel.

Surtout, Rabuel se réfère fréquemment dans ses commentaires aux propositions des *Eléments* d'Euclide⁸¹, très vraisemblablement dans l'édition de Clavius, comme en témoignent les deux mentions 'Clavius' en marge (Rabuel, 1730, p. 400) qui indiquent des références au commentaire du mathématicien jésuite⁸², dans un problème demandant de déterminer l'équation et les points d'une certaine courbe décrite sur un solide parabolicoïde. Dans son *Aperçu historique*, Chasles, alors qu'il critique Rabuel à propos de sa fausse démonstration de la construction de la normale à une courbe gauche donnée par Descartes⁸³, ajoute avec acrimonie :

Il est vrai qu'il omet, dans cette prétendue démonstration de citer les éléments d'Euclide, comme il a coutume de faire à peu

75. Cf. (Rabuel, 1730, p. 168, 185 et 209) et *supra* n. 45, p. 16.

76. Cf. (Rabuel, 1730, p. 24) où Rabuel utilise la proposition 107 du Livre VII (Pappus, 1588, p. 225r-226r) dans la résolution d'un problème.

77. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 315) et (AT, VI, 388).

78. Cf. (Rabuel, 1730, p. 91-92) et (Pappus, 1588, Livre III et IV, resp. 4v et 61r). Cf. également (Rabuel, 1730, p. 96) à propos du problème de l'insertion des moyennes proportionnelles.

79. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 371) et (AT, VI, 444).

80. Cf. (Rabuel, 1730, p. 418) et (Pappus, 1588, Livre IV, p. 61r).

81. La majorité des références à Euclide se trouvent dans les commentaires portant sur le premier livre de *La Géométrie*. On en trouve alors souvent plusieurs à chaque page. Cf. (Rabuel, 1730, p. 4-6; 10-12; 23-29 et *passim*).

82. Rabuel fait référence à la converse de la proposition 14 du Livre XI démontrée par Clavius dans un scholie ainsi qu'au commentaire à la définition 4 du même livre : cf. (Euclide, 1589, II, resp. p. 563-564 et 525).

83. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 368-369) et (Rabuel, 1730, p. 409-411).

près une fois par chaque ligne (Chasles, 1837, p. 140).

5 Rabuel et le corpus cartésien

Les références de Rabuel dans ses *Commentaires* renvoient d'autre part au corpus cartésien, à savoir les différentes éditions de *La Géométrie* et les *Lettres* de Clerselier.

5.1 Les éditions de *La Géométrie*

Rabuel cite trois éditions de *La Géométrie* : l'édition originale de 1637, la seconde édition latine de Schooten, et l'édition in-12 parue chez Claude David en 1705⁸⁴. Il corrige le texte des éditions françaises à trois reprises en suivant l'édition latine de Schooten de 1661. Il complète ainsi l'équation $z^4 = az^3 - c^3z + d^4$ en ajoutant le terme b^2z^2 mais une faute d'impression malheureuse s'ajoute à son intervention⁸⁵. Celle-ci est signalée dans les *Errata* qui occupent deux pages à la fin des *Commentaires* et sont sans doute l'œuvre de Lespinasse⁸⁶. La deuxième correction concerne une faute dans l'expression de la corde du cercle ($\frac{3a}{p}$ et non $\frac{3p}{q}$) intervenant dans la construction de l'équation $z^3 = pz - q$: à nouveau, Rabuel corrige l'édition française de 1637 en suivant l'édition latine de Schooten, mais sans la citer⁸⁷.

84. Cf. Descartes (1705). Dans cette édition in-12, les figures sur bois sont nouvelles et intégrées dans le texte mais de qualité assez médiocre. Claude David est un éditeur grand public : il ajoute le catalogue de ses livres à la suite de la table des matières. *La Géométrie* y précède la *Princesse de Clèves*. Sur les éditions du corpus cartésien, cf. (Van Damme, 2002, p. 29-37). Les *Mémoires de Trévoux* signalent ainsi la publication de cette nouvelle édition : « Christophle[sic] David pour éviter le juste reproche d'avoir réimprimé tant de Romans & de Comedies, vient de donner une nouvelle Edition de la Geometrie de Descartes » (Mémoires de Trévoux, novembre 1705, p. 2007).

85. Cf. (*Geometria* 1661, I, p. 4) et (*Géométrie* 1637, p. 301). L'équation donnée par Rabuel est $z^4 = az^3 + b^2z^2 - c^3z + d^4$ (Rabuel, 1730, p. 19).

86. Le jésuite y écrit :

Quelque soin qu'on ait pris pour rendre correcte cette Edition, on n'a pû éviter bien des fautes que le grand nombre des calculs & des caracteres algebriques occasionnent & introduisent comme necessairement. (Rabuel, 1730, *Errata*)

87. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 399), (*Geometria* 1661, I, p. 94) et (Rabuel, 1730, p. 546). Adam et Tannery corrigent l'équation dans leur édition sans le signaler (AT, VI, p. 473).

La troisième correction concerne non pas une lacune mais l'ajout fautif de 'ou -' dans la construction du problème de Pappus⁸⁸. Rabuel rétablit enfin un terme manquant dans une équation qui n'avait été corrigé dans aucune des éditions qu'il cite⁸⁹.

À travers ces exemples, on constate que l'impression de textes mathématiques, qui plus est algébriques, ne va pas sans difficultés dans la première moitié du dix-huitième siècle, alors que *La Géométrie* est parue il y a près de cent ans, et qu'elle engendre encore des erreurs dans le texte. On observe enfin que les préoccupations de Rabuel ne sont pas seulement celles d'un commentateur mais aussi celles d'un éditeur scrupuleux qui cite les éditions précédentes de *La Géométrie*, et modifie le cas échéant le texte, en prenant la seconde édition latine de Schooten comme édition de référence, mais toujours avec une visée didactique.

5.2 Les Lettres de M. Descartes

Au regard de la numérotation des lettres, l'édition des lettres de Clerse-lier utilisée par Rabuel est la première édition en trois volumes (Clerse-lier 1657-1667) et non la réimpression récente des trois tomes en six volumes in-12 (Clerse-lier 1724-1725)⁹⁰. Plus précisément, à une exception près⁹¹, Ra-buel cite uniquement le troisième et dernier tome publié en 1667 intitulé

88. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 328, l. 11) et (*Geometria* 1661, I, p. 29, l. 1). Adam et Tannery jugent que ces mots ont été « écrits par inadvertance » (AT, VI, p. 401).

89. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 378) et (*Geometria* 1661, I, p. 74). Il s'agit du terme $-7776n^6$ qui est clairement manquant dans le développement algébrique obtenu en faisant le changement d'inconnue $y - 6n = x$ dans l'équation $x^6 + nx^5 - 6nmx^4 + 36n^3x^2 - 216n^4x^2 + 1296n^5x - 7776n^6 = 0$. À nouveau, Adam et Tannery corrigent l'équation dans leur édition sans le signaler (AT, VI, p. 451).

90. La numérotation n'est pas continue mais au contraire réinitialisée d'un volume à l'autre d'un même tome dans (Clerse-lier 1724-1725).

91. Il s'agit de la lettre de Descartes à Mersenne du [5 avril 1632]. Descartes y indique avoir employé cinq ou six semaines à trouver la solution du problème de Pappus. Cf. (Clerse-lier 1657-1667, II, p. 340), (AT, I, p. 244) et (Rabuel, 1730, p. 64). Rabuel considère que c'est plutôt une marque du génie de Descartes de n'avoir « travaillé que cinq ou six semaines », alors que le problème n'avait été résolu par aucun des géomètres anciens ou modernes. Cette affirmation, pour ce qui concerne les géomètres *modernes*, n'est pas exacte : Roberval, Pascal et plus tard Newton ont aussi donné leur propres solutions du problème de Pappus à quatre lignes. Cf. (Maronne, 2007, p. 91-92 et 124-126). Rabuel s'appuie ici sur la lettre de Descartes à Mersenne de [fin décembre 1637] : cf. (Clerse-lier 1657-1667, II, 427-428), (AT, I, 478-479) et (Rabuel, 1730, p. 64).

Lettres de M^r Descartes où il répond à plusieurs difficultez qui luy ont esté proposées sur la Dioptrique, la Geometrie, & sur plusieurs autres sujets.

On trouvera dans la TABLE 2 la liste des lettres citées par Rabuel et leurs thèmes au sein des *Commentaires*. Rabuel peut citer plusieurs fois la même lettre et se contente d'indiquer le tome et le numéro de la lettre dans l'édition de Clerselier⁹². J'ajoute la pagination dans (Clerselier 1657-1667) et (AT), ainsi que les thèmes abordés. J'ai choisi en outre de donner les lettres dans l'ordre de Clerselier.

Lettres	Cle. III	AT	Rabuel	Thèmes
58 , Escrit de quelques amis de Mr de Fermat [avril 1638]	321	II, 113-114	315, 574	Une omission et une faute dans <i>La Géométrie</i> selon Roberval.
59 , à Mersenne [3 juin 1638 ?]	323-324	II, 156-157	574, 586	Réponse de Descartes : la construction de l'équation de degré 6 avec la parabole cartésienne.
60 [?] à Mersenne 3 mai 1638	329	II, 129	319, 324	La méthode des normales s'applique aux problèmes de points d'inflexion et de <i>maximis et minimis</i> ; les tangentes considérées comme lignes extrémales.
69 , à Mersenne 31 mars 1638	395	II, 83	149, 247	Une partie de l'analyse manque dans la solution du problème de Pappus ; les lieux de surface évoqués dans <i>la Géométrie</i>
71 , à Debeaune 20 février 1639	409-410	II, 510-512	84, 151, 153, 212	Un cas omis dans Pappus ; deux défauts dans l'équation du lieu de Pappus ; regret de n'avoir pas donné la composition des lieux solides ; les deux constructions de l'hyperbole se peuvent expliquer par une seule.
73 , à Mersenne [Fin décembre 1637 ?]	427-428	I, 478-479	64	Aucun géomètre ancien ou moderne n'a trouvé la question de Pappus.

⁹². J'ai proposé des corrections pour ce qui apparaît comme des erreurs manifestes dans les références. Je laisse de côté les lettres de l'introduction et la lettre du tome II dont j'ai déjà parlé.

76 , Carcavi à Descartes 9 juillet 1649	442	V, 373	151, 574	Le point C n'est pas par tous les quatre angles dans le problème de Pappus; le cercle ne peut couper la parabole cartésienne qu'en quatre points dans la construction des équations de degré 6 [objections de Roberval]
77 , à Carcavi 17 août 1649	445-447	V, 395-397	151, 428, 574	Réponses de Descartes : le point C est par tous les quatre angles; sur la règle des signes; le cercle coupe la parabole cartésienne en six points dans la construction des équations de degré 6.
78 , Carcavi à Descartes 24 septembre 1649	454	V, 416-417	421-422	Racines fausses, positives et impossibles.
80 , à Elisabeth [17 novembre 1643 ⁹³]	461	IV, 38	22	On ne doit utiliser dans la résolution des problèmes géométriques que le théorème des triangles semblables et le théorème de Pythagore.
81 [?], à Elisabeth [29 novembre 1643]	466	IV, 47	41	Il faut retenir les lettres sans faire de substitutions dans l'analyse algébrique d'un problème lorsqu'on veut faire un théorème qui serve de règle générale.
82 , à Schooten [mars-avril 1648 ⁹⁴]	470	II, 576	206, 212, 440	Les quatre intersections des droites du problème de Pappus sont solutions; explication de la figure fautive pour l'hyperbole; comment augmenter les racines d'une équation.

TABLE 2: Les références à l'édition de Clerselier par Rabuel

93. La datation indiquée ici pour cette lettre et la suivante est celle de l'édition (Verbeek et Bos 1643, resp. p. 155-158 et p. 163-166). (Verbeek et Bos 1643) considère des manuscrits inédits et propose des datations plus précises pour les lettres mathématiques de Descartes à Elisabeth.

94. Je défends cette datation dans Maronne (2006).

On voit ressortir trois grands thèmes dans les références de Rabuel aux *Lettres* : la résolution des problèmes géométriques, la solution du problème de Pappus et la construction des équations du sixième degré au moyen du cercle et de la parabole cartésienne proposée dans le Livre III de *La Géométrie*. Le premier thème apparaît dans la correspondance mathématique avec la Princesse Elisabeth : cf. *infra*, p. 35. Les deux derniers thèmes ont fait l'objet d'une controverse avec Roberval dont témoigne en particulier l'échange de lettres avec Carcavi.

En revanche, bien que les lettres de la controverse sur les tangentes⁹⁵ aient elles aussi été éditées par Clerselier, celles-ci ne sont pas citées et exploitées par Rabuel, mais c'est sans doute parce qu'elles portent davantage sur la méthode de Fermat et les critiques de Descartes, que sur la méthode des normale de *La Géométrie*. Peut-être en écho à cette dispute, Rabuel montre dans un article des *Commentaires* qu'on peut appliquer la méthode de Descartes pour déterminer des points d'inflexion des courbes et résoudre des questions de *maximis et minimis* (Rabuel, 1730, p. 319-332).

À chaque fois, Rabuel explique et développe les citations qu'il donne au moyen d'exemples ou de problèmes qu'il ajoute. En conséquence, ces développements apparaissent plutôt motivés par le souci de donner une édition *autorisée* de *La Géométrie*, en se référant lorsque cela est possible aux réponses et aux remarques de leur auteur.

La solution cartésienne du problème de Pappus

Les deux lettres à Debeaune et à Schooten (voir TABLE 2), qui sont détaillées sur le plan mathématique, sont mises à profit par Rabuel pour commenter la solution cartésienne du problème de Pappus. Rabuel rapporte ainsi de façon intéressante les remarques faites par Descartes dans sa lettre à Debeaune sur un défaut de généralité de l'équation « modèle de toutes les autres » du lieu de Pappus⁹⁶ à la méthode employée par le Marquis de L'Hospital (1661-1704) dans le Livre VII intitulé « Des lieux Geometriques »

95. Pour un exposé détaillé de cette controverse, cf. (Maronne, 2007, p. 291-331).

96. Descartes note que l'équation du lieu de Pappus ne contient pas de terme constant : cf. (Clerselier 1657-1667, II, 409-410) et (AT, II, 511). Ce n'est pas un défaut pour la solution du problème de Pappus, mais cela l'est pour la composition des lieux solides.

de son *Traité analytique des sections coniques* (1707) posthume⁹⁷. L'Hospital décrit ainsi sa méthode de construction des équations du second degré qui repose sur la méthode des coefficients indéterminés :

[La méthode dont on se sert pour faire ces formules générales] consiste à construire d'abord une Parabole en sorte que l'équation qui en exprime la nature soit la plus composée qu'il se puisse, de faire ensuite la même chose dans l'Ellipse, & dans l'Hyperbole rapportée à ses diamètres & considérée entre les asymptotes *ce qui fournit des équations ou formules générales*. {J'examine ce qu'elles ont chacune de particulier, afin qu'une équation étant proposée, je puisse connoître à laquelle de ces formules elle doit être rapportée & comparant ensuite tous ses termes avec ceux de la formule, j'en tire la construction du lieu de cette équation, en observant certaines remarques qui servent pour toutes les formules.} (L'Hospital, 1707, p. 213)⁹⁸

La méthode de L'Hospital diffère de la méthode de *réduction* de Guisnée (?-1718) exposée dans son *Application de l'algèbre à la géométrie* (1705), comme l'indique la recension qui en est faite dans les *Histoires de l'Académie Royale des Sciences* de la même année⁹⁹ :

Pour la construction des Problèmes qui dépendent des Equations composées il y avoit deux partis à prendre, ou d'enseigner à construire les Problèmes sur ses Equations, telles qu'on les a trouvées, ou de donner le moyen de les ramener & de les *réduire* aux simples. M. Guisnée n'a pris que ce second parti, & il nous avertit que Monsieur le Marquis de l'Hôpital avoit pris le premier dans l'Ouvrage qu'il composoit quand il est mort. (HARS, 1705, p. 108)

97. Cf. (Rabuel, 1730, p. 152-153) et (L'Hospital, 1707, p. 206-248). Le traité de L'Hospital a connu une réimpression en 1720. On ne peut savoir quelle édition a été utilisée par Rabuel.

98. La partie placée entre accolades n'est pas citée par Rabuel. Il exhibe en revanche les équations générales données par l'Hospital pour les différentes coniques : ligne droite, parabole, cercle ou ellipse, hyperbole par rapport à ses diamètres, hyperbole entre ses asymptotes. Voir aussi la recension donnée dans (HARS, 1707, p. 72-73).

99. Cf. (Guisnée, 1705) et (HARS, 1705, p. 98-116). Sur cette méthode, cf. (Guisnée, 1705, Section VIII, p. 132-186). Sur Guisnée et son ouvrage, voir Peiffer (2017). Comme l'indique Jeanne Peiffer, l'approbation de l'ouvrage dès le 15 juillet 1704 ainsi que le long compte rendu rédigé par Fontenelle montre l'accueil très favorable des académiciens.

Cet ouvrage est cité par Rabuel lorsqu'il traite de la définition des courbes géométriques et des courbes mécaniques et de la construction des équations ¹⁰⁰.

Douze et une règles de résolution des problèmes

Dans les « 12 Regles generales pour les Problèmes » illustrées par autant de problèmes ¹⁰¹, Rabuel cherche à systématiser l'explication donnée dans *La Géométrie* de « Comment il faut venir aux Equations qui servent a resoudre les problemes » ¹⁰² en s'appuyant également sur les deux lettres mathématiques de Descartes à Elisabeth citées auparavant.

Je parle de douze et une règles car on remarque qu'une treizième règle, désignée à tort à nouveau comme Règle XII, clôt l'ensemble. Il n'est pas anodin que cette règle concerne le calcul des infiniment petits. Son thème, étranger à *La Géométrie*, et sa numérotation erronée suggèrent qu'elle aurait été ajoutée à la toute fin de la rédaction (voire au moment de l'impression ? ¹⁰³). Nous reviendrons sur cette règle dans la section 6.2, p. 41.

Voici comment Rabuel présente ces douze règles en insistant à nouveau sur la vertu des exemples :

Je distinguerai par ordre les Regles qui regardent la resolution des Problèmes en general. Je joindrai à celles, dont M.DESCARTEs parle ici [dans *La Géométrie*] *quelques autres, qu'il explique ailleurs*. Les regles, ausquelles je ne joins aucun exemple, seront mises en usage dans les exemples des autres regles. *Il est bon de faire reflexion, que les preceptes sont ordinairement obscurs, jusques à ce que les exemples les ayent éclaircis*. (Rabuel, 1730, p. 19-20).

Il faudrait donner une analyse détaillée du texte des règles et des exemples, en les comparant aux textes du corpus cartésien mais aussi, par exemple, aux observations de Guisnée sur l'application de l'algèbre à la géométrie, mais je ne peux le faire dans les limites de cet article qui vise à fournir plutôt une

100. Cf. *infra* sections 6.1 et 6.3, p. 39 et 45.

101. Cf. (Rabuel, 1730, p. 20-47). On peut remarquer qu'on trouve semblablement dans (Guisnée, 1705, p. 22-29) un ensemble de vingt-deux « Observations pour l'Application de l'Algebre à la Geometrie », c'est-à-dire pour la résolution des problèmes géométriques.

102. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 300-301) et (AT, VI, 372).

103. Elle commence au bas de la page 45 et s'arrête fort opportunément au bas de la page suivante.

description globale des *Commentaires* et des pistes de recherche. Une telle analyse montrerait la réception contrastée du programme cartésien chez les mathématiciens du dix-huitième siècle et, parfois, leur incompréhension des problèmes ou des thèmes de la tradition géométrique classique dans laquelle s'insère *La Géométrie*¹⁰⁴. Je me contenterai ici d'une description relativement succincte des règles.

Les règles I à VII reprennent les explications données par Descartes sur sa méthode de résolution des problèmes géométriques par analyse algébrique dans le paragraphe du Livre I de *La Géométrie* cité auparavant¹⁰⁵, mais les règles VIII à XII s'appuient sur d'autres passages de *La Géométrie* et sur deux lettres mathématiques à Elisabeth. Elles résultent ainsi d'un apport original de Rabuel qui montre sa connaissance approfondie du corpus cartésien.

La règle VIII pose ainsi le problème du choix des droites (et le cas échéant de l'introduction de droites auxiliaires) dans l'analyse algébrique d'un problème géométrique et s'appuie sur deux exemples. Descartes dans sa lettre à Elisabeth du [17 novembre 1643], affirme se servir de droites parallèles ou perpendiculaires « le plus qu'il est possible », et ne considérer en conséquence que deux théorèmes fondamentaux, le théorème de Pythagore et le théorème des triangles semblables, rejetant les autres théorèmes¹⁰⁶ car « on ne voit point si bien ce qu'on fait ». Le deuxième exemple n'est rien moins que le choix de deux segments comme abscisse et ordonnée dans la solution du problème de Pappus. Rabuel paraphrase la célèbre formule de Descartes qui scelle l'invention du repère dit cartésien :

M.DES CARTES pour se démêler de la confusion, que peuvent causer plusieurs lignes, en considère deux comme les principales, & auxquelles il tâche de rapporter toutes les autres. (Rabuel, 1730, p. 22)¹⁰⁷

104. Un exemple parmi d'autres nous est donné par les remarques de Rabuel dans la première règle. Il rapporte en effet l'analyse algébrique de Descartes à l'analyse pappusienne, puis ajoute que « c'est par le connu qu'on découvre l'inconnu, l'Esprit humain ne raisonne pas autrement, & il n'a pas d'autres maniere de faire de nouvelles découvertes » (Rabuel, 1730, p. 20), opérant ainsi une confusion entre analyse géométrique, analyse algébrique et synthèse.

105. « Comment il faut venir aux Equations qui servent a resoudre les problemes » (*Géométrie* 1637, p. 300-301) et (AT, VI, 372). La règle V qui porte sur la construction point par point des « Problèmes indeterminez » en fixant une inconnue peut aussi renvoyer à la solution du problème de Pappus : cf. (*Géométrie* 1637, p. 313-314) et (AT, VI, 385-386).

106. Cf. (Rabuel, 1730, p. 22) et (Clerselier 1657-1667, III, 461) et *supra* la table 2, p. 32.

107. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 310) et (AT, VI, 382-383).

La règle IX porte sur les problèmes qui « [renferment] plusieurs cas, [et] ne [sont] entièrement resolu[s], qu’après qu’on les a tous parcourus » et s’appuie sur le traitement des ovales dans *La Géométrie*¹⁰⁸. Cette règle pourrait aussi faire écho à la quatrième règle du *Discours de la méthode* (AT, VI, 19). La règle X concerne les changements d’axe qui permettent, une fois qu’on est parvenu à l’équation algébrique du lieu, de construire la courbe solution, et prend pour modèle la construction des coniques à partir de l’équation du lieu de Pappus¹⁰⁹. La règle XI, moins intéressante, concerne les problèmes impossibles.

C’est la règle XII qui va retenir notre attention car elle revient à nouveau sur la notion de *formule générale* et montre une compréhension remarquable par Rabuel de l’usage de la méthode des coefficients indéterminés comme moyen d’appliquer à une formule générale, modèle d’un problème géométrique ou même d’une courbe géométrique, une instance particulière de ce problème ou un « exemplaire » de cette courbe. Il vaut la peine de la citer *in extenso* :

Lorsqu’on veut qu’une equation serve d’exemple¹¹⁰, on l’appelle Formule. Il y a des formules, qui mettent d’abord sous les yeux toutes les combinaisons que peuvent avoir les termes & les signes d’une sorte d’équations ; il y en a qui renferment tous les cas qui peuvent arriver dans la resolution & dans la construction d’un Problème. Il y en a qui expriment tous les differens degrez des courbes, à qui on a donné le même nom. (Rabuel, 1730, p. 40)

Rabuel donne ensuite comme la formule générale pour l’équation du troisième degré $x^3 \pm ax^2 \pm abx \pm abc = 0$ ¹¹¹. Les deux autres exemples donnés par Rabuel concernent la « fameuse méthode des tangentes de Descartes » ainsi que la résolution du problème de Pappus¹¹² et se fondent sur l’usage

108. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 352-368) et (AT, VI, 424-440).

109. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 325-334) et (AT, VI, 397-406).

110. Quelques lignes plus loin, Rabuel parlera de « formule générale ». On retrouve constamment chez Rabuel cet usage mêlé et assez confus des termes « exemple », « général », « particulier » qui paraît témoigner de la difficulté à accorder la généralité de l’algèbre à la singularité d’un problème géométrique.

111. On remarquera que Rabuel veille à conserver une équation homogène comme le fait le plus souvent Descartes dans *La Géométrie* bien que son algèbre des segments l’autorise, en théorie, à pouvoir s’en dispenser. La lettre *a* joue ainsi le rôle d’une unité. Au-dessous de cette équation, Rabuel indique en passant une notation singulière qui incorpore un *o* sous le \pm (Rabuel, 1730, p. 40).

112. Rabuel se réfère au texte de Descartes dans ses *Commentaires* : (Rabuel, 1730, p. 308)

de la méthode des coefficients indéterminés. Enfin, Rabuel cite la lettre de Descartes à Elisabeth du [29 novembre 1643] dans laquelle ce dernier indique qu'il faut retenir les lettres sans faire de substitutions dans l'analyse algébrique d'un problème géométrique lorsqu'on veut faire un théorème qui serve de « règle générale »¹¹³.

On l'a vu (cf. *supra*, p. 34), cette notion de « formule générale » et l'usage afférent de la méthode des coefficients indéterminés figurent chez L'Hospital. On les trouve aussi chez Reyneau (1656-1728) dans son *Analyse démontrée* (1708), qui n'est pas citée par Rabuel. Reyneau fait de surcroît explicitement le lien avec *La Géométrie* de Descartes :

En regardant de près les vestiges que M^r Descartes a laissés dans le second & dans le troisieme Livre de sa Geometrie, on voit assés qu'il s'est servi de la methode [des indéterminées] [. . .] pour distinguer dans la résolution du Problème de *Pappus* qu'il donne dans le second Livre, à quelles Sections coniques se reduisoient les équations qui se sont presentées à lui dans cette resolution ; & pour trouver le diametre & les autres lignes necessaires pour décrire ces Sections coniques. Il s'en est encore servi, dans la resolution des équations qu'il donne dans le troisieme Livre, pour décrire les Sections coniques qui jointes ensemble se coupent en des points dont les ordonnées ou bien les coupées font resolution des équations. Cependant les Commentateurs de M^r Descartes n'ont point expliqué cette methode qui auroit éclairci sa Geometrie, & l'auroit rendue plus facile. M^r *Craige* en Angleterre, & M^r *le Marquis de l'Hospital* en France, sont les premiers qui l'ont donnée au Public. (Reyneau, 1708, II, Préface, ix-x)

Un des éléments essentiels de la méthode cartésienne de résolution des problèmes géométriques, à savoir la méthode des coefficients indéterminés et l'idée de formule générale, a donc bien été identifié par les mathématiciens du dix-huitième siècle comme en témoignent les textes de L'Hospital, Reyneau et Rabuel.

et p. 146).

113. Rabuel dit « formule ». Cf. (Rabuel, 1730, p. 22) et (Clerselier 1657-1667, III, 466) et *supra* la table 2, p. 32.

6 Rabuel et les géomètres modernes

6.1 Courbes géométriques et courbes mécaniques

Dans le commencement du Livre II de *La Géométrie*, Descartes consacre un long et célèbre développement à définir et à distinguer les courbes qu'ils appellent 'géométriques' et 'mécaniques'¹¹⁴. Les courbes *géométriques* sont d'abord décrites comme pouvant être engendrées par un ou plusieurs mouvements continus subordonnés les uns aux autres, si bien « qu'on peut tousiours avoir une connaissance exacte de [la] mesure [du rapport entre ces mouvements] », mais pour Descartes le critère le plus important est qu'elles peuvent être exprimées par une équation algébrique à deux inconnues x et y , ce qui permet ensuite de les classer en genres et de construire ces courbes point par point. Pour construire un point de la courbe, il suffit en effet de fixer l'une des deux inconnues et de construire l'équation à une inconnue ainsi obtenue au moyen des courbes les plus *simples* qu'il est possible. Les courbes *mécaniques* sont quant à elles définies *négativement* à partir de ces critères. Par exemple :

la Spirale, la Quadratrice & semblables, qui n'appartiennent veritablement qu'aux Mechaniques & ne sont point du nombre de celles que ie pense devoir icy estre receues, a cause qu'on les imagine descrites par deux mouvemens separés & qui n'ont entre eux aucun raport qu'on puisse mesurer exactement¹¹⁵. (*Géométrie* 1637, p. 317); (AT, VI, 390)

Dans ses commentaires à la suite du texte de Descartes, Rabuel consacre une section entière aux courbes intitulée *Des lignes Geometriques & Mechaniques* (Rabuel, 1730, p. 93-106), et après avoir rappelé les critères que nous avons donnés auparavant, il cite à propos de la définition des courbes géométriques et mécaniques la préface de l'*Apollonius Gallus* de Viète¹¹⁶ et

114. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 315-319) et (AT, VI, 388-393). Parmi les nombreuses études sur les courbes chez Descartes, voir (Bos, 2001, p. 335-354) et Serfati (2008) qui discute le commentaire de Rabuel (Serfati, 2008, p. 35).

115. Pour la quadratrice, ce rapport est lié au nombre π .

116. Cf. (Rabuel, 1730, p. 97) et (Viète, 1646, p. 325) (il est vraisemblable que Rabuel cite les *Opera* publiées en 1646 par Schooten plutôt que la publication originale de 1600). Ce traité de Viète est consacré à la résolution complète du problème d'Apollonius qui demande de trouver un cercle tangent à trois cercles donnés. Dans la préface, Viète critique les constructions qu'il qualifie de *mécaniques* des problèmes géométriques employant la conchoïde, la spirale ou la quadratrice, mais aussi les coniques.

les *Histoires de l'Académie Royale des Sciences* de 1705 et 1704 (Rabuel, 1730, p. 98-99). Les textes auxquels il fait référence sont, plus précisément, la recension de Guisnée (1705)¹¹⁷ et l'article « Sur les vitesses des corps mus suivant des courbes » consacré à un mémoire de Pierre Varignon (1654-1722) paru en 1704¹¹⁸. Voici les deux textes *in extenso*¹¹⁹ :

Depuis [Descartes], on a fixé plus précisément *par la Geometrie des infinimens petits* l'idée des courbes geometriques & mechaniques {telle que nous l'avons rapportée dans l'histoire de 1704 [en marge, p. 115].} (HARS, 1705, p. 109)

De plus, il faut savoir qu'il y a deux especes de courbes, les *Géométriques*, & les *Mécaniques*. Les courbes géométriques sont celles dont on peut exprimer & déterminer la nature par le rapport des Ordonnées aux Abscisses, qui sont les unes & les autres des grandeurs finies ; les Mécaniques sont celles dont on ne peut exprimer ainsi la nature, parce que les Ordonnées & les Abscisses n'ont point de rapport réglé. {Les Sections Coniques sont géométriques, la Cycloïde, la Cissoïde, la Conchoïde, &c sont mécaniques.}¹²⁰ Dans la Géométrie des Infiniment petits, la nature de toutes les Courbes, soit géométriques, soit mécaniques, peut également s'exprimer par le rapport des portions de l'axe infiniment petites aux différences correspondantes, ou premières, ou secondes, ou troisièmes, &tc à l'infini. Toute la différence entre les courbes géométriques & mechaniques, est que les mécaniques ne peuvent s'exprimer que par ce rapport ; au lieu que les géométriques peuvent aussi s'exprimer par le rapport des Ordonnées aux Abscisses ; {c'est-à-dire, que les mécaniques conduisent plus nécessairement à la consideration de l'infini. De là il suit, & que la Géométrie des Infiniment petits a une égale facilité dans les recherches qu'elle fait sur ces deux espèces opposées de Courbes, & que tout autre méthode doit en avoir beaucoup moins, surtout

117. Sur Guisnée, cf. *supra* section 5.2, p. 34.

118. Cf. resp. (HARS, 1705, p. 98-116 et 1704, p. 104-115).

119. Dans les deux citations qui suivent, je place entre accolades les parties que ne citent pas Rabuel.

120. Il est bien sûr faux que la cissoïde et la conchoïde soient des courbes mécaniques. Rabuel ne cite pas cette phrase et va précisément montrer dans l'article III qui suit « De quelques lignes Geometriques & Mécaniques » que la cissoïde et la conchoïde sont bien des courbes géométriques (Rabuel, 1730, p. 100-105).

à l'égard des mécaniques. *Il est visible que la Théorie de M. Varignon fondée sur les Infiniment petits, tant pour les vitesses que pour la génération des Courbes, s'étend si naturellement tant aux Courbes géométriques qu'aux mécaniques, que l'on ne s'aperçoit pas en la suivant, qu'il y ait aucune différence de nature entre ces Courbes.* Cependant il y a tout lieu de croire que l'on s'en apercevrait bien par d'autres voies.} (HARS, 1704, p. 115-116)

On assiste ici à un véritable changement de perspective dont témoignent les citations de Rabuel. Dans la géométrie des infiniment petits, les courbes mécaniques ne sont plus définies *négativement* comme les courbes ne vérifiant pas l'un des critères de géométricit  (description par mouvement(s) continu(s) subordonné(s), expression par une équation algébrique, construction de *tous* les points), mais *positivement* en tant qu'elles sont exprim es par une équation différentielle. La stricte démarcation pos e par Descartes dans *La Géométrie* entre courbes géométriques et courbes mécaniques est ici estomp e voire finalement abandonn e, dès lors qu'on use du calcul infinitesimal ¹²¹. Le terme 'mécanique' ne renvoie désormais plus à la définition de Descartes mais   notre définition moderne : en effet, ce sont bien des problèmes de *mécanique* qui sont considérés ici par Varignon. Cela montre bien, comme je l'ai rappel e auparavant en citant H. Bos, que les préceptes *méthodologiques* de Descartes n'ont eu finalement que peu d'influence ¹²² sur les mathématiciens qui ont d velopp e leurs recherches en s'appuyant sur les techniques utilis es dans *La Géométrie*, comme la méthode des coefficients indéterminés.

6.2 La question de l'infini

  la suite du texte de Descartes sur le problème des normales, Rabuel se rapporte à la proposition 2 du livre XII des * l ments* d'Euclide sur la mesure du cercle dans laquelle est employ e la méthode d'exhaustion, pour introduire la définition suivante des lignes courbes :

On peut considerer les lignes courbes comme des polygones,

121. Quelques années plus tard, Euler dans le second livre de son *Introductio in Analysin Infinitorum* consacr e à une théorie des courbes algébriques, mettra à nouveau à l'honneur et en usage cette démarcation. Cf. (Euler, 1748, I, xii).

122. Cf. *supra* section 3.4, p. 24.

ou des parties de polygones rectilignes composez d'une infinité de côtes infiniment petits. Les anciens Geometres ne les ont-ils pas ainsi considerez, lorsqu'ils ont dit par Exemple ¹²³, qu'on peut inscrire dans un cercle, ou décrire autour d'un cercle des Polygones de tant de côtes, que la difference du cercle à ces polygones fût moindre qu'une quantité donnée quelconque. » (Rabuel, 1730, p. 297).

Ici, Rabuel paraphrase, sans la citer, la demande II de l'*Analyse des infiniment petits* du marquis de l'Hospital :

On demande qu'une ligne courbe puisse être considérée comme l'assemblage d'une infinité de lignes droites, chacune infiniment petite : ou (ce qui est la même chose) comme un polygone d'un nombre infini de côtés, chacun infiniment petit [...] (L'Hospital, 1696, Demande II, p. 3) ¹²⁴

L'exégèse de Rabuel apparaît ici doublement infidèle, et à Euclide, et à Descartes. Néanmoins, cette infidélité s'atténue, vis à vis de Descartes, si l'on considère les textes du *mathématicien*. Cette opposition à l'infini, qui a été souvent mise en avant par les historiens de la *philosophie* cartésienne ¹²⁵, doit être en effet nuancée ¹²⁶. D'abord au sein de *La Géométrie*, parce qu'elle y est présente en quelque sorte *en creux*. Il est vrai que Descartes n'y emploie pas de méthodes infinitésimales, mais il n'évoque à aucun moment cette question de l'infini, qui se manifeste de façon implicite dans la distinction qu'il pose entre courbes géométriques et courbes mécaniques, dont l'un des fondements est que « la proportion, qui est entre les droites & les courbes n'est pas connue,

123. En marge, *Eucl. Elem. I.12, Prop. 2*.

124. On retrouve cette conception infinitésimaliste employée dans le Livre V du *Traité analytique des sections coniques* pour traiter le problème des tangentes : cf. (L'Hospital, 1707, p. 123-129) (communication personnelle de S. Bella).

125. Un exemple prototypique est donné par exemple par cette citation d'Yvon Belaval :

Descartes, pour être pleinement entendu, doit être rattaché à la tradition grecque de la démonstration mathématique, qui évitait la considération de l'infini comme échappant à l'évidence rationnelle (Belaval, 1960, p. 302)

Cf. également (Vuillemin, 1960, p. 56-73) pour un point de vue plus nuancé et Costabel (1985) pour une analyse détaillée du corpus cartésien sur la mathématique de l'infini.

126. Il faudrait aussi prendre en compte dans la réception conjointe de la philosophie et des mathématiques cartésiennes la figure importante de Malebranche. Cf. Schwartz (à paraître).

& mesme [croit Descartes] ne [peut] être connue par les hommes »¹²⁷. Mais aussi dans la Correspondance, car on y voit Descartes user de la méthode des indivisibles pour résoudre le problème de la quadrature de la cycloïde¹²⁸ et d'un raisonnement infinitésimal pour répondre au problème inverse des tangentes de Debeaune qui le conduit à la courbe logarithmique¹²⁹. C'est seulement dans cette dernière lettre que Descartes précise, après « [avoir considéré] chaque point de la courbe comme l'intersection de deux tangentes infiniment voisines [...] et construit toutes les tangentes de la courbe elle-même, par l'intersection de deux règles qui se [meuvent] avec des vitesses déterminée »¹³⁰ :

Mais ie croy que ces deux mouvemens sont tellement incommensurables, qu'ils ne peuvent estre reglez exactement l'un par l'autre ; et ainsi que cette ligne est du nombre de celles que i'ay re-jettées de ma Geometrie, comme n'estant que Mechanique (Clerselier 1657-1667, III, 415) et (AT, II, 517)

La plupart des mathématiciens en ce début du dix-huitième siècle ne voient donc pas d'opposition franche entre la méthode exposée dans *La Géométrie* ou les lettres mathématiques et celle du calcul infinitésimal et, comme on l'a vu avec la distinction entre courbes géométriques et courbes mécaniques, atténuent voire ignorent les préceptes méthodologiques stricts énoncés par Descartes. Dans ce contexte, les trois apparitions de l'infini dans les *Commentaires* n'apparaissent donc pas si incongrues.

La « seconde » règle XII de la méthode pour la résolution des problèmes que nous avons évoquée auparavant¹³¹ énonce ainsi :

Non seulement on peut supposer que quelque quantité est égale à zero, ou nulle dans une équation, comme nous l'avons dit dans le Problème 12, mais encore *on peut supposer qu'une quantité y est infinie, les autres restant finies* (Rabuel, 1730, p. 45)

et renvoie aux développements de la règle IV de la « Methode pour décrire

127. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 340) et (AT, VI, 412).

128. Cf. la lettre à Mersenne du 27 juillet 1638 : (Clerselier 1657-1667, III, 366-370) et (AT, II, 257-263). Sur la cycloïde, cf. (Costabel, 1985, p. 46-48) et Jesseph (2007).

129. Cf. la lettre à Debeaune du 20 février 1639 : (Clerselier 1657-1667, III, 412-415) et (AT, II, 514-517). Cf. (Vuillemin, 1960, p. 11-25) pour une étude détaillée ainsi que (Costabel, 1985, p. 44-45).

130. Cf. (Chasles, 1837, p. 97). Cité par (Vuillemin, 1960, p. 25).

131. Cf. *supra* p. 35.

une Courbe en cherchant plusieurs de ses points » qui concernent le calcul de limites et les asymptotes : cf. FIGURE 5.

Lorsqu'il arrive, qu'en supposant une des inconnues égale à zero, ou à une grandeur quelconque, l'autre inconnue devient égale à une fraction telle que $\frac{a}{o}$, dont le denominateur est zero; la valeur de cette inconnue est alors regardée comme infinie: parceque la valeur d'une fraction est d'autant plus grande, que son denominateur est plus petit, comme on le voit ici, $\frac{1}{3} = 2$, $\frac{1}{4} = 4$, $\frac{1}{5} = 8$, $\frac{1}{6} = 16$, $\frac{1}{7} = 32$, $\frac{1}{8} = 64$, $\frac{1}{9} = 128$, &c. Donc si l'on divise 16 par un nombre infiniment petit, ou, ce qui est le même, par zero, $\frac{16}{o}$, la valeur de cette fraction sera infiniment augmentée, & par conséquent infiniment grande. Bien plus la ligne dont la valeur est une fraction quelconque $\frac{a}{o}$, dont zero est le denominateur, fera une asymptote de la courbe cherchée, puisque l'extrémité de cette ligne ne doit rencontrer la courbe qu'à une distance infinie, c'est-à-dire, qu'elle ne la rencontrera jamais. Soit $y = o$, l'équation $x = \frac{y^3 - 2ayy - aay + 2a^3}{ay}$ devient $x = \frac{o - o - o + 2a^3}{o}$, $x = \frac{2a^3}{o}$. C'est-à-dire que la courbe cherchée est telle, que lorsque son appliquée y est égale à zero, ou, ce qui est le même, lorsque la courbe rencontrera la ligne AB des x ; alors la valeur $\frac{2a^3}{o}$ de x sera infiniment grande; d'où il suit, que la courbe rencontrera la ligne AB à une distance infinie du point A , ou qu'elle ne la rencontrera jamais, & AB est son asymptote.

FIGURE 5 – Rabuel et le calcul de l'infini (Rabuel, 1730, p. 131)

On trouve en outre dans cette même règle XII un symbole étrange, qui ressemble au symbole de l'égalité de Descartes, que Rabuel aurait pu emprunter à l'édition latine de Schooten (*Geometria* 1661)¹³². Le sens à donner à ce symbole n'est pas complètement clair : si l'on s'appuie sur le symbole semblable qu'on trouve dans (*Geometria* 1661) et le contexte, il semble que Rabuel veuille dire qu'on peut supposer x positif ou négatif.

5. On peut supposer $x = \infty$ dans l'équation $yy = 2ax + xx$, & on ne le peut pas dans l'équation $yy = 2ax - xx$. Cette différence se connoît, parceque quelque valeur que vous donniez à x dans la premiere, y aura toujours une valeur réelle : au lieu que dans la seconde, dès que vous ferez x negative, ou plus grande que $2a$, y aura une valeur imaginaire.

FIGURE 6 – Un symbole étrange de Rabuel : (Rabuel, 1730, p. 46)

132. Ce symbole est utilisé par Schooten, Hudde et de Witt. Il est écrit verticalement (pour ne pas le confondre avec celui de l'égalité) et correspond à notre \pm . Cf. (Descartes, 1659-1661, I, p. 295, 444-445 et II, 305) et (Cajori, 1928-1929, I, p. 245-246).

6.3 La simplicité des courbes et la construction des équations

Dans *La Géométrie*, le problème de la simplicité des courbes employées pour la construction des équations joue un rôle fondamental. Après avoir fait remarquer « qu'il [n'y a] aucune façon plus *facile*, pour trouver autant de moyennes proportionnelles qu'on veut », que celle qui consiste à employer les compas qu'il a introduits auparavant dans le livre II ¹³³, Descartes ajoute néanmoins que « ce seroit une *faute* en Geometrie que de les y employer » car on peut les trouver « par des lignes qui ne sont pas de genres si composés » ¹³⁴, c'est-à-dire des courbes géométriques dont les équations algébriques sont de degré moindre ¹³⁵. En prenant l'exemple de ses compas, Descartes montre que la facilité de la construction géométrique et la simplicité de l'équation algébrique sont deux critères bien distincts et que le second doit l'emporter, sauf à commettre une « faute » en géométrie. Il construit ensuite les équations de degré 3 et 4 au moyen du cercle et de la parabole, les équations de degré 5 ou 6 au moyen du cercle et de la parabole cubique et clôt *La Géométrie* en suggérant qu'on pourrait, en suivant la même voie, construire les équations de degré $2n - 1$ et $2n$ au moyen d'un cercle et d'une courbe de degré n ¹³⁶.

Dans ses *Commentaires*, Rabuel, comme il l'avait fait pour la résolution des problèmes géométriques, présente une méthode « pour construire une Equation déterminée solide, [...] afin de faire voir comment M. DESCARTES a trouvé les Regles qu'il a données ». Cette méthode se décompose en six règles (Rabuel, 1730, p. 525-527). En effet, Descartes a donné la construction et la démonstration des équations de degré 3 et 4 mais pas l'*analyse* de cette construction. Schooten, avant Rabuel, avait proposé une analyse de la construction des équations qui repose sur la méthode des coefficients indéterminés ¹³⁷. La méthode de Rabuel est différente et repose sur la méthode « d'insertion » ¹³⁸ de Philippe de La Hire (1640-1718). Rabuel renvoie enfin

133. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 317-319) et (AT, VI, 391-392).

134. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 370-372) et (AT, VI, 442-444).

135. Les courbes sont classées en genre par Descartes selon le degré de leur équation : premier genre lorsque l'équation est de degré 1 ou 2 (les coniques), second genre, lorsque l'équation est de degré 3 ou 4 (par exemple, la parabole cartésienne), etc. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 319) et (AT, VI, 391-392). Sur la simplicité et la classification des courbes, cf. (Bos, 2001, p. 355-361).

136. Cf. (*Géométrie* 1637, p. 412-413) et (AT, VI, 485).

137. Cf. (*Geometria* 1661, I, p. 323-324) et (Bos, 2001, p. 363-368)

138. Par exemple, pour construire l'équation $z^4 - apzz + aaqz = 0$, on « insère » $z^2 = ay$

aux *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences* de Rolle, dont il ne cite pas le nom, publiés en 1708, 1709 et 1710, qui mettent en évidence « les difficultez de [cette] Methode » de construction des équations. En effet, il se peut qu'aucun point d'intersection *réel* des deux courbes ainsi construites ne corresponde à une racine réelle de l'équation de départ car, par exemple, les ordonnées de tels points sont imaginaires ¹³⁹.

Au sujet de la « faute » dénoncée par Descartes dans la construction des problèmes géométriques, Rabuel fait remarquer que si « c'étoit le sentiment de Pappus », et si « c'est aussi ce qu'exigent ordinairement les Geometres modernes, [...] il s'en trouve pourtant, *qui y mettent quelque exception* », parmi lesquels Guisnée et L'Hospital, qu'il cite *in extenso* à la suite :

c'est en quelque façon gêner la Geometrie que d'y introduire, souvent avec beaucoup de difficulté, de certaines courbes préféablement à d'autres qui se présentent naturellement, & dont la description est souvent tres-simple : en quoi je voudrois que les courbes fussent préférées, sans avoir egard à leur genre, de la maniere qu'on le determine ordinairement. (Guisnée, 1705, p. 26)

Il me paroît néanmoins que la facilité d'une construction & la simplicité peuvent récompenser en quelque sorte ce deffaut [d'employer une ligne courbe trop composée pour résoudre un Problème] ¹⁴⁰ (L'Hospital, 1707, p. 400) ¹⁴¹

Non content de rapporter ces réserves, Rabuel se range au même avis :

En effet, dans la pratique ne faut-il pas principalement avoir égard à la facilité, lorsque l'utilité est la même? [...]Ce ne sera pas même une marque d'ignorance, que d'employer une courbe plus composée : car le Geometre peut savoir les différentes constructions du Problème. (Rabuel, 1730, p. 419)

dans un ou plusieurs termes de l'équation pour obtenir l'équation d'une deuxième courbe qui est une conique. Cf. (Rabuel, 1730, Regle IV, p. 325-326) et (Bos, 1984, p. 347).

139. Cf. (Rabuel, 1730, p. 527). Plus précisément, cf. (HARS, « Sur la construction des egalitez », 1708, p. 71-73 ; 1709, p. 52-56 ; 1710, p. 88-98) ; (Rolle, 1708, 1709b,a). Cf. également La Hire (1710) et Rolle (1713). Pour une présentation de la critique de Rolle à travers un exemple et une étude des discussions afférentes dans l'Académie des sciences, cf. (Bos, 1984, p. 369-371).

140. L'Hospital prend d'ailleurs l'exemple des compas cartésiens pour affirmer que dans ce cas « la facilité de la construction, & de la démonstration récompense en quelque sorte ce deffaut » (L'Hospital, 1707, p. 459).

141. Cités dans (Rabuel, 1730, p. 418-419).

Pire encore, le fidèle commentateur se rebelle en se demandant finalement si « M. Descartes a [bien] construit les Problèmes par les plus simples lignes ». Il fait ensuite référence aux critiques faites par Fermat dans sa *Dissertatio tripartita* publiée dans les *Varia Opera* (1679) et par La Hire dans sa *Construction des equations analytiques* publiée la même année avec d'autres traités¹⁴². L'un comme l'autre, n'hésitent pas à dire (et à montrer) que Descartes s'est trompé!

En un autre endroit des *Commentaires*, Rabuel, après avoir présenté la méthode de construction des équations jugée par Descartes « la plus generale et la plus simple » cite *in extenso* la préface critique de la Hire :

Et à la fin des exemples je fais voir combien Monsieur Descartes s'est trompé lorsqu'il prescrit les lignes les plus simples qui sont necessaires pour la construction des Equations de quelles Dimensions qu'elles puissent estre, faute d'avoir assez examiné ce qu'il a avancé; car on ne peut se persuader qu'un homme aussi éclairé qu'il estoit dans la Geometrie, ait fait une telle faute, que our n'avoir assez considéré les cas dont il a parlé. Et comme je faisois voir à Monsieur Hugens de Zulichem les raisons que j'avois de reprendre ainsi Monsieur Descartes, il m'a communiqué un manuscrit de Monsieur de Fermat, d'une maniere de construction des Equations, dans laquelle il le reprend aussi sur le mesme sujet¹⁴³. (La Hire, 1679, Préface) et (Rabuel, 1730, p. 565)

Rabuel conclut en ajoutant que « la raison que M. DESCARTES donne de la distribution des genres de lieux, n'a aucun fondement, comme l'a fort bien remarqué M. de Fermat dans Dissertation » (Rabuel, 1730, p. 565). C'est un des (rares) moments des *Commentaires* où l'on perçoit une lecture critique, voire une opposition, de Rabuel.

On peut comprendre l'erreur de Descartes en se fondant sur le théorème de Bézout, qui énonce que deux courbes de degré m et n se coupent génériquement en mn points. Fermat et La Hire montrent en effet qu'on peut construire une équation de degré $2n$ ou $2n - 1$ avec des courbes de degré

142. Cf. (Fermat, 1679) et (La Hire, 1679), ainsi que La Hire (1710) et La Hire (1712). Voir enfin (L'Hospital, 1707, Livre IX, Des problème déterminez, p. 291-361) qui est aussi mentionné par Rabuel. H. Bos note que L'Hospital est le premier à énoncer le « théorème principal » de la construction des équations dans un ouvrage imprimé : cf. (L'Hospital, 1707, p. 346-347) et (Bos, 1984, p. 349).

143. Il s'agit du manuscrit de la *Dissertatio Tripartita*. Cf. la conclusion de Fermat : « An ergo errasse Cartesium ulterius Cartesiani dissimulabunt » (Fermat, 1679, p. 115).

$k < n$ pour $n > 3$ ¹⁴⁴, qui sont donc plus simples que celles utilisées par Descartes dans sa méthode. Par exemple, comme le note Rabuel :

Pour une équation de sept dimensions, la Methode de M. DESCARTES employe deux lieux dont l'un a quatre degrez, l'autre qui est le cercle en a deux ; [...] celle de M. de la Hire employe deux lieux de trois degrez chacun. (Rabuel, 1730, p. 419)¹⁴⁵

Mais qu'en est-il des courbes prises aussi au sein d'un *même* genre ? Peut-on les comparer en ayant égard à la simplicité de leur construction ? Ce point n'est pas anodin car, par exemple, dans le premier genre, on serait tenté de privilégier la facilité de la construction par rapport à la simplicité de l'équation pour justifier que le cercle est plus simple que la parabole. Dans un autre passage, moins commenté que le précédent, Descartes répond ainsi au problème :

[...] qu'entre les lignes de chasque genre, encore que la plupart soient esgalement composées, en sorte qu'elles peuvent servir a déterminer les mesmes points, & construire les mesmes problemes, *il y en a toutefois aussy quelques unes qui sont plus simples, & qui n'ont pas tant d'estendue en leur puissance. Comme, entre celles du premier genre, outre l'Ellipse, l'Hyperbole & la Parabole, qui sont esgalement composées, le cercle y est aussi compris, qui manifestement est plus simple.* Et entre celles du second genre, il y a la Conchoide vulgaire, qui a son origine du cercle (*Géométrie* 1637, p. 323), (AT, VI, 396)

À cette occasion, Rabuel mentionne à nouveau la recension de Guisnée dans l'*Histoire de l'Académie Royale des Sciences* de 1705¹⁴⁶ à propos de la *simplicité* des courbes prises dans un même genre :

Mais cela n'empêche pas que les Courbes Geometriques n'ayent toujours entre-elles *différents degrez de simplicité*. Non-seulement celles dont les Equations montent à un degré plus haut, sont incontestablement les moins simples, mais dans un même degré elles peuvent l'être plus ou moins. Ainsi dans le second degré le Cercle

144. Pour une étude mathématique et historique détaillée de la construction des équations, cf. Bos (1984). Le « théorème principal » de la construction des équations est donné dans (Bos, 1984, p. 349-351)

145. Cf. (La Hire, 1679, p. 425-426). Cf. aussi L'Hospital qui construit par exemple une équation de degré 9 avec deux cubiques (L'Hospital, 1707, Prop. X, p. 344).

146. Cf. (Rabuel, 1730, p. 114).

est plus simple que les autres, après lui c'est la Parabole, & l'Hyperbole prise par rapport a ses Asymptotes est celle qui l'est le moins. *De-là il suit que si un Problème indéterminé du second degré peut être résolu par deux ou plusieurs des quatre Courbes, il faut préférer la plus simple.* Cette plus grande simplicité dans la solution fait partie de ce qu'on appelle son *Elegance*, le reste consiste à la tirer plus immédiatement de ce qui est donné dans la Question, & à y faire entrer une moindre quantité de principes étrangers & auxiliaires. (HARS, 1705, p. 109)

À nouveau, le critère de simplicité de la description d'une courbe géométrique est mis en avant. Il n'est plus question de faute, mais d'élégance.

7 Quelle postérité pour Rabuel ?

Mais qu'en est-il de la postérité des *Commentaires* de Rabuel comparés en particulier à l'édition latine de Schooten qui paraît avoir eu une diffusion et une influence bien plus grandes ?

7.1 Rabuel et Schooten

Lespinasse critique assez durement le commentaire de Schooten dans sa préface :

M. de *Schooten* a voulu éclaircir le tout ; mais le Commentateur semble avoir aspiré lui-même à la gloire d'être Commenté à son tour. Il exige en plus d'un endroit autant d'étude & d'application, qu'il en faudroit pour comprendre le texte même, qu'il prétend expliquer. (Rabuel, 1730, Préface)

Paulian reprend à son compte ce jugement peu favorable sur Schooten dans son *Système général de philosophie* et loue les *Commentaires* de Rabuel :

Je me procurai [le commentaire] de Rabuel avec lequel je n'ai rencontré, pour ainsi dire, aucune difficulté. Il est tel, qu'on ne peut pas en désirer un plus complet. Descartes y est suivi pas à pas, & il y est mis à la portée de tout Mathématicien ordinaire. Aussi le fameux Wolf souhaitoit qu'on le traduisit en Latin, &

qu'on n'imprimât jamais la Géométrie de Descartes qu'avec le Commentaire de Rabuel¹⁴⁷ (Paulian, 1769, I, 286-287)

Néanmoins, ce jugement sévère (et quelque peu partial) ne semble pas avoir été partagé par tous les mathématiciens français du dix-huitième siècle, si l'on en croit Montucla qui, dans son *Histoire des Mathématiques*, fait l'éloge du commentaire de Schooten et estime au contraire que le commentaire de Rabuel est « trop surchargé d'exemples & d'explications » :

Le commentaire de *Schooten* a eu, & avec raison, l'approbation generale. Il contient tout ce qui est necessaire pour l'intelligence de la Géométrie de *Descartes*, sans avoir cette prolixité fatigante que la plûpart des Commentateurs savent rarement éviter. [...] Nous avons encore un Commentaire sur Descartes par le Pere *Rabuel* Jésuite. *Cet ouvrage est sans doute excellent : mais outre qu'il est venu un peu tard, il nous semble qu'il est trop surchargé d'exemples & d'explications*. Nous croyons avec Newton, que ceux qui ont besoin de tant d'éclaircissemens ne sont pas nés pour la Géométrie. (Montucla, 1758, II, 123-124)¹⁴⁸

Il ne paraît donc pas que les *Commentaires* de Rabuel aient, à leur parution, supplanté l'édition latine de Schooten.

7.2 Les Jésuites

Parmi les mathématiciens jésuites, le P. Castel dans son « Discours Préliminaire » à l'*Analyse des infiniment petits comprenant le calcul intégral* (1735), traduction française de l'ouvrage de Stone qui visait à compléter l'*Analyse des Infiniment petits* (1696) de L'Hospital, mentionne parmi les ouvrages à lire pour « quelqu'un qui auroit le courage & le goût de se rendre solidement Géometre [...] la Géométrie de Descartes, qu'on liroit d'abord dans l'excellent & très-solide Commentaire du P. Rabuel, imprimé depuis peu » (Castel, 1735, p. xcvi-xcvii).

On trouve également une recension des *Commentaires* de Rabuel dans (Mémoires de Trévoux, Juillet 1730, 1206-1211)¹⁴⁹. J'en retiendrai la même insis-

147. Suit une citation du *Cursus Mathematicus* de Christian Wolf (1679-1754). Cf. (Wolf, 1743-1752, V, p. 41). Sur Wolf et les mathématiques, cf. Cantù (2017).

148. Bossut dans son *Histoire générale des mathématiques* parle lui aussi de l'« excellent commentaire » de Schooten mais ne cite pas Rabuel : (Bossut, 1810, I, 310).

149. Cf. également (Journal des savants, août 1730, 493-497). Ce compte-rendu para-

tance didactique mise sur les exemples, en opposition à la généralité, et donc à Descartes, typique de l'enseignement mathématique chez les Jésuites :

M. Descartes, qui se vante d'avoir commencé sa Géométrie, où finissoit celle des Anciens, & même celle des Modernes qui l'ont précédé, en avoit donné la solution dans le cercle : mais elle est générale, & paroît embarrassante à ceux, qui ne sont pas aguerris dans cette Géométrie. *Les idées trop générales sont abstraites, & ne présentent point d'objet assés déterminé. L'Interpréte de M. Descartes s'est appliqué à particulariser le Problème [de Pappus] proposé, par un grand nombre d'applications & d'exemples, qui y répandent une lumière dont il avoit besoin : & c'est ainsi qu'il en use dans toute la suite de ce Commentaire.* (Mémoires de Trévoux, 1213)

Les *Commentaires* de Rabuel furent-ils utilisés dans les collèges jésuites ? La recension des *Mémoires de Trévoux* paraît confirmer ce qui est dit par Rabuel dans son introduction au sujet de son enseignement de *La Géométrie* au collège de la Trinité à Lyon :

Le P. Rabuel a eu le plaisir de voir de jeunes Elèves, entre les mains de qui il avoit mis son Commentaire manuscrit, se faire, après l'avoir lû, comme un jeu de Problèmes très-difficiles qu'ils se proposoient mutuellement. (Mémoires de Trévoux, 1208)

On sait enfin que le manuel de Rabuel fut employé au collège Louis le Grand à Paris grâce à un épître de Leclerc de Montmerci, poète assez obscur, à qui l'on doit aussi un poème intitulé Voltaire.

Géomètre profond, avec malignité
De Sa Géométrie il voile la beauté ;
Inutiles détours ! Voici qu'un autre Œdipe
Le subtil Rabuel avec des yeux de Linx
Explique l'énigme du Sphinx
Et l'obscurité se dissipe ;
(Leclerc de Montmerci, 1749, p. 11)

Quant à l'historiographie, on trouve de nombreux articles qui mentionnent

phrase pour l'essentiel la préface de Lespinasse et développe le seul thème des courbes géométriques et mécaniques d'un point de vue historique et, pour finir, moderne, en mentionnant la géométrie des infiniment petits : (Journal des savants, p. 495-496).

et étudient les *Commentaires* de Rabuel dans leurs études de cas ¹⁵⁰, en sorte que l'ouvrage de Rabuel paraîtrait avoir été autant lu, sinon plus, par les historiens des mathématiques que par les mathématiciens du dix-huitième siècle.

8 Conclusion

J'ai cherché ici à présenter quelques éléments de la postérité de *La Géométrie* de Descartes en France dans la première moitié du dix-huitième siècle, en m'intéressant au *Commentaires sur la Géométrie de M. Descartes* du P. Rabuel, jésuite, parus à Lyon en 1730. J'espère être parvenu à documenter davantage la personne discrète de Rabuel, et le contexte et le contenu de son commentaire. En raison de la disproportion entre la taille de la présente contribution et le commentaire « diffus » du jésuite lyonnais, il ne m'a guère été possible d'entrer dans le détail de l'analyse du texte et j'ai procédé à grands traits. Il serait donc nécessaire de confronter mes interprétations à un plus large éventail de commentaires de Rabuel sur telle ou telle partie du texte de Descartes afin de les affiner et de les nuancer. J'espère néanmoins avoir offert un point d'entrée pour des études plus ponctuelles et détaillées de certains des thèmes du commentaire (par exemple, la méthode des coefficients indéterminés interprétée comme clef de *La Géométrie*).

Je crois d'autre part avoir montré que le commentaire tardif de Rabuel, en dépit de ses références ponctuelles aux géomètres modernes et au calcul de l'infini, est pour l'essentiel tourné vers le passé et la grande tradition de résolution des problèmes géométriques qui remonte aux géomètres grecs, à laquelle Descartes prétend avoir apporté une conclusion triomphante avec sa *Géométrie*. Pris dans dans la tradition des manuels mathématiques jésuites, il est saturé d'exemples et en ce sens infidèle à Descartes.

On ne sait si l'enseignement donné par Rabuel de *La Géométrie* rencontra de nombreux élèves jésuites du collège de la Trinité à Lyon, et fit d'eux des « neveux » de Descartes, mais il ne fait aucun doute que les *Commentaires sur la Géométrie de M. Descartes* furent et restent encore d'un grand secours pour de nombreux historiens des mathématiques, qui y ont appris

150. Cf. par exemple Descotes (2005), Gagneux (2008) sur la règle des signes, Maronne (2006) sur le problème de Pappus, Serfati (2008) sur les courbes géométriques et mécaniques. L'édition de *La Géométrie* (Descartes, 1954) mentionne également dans ses notes les commentaires de Rabuel.

à « entendre *La Géométrie* », en substituant aux omissions de Descartes les longs développements de Rabuel.

A Annexe : table des matières des *Commentaires*

Je donne ici la table des matières détaillée des *Commentaires sur la Géométrie de M. Descartes*. Elle se décompose en parties, sections et articles. J'ai complété et corrigé les entrées de la table des matières d'origine (sans doute due au P. Lespinasse) en indiquant en particulier les titres des parties et des articles qui n'y sont pas reportés.

LIVRE PREMIER [sans titre] ¹⁵¹

PARTIE PREMIERE Introduction à la Geometrie de M. Descartes	p. 3
Section I [<i>sans titre</i>]	p. 3
Section II <i>Comment le calcul de l'Arithmetique se rapporte aux operations de la Geometrie</i>	p. 6
Article I Comment les Operations de l'Arithmetique se font sur les lignes droites	p. 7
Article II Le Rapport des operations de l'Arithmetique avec celle de la Geometrie	p. 9
Article III L'unité peut ordinairement être prise à discretion.....	p. 12
Article IV Si les termes du calcul Arithmetique introduits dans la Geometrie nous [les] rendent plus intelligibles	p. 13
Section III <i>Comment on peut user de chiffres en Geometrie</i>	p. 14
Article I Pourquoi M. DESCARTES employe les lignes de la Geometrie ordinaire avec les lettres & les caracteres de l'Algebre.....	p. 15
Article II a^2 , b^3 , &c. Representent ordinairement de simples lignes...	p. 15
Article III Toutes les parties d'une ligne doivent ordinairement avoir autant de dimensions les unes que les autres	p. 17
Section IV <i>Comment il faut venir aux équations, qui servent à resoudre les Problèmes</i>	p. 18
12[et1] Regles generales pour les Problèmes	p. 20
PARTIE SECONDE Methode pour resoudre les Problèmes de la Geometrie ordinaire, ou les Problèmes plans	p. 47

151. Rabuel ne reporte pas le titre qui figure dans *La Géométrie* : « Des problemes qu'on peut construire sans y employer que des cercles & des lignes droites ».

Article I Explication de la Resolution des Problèmes, que l'on vient de rapporter	p. 48
Article II Autres manieres de resoudre les Problèmes plans	p. 54
Article III Tous les Problèmes de la Geometrie ordinaire peuvent se construire par les choses, que M. DESCARTES a dit jusqu'à present	p. 59

PARTIE TROISIEME Le commencement de la Question de Pappus

p us	p. 61
Section I <i>La question de Pappus est proposée</i>	p. 61
Article I Explication	p. 64
Article II Si le lieu est plan, lorsque les lignes données dans le Problème de Pappus, ne sont que deux	p. 67
Section II <i>Réponse à la question de Pappus</i>	p. 72
Section III <i>Le commencement du calcul pour le Problème de Pappus</i>	p. 74
Section IV <i>Reflexions sur le calcul précédent</i>	p. 78
Section V <i>Comment on connoît de quel degré est un Problème, & comment on trouve tous les points, qui satisfont à un Problème</i>	p. 80
Article I Comment on connoît de quel degré est un Problème	p. 82
Article II Comment on trouve tous les Points qui satisfont à un Problème	p. 87

LIVRE II De la Nature des lignes courbes

PARTIE I De la nature des lignes courbes

Section I <i>Des Problèmes Geometriques</i>	p. 91
Section II <i>Des lignes Geometriques & des Mechaniques</i>	p. 93
Article I Ce que c'est que Geometrique & Mechanique	p. 95
Article II Quelles lignes sont appellées Geometriques ou Mécaniques	p. 97
Article III De quelques lignes Geometriques & Mécaniques	p. 100
Section III <i>De l'instrument inventé pour les moyennes proportionnelles. Et des courbes qui se décrivent avec cet instrument</i>	p. 106
Section IV <i>De la division des lignes courbes en certains genres, de leur simplicité, & de leur description</i>	p. 108
Article I De la Division des lignes courbes en certains genres	p. 111
Article II Quelles lignes sont les plus simples	p. 112
Article III Differentes manieres de décrire les lignes courbes	p. 114
§ I La courbe décrite Figure 53 est une Hyperbole	p. 115
§ II Le même instrument sert à décrire des courbes de differens genres	p. 119
§ III Methode pour décrire une Courbe en cherchant plusieurs de ses points ..	p. 127
§ IV Autres Methodes pour décrire les Courbes	p. 138

PARTIE SECONDE Suite de la question de Pappus

	p. 145
--	--------

Section I	<i>Solution generale du Problème de Pappus</i>	p. 145
Section II	<i>Solution particuliere du Problème de Pappus, lorsqu'il n'est proposé qu'en trois ou quatre lignes</i>	p. 146
Article I	Suite de la resolution du Problème commencée au Livre I.	p. 147
Article II	Commencement de la construction commune à tous les Problèmes	p. 154
Article III	Construction particuliere à la ligne droite	p. 156
Article IV	Construction commune aux trois Sections coniques, & au cercle	p. 166
Article V	Construction particuliere à la Parabole	p. 168
Article VI	Construction particuliere au cercle & à l'ellipse	p. 184
Article VII	Construction particuliere à l'Hyperbole considérée par rapport à ses diamètres	p. 209
Article VIII	Construction particuliere à l'Hyperbole considérée par rapport à ses Asymptotes	p. 236
Article IX	Démonstration que M. DESCARTES donne du Problème de Pappus appliqué au Cercle de Fig. 69	p. 242
Article X	Des lieux plans & solides, & de la maniere de les connoître	p. 245
Section III	<i>Solution particuliere du Probleme de Pappus, lorsqu'il est proposé en cinq lignes</i>	p. 254
Article I	Les cinq lignes données sont parallèles à une seule	p. 256
Article II	Quatre lignes sont parallèles, & une cinquième les coupe	p. 258
Article III	Quelle est la ligne courbe la plus simple, qui donne la resolution du Problème de Pappus proposé en cinq lignes droites	p. 282
Article IV	Cinq lignes étant données, les points cherchez peuvent être en une ligne droite, en un cercle, ou en une Section conique. Et trois ou quatre lignes étant données, ils peuvent être sur une courbe d'un genre plus élevé	p. 284
Article V	Si le Problème de Pappus peut être proposé d'une maniere entièrement impossible	p. 285
Article VI	Des differentes Especies de courbes, & de leur description	p. 285
PARTIE TROISIEME Les proprieté des lignes courbes Geometriques se déduisent de leur équation		
Section I	<i>Des proprieté en general des lignes courbes déduites de leur équation</i>	p. 289
Section II	<i>Methode pour mener les Tangentes des Courbes</i>	p. 297
Article I	Commencement de la Methode pour mener les tangentes des courbes	p. 299
Article II	Fondement de la Methode pour mener les tangentes des courbes	p. 304
Article III	Suite de la Methode pour mener les tangentes des courbes	p. 308
Article IV	Cette Methode sert à mener les tangentes des courbes, le point donné n'étant pas sur l'axe au dedans de la courbe	p. 316

Article V Cette Methode sert à d'autres Problèmes qu'à celui des tangentes p 319	
§ I Cette Methode sert à trouver les points d'inflexion des courbes.....	p. 320
§ II Cette Methode sert aux questions de <i>Maximis & Minimis</i>	p. 323
Article VI De la construction des tangentes	p. 332
Article VII Autres manieres de tirer les Tangentes des Courbes.....	p. 333

PARTIE QUATRIEME De quelques Figures de verres, qui servent à la reflexion & à la refraction de la lumiere p. 337

Section I *De la reflexion & de la refraction de la lumiere*.....p. 338

Section II *La description des quatre Genres d'Ouales*

Section III *Les Proprietez de ces Ouales par rapport à la reflexion & à la refraction de la lumiere, & la démonstration de ces proprietez* .. p. 345

Article I Les proprietez du premier genre d'Ouales..... p. 348

Article II Les proprietez du second genre d'Ouales..... p. 357

Article III Les proprietez du troisième genre d'Ouales..... p. 364

Article IV Les proprietez du quatrième genre d'Ouales.....p. 366

Section IV *De la Reflexion & de la Refraction de la lumiere dans les courbes du premier genre*

Section V *La Figure qu'il faut donner aux verres, pour qu'ils réunissent à un point donné, les rayons qui viennent d'un autre point donné* . p. 374

Article I Les verres ont l'une de leurs superficies autant convexe, ou concave, que l'on veut

Article II La convexité de l'une des superficies des verres a la proportion donnée avec la convexité de l'autre

Article III De quelques cas, que M. DESCARTES n'a pas resolu p. 390

Article IV Comment M. DESCARTES a pû trouver ce qu'il enseigne dans cette Partie

PARTIE CINQUIEME Des lignes qui se décrivent sur une surface courbe..... p. 398

LIVRE III De la construction des Problèmes, qui sont solides, ou plus que solides

PARTIE PREMIERE De quelles Lignes ont peut se servir en la construction de chaque Problème..... p. 412

Section I *De l'instrument inventé pour trouver des moyennes proportionnelles*..... p. 413

Section II *Des lignes dont il faut se servir pour la construction d'un Problème*..... p. 418

PARTIE SECONDE De la nature des équations, & de leur pré-	
paration	p. 420
Section I <i>De la nature des Equations</i>	p. 420
Article I Des racines d'une Equation.....	p. 420
Article II De la formation des Equations	p. 422
Article III Connoître combien dans une équation il y a de racines vrayes, & combien de fausses	p. 427
Section II <i>Preparation des Equations</i>	p. 429
Article I Changer les Racines fausses d'une Equation en vrayes, & les vrayes en fausses	p. 430
Article II Augmenter ou diminuer les racines d'une équation, sans les connoître	p. 431
Article III Oter le second terme d'une Equation.....	p. 435
Article IV Faire que toutes les fausses racines d'une equation deviennent vrayes, sans que les vrayes deviennent fausses : & que la quantité connuë du troisième terme soit plus grande que le quarré de la moitié de celle du second	p. 439
Article V Faire que toutes les places d'une Equation soient remplies p.	441
Article VI Multiplier & diviser les racines sans les connoître	p. 442
Article VII Oter les fractions & les incommensurables d'une équation p.	444
Article VIII Rendre la quantité connuë de l'un des termes d'une équation égale à telle autre quantité que l'on voudra	p. 448
Article IX Délivrer la haute puissance d'une Equation des quantitez, qui la multiplient, ou qui la divisent.....	p. 449
Article X [sans titre]	p. 450
PARTIE TROISIEME De la Resolution des Equations ..	p. 450
Section I <i>Trouver le plus grand diviseur commun de deux quantitez, & tous les diviseurs d'une quantité</i>	p. 451
Article I Trouver le plus grand diviseur commun de deux quantitez .	p. 451
Article II Trouver tous les diviseurs d'une quantité	p. 453
Section II <i>Découvrir toutes les Racines d'une Equation</i>	p. 454
Section III <i>La reduction des Equations cubiques</i>	p. 462
Article I La reduction des Equations cubiques, lorsque le Problème est plan p.	462
Article II La reduction des Equations cubiques, lorsque le Problème est solide.....	p. 471
Section IV [sans titre].....	p. 472
Article I La reduction des Equations de quatre dimensions, lorsque le Problème est plan : & quels sont ceux, qui sont solides	p. 472
Article II Exemple de ces sortes de Reductions	p. 482
Article III Les Problèmes de trois & quatre dimensions ne demandent pas toujours ces Operations.....	p. 490

Section V <i>Regle generale pour reduire les Equations de toutes sortes de dimensions</i>	p. 491
Article I Pour les Equations de trois dimensions	p. 492
Article II Pour les Equations de quatre dimensions	p. 496
Article III Pour les Equations de cinq dimensions	p. 500
Article IV Pour les Equations de six dimensions	p. 504
PARTIE QUATRIEME [sans titre]	p. 509
Section I <i>La façon generale de construire les Problèmes reduits à une Equation de trois ou quatre dimensions</i>	p. 509
Article I Construction des Equations cubiques	p. 511
Article II Construction des Equations quarré-quarrées	p. 517
Section II <i>Utilité des Regles de la Section I</i>	p. 524
Article I Methode pour construire une Equation déterminée solide ..	p. 525
Article II Trouver deux & trois moyennes proportionnelles	p. 529
Article III Diviser un Arc donné en trois parties égales	p. 533
Article IV Lorsqu'un cercle coupe une parabole des deux côtez de l'axe, les appliquées, qui sont d'un côté, prises ensemble, sont égales aux appliquées prises ensemble, qui sont de l'autre	p. 540
Article V Description des courbes par leur Equation solide	p. 543
Section III <i>Tous les Problèmes solides se peuvent reduire à trouver deux moyennes proportionnelles, ou à diviser un angle en trois parties égales</i> p. 545	
Section IV <i>Exemples de Problèmes solides</i>	p. 557
Article I Incrire un Eptagone & un Enneagone dans le cercle	p. 557
Article II Exemple du Problème de Pappus proposé en 6. 7. 8. lignesp.	559
Section V <i>Pourquoi les Problèmes solides ne peuvent être construits sans les Sections coniques; ni ceux qui sont plus composez sans quelques autres lignes plus composees</i>	p. 563
PARTIE CINQUIEME [sans titre]	p. 566
Section I <i>Façon generale pour construire tous les Problèmes reduits à une équation, qui n'a point plus de six dimensions</i>	p. 566
Section II <i>Exemples</i>	p. 577
Section III <i>Autre Methode pour construire les Equations de cinq ou six dimensions</i>	p. 586
Section IV <i>Description des Courbes par leur Equation du cinquième ou du sixième degré</i>	p. 589

Bibliographie

Journal des savants, 1665-1792.

- Histoires de l'Académie royale des sciences* [HRAS], 1699-1797.
- Mémoires pour l'histoire des sciences & des beaux-arts...* [Mémoires de Trévoux], 1701-1767.
- Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*. Briasson, Paris, 1751-1780.
- APOLLONIUS : *Conicorum libri quattuor, una cum Pappi Alexandrini lemmatibus et commentariis Eutocii Ascalonitæ* (F. Commandino éd.), 2 vols. Ex officina Alexandri Benatii, Bononiæ, 1566.
- Jean-Robert ARMOGATHE : La *Correspondance* de Descartes comme laboratoire intellectuel. In Jean-Robert ARMOGATHE, Giulia BELGIOIOSO et Claudio VINTI, éditeurs : *La biografia intellettuale di René Descartes attraverso la Correspondance : atti del Convegno Descartes et l'Europe savante, Perugia, 7-10 octobre 1996*, pages 5–22. Vivarium, Napoli, 1999.
- François AZOUVI : *Descartes et la France*. Fayard, Paris, 2002. (réédition : Paris, Hachette Littératures, Pluriel, 2006 : les références renvoient à cette édition).
- Augustin de BACKER : *Bibliothèque des écrivains de la Compagnie de Jésus...*, 3 vols. L'auteur, Liège, 1869-1876. Nouvelle édition.
- Yvon BELAVAL : *Leibniz critique de Descartes*. Gallimard, Paris, 1960. Nouvelle édition, Paris, Gallimard, TEL, 1976 : les références renvoient à cette édition.
- Marion BERTIN : Le Collège de la Trinité : Histoire d'une bibliothèque et de son Cabinet de Curiosités. Mémoire de Master 1, ENSSIB, Université Lumière Lyon 2, juin 2014.
- Erik-Jan BOS : *The Correspondence between Descartes and Henricus Regius*. Quæstiones Infinitæ. The Department of Philosophy of Utrecht, Utrecht, 2002.
- Henk J.M. BOS : Arguments on motivation in the rise and decline of a mathematical theory : the "construction of equations", 1637-ca. 1750. *Archive for history of exact sciences*, 30:331–380, 1984.
- Henk J.M. BOS : La structure de la *Géométrie* de Descartes. *Revue d'Histoire des Sciences*, 51(2-3):291–317, 1998.
- Henk J.M. BOS : *Redefining Geometrical Exactness. Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction*. Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences. Springer, New York, 2001.
- Charles BOSSUT : *Histoire générale des mathématiques*, 2 tomes. F. Louis, Paris, 1810.
- Francisque BOUILLIER : *L'académie de Lyon au XVIII^e siècle : discours prononcé le 3 février, dans la séance publique de l'Académie impériale des sciences, belles-lettres et arts de Lyon*. Durand/Brun, Paris/Lyon, 1857.

- Francisque BOULLIER : *Histoire de la philosophie cartésienne*, 2 vols. C. Delagrave, Paris, 1868. 3^e édition.
- Florian CAJORI : *A history of mathematical notations*, 2 vols. The Open Court Publishing Company, La Salle, Illinois, 1928-1929. Réédité par Dover, New York, 1993.
- Paola CANTÙ : Mathematics. Systematical concepts. In R. THEIS et A. AICHELE, éditeurs : *Handbook Christian Wolff*. Springer, New York, 2017.
- Louis CARRÉ : *Méthode pour la mesure des surfaces, la dimension des solides, leurs centres de pesanteur, de percussion et d'oscillation par l'Application du Calcul Intégral*. J. Boudot, Paris, 1700.
- Louis-Bertrand CASTEL : *Mathématique universelle abrégée à l'usage et à la portée de tout le monde*. Chez Pierre Simon, Paris, 1728.
- Louis-Bertrand CASTEL : Discours préliminaire. In *Analyse des infiniment petits... traduit en françois par M. Rondet*, pages iii–c. Chez J.-M. Gandouin et P.-F. Giffart, Paris, 1735.
- Michel CHASLES : *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*. Hayez, Bruxelles, 1837. Réimpr. Jacques Gabay, Paris, 1989.
- Dominique de COLONIA : *Histoire Littéraire de la ville de Lyon, avec une bibliothèque des auteurs lyonnais, sacrez et profanes distribuez par siècles*, 2 vols. Chez François Rigollet, Lyon, 1728-1730.
- Pierre COSTABEL : Descartes et la Mathématique de l'Infini. *Historia Scientiarum*, (29):37–49, 1985.
- François de DAINVILLE : L'enseignement des mathématiques dans les Collèges Jésuites de France du XVII^e au XVIII^e siècle. *Revue d'Histoire des Sciences*, 7(1-2):6–21 et 109–123, 1954.
- François de DAINVILLE : L'enseignement scientifique dans les collèges des jésuites. In René TATON, éditeur : *Enseignement et diffusion des sciences en France au XVIII^e siècle*, chapitre II, pages 27–65. Hermann, Paris, 1986.
- Pierre DELATTRE, éditeur. *Les établissements des Jésuites en France depuis quatre siècles : répertoire topo-bibliographique*, 5 vols. Impr. de De Meester frères, Enghien, Institut supérieur de théologie, 1948-1957.
- Jean-Irénée DEPÉRY : *Biographie des hommes célèbres du département de l'Ain : qui se sont distingués par leurs sciences, leurs talens, leurs actions, leurs vertus ou leurs vices*, 2 t. en 1 vol. P.-F. Bottier, Bourg, 1835-1840.
- René DESCARTES : La Géométrie. In *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences. Plus la Dioptrique. Les Meteores. Et la Geometrie qui sont des essais de cette Methode*, pages 297–413. I. Maire, Leyde, 1637. Édité dans (Descartes, 1964-1974, VI, p. 367-485).

- René DESCARTES : *Geometria à Renato Des Cartes anno 1637 gallice edita* (Frans van Schooten éd.). Ex officinâ Ioannis Maire, Lugduni Batavorum, 1649.
- René DESCARTES : *Lettres de M. Descartes* (Cl. Clerselier éd.), 3 vols. Angot, Paris, 1657-1667.
- René DESCARTES : *Geometria a Renato Des Cartes anno 1637 gallice edita, postea autem...* (F. van Schooten éd.), 2 vols. Apud Ludovicum & Danielem Elzevirios, Amstelædami, 1659-1661.
- René DESCARTES : *La Géométrie de René Descartes*. Charles Angot, Paris, 1664.
- René DESCARTES : *La Géométrie de M. Descartes divisée en trois livres...* Chez la veuve Barbin, Paris, 1705.
- René DESCARTES : *Lettres de M. Descartes qui traitent de plusieurs belles questions concernant la morale, la physique, la médecine et les mathématiques...* (Cl. Clerselier éd.), 3 t. en 6 vols. in-12. La Compagnie des libraires, Paris, 1724-1725.
- René DESCARTES : *The Geometry of Rene Descartes with a facsimile of the first edition* (D.E. Smith et M.L. Latham trad. et comm.). Dover, New York, 1954.
- René DESCARTES : *Œuvres de Descartes* (publiées par Charles Adam et Paul Tannery, nouvelle présentation par Bernard Rochot et Pierre Costabel), 11vols. Vrin, Paris, 1964-1974. Abrégé AT.
- René DESCARTES : *The Correspondence of René Descartes 1643* (T. Verbeek, E.-J. Bos et J. van de Ven éd.). Quaestiones Infnitae. The Department of Philosophy of Utrecht, Utrecht, 2003.
- Dominique DESCOTES : Aspects littéraires de la *Géométrie* de Descartes. *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 55(154):163–191, 2005.
- Jean DHOMBRES : L'innovation comme produit captif de la tradition : entre Apollonius et Descartes, une théorie des courbes chez Grégoire de Saint-Vincent. In Marco PANZA et Clara Silvia ROERO, éditeurs : *Geometria, flussioni e differenziali. Tradizione e innovazione nella matematica del Seicento.*, pages 7–100. La Città del Sole, Napoli, 1995.
- Jean DHOMBRES : Une mathématique baroque en Europe : réseaux, ambitions et acteurs. In Catherine GOLDSTEIN, Jeremy GRAY et Jim RITTER, éditeurs : *L'Europe mathématique. Histoires, Mythes, Identités*, pages 157–184. Éditions de la Maison des sciences de l'homme, Paris, 1996.
- Paul DIBON : Clerselier, éditeur de la Correspondance de Descartes. In *Regards sur la Hollande du siècle d'Or*, pages 495–521. Vivarium, Napoli, 1990.
- Jean-Antoine DUCLOS : *Elemens de mathematiques, contenant les elemens de geometrie, d'arithmetique, d'algebre & d'analyse*. de l'imprimerie de Claude Perrot, Lyon, 1737.

- Jean-Baptiste DUMAS : *Histoire de l'Académie royale des sciences, belles-lettres et arts de Lyon*, 2 vols. Giberton et Brun, Lyon, 1839.
- EUCLIDE : *Euclidis Elementorum libri XV* (Ch. Clavius éd.), 2 vols. apud Vincentium Accoltum, Romae, 1574.
- EUCLIDE : *Euclidis Elementorum libri XV* (Ch. Clavius éd.), 2 vols. apud Bartholemaeum Grassium, Romae, 1589.
- Leonhard EULER : *Introductio in Analysin Infinitorum*, 2 vols. Apud Marcum-Michaelem Bousquet & Socios, Lausanne, 1748. *Opera Omnia*, ser. I, vols. 8 et 9.
- Pierre de FERMAT : De solutione problematum geometricorum per curvas simplicissimas et unicuique problematum generi proprie convenantes. Disseratio tripartita. *In Varia Opera Mathematica*, pages 110–115. Apud Johanem Pech, Tolosae, 1679. *Œuvres*, I, 118-131 ; III, 109-120 (trad. française).
- Marie-Hélène FROESCHLÉ-CHOPARD et Michel FROESCHLÉ : “Sciences et Arts” dans les Mémoires de Trévoux (1701-1762). *Revue d'histoire moderne et contemporaine*, 48 (1):30–49, 2001.
- Bruno GAGNEUX : La règle des signes de Descartes : le long cheminement d'une imprécision. *In* M. SERFATI et D. DESCOTES, éditeurs : *Mathématiciens français du XVII^e siècle*, pages 129–165. PUBP, Clermont-Ferrand, 2008.
- Jean-Paul de Gua de MALVES : Recherches du nombre de racines réelles ou imaginaires, réelles positives ou réelles négatives qui peuvent se trouver dans les équations de tous les degrés. *Histoire et Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, pages 95 (*Hist.*) et 435–458 (*Mém.*), 1741.
- Niccolò GUICCIARDINI : *Isaac Newton on mathematical certainty and method*. The MIT Press, Cambridge MA, 2009.
- Nicolas GUISNÉE : *Application de l'algebre a la geometrie, ou Methode de démontrer, par l'algebre, les theorèmes de geometrie, & d'en résoudre & construire tous les problèmes*. Chez Jean Boudot [...] et Jacque Quillau [...], Paris, 1705.
- Fernand HALLYN : *Descartes. Dissimulation et ironie*. Droz, Genève, 2006.
- Pierre-Daniel HUET : *Censura philosophiæ cartesianæ*. Apud Danielelem Horthemels, Paris, 1689.
- Douglas JESSEPH : Descartes, Pascal, and the Epistemology of Mathematics : The Case of the Cycloid. *Perspectives on Science*, 15(4):410–433, 2007.
- Philippe de LA HIRE : La construction des équations analytiques. *In Nouveaux elemens des sections coniques, les lieux geometriques, la construction, ou effecttion des equations*, pages 297–542. Chez André Pralard, Paris, 1679.

- Philippe de LA HIRE : Remarques sur la construction des Lieux Geometriques & des Equations. *Mémoires de l' Académie Royale des Sciences*, pages 7–45, 1710.
- Philippe de LA HIRE : Remarques sur *La Geometrie* de M. Descartes. *Mémoires de l' Académie Royale des Sciences*, pages 255–266, 1712.
- Auguste LAVERDET, éditeur. *Correspondance entre Boileau Despréaux et Brossette*. J. Techener, Paris, 1858.
- Claude-Germain Leclerc de MONTMERCY : *Épître au R. P. de La Tour, principal du collège de Louis le Grand*. J.-N. Leloup, Paris, 1749.
- Maxime LEROY : *Descartes, le philosophe au masque*, 2 vols. Rieder, Paris, 1929.
- Guillaume-François-Antoine de L'HOSPITAL : *Analyse des infiniments petits pour l'intelligence des lignes courbes*. De l'Imprimerie Royale, Paris, 1696.
- Guillaume-François-Antoine de L'HOSPITAL : *Traité analytique des sections coniques et de leur usage pour la résolution des équations*. . . . Vve Bounot et fils, 1707. Réimpr. : Paris, chez Montalant, 1720.
- Sébastien MARONNE : Sur une lettre de Descartes qu'on dit de 1639. *Revue d'Histoire des Mathématiques*, 12(2):199–248, 2006.
- Sébastien MARONNE : *La théorie des courbes et des équations dans la Géométrie cartésienne : 1637-1661*. Thèse de doctorat, Université Paris 7, Paris, 2007.
- Sébastien MARONNE : Pascal versus Descartes on solution of geometrical problems and the Sluse-Pascal correspondence. *Early Science and Medicine*, 15(4-5):537–565, 2010.
- Claude-François MILLIET DE CHALES : *Cursus seu Mundus mathematicus*, 4 t. apud Anissonios, Joan. Posuel & Claud. Rigaud, Lugduni, 1690. [Une première édition en 3 vols. a paru à Lyon en 1674].
- Jean-Etienne MONTUCLA : *Histoire des Mathématiques*, 2 vols. Chez A. Jombert, Paris, 1758.
- Jean-Etienne MONTUCLA : *Histoire des Mathématiques*, 4 vols. Chez Henri Agasse, Paris, 1798-1802.
- Charles NAUX : L'*Opus Geometricum* de Grégoire de Saint-Vincent. *Revue d'Histoire des Sciences*, 15(2):93–104, 1962.
- José R. Maia NETO : Huet sceptique cartésien. *Philosophiques*, 35(1):223–239, 2008.
- Matthijs van OTEGEM : *A Bibliography of the Works of Descartes (1637-1704)* (2 vols.). Quaestiones Infinitae. The Department of Philosophy of Utrecht, Utrecht, 2002.

- PAPPUS : *Pappi Alexandrini mathematicæ collectiones* (F. Commandino éd.). Apud Hieronymum Concordiam, Pisauri, 1588.
- Ignace-Gaston PARDIES : *Œuvres du R.P. Ignace-Gaston Pardies de la Compagnie de Jésus...* Les frères Bruyset, Lyon, 1725. Précédentes éditions : Lyon, chez Jean-Baptiste Barbier, 1695 ; Lyon, chez Antoine Besson, 1709.
- Aimé-Henri PAULIAN : *Système général de philosophie, extrait des ouvrages de Descartes et de Newton*, 4 vols. Vve Girard et Séguin, Avignon, 1769.
- Jeanne PEIFFER : *Nicolas Guisnée, application de l'algebre a la geometrie, texte établi, présenté et annoté par Jeanne Peiffer. In Rolando MINUTI, éditeur : Œuvres complètes de Montesquieu*, Vol. 17, Extraits et notes de lecture II, pages 107–184. ENS Éditions - Classiques Garnier, Paris, 2017.
- Jacques PERNETTI : *Recherches pour servir à l'histoire de Lyon ou Les Lyonnais dignes de mémoire*. Chez les frères Duplain, Lyon, 1757.
- Claude RABUEL : *Commentaires sur la Géométrie de M. Descartes*. Marcellin Duplain, Lyon, 1730.
- Charles REYNEAU : *Analyse démontrée ou la méthode de résoudre les problèmes des mathématiques et d'apprendre facilement ces sciences*, 2 vols. Chez Jacques Quillau, Paris, 1708.
- Michel ROLLE : Eclaircissements sur la construction des egalitez. *Mémoires de l' Académie Royale des Sciences*, pages 339–365, 1708.
- Michel ROLLE : De l'évanouissement des quantités inconnues dans la géométrie analytique. *Mémoires de l' Académie Royale des Sciences*, pages 419–450, 1709a.
- Michel ROLLE : Eclaircissements sur la construction des egalitez : second mémoire. *Mémoires de l' Académie Royale des Sciences*, pages 320–350, 1709b.
- Michel ROLLE : Remarques sur un paradoxe des effections geometriques. *Mémoires de l' Académie Royale des Sciences*, pages 243–261, 1713.
- Sabine ROMMEVAUX : *Clavius, une clé pour Euclide au XVI^e siècle*. Mathesis. Vrin, Paris, 2005.
- Dominique SAINT-PIERRE, éditeur. *Dictionnaire historique des académiciens de Lyon 1700-2016*. Lyon, 2017.
- Grégoire de SAINT-VINCENT : *Opus geometricum quadraturæ circuli et sectionum conï decem libris comprehensum*. I. et I. Meursios, Anvers, 1647.
- Claire SCHWARTZ : *Malebranche. Mathématiques et philosophie*. Presses universitaires de la Sorbonne, Paris, à paraître.

- Michel SERFATI : Constructivisme et obscurités dans la *Géométrie* de Descartes, quelques remarques philosophiques. In Michel SERFATI et Dominique DESCOTES, éditeurs : *Mathématiciens français du XVII^e siècle*, pages 11–44. PUBP, Clermont-Ferrand, 2008.
- Michel SERFATI et Dominique DESCOTES, éditeurs. *Mathématiciens français du XVII^e siècle*. PUBP, Clermont-Ferrand, 2008.
- Carlos SOMMERVOGEL : *Bibliothèque de la Compagnie de Jésus – bibliographie par les pères Augustin et Aloys de Backer, histoire par le père Auguste Carayon*, 12 vols. Ed. de la Bibliothèque S.J., Héverlé-Louvain, 1960. Reprod. anastatique de l'éd. de Bruxelles : O. Schepens ; Paris : A. Picard, 1890-1900 pour les tomes I-IX, de l'éd. de Paris : A. Picard et fils, 1909 pour le tome X, et de l'éd. de Toulouse, 1911-1930, pour le tome XII.
- Gaston SORTAIS : Chapitre I : le cartésianisme chez les jésuites français au XVII^e et au XVIII^e siècle. *Archives de Philosophie*, 6(3):1–10, 1929.
- Mariafranca SPALLANZANI : *L'arbre et le labyrinthe. Descartes selon l'ordre des lumières. Les Dix-huitièmes siècles*. Champion, Paris, 2009.
- Edmund STONE : *Analyse des infiniment petits comprenant le calcul intégral dans toute son étendue... Traduit en François par M. Rondet*. Chez J.-M. Gandouin et P.-F. Giffart, Paris, 1735.
- René TATON, éditeur. *Enseignement et diffusion des sciences en France au XVIII^e siècle*. Hermann, Paris, 1986.
- Stéphane VAN DAMME : Sociabilité et culture urbaines : le rôle du collège de la Trinité à Lyon (1640-1730). *Histoire de l'éducation*, (90):79–100, mai 2001.
- Stéphane VAN DAMME : *Descartes. Essai d'une histoire culturelle d'une grandeur philosophique*. Presses de Sciences Po, Paris, 2002.
- Stéphane VAN DAMME : Les jésuites lyonnais et l'espace européen de la presse savante (1690-1714). *Dix-septième siècle*, (228-3):499–511, 2005a.
- Stéphane VAN DAMME : *Le temple de la sagesse. Savoirs, écriture et sociabilité urbaine (Lyon, XVII^e-XVIII^e siècle)*. Éditions de l'EHESS, Paris, 2005b.
- François VIÈTE : Apollonius Gallus. In Frans van SCHOOTEN, éditeur : *Opera Mathematica*, pages 325–346. ex officina Bonenvaturæ et A. Elzeviriorum, Lugduni Batavorum, 1646. Première édition : Paris, David Le Clerc, 1600.
- Paul de VREGILLE : L'Observatoire de la Trinité de Lyon, 1565-1794. *Relations d'Orient*, pages 51–71 (Appendice), avril 1906.
- Jules VUILLEMIN : *Mathématiques et Métaphysique chez Descartes*. Epiméthée. PUF, Paris, 1960.

Christian von WOLF : *Elementa matheseos universæ... editio novissima*, 5 vols. apud
Henricum-Albertum Gosse, Genevæ, 1743-1752.