



HAL
open science

Los Ciclos de Crecimiento en Colombia

Andrés Salamanca Lugo

► **To cite this version:**

Andrés Salamanca Lugo. Los Ciclos de Crecimiento en Colombia. Álvaro Zerda Sarmiento; Diego Felipe Gutiérrez Bedoya. Hacia la Renovación de la Economía Colombiana, 2013, Primer Concurso Nacional de Ensayo en Ciencias Económicas "Raúl Alameda Ospina" 2012, 9789587614817. hal-01560876

HAL Id: hal-01560876

<https://hal.science/hal-01560876>

Submitted on 12 Jul 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Los Ciclos de Crecimiento en Colombia[☆]

Andrés Salamanca Lugo

Resumen

En este documento se estudian algunos hechos estilizados que caracterizan los ciclos de crecimiento colombianos. Para ello se ajusta un modelo de *Markov-Switching* autoregresivo a la serie del crecimiento trimestral (1977Q1-2009Q4) del PIB real. Se estudia la existencia de posibles asimetrías en las fases del ciclo (profundidad, inclinación y apuntamiento), la forma en U o V del ciclo, la duración y persistencia de sus fases, y finalmente la respuesta del producto ante choques idiosincráticos y cíclicos.

Abstract

Some colombian growth cycle stylized facts are analyzed in this paper. An autoregressive *Markov-Switching* model is fitted to quarterly real GDP growth (1977Q1-2009Q4). Possible asymmetries in the cycle phases (deepness, steepness and sharpness), U or V shape of cycle, persistence and duration of cycle phases and the response of output to cyclical and idiosyncratic shocks are studied in this document.

Palabras clave: ciclos económicos, Markov-switching, asimetrías, sincronización, choques externos, choques cíclicos.

Clasificación JEL: E32, F43, C32, N16

[☆]Una versión revisada de este documento fue publicada en *Hacia la Renovación de la Economía Colombiana*. Zerda, S. y Gutiérrez, D.-F. (Eds.). Bogotá: Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias Económicas. Centro de Investigación para el Desarrollo - CID, 2013 (Colección 60 años FCE). Agradezco muy especialmente a Enrique López por el valioso tiempo que dedicó a discutir conmigo diversos aspectos de las versiones preliminares de este trabajo y a Martha Misas por su apoyo y guía en la comprensión del modelo econométrico aquí empleado. También deseo agradecer a los participantes de los Seminarios de Economía del Banco de la República y Fedesarrollo por sus valiosos comentarios.

Email: asalamanca1@una1.edu.co (Andrés Salamanca Lugo)

1. Introducción

Gran parte de la eficacia de las políticas económicas depende de la buena supervisión del estado de la economía y de la anticipación que puedan hacer los *policy makers* a cerca del ciclo económico. De este modo, comprender las características de los ciclos económicos de cada país, así como los determinantes de las fluctuaciones de corto plazo de la actividad económica agregada se ha convertido en un objeto de estudio muy importante para la toma de decisiones de política. Por ejemplo, instituciones como el *National Bureau of Economic Research* (NBER) o el *Economic Cycle Research Institute* (ECRI) entre otros, dedican un esfuerzo permanente al análisis del estado de las economías Norteamericana y Europeas, respectivamente.

El estudio de los ciclos económicos ha requerido incorporar hechos estilizados de su comportamiento como no linealidades y asimetrías intrínsecas en ellos. Diferentes investigaciones han encontrado que el producto de la economía responde de manera diferente ante choques exógenos dependiendo de la fase del ciclo en la cual se encuentra. Estudios llevados a cabo por Filardo (1994), Filardo y Gordon (1998), Kim, Morley y Piger (2002), Soto (2002), Mills y Wang (2003) y Pok-Sank (2004) han encontrado evidencia de asimetrías en los ciclos económicos que en muchos casos es explicada por la amplitud y duración de cada fase del ciclo.

Diferentes técnicas estadísticas y econométricas se han empleado en el análisis y caracterización de los ciclos económicos, sin embargo, desde los trabajos de Hamilton (1989, 1990), muchos estudios han aplicado los modelos de *Markov-Switching* (MS) con el objeto de estudiar la dinámica del ciclo económico en diferentes países (véase por ejemplo los trabajos citados anteriormente). Bajo esta técnica, el crecimiento del producto es modelado como un proceso sujeto a cambios de régimen, los cuales están gobernados por una cadena de Markov latente. Una ventaja de los modelos MS es que permiten a través de la inferencia que se puede realizar mediante la información contenida en la muestra, reconstruir la cronología del ciclo asociado al crecimiento del producto modelado.

La literatura distingue dos tipos de ciclos económicos según sea el concepto que se adopte en la definición de sus fases. Por un lado, se encuentran los *ciclos de negocios* (*business cycles*) determinados por fases de auge y recesión; y por otro lado, se encuentran los *ciclos de crecimiento* (*growth cycles*) asociados más con los conceptos de aceleraciones y desaceleraciones de la actividad económica. El principal objetivo de esta investigación es tratar de comprender los hechos estilizados de los ciclos de crecimiento colombianos. En primera instancia, se identifican y analizan los puntos de quiebre (*turning points*) del ciclo colombiano usando dos diferentes metodologías. En el primer caso, se emplea la definición de ciclo en términos de los puntos de quiebre propuesta por Burns y Mitchell (1946). En el segundo caso, se realiza un ejercicio de identificación y caracterización del ciclo empleando la metodología paramétrica propuesta por Hamilton (1989) a través de un modelo de MS autoregresivo. En el proceso de identificación y especificación del modelo MS se busca evidencia estadística para determinar si la forma del ciclo colombiano es en U o en V. De igual forma, se investiga la existencia de posibles asimetrías inherentes en el ciclo colombiano, para lo cual, por un lado, se emplean los dos tipos de asimetrías propuestas por Sichel (1993) relacionadas con la inclinación (*steepness*) y profundidad (*deepness*) de las fases del ciclo, y por otro lado, se investiga la asimetría relacionada con el apuntamiento de los valles y picos en los puntos de quiebre del ciclo (*sharpness*)

de acuerdo con la definición propuesta por McQueen and Thorley (1993). Finalmente, se examina la respuesta del producto ante choques reales idiosincráticos y cíclicos via un análisis de impulso-respuesta.

2. El estudio de los ciclos económicos

Como lo subraya Hamilton (2005, p. 435), el término “ciclo” describe un proceso que se mueve secuencialmente entre una serie de claras e identificables fases de forma periódica. Existe un especial acuerdo entre los economistas a cerca del comportamiento de la actividad económica, el cual posee una regularidad cíclica que ha venido a conocerse como “ciclo económico”. Al respecto se encuentra el trabajo de Burns y Mitchell (1946) el cual documenta de forma extensa y analítica el comportamiento de la actividad económica en cada fase del ciclo.

La necesidad de integrar los determinantes del crecimiento económico de largo plazo y las causas de las recesiones en una teoría unificada ha conducido necesariamente al estudio y análisis tanto de los determinantes de corto plazo de las fluctuaciones de la actividad económica, como del estado en el cual se encuentra la economía de un país en cada instante del tiempo. Un ejemplo de ello es el análisis que realizan instituciones como el NBER el cual dedica un esfuerzo permanente al estudio del estado de la economía Estadounidense, o el ECRI, cuyo objeto principal de análisis son los ciclos de varias economías de Europa, Norte América, Asia y África.

El estudio de los ciclos económicos se ha desarrollado bajo dos definiciones del concepto de ciclo según sea la interpretación de sus fases. Como señalan Arango, Arias y Flórez (2007, p. 1), el análisis de las desviaciones de la tendencia de largo plazo constituye un caso particular de los ciclos de crecimiento (*growth cycles*), cuya terminología está más asociada con *aceleraciones* y *desaceleraciones* de la actividad económica, mientras que el concepto de ciclos de negocios (*business cycles*) se asocia más con *auges* y *recesiones*. De acuerdo con Arango *et al.* (2007), los ciclos de negocios se definen como las subidas y caídas o puntos de quiebre (*turning points*) en magnitudes absolutas de un conjunto de series macroeconómicas representativas de la actividad económica, mientras que los ciclos de crecimiento son todos aquellos puntos de quiebre determinados en las desviaciones del componente permanente de un conjunto de series, también representativas de la actividad económica. Ambos conceptos se encuentran relacionados de forma estrecha: según Zarnowitz y Ozyildirim (2006), todas las recesiones implican desaceleraciones, pero no todas las desaceleraciones conllevan a recesiones. Por ello, los ciclos de crecimiento son más numerosos que los ciclos de negocios. Los ciclos de crecimiento son generalmente cortos, más frecuentes, menos variables y mucho más simétricos que los ciclos de negocios.

En el estudio de las características específicas de los ciclos económicos de cada país han surgido innumerables trabajos empíricos que se han apoyado en por lo menos tres diferentes metodologías. Dentro de la primera metodología se encuentran los enfoques que recurren a algún tipo de algoritmo para datar los picos (*peaks*) y valles (*troughs*) también conocidos como puntos de quiebre del ciclo, sin recurrir a algún tipo de descomposición de la serie. El enfoque más tradicional ha sido el algoritmo de Bry y Boschan (B-B) (1971), el cual ha sido asociado con la visión del NBER. También, se encuentra el algoritmo propuesto por Harding y Pagan

(1999), el cual corresponde a una versión para datos trimestrales de la metodología B-B. Por último, en esta categoría se encuentra el enfoque del “ciclo de referencia”, el cual constituye una medida asociada al curso de la actividad económica agregada. Una aplicación de este método para el caso Colombiano puede ser encontrada en Melo, French y Langebaek (1988).

En una segunda metodología se encuentran los enfoques basados en la descomposición de la serie en su tendencia de largo plazo y sus desviaciones de la misma. En este contexto son estas desviaciones las que se identifican como ciclos económicos. En Colombia se han realizado diferentes trabajos cuyo objetivo ha sido el análisis de las características de la economía a lo largo de cada fase del ciclo económico, en los que se hacen descomposiciones de la serie utilizando filtros como el de Hodrick-Prescott, o el Band-Pass entre otros (véase Hamann y Riascos, 1998 y Posada, 1999). Un trabajo más reciente fue el realizado por Arango *et al.* (2007), en el cual se emplea el concepto de ciclos de crecimiento y se le diferencia del de ciclos de negocios. En este trabajo se estiman las fechas de ocurrencia de los ciclos de crecimiento a través de los métodos de B-B y Boschan y Ebanks (1978), este último conocido como *Phase Average Trend*, el cual calcula la tendencia de la serie a través de un promedio móvil centrado.

La última metodología se caracteriza por el uso del modelo de cambio de régimen propuesto por Hamilton (1989) y que en los últimos años se ha venido consolidando como una forma complementaria para entender y medir las fluctuaciones de las principales variables macroeconómicas agregadas. Las principales ventajas del modelo de *Markov-Switching* de Hamilton radican en que: por un lado, permite reconstruir la cronología de los estados de la economía en cada instante del tiempo simplemente a través de la inferencia basada en la información contenida en la muestra ¹; y por otro lado, permite capturar no-linealidades relacionadas con los efectos asimétricos del producto real dependiendo del estado en el cual se sitúe la economía. El estudio de los ciclos económicos colombianos a través de técnicas paramétricas en su mayoría se ha llevado a cabo a través de modelos en los cuales se asume que la tasa de crecimiento del producto sigue un proceso lineal (véase Arango, 1998). Existen sin embargo, por lo menos dos excepciones al respecto: en primer lugar, se encuentra el trabajo de Arango y Melo (2003), en el cual se estudian las no-linealidades del ciclo colombiano a través de un modelo autoregresivo de transición suave STAR² (por sus siglas en inglés *Smooth Transition Autoregressive*); y por último, se encuentra el trabajo de Misas y Ramírez (2005), en el cual se emplea la metodología propuesta por Hamilton a través de un modelo de *Markov-Switching* autoregresivo de la tasa de crecimiento del producto.

3. Análisis clásico de los ciclos de crecimiento colombianos

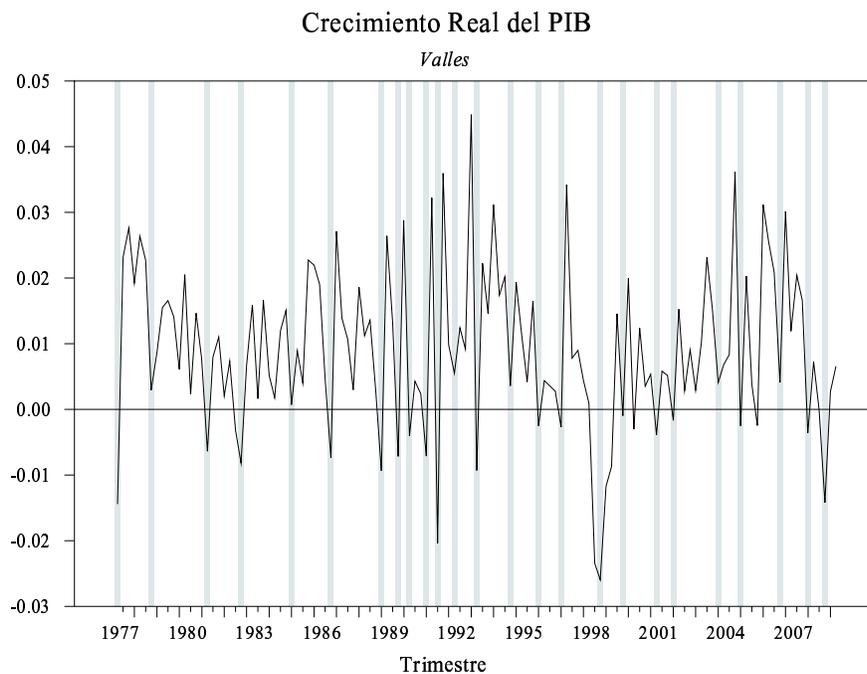
3.1. Detección de los puntos de quiebre

En esta sección se empleará la definición de ciclo expresada en términos de los puntos de quiebre de una serie, propuesta por Burns y Mitchell (1946). Definir los periodos de expan-

¹Como lo señalan Misas y Ramírez (2005), una ventaja de este modelo es que, ningún tipo de información previa relacionada con las fechas en las cuales la economía se ubica en cada régimen se requiere.

²Es de resaltar que los resultados encontrados por estos autores sugieren que los cambios de estado de la economía colombiana son de transición abrupta, lo cual se puede concluir al observar el número de observaciones en regímenes medios de la función de transición estimada.

sión y contracción de la actividad económica requiere entonces identificar el conjunto de puntos de quiebre que definen los picos y valles de la serie de crecimiento real del PIB. En este trabajo se emplea el algoritmo de Harding y Pagan (H-P) (1999). En cada caso se aplican dos reglas fundamentales que constituyen el punto central de la técnica. En primer lugar, se determina un máximo (mínimo) local si es el punto más alto (bajo) entre el crecimiento trimestral de los dos trimestres predecesores y los dos trimestres antecesores a su posición, es decir, se define que ha ocurrido un pico en el tiempo t si y_t es el $\max\{y_{t-2}, \dots, y_{t+2}\}$ y un valle si y_t es el $\min\{y_{t-2}, \dots, y_{t+2}\}$. En segundo lugar, siempre se debe completar un ciclo, es decir, un pico siempre es seguido de un valle y viceversa. Una vez la serie se ha depurado, se imponen los puntos de quiebre a la serie original. El resultado final se construye a partir del refinamiento de tales puntos sobre el conjunto de observaciones sin suavizar. Para la implementación de esta metodología se empleó la serie desestacionalizada del PIB real para el periodo 1977Q1-2009Q4³. Los valles detectados mediante esta metodología se detallan en la Figura 1.



Nota: Las áreas sombreadas indican valles identificados de acuerdo con el algoritmo de Harding-Pagan.

Fuente: Cuentas Nacionales DANE y cálculos propios.

Figura 1: Puntos de quiebre de los ciclos de crecimiento en Colombia

Por su parte, Arango *et al.* (2007) descomponen la serie del PIB trimestral en su componente

³La información empleada fue obtenida a partir de la base de datos de cuentas nacionales proporcionada por el Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas de Colombia (DANE). A pesar de que existe información disponible hasta el año 2011, se emplearon datos hasta el año 2009 debido que la metodología adoptada por el DANE en la base 2005 no permite empalmar adecuadamente las series de las bases 1994 y 2000, ésta última con datos disponibles hasta 2009Q4.

cíclica empleando para ello el filtro PAT (*Phase Average Trend*) propuesto por Boschan y Ebanks (1978) para estimar la tendencia de largo plazo y luego sobre la primera componente determinan los puntos de quiebre a través del algoritmo de Bry y Boschan (B-B) (1971) modificado para datos trimestrales⁴. La siguiente tabla describe y compara los resultados encontrados por estos autores para el periodo 1977Q1-2007Q1 con los resultados hallados en esta investigación empleando la tasa de crecimiento trimestral:

Tabla 1. Comparación de Resultados

Serie empleada	Duración media			
	valle-pico	pico-valle	pico-pico	valle-valle
Componente cíclico (filtro PAT)	5.7	8.5	13.5	13,5
Tasa de crecimiento trimestral	2.5	2.8	5.3	5.3

Fuente: Arango *et al.* (2007) y cálculos propios.

Es bien sabido que los filtros empleados para extraer la componente de largo plazo⁵ de una serie son muy sensibles al nivel de suavizamiento que éste implemente; en particular el filtro PAT no es la excepción. Si el suavizamiento del filtro es excesivo (insuficiente), puede conducir a sobreestimar (subestimar) el número de puntos de quiebre y por tanto a subestimar (sobreestimar) la duración del ciclo. Como lo señalan Nilsson y Gyomai (2008), el método PAT tiende a seleccionar ciclos entre 15 y 75 meses (5 y 25 trimestres) lo cual dilata la duración entre puntos de quiebre; además esta metodología pertenece al grupo de promedios móviles MCD, en el cual el ancho de la ventana de suavizado es tal que los cambios en el componente aleatorio son iguales a los cambios en el componente cíclico, esto es, supone que los cambios trimestre a trimestre son simétricos entre el componente cíclico y el componente irregular. Esta última propiedad conduce a seleccionar puntos de quiebre en los cuales todo ciclo que se completa es simétrico por definición, no obstante esto no es una característica *de facto* de este tipo de ciclos; la literatura sugiere que los ciclos de crecimiento son “más” simétricos que los ciclos de negocios, no obstante esto no implica que sean en efecto simétricos.

Así mismo, tanto el algoritmo de H-P como el de B-B son versiones automatizadas que emplean parámetros no modificables (por ejemplo, la dimensión de la ventana móvil). Aunque estas técnicas no-paramétricas son un buen punto de partida, sin duda alguna presentan fuertes falencias metodológicas que en algunos casos están viciadas por la subjetividad del investigador. Por su parte, y como veremos más adelante la metodología paramétrica propuesta por Hamilton (1989) permite la reconstrucción de la cronología del ciclo de forma óptima dada la información contenida en la muestra, lo cual la convierte en una técnica econométrica libre de subjetividades y de escalas.

3.2. Asimetrías en los ciclos económicos

Dentro del análisis y caracterización de los ciclos económicos, ha existido un especial interés en determinar si el comportamiento de las variables macroeconómicas es diferente en cada fase

⁴En esencia, la modificación del algoritmo de Bry y Boschan realizada por estos autores es tal que esta metodología es equivalente al algoritmo de Harding y Pagan.

⁵Entre los filtros más comúnmente empleados para la descomposición de la serie en su componente permanente y cíclica se cuentan: el filtro de Hodrick-Prescott, el filtro Band-pass y el filtro Christiano-Fitzgerald. Para una descripción detallada de los filtros enunciados antes véase Nilsson y Gyomai (2008).

del ciclo. Como lo subraya Mitchell (1927, p. 290): “las fases de contracción de los ciclos económicos parecen ser procesos más breves y violentos que las fases de expansión”.

Sichel (1993) define un ciclo asimétrico como aquel cuyo comportamiento en cierta fase difiere del reflejo del comportamiento de su fase opuesta. Sichel distingue entre dos tipos de asimetría del ciclo económico: “inclinación” (*steepness*) y “profundidad” (*deepness*). La primera medida se refiere a si las contracciones son más (o menos) inclinadas que las expansiones, mientras que el segundo tipo de asimetría está relacionado con la amplitud de las contracciones frente a la de las expansiones. Sichel propuso dos test no paramétricos para evaluar la presencia de cada tipo de asimetría. Un estadístico evidente para calcular la *profundidad* de una serie es el sesgo que esta posee: si se observan amplitudes más grandes en las contracciones que en las expansiones, entonces es de esperar que la densidad asociada posea un sesgo negativo, ya que el valor medio de las desviaciones por debajo de la media excede al valor medio de las desviaciones por encima de ella. De acuerdo con lo anterior se dice que el proceso $\{y_t\}$ carece de profundidad si, y sólo si y_t es no sesgada, esto es:

$$E[(y_t - \mu_t)^3] = 0$$

Un estadístico que describa la inclinación de las contracciones es un poco menos evidente que aquel relacionado con la profundidad, sin embargo la intuición detrás de esta medida de asimetría es la misma, pero ahora no sobre la serie en su nivel, sino en su primera diferencia. Nótese que tener contracciones más inclinadas que las expansiones implica que los incrementos de la serie deben ser de mayor tamaño y más frecuentes que los decrecimientos, es decir, la primera diferencia de la serie posee un sesgo negativo.

Se dice entonces que el proceso $\{y_t\}$ no posee inclinación si, y sólo si Δy_t no tiene sesgo, es decir:

$$E[\Delta y_t^3] = 0$$

La Figura 2 ilustra la intuición de estas medidas.

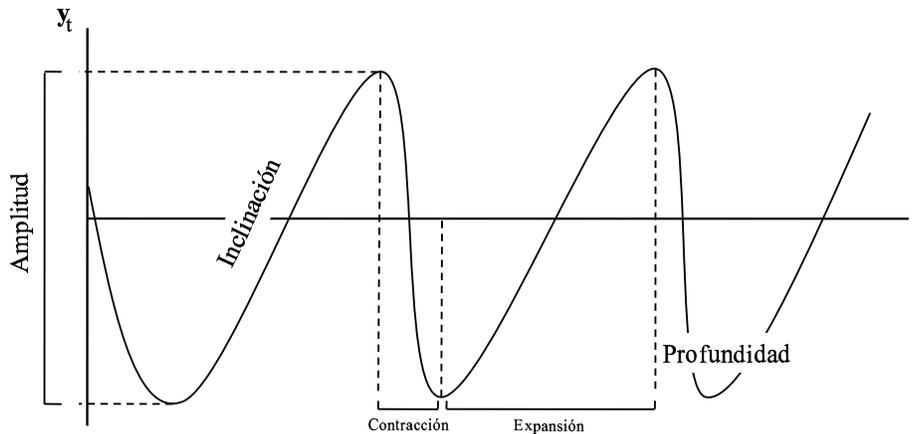
La Tabla 2 muestra los resultados de las pruebas de asimetría propuestas por Sichel. Como se puede observar, los resultados de los test de profundidad e inclinación sugieren la ausencia de este tipo de asimetrías en los ciclos de crecimiento en Colombia. Esto implica que, por un lado, en promedio la pérdida en términos de producto de una desaceleración de la economía es igual a las ganancias resultado de una aceleración; y por otro lado, la rapidez con la cual se generan las aceleraciones es en promedio igual a la rapidez de las desaceleraciones.

Tabla 2. Test de Asimetría

Test	Signo	Estadístico $\chi^2(1)$	P-valor
Deepness	+	0.1587	0.6904
Steepness	+	0.1766	0.4184

Fuente: Cálculos propios.

Existe otra medida de asimetría relacionada con la forma de los picos y valles del ciclo. McQueen y Thorley (1993) introdujeron una medida de apuntamiento de los puntos de quiebre del ciclo que ellos denominaron *sharpness* o asimetría valle-pico (asimetría TP). De acuerdo



Fuente: Construcción propia.

Figura 2: Asimetrías en los ciclos económicos

con la definición propuesta por ellos, un ciclo económico posee asimetría TP si por ejemplo los valles son más apuntados y los picos más redondos. McQueen y Thorley proponen dos test para evaluar este tipo de asimetría. El primer test está basado en la magnitud de los cambios en la tasa de crecimiento del producto al rededor de los puntos de quiebre. La media absoluta de los cambios es calculada para los picos y valles de forma separada, luego se prueba la hipótesis nula de igualdad de medias para verificar la ausencia de asimetría TP. Un segundo procedimiento supone que las fases del ciclo se pueden separar en tres estados diferentes: bajo, moderado y alto crecimiento. De acuerdo con Hicks (1950) los valles son más apuntados que los picos si la probabilidad de pasar del estado de crecimiento bajo al estado de crecimiento alto excede la probabilidad de observar el mismo movimiento pero en sentido opuesto. La siguiente tabla muestra los resultados de la prueba de apuntamiento sobre los picos y valles detectados bajo el algoritmo de Harding-Pagan:

Tabla 3. Test de Asimetría PT

Test	Estadístico	P-valor
$\sigma^2_{ \Delta x } = \sigma^2_{ \Delta y }$	0.8201	0.7503
$\mu_{ \Delta x } = \mu_{ \Delta y }$, con $\sigma^2_{ \Delta x } = \sigma^2_{ \Delta y }$	-0.1020	0.9189

Fuente: Cálculos propios.

De acuerdo con los resultados de la Tabla 3, los picos y valles son igual de apuntados. En resumen, las pruebas de profundidad, inclinación y apuntamiento indican que los ciclos de crecimiento en Colombia son simétricos. Si bien estas pruebas poseen dificultades para aportar evidencia estadística suficiente para afirmar la simetría del ciclo, son un punto de partida importante.

4. Análisis paramétrico del ciclo de crecimiento colombiano

4.1. Ciclos económicos en el modelo de Markov-Switching

La estructura del modelo es la siguiente: La economía puede encontrarse en dos o tres estados diferentes⁶; en cada uno de ellos, la tasa de crecimiento del PIB sigue un proceso autoregresivo donde la media del proceso depende del estado en el cual la economía se ubique y las transiciones entre ellos están gobernadas por una cadena de Markov estacionaria. La simplicidad del proceso así como la interpretación de los estados en términos de periodos de alto (auge) o bajo (recesión) crecimiento se convierten en el atractivo de este modelo.

Sea y_t la tasa de crecimiento real del producto trimestre a trimestre⁷. El “estado” o “régimen” del proceso estocástico que gobierna a y_t está indexado por una variable aleatoria s_t que toma el valor uno ($s_t = 1$) si el proceso está en el régimen uno en el tiempo t y así sucesivamente para el número total de estados. Si hay M diferentes regímenes, las transiciones entre ellos están gobernadas por una cadena de Markov ergódica de orden 1:

$$p(s_t = j | s_{t-1} = i) = p_{ij}, \quad i, j = 1, \dots, M$$

Entonces el proceso estocástico de y_t en cada estado es:

$$\Theta(L)y_t + \Phi(L)\mu_{s_t} = \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{s_t}^2)$$

donde $\Theta(L)$ y $\Phi(L)$ son polinomios de rezago. El término μ_{s_t} denota el valor de la media del proceso y_t en el estado s_t . En particular, si en el periodo t el estado dos ocurre, entonces μ_{s_t} adopta el valor de μ_2 en el periodo t .

Si $\Theta(L) = \Phi(L)$, entonces el proceso de *Markov-Switching* contiene cambios en media como en la especificación propuesta por Hamilton (1989). A este proceso se le denota $\text{MSM}(M)\text{-AR}(p)$, donde como se señaló antes M corresponde al número de estados y p es el orden del polinomio de rezago. Si $\Phi(L) = 1$ entonces los cambios entre regímenes contienen cambios de intercepto⁸. Esta especificación será denotada $\text{MSI}(M)\text{-AR}(p)$. Es fácil ver que ambos procesos son iguales si $\Theta(L) = \Phi(L) = 1$. En particular, las ecuaciones (1) y (2) presentan las especificaciones de un proceso $\text{MSI}(2)\text{-AR}(2)$ y $\text{MSM}(2)\text{-AR}(2)$, respectivamente:

$$y_t = v_{s_t} + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$y_t - \mu_{s_t} = \phi_1 (y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) + \phi_2 (y_{t-2} - \mu_{s_{t-2}}) + \varepsilon_t \quad (2)$$

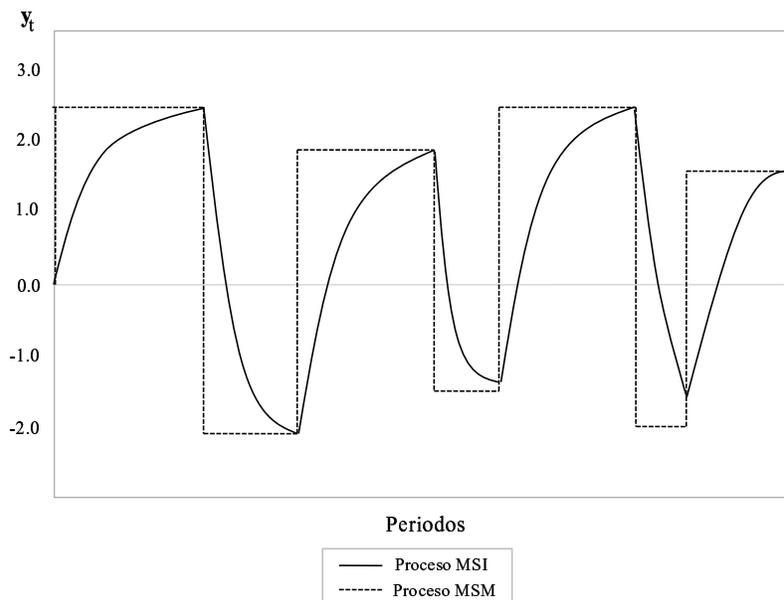
Nótese que mientras en el modelo MSI sólo importa el estado actual de la cadena (s_t), en el modelo MSM importan no sólo el estado actual, sino también p rezagos de la cadena, por tanto

⁶Por simplicidad de la descripción se consideran únicamente dos o tres estados de la economía, sin embargo el modelo puede ser especificado para un número mayor de regímenes, aunque su interpretación económica puede volverse más difícil.

⁷En esta aplicación la tasa de crecimiento está calculada empleando la primera diferencia del logaritmo del producto real. Pruebas de raíz unitaria sobre esta serie indicaron que es estacionaria (véase Anexo 6.1).

⁸Nótese que los coeficientes del proceso autoregresivo no son estado-dependientes, luego un cambio en el intercepto es a su vez un cambio en la media.

éste proceso es más persistente en la media de cada estado. Como lo muestra Knüppel (2004) el proceso MSI se acerca lentamente a su próximo valor después de cada cambio de régimen, mientras que el proceso MSM salta inmediatamente de un nivel a otro. La Figura 3 ilustra este hecho.



Fuente: Construcción propia.

Figura 3: Comportamiento de los procesos MSI y MSM

De este modo, una forma de determinar la forma del ciclo (en U o en V) es encontrar la especificación adecuada del modelo MS que describe el comportamiento de los ciclos de crecimiento.

4.2. Aplicación del modelo MS-AR al ciclo colombiano

Se ajustaron dos modelos de *Markov-Switching* autoregresivos al crecimiento trimestral del producto real colombiano, ambos modelos de tres estados: el primero, de cambio en el intercepto (MSI) y el segundo de cambio en la media (MSM)⁹. Para el ajuste y especificación de los mejores modelos se consideró un conjunto de rezagos $p = 0, 1, \dots, 4$, se realizaron pruebas de heteroscedasticidad estado-dependiente, linealidad y se siguieron las líneas propuestas por Krolzig (1997). La Tabla 4 contiene los resultados de las estimaciones de los modelos estimados por máxima verosimilitud mediante el algoritmo EM¹⁰.

⁹En ejercicios adicionales se realizaron estimaciones con modelos de dos estados, no obstante estas especificaciones resultaron poco satisfactorias reproduciendo algunos hechos estilizados reconocidos del ciclo de crecimiento colombiano.

¹⁰Todas las estimaciones reportadas en este documento fueron llevadas a cabo a través de la clase MSVAR de Ox. Véase Krolzig (1998).

Tabla 4. Estimaciones Markov-Switching

	MSI(3)-AR(2)	MSM(3)-AR(3)
<i>Componente estado-dependiente</i>		
	v_{s_t}	μ_{s_t}
Régimen 1	-0.0126*** (0.0035)	-0.0088** (0.0036)
Régimen 2	0.0051*** (0.0013)	0.0079*** (0.0025)
Régimen 3	0.0289*** (0.0038)	0.0277*** (0.0032)
<i>Componente autoregresivo</i>		
α_1	0.1648 (0.1428)	0.0026 (0.1176)
α_2	0.2362*** (0.0869)	0.1531* (0.0923)
α_3	- -	0.2982*** (0.0749)
<i>Desviación estándar</i>		
σ	0.0076	0.0079
<i>Persistencia del régimen 1</i>		
Prob. Ergódica	0.1074	0.1044
Duración	1.11	1.47
<i>Persistencia del régimen 2</i>		
Prob. Ergódica	0.8009	0.7755
Duración	7.48	8.35
<i>Persistencia del régimen 3</i>		
Prob. Ergódica	0.0916	0.1201
Duración	1.01	1.00
Log Likelihood	390.6883	387.8548
AIC	-5.9636	-5.9501
HQ	-5.8544	-5.8312
SC	-5.6949	-5.6574
LR Test de heteroscedasticidad condicional	5.686	16.655
LR Test de linealidad	22.3451	13.0536

Error estándar entre paréntesis.

*** significativo al 1 %, ** significativo al 5 %, * significativo al 10 %.

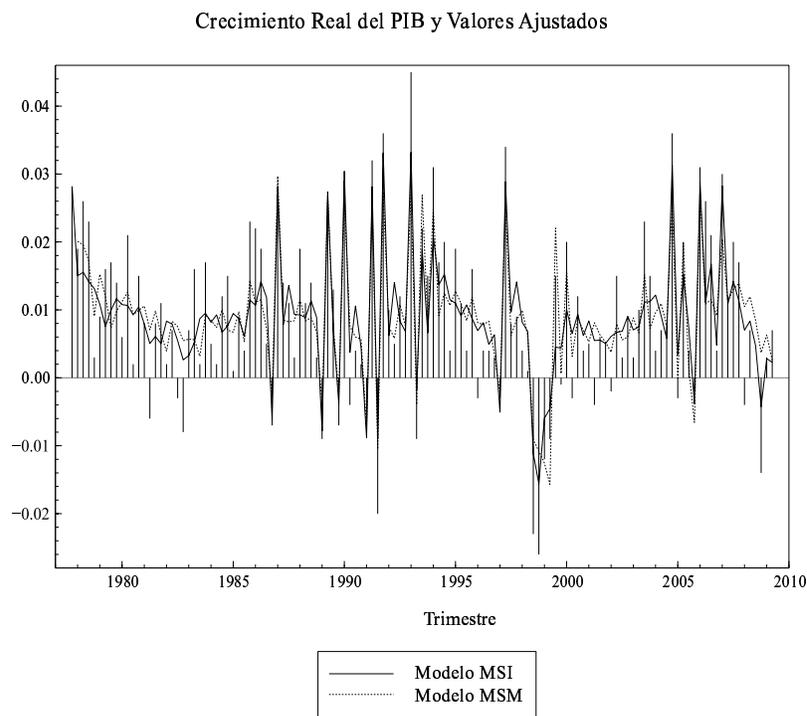
Inicialmente se estimaron ambos modelos asumiendo que la varianza del término de perturbación es estado-dependiente, sin embargo no se encontró evidencia estadística (al menos en el modelo MSI) que soportara esta hipótesis según el test de verosimilitud (*Likelihood Ratio Test*) reportado en la Tabla 4¹¹. El estadístico LR obtenido (p-valor) para el modelo MSI fue 5.686 (0.058) según el test $H_0 : \text{MSI}(3)\text{-AR}(2)$ vs. $H_a : \text{MSIH}(3)\text{-AR}(2)$; por su parte,

¹¹Comprobar la significancia estadística de la no-linealidad explicada por el modelo de *Markov-Switching* contra la hipótesis nula de linealidad es un asunto complicado debido a la existencia de parámetros no identificados bajo la hipótesis nula (*unidentified nuisance parameters*) como lo muestra Hansen (1992), sin embargo esto no es de

el estadístico LR obtenido (p-valor) para el modelo MSM fue 16.655 (0.000) según el test $H_0 : \text{MSM}(3)\text{-AR}(3)$ vs. $H_a : \text{MSMH}(3)\text{-AR}(3)$. Aunque para el modelo de cambio en media (MSM) la evidencia estadística señala que el término de perturbación posee heteroscedasticidad estado-dependiente, este modelo no es capaz de replicar diversas características del ciclo, tales como episodios de recesión reconocidos ampliamente en la literatura y duración de las fases del ciclo entre otras. A diferencia del proceso de especificación de los modelos lineales, en los modelos MS una parte integral de éste es su capacidad para reproducir características asociadas con la persistencia de los regímenes y la cronología, además de su bondad de ajuste.

4.2.1. ¿Forma en U o en V?

Como se mencionó previamente, un medio para saber si el ciclo modelado posee forma en U o en V es determinar el proceso generador de datos (MSI o MSM) de la tasa de crecimiento real. Un primer estadístico obvio para determinar la idoneidad de cada modelo es su bondad de ajuste. La Figura 4 compara la bondad de ajuste de ambos modelos.



Fuente: Cuentas Nacionales DANE y Cálculos propios.

Figura 4: Bondad de ajuste de los modelos MSI y MSM

A simple vista, el modelo MSI parece tener un mejor desempeño que el modelo MSM, sin embargo esto no es evidencia suficiente para favorecer la bondad de ajuste del primero, más aún, esto no aporta mucha información a cerca de la capacidad del modelo para reproducir los hechos estilizados del ciclo. A partir de los criterios de información reportados en la Tabla 4, el

especial interés en el test LR para comprobar la hipótesis de homoscedasticidad, ya que tanto bajo la hipótesis nula como bajo la alternativa el número de estados permanece invariante.

modelo MSI muestra en efecto una bondad de ajuste mayor que el modelo MSM para los tres criterios empleados (Akaike Information Criterion (AIC), Hannan-Quinn information criterion (HQ) y Schwarz Criterion (SC)). Por otro lado, la verosimilitud aportada por el modelo MSI igualmente supera a aquella reportada por el modelo MSM¹². Las medidas de bondad de ajuste están basadas en el concepto de entropía, la cual ofrece una medida relativa de la pérdida de información cuando un modelo particular es usado para describir la información de una muestra, y en esa medida no dicen nada a cerca de la capacidad del modelo para reproducir información estructural de la muestra. Una forma de evaluar la capacidad de cada modelo para reproducir los hechos estilizados de los ciclos de crecimiento colombianos es a través de su habilidad predictiva por fuera de muestra.

El pronóstico óptimo $\widehat{y}_{t+h|t}$ de un modelo lineal está dado por el valor esperado condicionado al conjunto de información $\Upsilon_t = (Y_t, s_t, s_{t-1}, \dots)$,

$$\widehat{y}_{t+h|t} = E[y_{t+h} | \Upsilon_t]$$

En contraste con los modelos lineales, el predictor $\widehat{y}_{t+h|t}$ usualmente no posee la propiedad de ser lineal si el verdadero proceso generador de datos es no-lineal. En general la derivación de un predictor óptimo para el modelo MS puede ser un trabajo empírico complicado, no obstante una característica del modelo MS-AR es la simplicidad para pronosticar si el predictor óptimo $\widehat{y}_{t+h|t}$ es aplicado. A través de la representación de estado-espacio *lineal* dinámica¹³ del modelo MS-AR los pronósticos resultan ser el promedio ponderado de las predicciones de cada ecuación en cada régimen, donde los ponderadores son los pronósticos de la cadena de Markov. Sea $\mathbf{y}_{t-1} = (y_{t-1}, \dots, y_{t-p})$, $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_p)'$ y ξ_t un vector aleatorio ($M \times 1$) cuyo elemento j es igual a uno si $s_t = j$ y cero sus otras componentes, entonces la representación de estado-espacio del modelo MS-AR está dada por:

$$y_t = \mathbf{H}\xi_t + \alpha\mathbf{y}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3)$$

$$\xi_{t+1} = \mathbf{F}\xi_t + \nu_{t+1} \quad (4)$$

donde la matriz $\mathbf{H} = (v_1, \dots, v_M)$ en el modelo MSI o una función de $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_M)$ y α en el modelo MSM, $\nu_{t+1} = \xi_{t+1} - E[\xi_{t+1} | \xi_t, \xi_{t-1}, \dots]$ y \mathbf{F} la matriz de probabilidades de transición (transpuesta). La ecuación (3) es denominada *ecuación de observación* y la ecuación (4) es la representación VAR(1) de la cadena de Markov. El pronóstico $\widehat{y}_{t+h|t}$ está dado por:

$$\begin{aligned} \widehat{y}_{t+h|t} &= \mathbf{H}E[\xi_{t+h} | \xi_t] + \alpha\mathbf{y}_{t+h-1} + E[\varepsilon_{t+1} | \Upsilon_t] \\ &= \mathbf{H}\widehat{\xi}_{t+h|t} + \alpha\mathbf{y}_{t+h-1} \\ &= \mathbf{H}\mathbf{F}^h\xi_t + \alpha\mathbf{y}_{t+h-1} \end{aligned} \quad (5)$$

Observemos que el predictor del modelo MS-AR depende de los valores futuros de la cadena de Markov, en esa medida tiene en cuenta no sólo el estado actual de la economía, sino también cuál se espera sea el estado futuro dado que en el presente estamos en un régimen u otro.

¹²Uno estaría tentado a realizar una prueba de verosimilitud entre ambos modelos, no obstante el Test LR está diseñado para modelos anidados, característica que no comporten estos.

¹³La representación de estado-espacio es llamada lineal si la *ecuación de observación* es lineal en el vector de estado, en los rezagos y en las innovaciones.

La Tabla 5 compara el desempeño de cada modelo no-lineal (MSI y MSM) con el de un modelo lineal ARIMA¹⁴ mediante tres diferentes medidas (error medio (ME), error absoluto medio (MAE) y la raíz del error cuadrático medio (RMSE)) para diferentes horizontes de pronóstico (h) a través de un proceso recursivo de *rolling*¹⁵.

Tabla 5. Desempeño de los modelos

h	Proceso MSI			Proceso MSM			Proceso ARIMA		
	ME	MAE	RMSE	ME	MAE	RMSE	ME	MAE	RMSE
t+1	-0.005	0.010	0.011	-0.006	0.010	0.012	-0.006	0.010	0.012
t+2	-0.006	0.009	0.011	-0.007	0.009	0.011	-0.008	0.010	0.013
t+3	-0.010	0.010	0.013	-0.010	0.010	0.012	-0.012	0.012	0.014
t+4	-0.009	0.009	0.012	-0.010	0.010	0.013	-0.012	0.012	0.015
t+5	-0.011	0.011	0.013	-0.011	0.011	0.014	-0.014	0.014	0.016
t+6	-0.011	0.011	0.014	-0.012	0.012	0.014	-0.014	0.014	0.017
t+7	-0.005	0.005	0.005	-0.005	0.005	0.005	-0.007	0.007	0.007
t+8	-0.003	0.003	0.003	-0.003	0.003	0.003	-0.004	0.004	0.004

Nota: La especificación y estimación del modelo ARIMA puede ser consultada en los anexos.

ME: Mean Error, MAE: Mean Absolut Error, RMSE: Root of Mean Square Error.

Fuente: Cálculos propios.

Al comparar las medidas de desempeño de los pronósticos se observa que: (i) los tres modelos sobreestiman consistentemente a partir del tercer periodo, lo cual se observa al notar que el ME es negativo e igual en valor absoluto al MAE y (ii), los tres modelos poseen un error medio de pronóstico estadísticamente igual, lo cual se deduce a partir del RMSE. En conclusión, las tres especificaciones poseen la misma habilidad para reproducir la información estructural *out-of-sample*, pero sólo los modelos MSI y MSM poseen la capacidad para reproducir la información estructural *in-sample*. En conjunto, la evidencia estadística sugiere (débilmente) que el modelo MSI es un mejor predictor del verdadero proceso generador de datos del crecimiento colombiano, y en consecuencia que nuestros ciclos de crecimiento poseen forma de V.

4.2.2. No-linealidades en la tasa de crecimiento real

Estos resultados parecen evidenciar la existencia de no-linealidades en los ciclos de crecimiento colombiano, no obstante sería pertinente llevar a cabo una prueba formal que soporte esta hipótesis. De acuerdo con Hansen (1992) probar la no-linealidad explicada por cambios de régimen (modelo de *Markov-Switching*) contra la hipótesis nula de linealidad es un proyecto complicado, ya que por un lado, bajo la hipótesis nula existen parámetros no identificados (e.g. las probabilidades de transición); y por otro lado, los puntajes (*scores*) asociados con los parámetros de interés bajo la hipótesis alternativa pueden ser iguales a cero bajo la nula. Hansen (1992) propone un test formal para probar la hipótesis nula de linealidad a través un estadístico LR estandarizado. Desafortunadamente, la distribución asintótica del estadístico LR estandarizado depende de la muestra y los parámetros, de modo que generar una tabla de dicha distribución no es posible. La generación de la distribución asintótica requiere la simulación del estadístico LR

¹⁴Véase el Anexo 6.2. para conocer en detalle la especificación del modelo lineal.

¹⁵Para una descripción detallada de ésta metodología véase Jalil y Misas (2005).

para un *grid* de valores de las probabilidades de transición y parámetros estado-dependientes. No obstante, como es señalado en Krolzig (1997) es posible emplear la distribución asintótica clásica del estadístico χ^2 , aunque el test es conservador, de bajo poder y tamaño. Por otro lado, Davies (1977) derivó una cota superior para el nivel de significancia del estadístico LR bajo parámetros no identificados, la cual puede ser aplicada para probar la hipótesis nula de linealidad. De acuerdo con el estadístico LR = 22.34 reportado en la Tabla 4, la hipótesis nula de linealidad es rechazada tanto para la distribución asintótica clásica (p-valor $\chi^2_{(1)} = 0.0002$) como para la cota superior de Davies (p-valor = 0.0032) mostrando evidencia estadística a favor del modelo MSI¹⁶.

4.2.3. Medias condicionales y no-condicionales

En lo que sigue del análisis, los resultados presentados corresponden a los obtenidos bajo el modelo MSI. De acuerdo con los valores estimados de los interceptos en cada estado, la media condicional de cada régimen puede ser calculada mediante la siguiente expresión $E[y_t | s_t] = v_{s_t} / (1 - \alpha_1 - \alpha_2)$. La Tabla 6 compara las medias condicionales obtenidas mediante el algoritmo de Harding-Pagan con las estimadas a través del modelo MSI.

Tabla 6. Medias Condicionales

Régimen	MSI	H-P
Régimen 1	-2.1 %	-0.5 %
Régimen 2	0.9 %	0.9 %
Régimen 3	4.8 %	2.3 %

Fuente: Cálculos propios.

Dados estos resultados, cada régimen puede ser interpretado como desaceleraciones, crecimiento moderado y aceleraciones, respectivamente. Se observa entonces que la metodología clásica subestima la pérdida en las desaceleraciones al igual que lo hace con la ganancia de las aceleraciones. Por otro lado, la media no condicionada que está dada por $E[y_t] = \sum_{i=1}^3 P\{s_t = i\} E[y_t | s_t] = 0.9\%$, coincide no sólo con la media condicional del régimen de crecimiento moderado, sino también con la media muestral. De acuerdo con esto, la economía colombiana pierde en promedio un 3 % de su producto al entrar en una fase de desaceleración, mientras que gana un 4 % al entrar en la fase de aceleración, sin embargo y como veremos más adelante en la Sección 4.2.7. ésta diferencia es estadísticamente no-significativa.

4.2.4. Transiciones y persistencia

En este punto hemos descrito las implicaciones que posee la componente autoregresiva del modelo, sin embargo características como la no-linealidad, la persistencia en cada estado y la transición entre ellos está determinada por la evolución de la cadena de Markov. A continuación se muestra la matriz de probabilidades de transición:

$$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0982 & 0.3453 & 0.5564 \\ 0.0949 & 0.8664 & 0.0388 \\ 0.2281 & 0.7632 & 0.0086 \end{bmatrix}$$

¹⁶La no-linealidad en favor del modelo de cambio de régimen se mantiene incluso para el modelo MSM tanto para la distribución asintótica clásica (p-valor $\chi^2_{(1)} = 0.0015$), como para la cota superior de Davies (p-valor = 0.0206).

La probabilidad de permanecer en una desaceleración (p_{11}) es 0.098 la cual no es significativamente grande; por su parte, la probabilidad de mantenerse en un estado de crecimiento moderado (p_{22}) es 0.866, la cual es mucho mayor que la probabilidad de que la economía permanezca en una desaceleración, y finalmente, la probabilidad de permanecer en una aceleración (p_{33}) es 0.009 que corresponde a la persistencia más baja. Estas probabilidades indican que una vez la economía entra en un estado de aceleración o desaceleración, es muy poco probable que permanezca por varios trimestres en él. Otra característica importante es que la economía puede transitar desde cualquier estado a cualquier otro, esto es, $p_{ij} > 0$ para todo $i, j = 1, 2, 3$. Más aún, es más probable pasar a una fase de aceleración rápida de la actividad económica después de una desaceleración de la economía, que transitar inmediatamente a una fase de crecimiento moderado. Por el contrario, encontrándose la economía en una fase expansiva de crecimiento acelerado, es más probable situarse posteriormente sobre una senda de crecimiento moderado que experimentar una desaceleración. Esto sugiere que el ciclo presenta asimetría relacionada con la inclinación; se crece más rápido después de una desaceleración que lo que se decrece después de una aceleración.

Dos medidas de persistencia de las fases del ciclo son la duración media de cada estado y la probabilidad ergódica de permanecer en él. Sea $D_j = i$ la duración del estado j durante i periodos, entonces dadas las probabilidades de transición es posible inferir la duración media del régimen j a través de la siguiente ecuación:

$$\sum_{i=1}^{\infty} iP \{D_j = i\} = \frac{1}{1 - p_{jj}}$$

La Tabla 4 muestra las dos medidas de persistencia asociadas a cada régimen. Como se puede observar la probabilidad de ostentar un crecimiento bajo (estado de desaceleración) es 0.10, la cual es consistente con los argumentos presentados anteriormente y su duración media es de 1 trimestre; así mismo la duración media de los periodos de crecimiento moderado es 7.5 trimestres, con una probabilidad de 0.80; y finalmente, las aceleraciones tienen una probabilidad de ocurrencia de 0.09 con una duración media de 1 trimestre. Nuevamente observamos que el estado más frecuente y persistente es el de crecimiento moderado el cual como ya habíamos visto está caracterizado por una tasa media de crecimiento del 0.9 %.

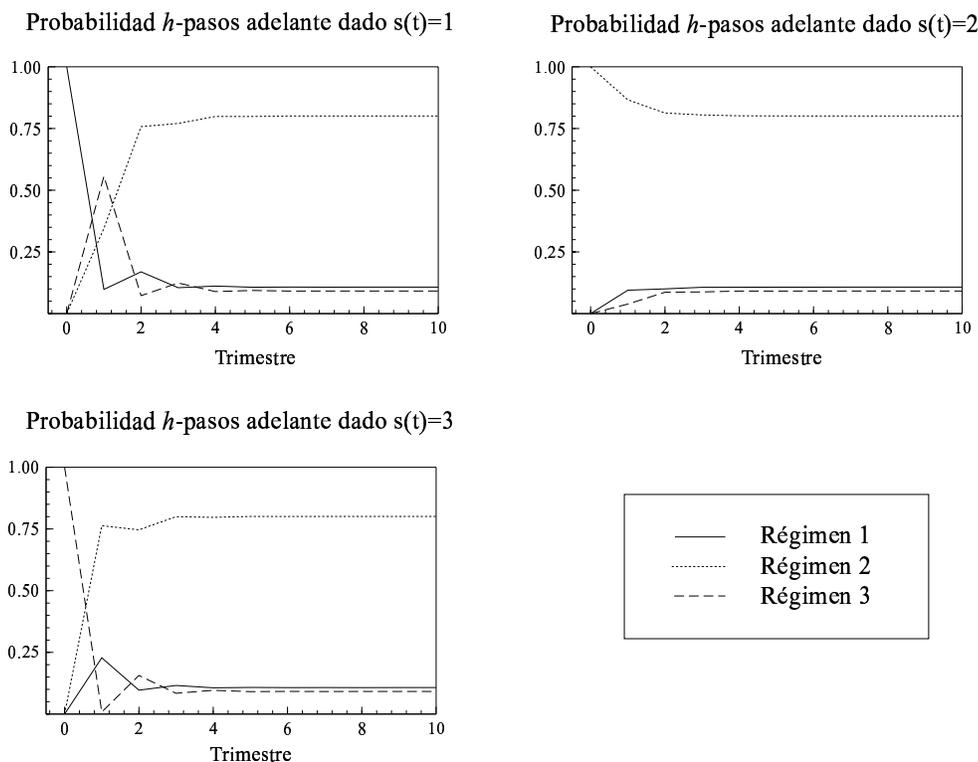
Otra forma de analizar la persistencia de cada estado es a través de la evolución dinámica de la cadena de Markov. De acuerdo con el resultado establecido en (4), es posible estudiar la dinámica del modelo a través de la probabilidad de permanecer en un estado dado que la economía empezó en cierto régimen¹⁷. La Figura 5 muestra la evolución de las probabilidades durante un horizonte arbitrario de tiempo.

Dado que la economía se encuentra en una desaceleración (gráfica superior-izquierda), la probabilidad de permanecer en ella por más de un trimestre se reduce considerablemente, con lo cual la probabilidad de transitar al régimen de crecimiento moderado o a una aceleración aumenta. No obstante, la probabilidad de pasar al régimen 3 aumenta más rápido que la de pasar

¹⁷Es posible mostrar que, dado que la cadena de Markov es ergódica, entonces las probabilidades tienden en el largo plazo a sus probabilidades no condicionales (e.g. probabilidades ergódicas).

al régimen 2 (aunque ésta última crece más) y luego disminuye, mientras que la probabilidad de encontrarse en una fase moderada se mantiene alrededor del 0.75; esto indica que es más probable que al salir de una fase de desaceleración la economía transite primero por una fase de crecimiento rápido antes de alcanzar la fase de crecimiento moderado.

Si la economía parte de una situación de crecimiento moderado (gráfica superior-derecha), es muy probable que permanezca ahí por varios trimestre, ya que la probabilidad de transitar a otro estado aumenta poco (hasta cerca de un 10%) y lo hace lentamente. Finalmente, si la economía se sitúa en la fase de aceleración del ciclo de crecimiento (gráfica inferior-izquierda), al siguiente trimestre habrá transitado a otro estado, donde es más probable que haya pasado a una fase de crecimiento moderado.



Fuente: Cálculos propios.

Figura 5: Evolución dinámica de las probabilidades

4.2.5. Cronología del ciclo de crecimiento

Como se mencionó previamente, es posible reconstruir la cronología del ciclo a través de la inferencia óptima a cerca del estado de la economía a partir de la información contenida en la muestra y el valor estimado de los parámetros del modelo. Sea $P\{s_t = j | Y_t; \theta\}$ la inferencia a cerca del valor de s_t basada en la información de la muestra hasta el tiempo t y el conocimiento de los parámetros poblacionales θ . A este tipo de inferencia a cerca del estado de la economía en cada instante del tiempo se le conoce como *probabilidades filtradas* y su estimador óptimo es obtenido mediante un algoritmo recursivo basado en la regla de Bayes (una explicación más

extensa de este algoritmo puede ser encontrada en Hamilton, 1994). Generalizando la anterior notación, es posible obtener la inferencia a cerca del estado de la economía en cada instante del tiempo, esta vez, no sólo considerando la información disponible hasta el instante t , sino incorporando la información contenida en toda la muestra. Sea $P\{s_t = j|Y_T; \theta\}$ la inferencia a cerca del valor de s_t basada en la información completa de la muestra y en el conocimiento de los parámetros poblacionales θ . A este tipo de inferencia a cerca del estado de la economía en cada instante del tiempo se le conoce como *probabilidades suavizadas* y su estimador óptimo es obtenido mediante el algoritmo de Kim (véase Hamilton, 1994). Una diferencia importante entre las probabilidades suavizadas y las probabilidades filtradas, es que las primeras sobrees-timan el poder predictivo del modelo, lo cual se debe a que se emplea mayor información que la requerida por el modelo para determinar la tasa de crecimiento en una fecha determinada, sin embargo esto *per se* no constituye un inconveniente, ya que determinar una fase particular del ciclo con información posterior a su ocurrencia tiene en cuenta el hecho que existen características del ciclo que pueden cambiar en el tiempo pero que aún no han ocurrido. De esta forma, grandes discrepancias entre las probabilidades filtradas y suavizadas pueden deberse a particularidades del ciclo que han cambiado a través del tiempo.

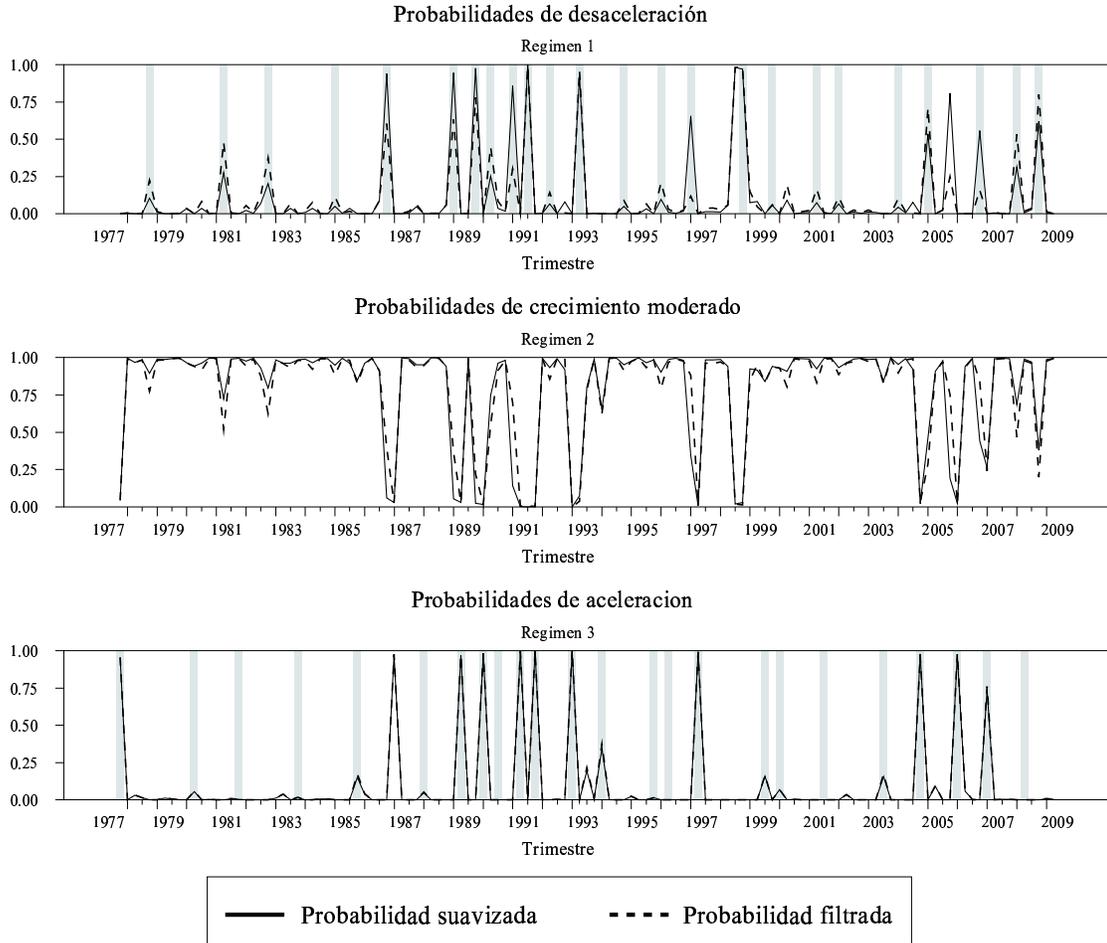
A diferencia de los algoritmos presentados en la Sección 3, la datación del ciclo mediante las probabilidades filtradas y/o suavizadas constituyen un ejercicio de inferencia óptima libre de subjetividades, escalas o información previa relacionada con las fechas en las cuales la economía se ubica en cada régimen. La Figura 6 muestra la reconstrucción de la cronología del ciclo de crecimiento colombiano a partir de ambos tipos de probabilidad.

Como se puede observar, las probabilidades (filtradas y suavizadas) identifican los episodios de contracción más importantes reconocidos ampliamente en la literatura, entre los que se cuentan: la crisis de la deuda latinoamericana (1982-85), los efectos de la apertura económica (comercial y cuenta de capitales) durante los gobiernos de Virgilio Barco (1984-90) y César Gaviria (1990-94), la crisis del tequila en México (1993), la crisis financiera asiática (1997) la cual tuvo su mayor expresión en Colombia a finales de la década (1998-1999) y finalmente la más reciente crisis financiera (2008-9) consecuencia del colapso de la burbuja inmobiliaria en Estados Unidos en 2006.

Otra característica de los ciclos de crecimiento es que son más numerosos que los ciclos de negocios y en esa medida son generalmente cortos, más frecuentes, menos variables y mucho más simétricos que los ciclos de negocios. Observemos que la frecuencia con que la ocurren los ciclos de crecimiento es alta, y además las probabilidades suavizadas y filtradas difieren muy poco, lo cual es evidencia de su poca variabilidad en el tiempo.

4.2.6. *Asimetrías de los ciclos de crecimiento en el modelo MS-AR*

Basados en las medidas de asimetría del ciclo económico propuestas por Sichel (1993), Clements y Krolzig (2003) analizan las condiciones bajo las cuales un modelo de *Markov-Switching* autoregresivo es capaz de generar asimetrías de este tipo. Dichas condiciones son expresadas como un conjunto de restricciones sobre los parámetros del modelo, las cuales pueden ser evaluadas a través de un estadístico de Wald con su distribución asintótica estándar. Como lo señalan Clements y Krolzig, una ventaja de este tipo de test respecto de los test no-paramétricos (NP) es que permiten detectar asimetrías relacionadas con el componente de los mecanismos



Nota: Las áreas sombreadas corresponden a los valles (gráfica superior) y picos (gráfica inferior) detectados mediante el algoritmo de Harding-Pagan.

Fuente: Cálculos propios.

Figura 6: Cronología de los ciclos de crecimiento

de propagación de choques del modelo (asimetrías de los primeros momentos), mientras que los test NP no son capaces de discriminar entre las asimetrías de los primeros momentos y asimetrías en los choques. Las siguientes proposiciones establecen las restricciones sobre el espacio de parámetros del modelo MSM-AR que corresponden a los conceptos de asimetría detallados en la Sección 4.2.

Sea y_t una variable aleatoria descrita por un proceso MSM(M)-AR(p), entonces las siguientes proposiciones se tienen:

Proposición 1. El proceso es no-profundo (*nondeep*) si, y sólo si

$$\sum_{m=1}^M \bar{\xi}_m (\mu_m^*)^3 = \sum_{m=1}^{M-1} \bar{\xi}_m (\mu_m^*)^3 + \left(1 - \sum_{m=1}^M \bar{\xi}_m\right) (\mu_m^*)^3 = 0$$

con $\mu_m^* = \mu_m - \mu_y = \sum_{i \neq m} (\mu_m - \mu_i) \bar{\xi}_i$, donde $\bar{\xi}_m$ es la probabilidad no-condicionada del régimen m y μ_y es la media no-condicionada de y_t .

Demostración. Véase Clements y Krolzig (2003).

Proposición 2. El proceso es no-inclinado (*nonsteep*) si el tamaño de los saltos $\mu_j - \mu_i$, satisface

$$\sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M (\bar{\xi}_i p_{ij} - \bar{\xi}_j p_{ji}) [\mu_j - \mu_i]^3 = 0$$

Demostración. Véase Clements y Krolzig (2003).

De acuerdo con la Proposición 2, la simetría de la matriz de probabilidades de transición es una condición suficiente pero no necesaria para un proceso no-inclinado.

En el caso particular de un modelo MS(2)-AR(p), la Proposición 2 implica que el ciclo es no-inclinado si:

$$E[\Delta\mu_t^3] = (\bar{\xi}_1 p_{12} - \bar{\xi}_2 p_{21}) [\mu_2 - \mu_1]^3 = 0$$

Como $\frac{\bar{\xi}_1}{\bar{\xi}_2} = \frac{p_{21}}{p_{12}}$, entonces $\bar{\xi}_1 p_{12} - \bar{\xi}_2 p_{21} = 0$, de modo que un modelo MS-AR de dos estados es siempre no-inclinado.

Notemos que las Proposiciones 1 y 2 establecen las condiciones bajo las cuales un proceso de cambio en media (MSM-AR) es simétrico de acuerdo con las medidas propuestas por Sichel (1993), sin embargo en la Sección 4.2.1. señalamos que un mejor modelo descriptivo del ciclo económico es el MSI-AR, entonces ¿siguen siendo válidas las anteriores proposiciones? Recordemos que si el proceso es MSI estacionario, entonces la media de cada régimen puede ser expresada como $\mu_m = \Theta(L)^{-1} v_m$, donde $\Theta(L)^{-1}$ es el polinomio de rezago del modelo y v_m es el intercepto en el régimen m . De este modo, las anteriores restricciones pueden ser basadas en esta expresión.

Como ya habíamos visto en la Sección 3.2., de acuerdo con la hipótesis de Hicks (1950) y según McQueen y Thorley (1993), el proceso $\{y_t\}$ se dice que es no-apuntado (*nonsharp*)¹⁸ si, y sólo si las probabilidades de transición desde y hacia los regímenes extremos son iguales, es decir, $p_{m1} = p_{mM}$ y $p_{1m} = p_{Mm}$, para todo $m \neq 1, M$ y $p_{1M} = p_{M1}$. En un modelo de tres estados, el no-apuntamiento implica que $p_{12} = p_{32}$, $p_{13} = p_{31}$ y $p_{21} = p_{23}$.

Una descripción más detallada tanto de las restricciones como de los estadísticos de Wald y sus distribuciones asintóticas puede ser encontrada en Clements y Krolzig (2003).

La Tabla 7 contiene los resultados de los test paramétricos de asimetría descritos previamente.

¹⁸Uno estaría tentado a pensar que si el proceso es no-apuntado entonces el ciclo tiene forma de U, sin embargo esto no es una condición necesaria. Recordemos que la medida de apuntamiento es relativa a cada fase del ciclo, es decir, el ciclo puede tener forma de U y aún ser apuntado, lo cual implicaría que las aceleraciones son menos redondas que las desaceleraciones.

Tabla 7. Test paramétricos de asimetría

Test	Signo	Estadístico ($\chi^2_{(1)}$)	P-valor
Sharpness		2.5403	[0,4681]
$p_{12} = p_{32}$		1.2902	[0.2560]
$p_{13} = p_{31}$		0.4258	[0.5141]
$p_{21} = p_{23}$		0.3985	[0.5279]
Deepness	+	0.6288	[0.4278]
Steepness	+	7.9586	[0.0048]**

Nota: El estadístico de la prueba conjunta de apuntamiento (non-sharpness) es $\chi^2_{(3)}$.

**Diferencia significativa al 5 %.

Como se puede observar, existe fuerte evidencia estadística a cerca de la ausencia de profundidad de las desaceleraciones, lo cual implica que la pérdida en términos de producto al entrar en una fase de desaceleración es igual a la ganancia debida al tránsito a una fase de aceleración. De este modo, podemos afirmar que los ciclos de crecimiento en Colombia carecen de asimetrías relacionadas con la profundidad de sus fases.

Por otro lado, la prueba de inclinación sugiere la existencia de este tipo de asimetría en el ciclo de crecimiento colombiano, lo cual indica que en promedio la economía se mueve más rápido hacia las fases de aceleración (sesgo positivo) que hacia las fases de desaceleración.

Por último, las pruebas de apuntamiento o asimetría TP (*sharpness*) indican que tanto los valles como los picos son igual de apuntados (o redondeados). En conclusión, el único tipo de asimetría presente en los ciclos de crecimiento colombianos está relacionada con la inclinación.

4.2.7. Choques idiosincráticos y cíclicos

Como se argumentó al principio de esta investigación, el producto de la economía responde de manera diferente ante choques exógenos dependiendo de la fase del ciclo en la cual se encuentra, de este modo el efecto marginal de un choque (innovación de tipo gaussiano) depende del estado de la economía en cada momento del tiempo. Reconocer las propiedades markovianas de los cambios de régimen implica incorporar en el conjunto de información del análisis dinámico no sólo la historia de las variables, sino también el estado actual de la economía y la probabilidad de permanecer en él. Koop, Pesaran y Potter (1996) introducen el concepto *impulso-respuesta generalizado*, con el cual proponen un análisis más general de la dinámica de los sistemas no-lineales. En el caso particular de los modelos de *Markov-Switching* autoregresivo, el impulso-respuesta generalizado difiere del impulso-respuesta tradicional en que el primero incorpora no sólo la información del tipo de choque y la historia de las variables, sino que además tiene en cuenta el estado actual y futuro de la cadena de Markov.

A partir de la representación MS(M)-AR(1) del proceso MS(M)-AR(p), Krolzig (2006) encuentra que las funciones de impulso-respuesta para los modelos donde el componente autoregresivo no es estado-dependiente corresponden a las mismas funciones de impulso-respuesta que en los modelos autoregresivos lineales, ya que el mecanismo de propagación de los choques es el mismo a través de los estados, de modo que toda la asimetría en los choques está determinada por la asimetría de las innovaciones en cada estado sólo en el caso que ella exista.

Para el caso del modelo MSI aquí ajustado, recordemos que la prueba de heteroscedasticidad estado-dependiente realizada indicó que la serie de crecimiento real carece de esta característica, y en esa medida los choques idiosincráticos (gaussianos) son iguales en cada estado de la economía. Es importante enfatizar que, las no-linealidades en nuestro modelo están originadas por la dependencia de estado de la media del proceso, lo anterior se debe a que los parámetros autoregresivos son los mismos en cada régimen. Una conclusión lógica de este hecho es que las respuestas del producto ante innovaciones negativas son el reflejo (pero con coeficientes negativos) de las respuestas ante las mismas innovaciones pero positivas.

La Figura 7 ilustra la respuesta de la tasa de crecimiento (trimestral) real del producto ante un choque gaussiano de una desviación estándar ($\sigma_\varepsilon = 0.0076$).

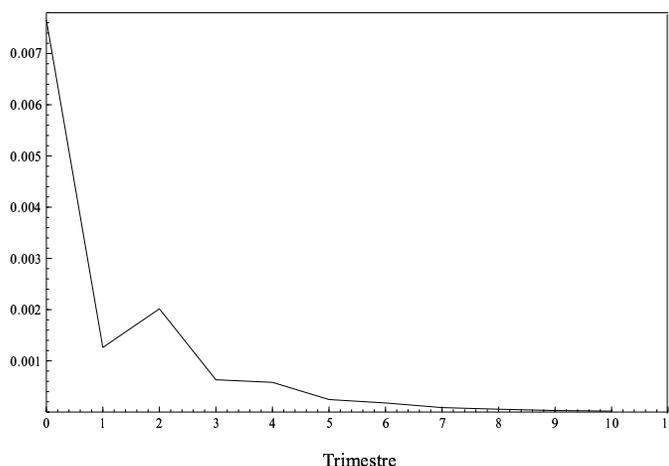


Figura 7: Respuesta de la tasa de crecimiento ante un choque idiosincrático

Vemos que los choques poseen una baja persistencia y se disipan muy rápido, entonces ¿A que se deben las variaciones importante que observamos en producto? La respuesta a este interrogante puede ser encontrada en los efectos que poseen los choques cíclicos sobre las variaciones del producto, es decir, las ganancias (o pérdidas) en términos de producto que se generan por el tránsito entre las fases del ciclo. Como lo señala Krolzig (2006), una ventaja del análisis basado en el modelo MS-AR es que innovaciones de tipo no-gaussiano (por ejemplo, cambios en las fases del ciclo) pueden ser vistas como “choques cíclicos”, es decir, la dinámica de las variables durante la transición entre estados. Mientras los impulsos-respuesta relacionados con innovaciones gaussianas están basados en los coeficientes autoregresivos (lineales e invariantes), los impulsos-respuesta relacionados con las transiciones entre estados dependen tanto de las propiedades del componente autoregresivo como de las propiedades de la cadena de Markov.

Krolzig (2006) muestra que los efectos de un cambio de régimen pueden ser medidos como la respuesta de y_{t+h} ante un cambio de régimen en t :

$$IR_{\nabla\xi}(h) = \left(\sum_{k=0}^h \alpha^k \mathbf{H}\mathbf{F}^{h-k} \right) \nabla\xi$$

A partir de la expresión anterior se puede pensar en dos tipos de cambio de régimen:

- Basados en la información de que el sistema se encuentra en el régimen m en el tiempo t ($s_t = m$), se considera que éste fue el producto de un cambio desde la distribución no-condicionada $\bar{\xi}$,

$$IR_{\nabla\xi}(h) = \left(\sum_{k=0}^h \alpha^k \mathbf{HF}^{h-k} \right) (\iota_m - \bar{\xi})$$

- Cuando consideramos un cambio desde el régimen l al régimen m en el instante t la respuesta del sistema está dada por:

$$IR_{\nabla\xi}(h) = \left(\sum_{k=0}^h \alpha^k \mathbf{HF}^{h-k} \right) (\iota_m - \iota_l)$$

En ambos casos, la dinámica está generada por: i) cambios en el estado actual, ii) cambios en el valor esperado condicionado de los estados futuros, y iii) la trasmisión autoregresiva de los cambios de intercepto. La Figura 8 ilustra la respuesta del producto real colombiano ante las diferentes alternativas de cambio de régimen consideradas anteriormente.

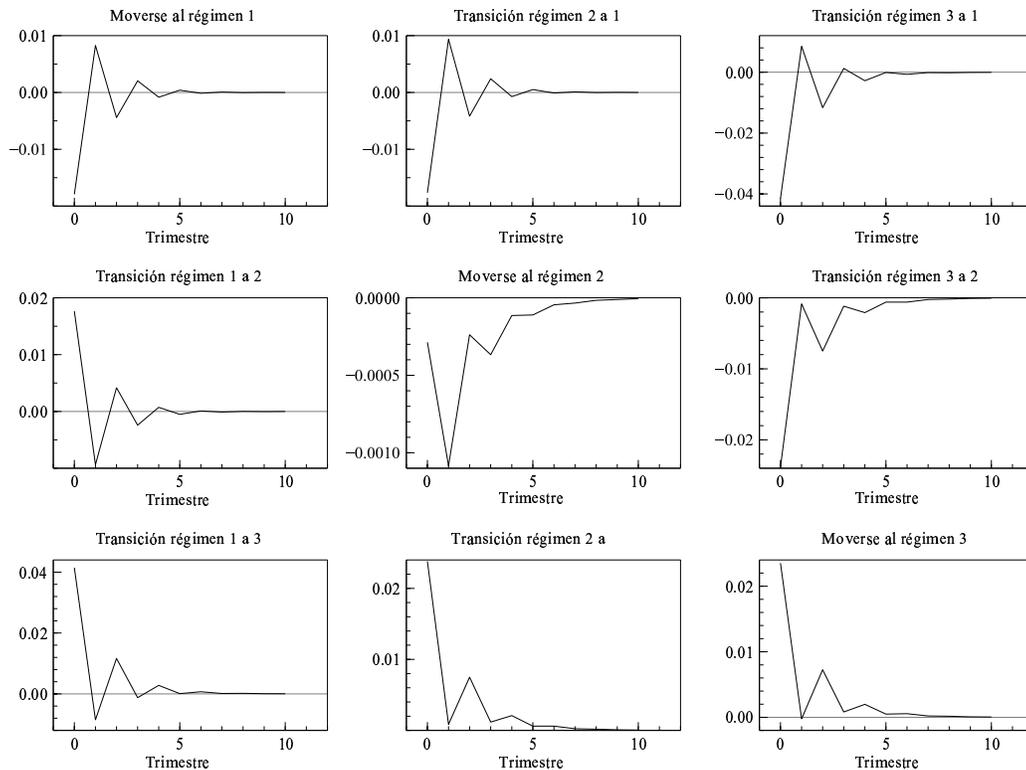


Figura 8: Respuestas del producto colombiano ante choques cíclicos

Al igual que al estudiar las respuestas del sistema ante innovaciones gaussianas, el hecho que todos los regímenes compartan los mismos coeficientes autoregresivos implica que la respuesta del producto, por ejemplo ante un cambio del estado 2 al estado 1 es el reflejo (pero con coeficientes negativos) de la respuesta ante un cambio del estado 1 al 2. No obstante, las asimetrías

del ciclo (si es que éstas existen) pueden ser observadas al analizar la dinámica del producto cuando se mueve desde las probabilidades de estado estacionario a un estado seguro (diagonal principal en la Figura 8). Estos impactos miden el costo en términos de producto de un “choque cíclico”: por ejemplo, el costo de entrar en una fase de desaceleración representa una disminución del producto real de 2 % aproximadamente; situarse sobre la fase expansiva del ciclo puede decirse que genera un costo nulo¹⁹; mientras que entrar en una fase de aceleración le representa a la economía un incremento del producto del 2 %. Este resultado no es sorprendente, recordemos que la prueba de profundidad del ciclo indicó que éste carece de asimetrías relacionadas con la amplitud de sus fases, y por tanto la pérdida de producto al entrar en una fase de desaceleración es en valor absoluto igual a la ganancia que supone entrar en una fase de aceleración.

Por otro lado, salir de una fase de desaceleración para situarse en un estado de crecimiento moderado le representa a la economía una ganancia en términos de producto del 2 %, mientras que transitar directamente a una fase de aceleración implica un crecimiento del 4 %. Estos resultados muestran una vez más que: i) las medias condicionales de los regímenes 1 y 3 son equidistantes de la media no condicionada y ii) que la media condicionada del régimen medio es igual a la media no-condicional, por tanto el crecimiento real (trimestral) colombiano se ha situado la mayor parte del tiempo en su crecimiento de largo plazo.

5. Conclusiones

En este documento se emplean dos diferentes metodologías para analizar los hechos estilizados de los ciclos de crecimiento colombianos. En primera instancia, una metodología no-paramétrica es utilizada para identificar los puntos de quiebre (*turning points*) del ciclo; en segundo lugar, diferentes modelos de *Markov-Switching* autoregresivos son ajustados a la tasa de crecimiento real (trimestral) del producto. Los principales resultados de esta investigación pueden ser resumidos por: i) la existencia de no-linealidad en el crecimiento real de la economía colombiana determinada por la presencia estados de desaceleración, crecimiento moderado y aceleración de la actividad económica, ii) la ausencia de asimetrías del ciclo relacionadas con la amplitud y apuntamiento de sus fases, iii) la presencia de asimetría expresada en la inclinación positiva de sus fases, esto es, se crece más rápido después de una desaceleración que lo que se decrece después de una aceleración, iv) ciclos en forma de V determinados por cambios de régimen progresivos (intercepto estado-dependiente), v) choques idiosincráticos con baja persistencia sobre el producto, y vi) efectos cíclicos simétricos, es decir, igual pérdida o ganancia en términos de producto al entrar en las fases de desaceleración o aceleración de la actividad económica, respectivamente.

La no-linealidad encontrada en el crecimiento real de la economía es explicada por la presencia de estados de desaceleración, crecimiento moderado y aceleración, siendo el régimen medio la fase más duradera del ciclo (7.5 trimestres). De acuerdo con las probabilidades de transición el estado de crecimiento moderado resultó ser muy persistentes de modo que una vez la economía se sitúa en él, la probabilidad de permanecer allí es alta. Finalmente, el análisis de la dinámica

¹⁹Recordemos que la media no condicionada coincide con la media condicionada del régimen de crecimiento moderado (estado 2), por tanto un cambio desde la probabilidad de largo plazo al régimen 2 supone una respuesta nula del producto

del modelo indicó que es más probable que al salir de una fase de desaceleración la economía transite primero por una fase de crecimiento acelerado antes de alcanzar la fase de moderado.

6. Anexos

6.1. Prueba de raíz unitaria

La siguiente tabla muestra los resultados finales de la prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller Aumentada (ADF) realizada sobre la tasa de crecimiento real (trimestral) del PIB colombiano.

Tabla A1. Prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller Aumentada

Hipótesis Nula: Raíz unitaria		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-6,270	0.0000
Test critical values:			
	1 % level	-3,482	
	5 % level	-2,884	
	10 % level	-2,579	

* P-valores aproximados por MacKinnon (1996).

Componente determinístico: Intercepto y un rezago. Ljung-Box test de autocorrelación de los residuales $Q(8)=4.9977$ (p-valor=0.675).

6.2. Modelo lineal ARIMA

El proceso de especificación se llevó a cabo mediante la metodología Box-Jenkins, bajo la cual se identificó un modelo ARIMA(2,1,1). Los resultados de la estimación se presentan a continuación:

Tabla A2. Box-Jenkins ARIMA(2,1,1)

Variable dependiente	log(PIB)
Datos trimestrales: 1977Q4 - 2009Q2	
Observaciones disponibles	127
Grados de libertad	124
R^2 centrado	0.03307
R^2 ajustado	0.01747
Error estándar del error	0.01225
Log-likelihood	380.4266
Ljung-Box Q(31-3)	332.472
P-valor Q	0.2268
Variable	Coefficiente
AR(1)	0.76079*** (0.10555)
AR(2)	0.19019** (0.09450)
MA(1)	-0.74892*** (0.08770)

Error estándar entre paréntesis.

*** significativo al 1 %, ** significativo al 5 %.

Tabla A3. Normalidad de los residuos

Test	Estadístico	P-valor
Media = 0	1.1905	0.2360
Sesgo = 0	0.1803	0.4123
Exceso de curtsis = 0	0.5400	0.2269
Jarque-Bera (H_0 : Normalidad)	2.2314	0.3276

Referencias

1. Arango, L. (1998), "Some Univariate Time Series Properties of Output". Banco de la República, *Borradores de Economía*, 100.
2. Arango, L., Arias, F. y Flórez, L. (2007), "Cronologías de los Ciclos de Crecimiento en Colombia". Banco de la República, *Borradores de Economía*, 464.
3. Arango, L. y Melo, L. (2003), "Expansions and Contractions in Brazil, Colombia and Mexico: A view through non-linear models". Banco de la República, *Borradores de Economía*, 186.
4. Boschan, C. y Ebanks, W. (1978), "The Phase Average Trend: A new way of measuring economic growth". American Statistics Association, *Proceedings of the Business and Economic Statistics Sections*.
5. Bray, G. y Boschan, C. (1971), "Cyclical Analysis of Times Series: Selected procedures and computer programs". *Columbia University Press* (NBER), Technical Paper, 20.
6. Burns, A. y Mitchell, W. (1946), *Measuring Business Cycles*, National Bureau of Economic Research (NBER), New York.
7. Clements, M. y Krolzig, H. M. (2003), "Business Cycle Asymmetries: Characterization and testing based on Markov-Switching Autoregressions". *Journal of Business and Economic Statistics*, 21 (1).
8. Davies, R. (1977), "Hypothesis testing when a nuisance parameter is present only under the alternative". *Biometrika*, 64.
9. Filardo, A. (1994), "Business cycle phases and their transitional dynamics", *Journal of Business and Economic Statistics*, 12 (3).
10. Filardo, A. y Gordon, S. (1998), "Business cycle durations". *Journal of Econometrics*, 85 (1).
11. Hamann, F. y Riascos, A. (1998), "Ciclos Económicos en una Economía Pequeña y Abierta: Una aplicación para Colombia". Banco de la República, *Borradores de Economía*, 89.
12. Hamilton, J. (1989), "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle". *Econometrica*, 57 (2).
13. Hamilton, J. (1990), "Analysis of Time Series Subject to Changes in Regime". *Journal of Econometrics*, 45.
14. Hamilton, J. (1994), "Modeling Time Series with Changes in Regime". En: *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton.
15. Hamilton, J. (2005), "What's Real About Business Cycle?". *Review of Federal Reserve Bank of St. Louis*, 87(4).
16. Hansen, B. (1992), "The Likelihood Ratio Test Under Nonstandard Conditions: Testing the Markov-Switching model of GNP". *Journal of Applied Econometrics*, 7(S).

17. Harding, D. y Pagan, A. (1999), "Dissecting the cycle". University of Melbourne, Melbourne Institute, *Working Paper*, 13/99.
18. Hicks, J. R. (1950). *A Contribution to the Theory of the Trade Cycle*. Oxford, UK: Clarendon Press.
19. Jalil, M. y Misas, M. (2005), "Evaluación de pronósticos del tipo de cambio utilizando redes neuronales y funciones de pérdida asimétrica". Banco de la República, *Borradores de Economía*, 376.
20. Kim, C.J., Morley, J. y Piger, M. (2002), "A Markov-Switching Model of Business Cycle: Dynamics with a Post-Recession Bounce-Back Effect". Federal Reserve Bank of St Louis, *Working paper*.
21. Knüppel, M. (2004), "Testing for Business Cycle Asymmetries Based on Autoregressions with a Markov-Switching intercept". Studies of the Economic Research Centre, Deutsche Bundesbank, *Discussion Papers Series 1*, 41.
22. Koop, G., Pesaran, M. y Potter, S. (2006), "Impulse response in nonlinear multivariate models". *Journal of Econometrics*, 74.
23. Krolzig, H. M. (1997), *Markov-Switching Vector Autoregressions: Modelling, Statistical Inference, and Application to Business Cycle Analysis*, Lectures Notes in Economics and Mathematical Systems, 454, Springer-Verlag.
24. Krolzig, H. M. (1998), "Econometric Modeling of Markov-Switching Vector Autoregressions Using MSVAR for Ox". Department of Economics, University of Oxford, *Discussion Paper*.
25. Krolzig, H. M. (2006), "Impulse-response analysis in Markov-Switching vector autoregressive models". University of Kent, Economics Department, Keynes College.
26. McQueen, G. y Thorley, S. (1993), "Asymmetric Business Cycle Turning Points". *Journal of Monetary Economics*, 31 (3).
27. Melo, A., French, M. y Langebaek, A. (1988), "El Ciclo de Referencia de la Economía Colombiana". *Hacienda*, 12.
28. Mills, T. y Wang, P. (2003), "Estimating the permanent and transitory components of the U.K. Business cycle". *Economic Issues*, 8 (1).
29. Misas, M. y Ramírez, M. (2005), "Depressions in the Colombian Economic Growth During the XX Century: A Markov-Switching Regime Model". Banco de la República, *Borradores de Economía*, 340.
30. Mitchell, W. (1927), *Business Cycle: The problem and its setting*, National Bureau of Economic Research (NBER), New York.
31. Nilsson, R. y Gyomai, G. (2008), "Cycle Extraction: A comparison of the Phase-Average Trend method, the Hodrick-Prescott and Christiano-Fitzgerald filters". Organisation for Economic Co-operation and Development, *Working Papers Series*.
32. Pok-Sank, L. (2004), "A Markov-switching model of GNP growth with duration dependence". *International Economic Review*, 45 (1).
33. Posada, C. E. (1999), "Los Ciclos Económicos Colombianos en el Siglo XX". Banco de la República, *Borradores de Economía*, 126.
34. Sichel, D. (1993), "Business Cycle Asymmetry". *Economic Inquiry*, 31.
35. Soto, R. (2002), "Switching regimes, macroeconomic policies and sustained growth". Instituto de Economía, Pontificia Universidad Católica de Chile, Manuscript.

36. Zarnowitz, V. y Ozyildirim, A. (2006), “Time Series Decomposition and the Measurement of Business Cycles, Trends and Growth Cycles”, *Journal of Monetary Economics*, 53.