



**HAL**  
open science

## Modélisation de jet photonique

H Hyani, B. Sauviac, K. Edee, G. Granet, S. Robert

► **To cite this version:**

H Hyani, B. Sauviac, K. Edee, G. Granet, S. Robert. Modélisation de jet photonique. XXèmes Journées Nationales Microondes, May 2017, Saint-Malo, France. hal-02288825

**HAL Id: hal-02288825**

**<https://hal.science/hal-02288825v1>**

Submitted on 16 Sep 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Modélisation de jet photonique

H. Hyani<sup>1,2</sup>, B.Sauviac<sup>1</sup>, K. Edee<sup>2</sup>, G. Granet<sup>2</sup>, S.Robert<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Université de Lyon, CNRS UMR 5516, Laboratoire Hubert Curien, Université Jean Monnet, 42023 Saint-Étienne.

<sup>2</sup> Université de Clermont-Ferrand, CNRS UMR 6602, Institut Pascal, 4 Impasse Blaise Pascal, 63178 Aubière.

**Résumé** – Après une présentation sommaire des enjeux et motivations relatifs à la génération de jets photoniques, ce papier se propose de fournir des résultats obtenus à partir de la résolution des équations de Maxwell en coordonnées curvilignes (méthode C) [1]. Afin d'en préciser l'intérêt et les limites, nous nous proposons de comparer ces résultats avec ceux fournis par la méthode intégrale de frontière (MEIF) [2]. Malgré la difficulté relative à la géométrie du profil, nous avons réussi à obtenir des jets photoniques comparables. L'objectif premier est de modéliser la structure en 3D pour des embouts assez longs. Par conséquent, en parallèle avec la méthode C, en partie limitée par la géométrie de l'embout, nous avons utilisé une seconde méthode mieux adaptée.

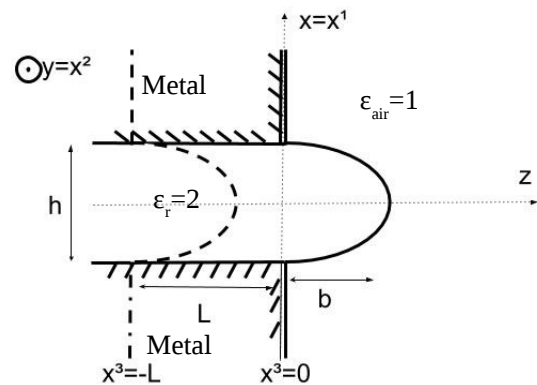
### 1. Introduction

Depuis 2004, il a été montré qu'une sphère diélectrique de quelques longueurs d'onde pouvait concentrer une onde en champ proche en un faisceau ayant une largeur à mi-hauteur d'une demi-longueur d'onde, de forte intensité et très faiblement divergent sur quelques longueurs d'onde de propagation. Ce phénomène a été appelé « Jet photonique ». Depuis 2011, des travaux précédents [2-3], ont montré par modélisation et par expérimentation que ce phénomène peut être étendu à toutes les gammes de fréquences en propagation guidée. Grâce à ces premiers travaux, il a été possible de mettre en évidence tout l'intérêt applicatif de ce phénomène électromagnétique entre autres pour la détection (détection d'une tige métallique 1000 fois plus petite que la longueur d'onde). Le travail présenté ici se propose de tester l'efficacité d'une nouvelle approche de modélisation, dont la rapidité permettrait ensuite de coupler les algorithmes à des techniques d'optimisation pour la génération de concentrations électromagnétiques encore plus importantes.

### 2. Position du problème et résolution numérique

#### 2.a. Guide d'onde 2D

La structure étudiée (Figure 1) est un guide d'onde diélectrique profilé et invariant suivant l'axe Oy. Ce dispositif est constitué d'un matériau diélectrique entouré d'un conducteur, ce qui lui confère l'aptitude à guider des ondes. Le profil de l'embout quant à lui reste modulable. Ce degré de liberté nous permettra d'optimiser la géométrie.



**Figure 1. Schéma du guide bi-plaque avec embout d'équation  $a(x)$ .**

#### 2.b. Approche numériques

Cette problématique a été abordé en exploitant deux méthodes modales distinctes: la méthode C [1] et la méthode modale de Fourier [4]. La méthode C (MC), développée par J. Chandezon, propose de résoudre les équations de Maxwell en coordonnées curvilignes. Pour un profil représenté par  $a(x)$ , la transformation suivante :

$$x^1 = x \quad (1)$$

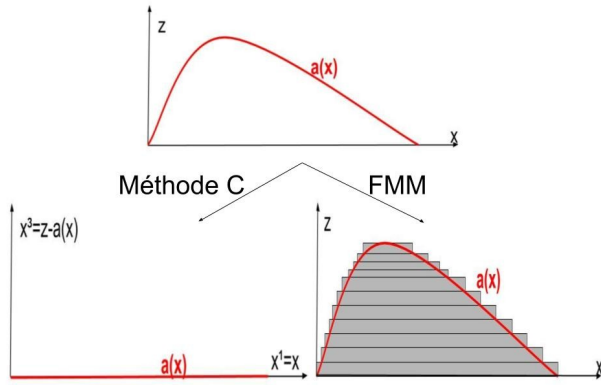
$$x^2 = y \quad (2)$$

$$x^3 = z - a(x) \quad (3)$$

permet de simplifier l'expression des conditions aux limites. L'interface est donc associée à  $x^3 = 0$ .

Quant à la méthode modale de Fourier (FMM), majoritairement utilisée lors d'études de réseaux de diffraction, elle se propose d'approcher la géométrie par tronçon. Cette approche à l'avantage de garder comme système d'étude le repère cartésien.

Afin de visualiser l'approche des deux formulations, la figure 2 résume les deux manières d'approcher le profil de l'embout.



**Figure 2. Schéma de principe des méthodes numériques.**

Ces méthodes permettent de résoudre des problèmes d'électromagnétique de façon rigoureuse. En effet, les solutions sont obtenues à partir de la résolution des équations de Maxwell et ce, sans approximation.

### 2.c. Équations de Maxwell sous forme covariante.

Afin de pouvoir traduire les équations de Maxwell dans le nouveau système de coordonnées, on utilise le tenseur métrique  $(g_{ij})$ . Ce qui nous amène à résoudre les équations suivantes :

$$\epsilon^{ijk} \partial_j E_k = -i \omega \mu_0 \sqrt{(g)} g^{ij} H_j \quad (4)$$

$$\epsilon^{ijk} \partial_j H_k = i \omega \epsilon_0 \epsilon_r(x) \sqrt{(g)} g^{ij} E_j \quad (5)$$

Où  $\epsilon^{ijk}$  est le tenseur Levi-Civita,  $\epsilon_r$  la permittivité relative du matériau et  $\omega$  la pulsation. Ces équations peuvent être séparées en deux systèmes d'équations, ce qui nous amène à traiter le mode E// (respectivement H//), caractérisé par l'orientation du champ E (respectivement H) suivant l'axe Oy.

### 2.d. Système aux valeurs propres

Les méthodes modales susmentionnées, sont initialement développées pour l'étude des réseaux. Afin d'obtenir une structure analogue, on duplique virtuellement le guide. La direction de propagation étant un axe d'invariance, le champ varie exponentiellement suivant cet axe. La structure étant désormais périodique, il devient possible d'exprimer l'ensemble des grandeurs périodiques dans l'espace de Fourier.

En particulier les champs électrique, magnétique et la permittivité relative.

$$E_y(x, z) = \sum_m E_m e^{i\alpha_m x} e^{-i\gamma z} \quad (6)$$

$$H_x(x, z) = \sum_m H_m e^{i\alpha_m x} e^{-i\gamma z} \quad (7)$$

$$\epsilon_r(x) = \sum_m \epsilon_m e^{i\alpha_m x} \quad (8)$$

avec  $\alpha = \frac{2\pi m}{d}$  d étant la période et  $\gamma$  la constante de propagation.

En utilisant la règle de Laurent [5], le produit de deux fonctions périodiques s'exprime de la façon suivant:

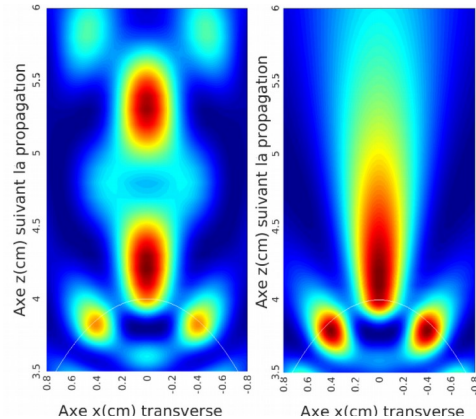
$$\epsilon_r(x) E_y(x) = \sum_m \left( \sum_n \epsilon_{(m-n)} E_n \right) e^{i\alpha_m x} \quad (9)$$

Combinée aux équations de Maxwell, cette écriture permet de générer un problème aux valeurs propres. Les champs s'expriment par la combinaison linéaire de vecteurs propres projetés sur une base périodique.

En faisant intervenir les conditions aux limites, le formalisme des matrices S[6] détermine les coefficients associés aux combinaisons linéaires propres à chaque milieu. Pour la méthode C il suffit simplement d'écrire les conditions aux limites sur la surface de l'embout d'équation  $x^3 = \text{constante}$ . Pour la FMM, on écrit les conditions aux limites pour chaque sous-interface d'équation  $z = \text{constante}$  que l'on relie deux à deux.

### 2.e. Perfectly matched layer (PML)

Du fait de la périodisation, il est nécessaire de s'affranchir des phénomènes d'interférences issus des différents guides image. L'ajout des PML sur la frontière du domaine d'étude (dont l'effet est illustré sur la figure 3), s'effectue par un changement de coordonnées suivant l'axe de périodisation.



**Figure 3. Intensité E sans PML (gauche) et avec la PML (droite) pour h=3cm et b=4cm.**

### 3. Étude comparative

Avant d'étendre la modélisation à une problématique tridimensionnelle, il est nécessaire de garantir la fiabilité des résultats ainsi que la stabilité des méthodes utilisées. Le but de cette section sera donc d'évoquer les résultats issus de la méthode C et de la FMM puis les confronter avec ceux obtenue par la MEIF. Nous nous focaliserons dans un premier temps sur deux embouts (0,2cm et 4cm) en polarisation E//. Ensuite l'étude portera sur un embout de taille moyenne (1,5cm) en H//.

#### 3.a. Embout de faible dimension en E//

On se propose d'étudier un embout dont la géométrie se caractérise par  $h=3\text{cm}$  et  $b=0,2\text{cm}$ . On rappelle que l'implémentation numérique des méthodes modales s'effectue en tronquant la série de Fourier, d'où le besoin d'étudier la convergence des résultats. La figure 4 met en évidence la stabilité des résultats obtenue par la méthode C à partir d'une valeur  $M=30$ . Ce qui correspond à garder  $2M+1=61$  termes de la série.

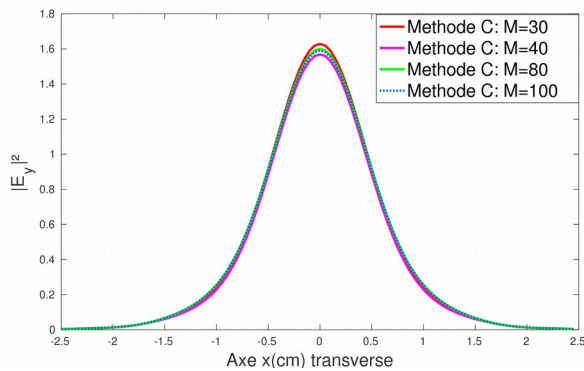


Figure 4. Coupe transverse à 1,7cm après l'embout.

Quant à la méthode modale de Fourier, il est nécessaire d'étudier deux critères, l'ordre de troncature ( $M$ ) évoqué plus haut et le nombre de tronçons ( $N$ ) utilisés pour discrétiser le profil de l'embout. Afin d'optimiser le temps d'exécution, ces valeurs doivent être minimisées. Afin de quantifier la stabilité suivant les deux critères, nous avons étudié le pourcentage d'erreur maximale commise pour un couple ( $M, N$ ) par rapport à une référence associée à  $M=100$  et  $N=100$ .

	N=25	N=50	N=100
M=10	7,8 %	6,9 %	7,7 %
M=30	1,13 %	0,38 %	0,5 %
M=50	1,11 %	0,41 %	0,15 %
M=80	1,08 %	0,39 %	0,05 %
M=100	1,06 %	0,37 %	Référence

Tableau 1. Pourcentage d'erreur maximal ( $b=0,2\text{ cm}$ )

Afin de rester sous la bar des 2 % d'erreur, nous avons sélectionné le couple ( $M=30 ; N=25$ ).

La figures 5 permet de montrer la concordance des résultats obtenus quelle que soit la méthode. Ceci valide donc les codes implémentés.

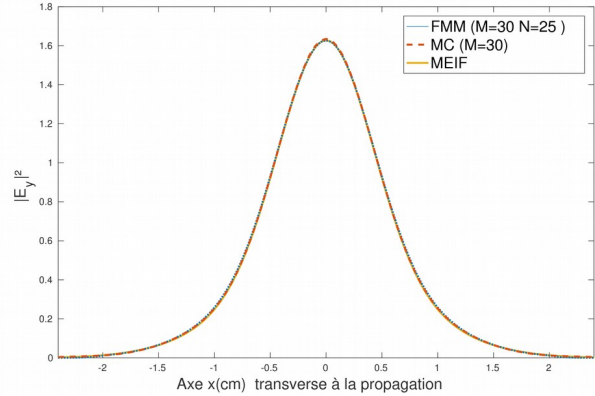


Figure 5. Superposition des coupes transverse à 1,7cm après l'embout.

#### 3.b. Embout de 4cm en polarisation E//

Bien que les premiers résultats semblent probants, la figure 6 dévoile les limites de la méthode C. En effet dès que l'on choisit des embouts longs (supérieurs à  $h/5$ ) outre un problème de singularité, le résultats semble ne plus converger. En revanche la FMM, permet d'obtenir des résultats stables et cohérents assez rapidement. Comme le montre le tableau 2 il suffit de prendre le couple ( $M=30 N=150$ ).

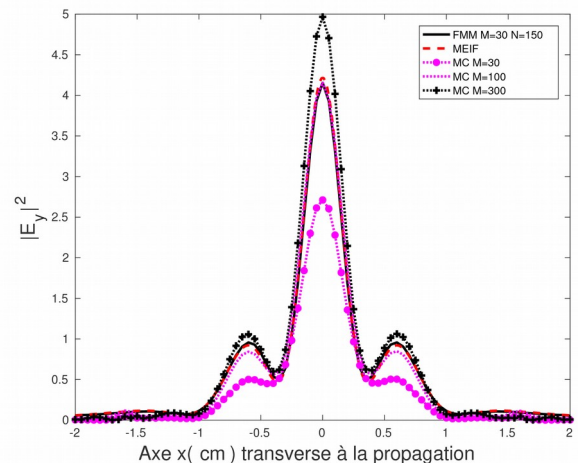


Figure 6. Superposition des coupes transverse à 0,1cm après l'embout.

	N=100	N=150	N=200	N=300
M=30	9,9%	5,1 %	2,5 %	0,7 %
M=100	9 %	4 %	2 %	Référence

Tableau 2. Pourcentage d'erreur maximal (E// avec  $b=4\text{ cm}$ )

La méthode C fait intervenir la dérivée du profil. Ainsi, une extension trop grande devient numériquement instable. Néanmoins, il existe dans la littérature, des propositions plus ou moins complexes permettant d'étendre son domaine d'application, en particulier le stretching [6].

En outre, une paramétrisation sur l'épaisseur des tronçons (10) permet de réduire l'erreur associée aux faibles valeurs de N suivant le paramètre  $\eta$ . Pour la configuration M=30 et N=100, en comparaison avec une coupe ayant des tronçons de même épaisseur (tableau 2), prendre  $\eta=0.5$  permet d'obtenir une erreur deux fois moins grande (4,2%).

$$f(z) = z - \eta \frac{b}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{b}(z-b)\right) \quad (10)$$

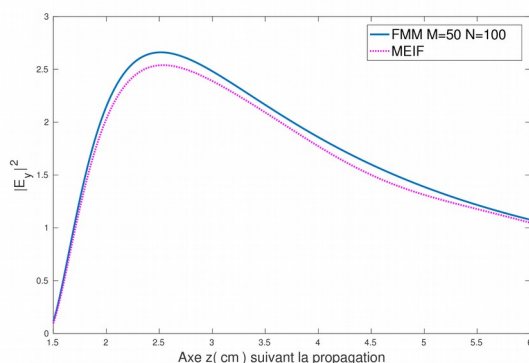
### 3.c. Embout de 1,5 cm en polarisation H//

Au vu des résultats de la figure 6, nous nous sommes focalisés uniquement sur la méthode FMM. La convergence des résultats en H// n'est possible qu'avec la reformulation introduite par Lifeng Li [5]. Mais malgré cette factorisation et l'utilisation d'une paramétrisation sur les tronçons, la fiabilité des résultats nécessite un couple (M, N) élevé. Ceci s'explique par la présence d'un milieu métallique.

	N=25	N=50	N=100	N=200
M=30	20 %	14 %	13 %	13 %
M=50	16 %	10 %	6 %	5 %
M=100	13 %	5,8 %	1,8 %	Référence

**Tableau 3. Pourcentage d'erreur maximal (H// avec b=1,5 cm)**

Malgré cette difficulté, comme le montrent les courbes ci-dessous, nous obtenons des résultats analogues. En comparant les maximums (pour  $z=2,4$  cm), l'erreur relative reste inférieure à 5 %.



**Figure 7. Superposition des coupes longitudinales pour x=0cm.**

## 4. Conclusion

Ces premiers résultats nous ont permis de cibler la méthode modale la plus adéquate pour une généralisation en 3D. En revanche, il sera nécessaire de contourner les inconvénients en H//. Le principal objectif pour pouvoir réaliser la modélisation 3D réside dans la minimisation du couple (M, N). Une nouvelle piste est actuellement à l'étude. On souhaite utiliser une géométrie simplifiée caractérisée par la présence de rainures. De plus, il est avéré que l'utilisation d'une base polynomiale accélère la convergence. Nous avons donc l'intention d'étudier l'impact de ces modifications.

## 5. Remerciements

Nous tenons à remercier la région Auvergne-Rhône-Alpes, ainsi que la communauté de recherche académique ARC6 pour leur soutien financier.

## Références

- [1] J. Chandezon et al, « *A new theoretical method for diffraction gratings and its numerical application* » J. Opt. (Paris) 11, 235-241 (1980)
- [2] Y. Takakura, S. Lecler, B. Ounnas, S. Robert, B. Sauviac. « *Boundary Impedance Operator to Study Tipped Parallel Plate Waveguides.* », IEEE Trans. on Ant. and Prop., 62 (11), pp. 5599 – 5609, 2014.
- [3] E.B. Ounnas, et al., « *Single and Dual Photonic Jets and Corresponding Backscattering Enhancement With Tipped Waveguides : Direct Observation at Microwave Frequencies* », IEEE Trans. on Ant. and Prop, Vol, 63, NO.12, december 2015.
- [4] Lifeng Li « *Fourier Modal Method* » E. Popov, editor (Institut Fresnel, CNRS, AMU, 2014).
- [5] Lifeng Li « *Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures* » JOSA Vol.13 issue.9 pp.1870-1876, 1996
- [6] G. Granet, « *Coordinate Transformation Methods* » E. Popov, editor (Institut Fresnel, CNRS, AMU, 2012).