



**HAL**  
open science

## Jeux dynamiques en optimisation couplée fluide-structure

B Abou El Majd, R Habbal, J. A. Désidéri, R Duvigneau

► **To cite this version:**

B Abou El Majd, R Habbal, J. A. Désidéri, R Duvigneau. Jeux dynamiques en optimisation couplée fluide-structure. AMTAM'07 , Apr 2007, Alger, Algeria. hal-01567711v2

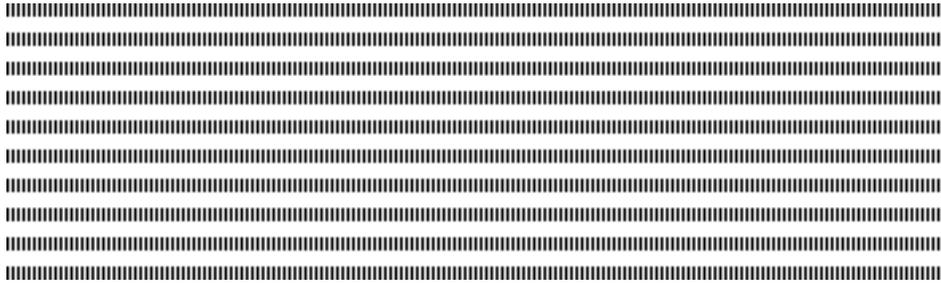
**HAL Id: hal-01567711**

**<https://hal.science/hal-01567711v2>**

Submitted on 1 Oct 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## Jeux dynamiques en optimisation couplée fluide-structure

B. Abou El Majd<sup>\*</sup>, A. Habbal<sup>\*\*</sup>, J-A. Désidéri<sup>\*\*\*</sup> and R. Duvigneau<sup>\*\*\*\*</sup>

<sup>\*</sup> Doctorant

Project Team Opale,  
INRIA, 2004 Route des Lucioles, BP 93, F-06902 Sophia-Antipolis Cedex  
Badr.AbouElMajd@sophia.inria.fr

<sup>\*\*</sup> Enseignant chercheur

Lab. J.A.D, où Université de Nice Sophia-Antipolis, Parc Valrose, 06108 Nice Cedex 2, France  
habbal@unice.fr

<sup>\*\*\*</sup> Directeur de recherche

Jean-Antoine.Desideri@sophia.inria.fr

<sup>\*\*\*\*</sup> Chargé de recherche

Regis.Duvigneau@sophia.inria.fr



**RÉSUMÉ.** L'optimisation multidisciplinaire (MDO) adresse le processus de conception des matériaux et des structures qui doivent être conformes à plusieurs critères, parfois antagoniques. D'ailleurs, différents critères qui peuvent résulter de différents modèles, couplés ou pas. En raison de la nature de la concurrence des critères, des méthodes raisonnables non-arbitraires devraient être employées pour conduire le MDO, et clairement le paradigme de la théorie des jeux offre un tel cadre. Dans ce papier, nous présentons un cas d'étude de MDO en aéronautique, où le concepteur aérodynamique interagit avec le concepteur structural dans le cas du jeu de Nash et de Stackelberg. Les algorithmes développés ainsi que les résultats numériques de l'optimisation seront présentés.

**ABSTRACT.** Multidisciplinary optimisation (MDO) addresses the design process of materials and structures that must comply with several criteria, sometimes antagonistic. Moreover, different criteria may be derived from different models, coupled or not. Due to the competing nature of the criteria, rational non-arbitrary methods should be used to drive the MDO, and clearly game theory paradigm offers such a framework. In this paper, we present a case study of MDO in aeronautics, where aerodynamics designer interacts with structural designer in a Nash and Stackelberg games. The developed algorithms as well as numerical results of optimization are presented.

**MOTS-CLÉS :** Optimisation multidisciplinaire, Théorie de jeux, Analyse structurale, Aérodynamique, Voilure d'avion

**KEYWORDS :** Multidisciplinary optimization, Game theory, Structural analysis, Aerodynamic, Airfoil



---

## 1. Introduction

Des recherches considérables ont été menées en optimisation multidisciplinaires (MDO) en aéronautique. Le papier de synthèse [2] donne un aperçu général, on cite aussi d'autres travaux plus récents [3][5]. L'une des applications des techniques d'optimisation multidisciplinaire est le couplage d'optimisation aérodynamique et structurale, en particulier pour une aile d'avion ou une configuration complète d'avion. Le couplage entre ces deux disciplines, aérodynamique et structure, est très fort dans le sens que la première fournit le chargement nécessaire à la deuxième pour déterminer le champ des déplacements, le tenseur des contraintes. En revanche, la structure modifie légèrement le calcul de l'écoulement en raison de la faible déformation de forme.

On s'intéresse dans cette étude à un problème d'optimisation de forme couplé entre l'aérodynamique et la structure (coque mince) dans un régime où le critère aérodynamique est primordial. Le but est d'améliorer la forme initiale vis-à-vis des critères aérodynamiques et structuraux en faisant appel à la théorie des jeux. Les deux optimisations communiquent parallèlement par l'intermédiaire des paramètres de conception en utilisant un jeu symétrique de Nash. Une telle approche a été utilisée par d'autres auteurs dans le cadre de l'MDO, on cite par exemple [9][3][10].

---

## 2. Formulation du problème d'optimisation

Le problème d'optimisation se formule généralement comme suit :

$$\min_Y J(Y) \quad (1)$$

avec  $Y$  est le vecteur de conception dont les composantes sont les paramètres d'optimisation, et  $J$  est la fonctionnelle coût. Pour l'aérodynamique, on note  $J = J_A$ , et pour la structure, on note  $J = J_S$ .

Le problème (1) consiste, pour  $J = J_A$ , à minimiser la fonctionnelle coût  $J_A$ , pour un jeu de paramètres, vis-à-vis des contraintes aérodynamiques et géométriques. On note que chaque évaluation de la fonction coût se traduit par la résolution des équations d'Euler compressible par la méthode de volumes finis en maillage non-structuré. Quant à l'optimisation structurale, il s'agit d'améliorer la géométrie initiale pour qu'elle ait une meilleure tenue mécanique possible en minimisant une fonctionnelle coût pour la structure. Chaque évaluation de la fonction coût  $J_S$  passe par la résolution des équations de coque minces linéaires par des éléments finis *DKT*.

---

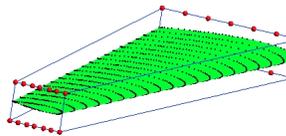
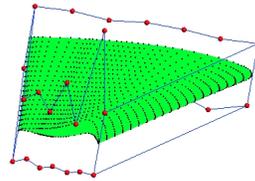
## 3. Représentation de forme

On utilise comme technique de paramétrisation la méthode des boîtes englobantes (Free-form Deformation), qui a été proposée à l'origine par Sederberg et Parry [1], et qui

consiste à déformer l'espace contenant la forme, plutôt que la forme elle-même. Autrement dit, pour tout noeud  $q$  du maillage, on pose :

$$\mathbf{m}_q = \mathbf{m}_q^{init} + \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^n B_i^l(s_q) B_j^m(t_q) B_k^n(u_q) \delta \mathbf{p}_{ijk} \quad (2)$$

où  $\mathbf{m}_q$  (resp.  $\mathbf{m}_q^{init}$ ) représente les coordonnées de  $q$  dans le maillage courant (resp. dans la configuration initiale),  $\delta \mathbf{p}_{ijk}$  sont les paramètres de conception qui servent à manipuler la déformation, et  $\mathbf{t}_q = (s_q, t_q, u_q)$  représente les coordonnées FFD du  $q$  dans la boîte englobante. Dans cette expression  $B_n^k(t)$  représente le polynôme de Bernstein, on obtient ainsi une représentation de Bézier tensorielle de la déformation.



**Figure 1.** Exemple d'une boîte englobant la forme dans le cas d'une représentation de Bézier de degré 6-1-1 : avant déformation et après déformation

---

#### 4. Algorithme de couplage : jeu symétrique de Nash

On décompose le vecteur des paramètres de conceptions en deux sous vecteurs :  $Y = (Y_A, Y_S)$ . On choisit le sous vecteur  $Y_A$  comme la stratégie du joueur A "Aérodynamique", et  $Y_S$  comme la stratégie du joueur S "Structure". On note par  $J_A$  (respectivement  $J_S$ ) la fonction coût pour le joueur A (respectivement le joueur S).

1) Soit  $(Y_A^{(k)}, Y_S^{(k)})$  la paramétrisation initiale, et  $P^{(k)}$  la pression aérodynamique associée.

2) On fixe  $Y_S^{(k)}$ , et on minimise  $J_A$  par rapport à  $Y_A$ . i.e :

$$\min_{Y_A} J_A(Y_A, Y_S^{(k)}) \rightarrow (Y_A^{(k+1)}, Y_S^{(k)})$$

3) On fixe  $Y_A^{(k)}$ , et on minimise  $J_S$  par rapport à  $Y_S$  en appliquant  $P^{(k)}$  comme chargement par noeud. i.e :

$$\min_{Y_S} J_S(Y_A^{(k)}, Y_S) \rightarrow (Y_A^{(k)}, Y_S^{(k+1)})$$

4)  $k = k + 1$ ; retour à (1)

## 5. Expérimentation Numérique

### 5.1. Données aérodynamiques

Dans ce cas test, on optimise une aile d'avion 3D en écoulement transsonique. Les conditions d'écoulement libre sont les suivantes : le nombre de Mach est 0.83 et l'angle d'incidence est  $2^\circ$ . Notre solveur utilise un maillage non-structuré composé de 31124 noeuds et 173445 éléments, et qui est adapté à un écoulement transsonique avec un raffinement à l'emplacement du choc. L'écoulement est calculé en résolvant les équations d'Euler compressible avec une méthode de volume finis décentrée (Solveur de Roe) pour la discrétisation du flux convectif avec une extension au second ordre en utilisant l'extrapolation MUSCL (Monotonic Upwind Schemes for Conservative Laws).

La procédure d'optimisation consiste à réduire le coefficient de la traînée  $C_D$  avec une contrainte sur la portance  $C_L$  qui ne doit pas diminuer de plus de 0.1%. Cette contrainte est imposée par une pénalisation :

$$J_A = \frac{C_D}{C_{D_0}} + 10^4 \cdot \max\left(0, 0.999 - \frac{C_L}{C_{L_0}}\right) \quad (3)$$

avec  $C_{D_0}$  et  $C_{L_0}$  sont respectivement la traînée et la portance de la configuration initiale.

### 5.2. Données structurales

On utilise le Code Aster, développé par EDF, comme un outil d'analyse. C'est un code général d'analyse par éléments finis qui étudie les comportements mécaniques. Pour plus de détails sur les principes de fonctionnements et les règles d'utilisations, voir <http://www.code-aster.org>.

L'étude concerne une coque mince dont la surface moyenne correspond à un maillage surfacique d'une aile d'avion, encastrée à l'emplanture, avec une épaisseur de 5mm. Le matériau utilisé pour la structure de l'aile est un alliage d'aluminium de module de Young

68948 MPa et de coefficient de Poisson 0.33.

Soit  $K_1$  et  $K_2$  deux constantes de pénalisations,  $V_A$  et  $S_A$  sont respectivement le volume et la surface de l'aile après une optimisation aérodynamique. La fonction coût pour la structure est définie comme suit :

$$J_S = \int_S \|\sigma \cdot n\| dS + K_1 \cdot \max\left(0, 1 - \frac{V}{V_A}\right) + K_2 \cdot \max\left(0, \frac{S}{S_A} - 1\right) \quad (4)$$

où  $\sigma$  est le tenseur des contraintes et  $n$  est le vecteur normal. Les deux contraintes sur le volume et la surface de l'aile servent à réduire l'amplitude de la déformation géométrique.

Par application d'un chargement par noeud (par exemple un champ de pression aérodynamique), Le champ des déplacements et le tenseur des contraintes sont calculés en résolvant les équations de coques minces linéaires en utilisant des éléments finis *DKT*.

### 5.3. Résultats

Dans le cas test, on initialise l'algorithme de couplage par une forme déjà optimisée par un critère purement aérodynamique, le but est d'améliorer ses performances structurales avec une possible dégradation de ses performances aérodynamiques qui doit être modérée. On montre dans la figure (5.3a) les courbes de convergence des critères  $J_A$  et  $J_S$ . On constate que les deux courbes présentent des sauts à chaque échange d'information entre les disciplines. Ces sauts illustrent l'intensité du couplage et le grand nombre d'itérations nécessaire pour atteindre l'équilibre. Dans la figure (5.3b) on montre le champ et les iso-valeurs de Mach respectivement sur la surface et à l'emplanture de la forme initiale et à l'équilibre de Nash.

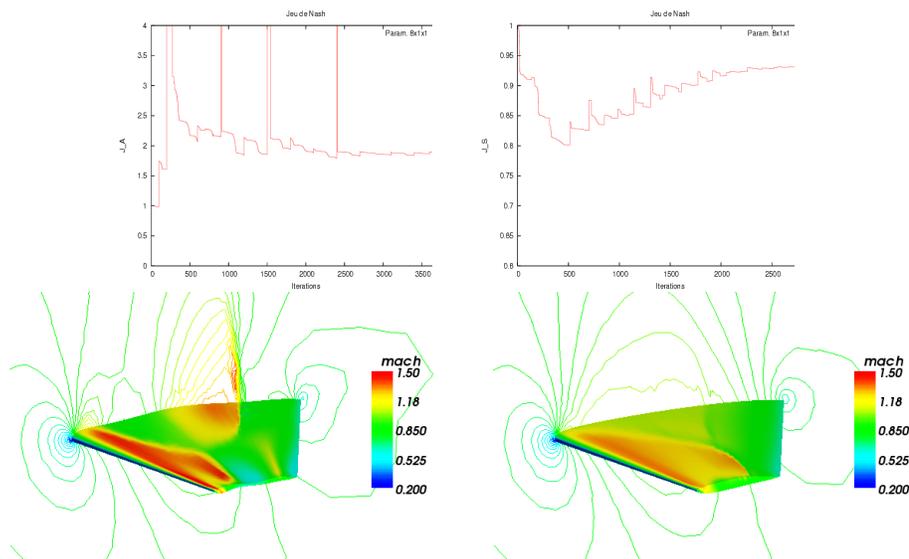


Figure 2. a)(en haut) : Les courbes de convergence des critères  $J_A$  et  $J_S$ , b)(en bas) : Champ de Mach associé à la forme initiale (à droite) et à la forme à l'équilibre (à gauche)

---

## 6. Conclusion

Un cas d'étude d'optimisation multidisciplinaire à été présenté dans lequel on a optimisé la forme d'une voilure d'avion d'affaires, où le concepteur aérodynamique interagit avec le concepteur structural dans le cas d'une stratégie de jeu de Nash. Les résultats numériques montrent la difficulté du problème qui est dû principalement à la nature du couplage, car aucune des deux disciplines ne tient compte des propriétés physiques de l'autre, l'échange se fait seulement par l'intermédiaire des paramètres d'optimisation. On pourra par la suite choisir un partage judicieux des paramètres entre les deux disciplines afin de minimiser l'influence de la déformation structurale sur les performances aérodynamiques. Cette question de partage des territoires à été évoquée par [3] dans un autre contexte, et analysée récemment par [4][6][7][8][11] en consistance avec notre approche.

---

## 7. Bibliographie

- Sederberg T. and Parry S., *Free-Form Deformation of Solid Geometric Models*, Computer Graphics 20, 4(1986), pp. 151-160.
- Sobieszcanski-Sobieski J. and Haftka R. T., Multidisciplinary aerospace design optimization : Survey of recent developments, AIAA paper 96-0711, 34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, January 1996.
- Tang Z.L., Désidéri J.A., Périaux J., Multicriterion Aerodynamic Shape Design Optimization and Inverse Problems using Control Theory and Nash Games, Journal of Optimization, Theory and Applications (JOTA), Vol. 135, No 1, Oct. 2007
- Duvigneau, R., Abou El Majd, B., & Désidéri, J. A. Towards a self-adaptive parameterization for aerodynamic shape optimization. In ESAIM : Proceedings (Vol. 22, pp. 169-174). EDP Sciences.
- Reuther J., Alonso J.J., Martins J.R.R.A., and Smith S.C., A Coupled Aero-Structural Optimization Method for Complete Aircraft Configurations, AIAA Paper 99-0187, Proceedings of the 37th Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, January 1999.
- Abou El Majd B., Désidéri J. A. , Janka A., Nested and self-adaptive Bézier parameterization for shape optimization. International Conference on Control, Partial Differential Equations and Scientific Computing, Beijing, China. 2004.
- Abou El Majd B., Désidéri J. A., Do T. T., Fourment L., Habbal A., Janka, A, Multilevel strategies and hybrid methods for shape optimization and application to aerodynamics and metal forming. In Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial and Societal Problems Conference (EUROGEN 2005) (pp. 12-14), 2005.
- Abou El Majd B., Duvigneau R., Désidéri J.-A., Aerodynamic shape optimization using a full and adaptive multilevel algorithm, ERCOFTAC 2006 Design Optimization : Methods & Application, 5-7 April 2006, Gran Canaria, Canaria Island, Spain.
- Habbal A., Petersson J., Thellner M., Multidisciplinary topology optimization solved as a Nash game, Int. J. Numer. Meth. Engng, 2004, vol. 61, no7, pp. 949-963.
- Basar T., and Olsder G.J, Dynamic Noncooperative Game Theory, Second Edition, Academic Press, London and San Diego, 1995.
- Zhao J., Désidéri J.-A., Abou El Majd B., Two level correction algorithms for model problems. Research Report Nr. 6246, INRIA, 2007.