



HAL
open science

Des artefacts aux instruments, une approche pour guider et intégrer les usages des outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques

Luc Trouche

► To cite this version:

Luc Trouche. Des artefacts aux instruments, une approche pour guider et intégrer les usages des outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques. Le calcul sous toutes ses formes, Inspection générale de mathématiques, 2005, Saint-Flour, France. hal-01559831

HAL Id: hal-01559831

<https://hal.science/hal-01559831>

Submitted on 11 Jul 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Des artefacts aux instruments, une approche pour guider et intégrer les usages des outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques¹

Luc Trouche luc.trouche@ens-lyon.fr

Professeur des universités, Institut français de l'Éducation, Ecole Normale Supérieure de Lyon

Ce n'est pas d'aujourd'hui que le statut des outils, pour l'enseignement des mathématiques, est objet de dispute. On trouve par exemple, en 1887, à l'article « Boulier » du *Dictionnaire Pédagogique* de Ferdinand Buisson, la déclaration suivante :

Le boulier corrompt l'enseignement de l'arithmétique. La principale utilité de cet enseignement est d'exercer de bonne heure, chez l'enfant, les capacités d'abstraction, de lui apprendre à voir de tête, par les yeux de l'esprit. Lui mettre les choses sous les yeux de la chair, c'est d'aller directement contre l'esprit de cet enseignement. La nature a donné aux enfants leurs dix doigts pour boulier ; au lieu de leur en donner un second, il faut leur apprendre à se passer du premier².

Les outils matériels ne sont d'ailleurs pas les seuls ainsi visés. Les outils symboliques peuvent l'être tout autant. Le philosophe Alain écrit ainsi en 1932 :

Puisqu'une machine à compter est possible, une machine à raisonner est possible. Et l'algèbre est déjà une sorte de machine à raisonner : vous tournez la manivelle, et vous obtenez sans fatigue un résultat auquel la pensée n'arriverait qu'avec des peines infinies (...). L'algèbre ressemble à un tunnel : vous passez sous la montagne, sans vous occuper des villages et des chemins tournants, vous êtes de l'autre côté et vous n'avez rien vu.

À travers ces points de vue, se dessinent les contours d'une discipline mathématique dont l'essence serait l'exercice d'une pensée pure, visant l'émancipation de toute médiation. Évoquant Platon et Rousseau, Chevallard (1996) parle ainsi, à propos des mathématiques, de *la condition dépendante, ancillaire, seconde de l'écriture*, qui ne ferait que représenter le langage, qui, lui-même, ne ferait qu'exprimer la pensée.

À l'opposé de cette conception, nous voudrions présenter ici un point de vue *dialectique* sur les relations que les mathématiques entretiennent avec les outils, de différents niveaux, qui interviennent dans leur pratique, leur enseignement et leur apprentissage.

I. Les outils en mathématiques, état des lieux

Les recherches historiques attestent de l'existence et de la diversité des outils mis en œuvre dans la pratique du calcul pour les savants aussi bien que dans celle des comptes pour la société. Ces outils apparaissent à la fois comme *issus de l'expérience*, et comme *assistant l'activité* des hommes.

A. Outils de calcul, caractéristiques anciennes et récentes

Cette diversité apparaît à tout moment de l'histoire et dans toute zone géographique. Schärllig (2003) montre par exemple, pour l'Europe, du Moyen Âge à la Révolution française, l'extraordinaire variété des objets (tables, panneaux, draps, tapis) entrant dans la pratique du calcul avec jetons. Il distingue, pour cette pratique, deux types d'abaques : des abaques à ligne, outils de calcul (sans unités) et des abaques à bandes, outils de comptes (avec unités).

¹ Texte d'une conférence donnée à l'Université d'été du Ministère français de l'Éducation nationale « Le calcul sous toutes ses formes », St Flour 2005.

² Cité par Michel Delord, dans une réaction aux travaux de la commission Joutard, sur le site de la SMF (<http://smf.emath.fr/>), le 30 septembre 2003.

Mais à travers la diversité des contextes géographiques ou historiques, et des objets et techniques associés, apparaissent, pour les outils de calcul, deux caractéristiques *permanentes* majeures :

- l'aspect *structuré* des outils : Neugebauer et Sachs (1945) montrent ainsi une tablette (Figure 1) qui date du début du 2^{ème} millénaire (avant notre ère), époque des mathématiques dites babyloniennes. C'est une tablette de 10 cm sur 10 cm, gravée recto verso, qui répertorie 247 problèmes. Arriver à inclure une aussi grande quantité d'informations dans un espace aussi petit suppose une grande structuration : un style semi-algébrique, une arborescence de 4 niveaux (seule est écrite la fraction de l'énoncé qui varie par rapport à l'énoncé du niveau précédent), c'est finalement (très) avant l'heure, le principe du stockage informatique des données...

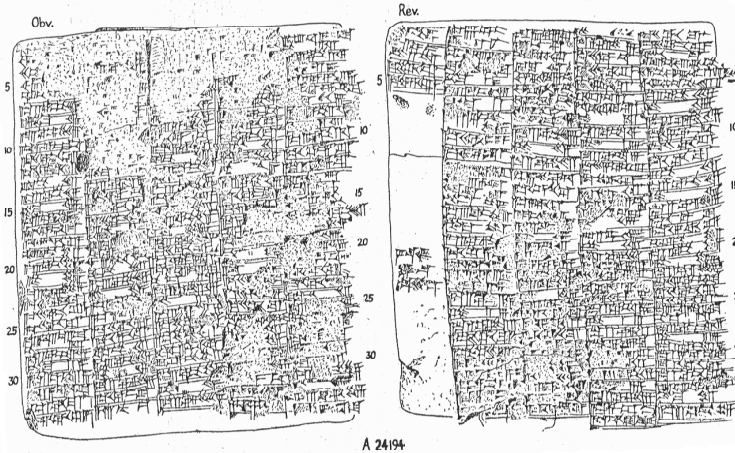


Figure 1. Textes cunéiformes mathématiques, -2000

- la *combinaison de plusieurs outils* intervenant dans un même calcul : l'articulation des calculs *posé, mental* et *instrumenté*, dont la nécessité est soulignée par les nouveaux programmes de l'école primaire (DESco 2002) n'est pas nouvelle. Proust (2000) relève ainsi des erreurs récurrentes dans les écritures des nombres sur les tablettes de calcul babyloniennes, aux recollements de tranches de 5 chiffres, ce qui étaye fortement l'hypothèse de l'existence d'un outil de calcul tributaire des 5 doigts de la main : ces calculs intermédiaires (dont la complexité exclut qu'ils soient faits mentalement), assistés par un outil, sont ensuite reportés sur la tablette avec les risques d'erreur aux recollements de plusieurs résultats. Cette combinaison de plusieurs types d'outils intervient bien sûr aussi dans les périodes de transition technologique, quand co-existent l'ancien et le nouveau. Ces périodes peuvent être très longues, par exemple plusieurs siècles pour le passage du calcul à jetons au calcul à plume, entre son introduction au sud de la France et sa généralisation sur tout le territoire (Figure 2) !



Figure 2. Transition entre le calcul à jeton et le calcul à plume (Hébert 2004)

On peut noter cependant, avec le développement de l'informatique, des évolutions notables :

- le *regroupement* de plusieurs outils dans une même enveloppe : c'est le cas par exemple pour les calculatrices complexes, qui regroupent un logiciel de calcul formel, un tableur, un logiciel de géométrie. Ce regroupement a existé aussi à d'autres moments, mais ponctuellement, dans des phases de transition entre des outils différents (par exemple entre les règles à calcul et les calculatrices électroniques, Figure 3) ;

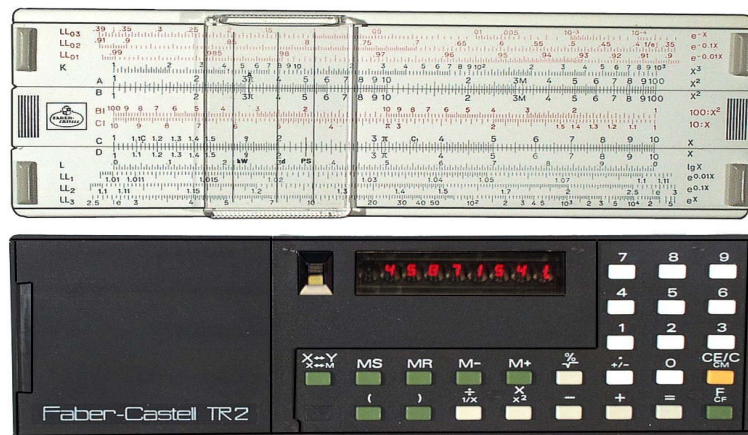


Figure 3. Un objet à deux faces (1974) : sur le recto une règle à calcul, sur le verso une calculatrice électronique

- la *réduction* des supports : au terme d'un processus continu de miniaturisation, les outils de calcul deviennent « de poche ». Ils vont dès lors pouvoir servir dans différents contextes d'usage, ce qui devra être pris en compte, en particulier dans les périodes d'apprentissage (usage dans la classe avec le maître, dans la cours avec les copains, seul chez soi) ;

- l'*automatisation* des calculs et la puissance des automates bouleversent les paradigmes de la résolution de problèmes (pas seulement mathématiques). Sfez (2002) évoque ainsi l'évolution des métaphores, de la *flèche* vers le *filet* : quand un calcul est long, coûteux en effort, il vaut mieux s'assurer de sa pertinence avant de se lancer dans sa réalisation (paradigme de la flèche). Si le calcul est court et ne demande comme autre effort que l'appui sur une touche de commande, on peut alors accumuler les résultats et procéder *ensuite* au tri de ceux-ci en fonction des objectifs que l'on s'est assigné (paradigme du filet).

B. Influence des outils sur les mathématiques produites et apprises

Il est bien connu que le développement des outils informatiques a eu des effets très importants sur le développement de certaines branches des mathématiques ou sur le développement de nouveaux domaines (CREM 2002) et a donné un nouveau statut aux aspects *expérimentaux* de la recherche (Borwein & al 1996) : le cours de Don Zagier, lors de l'Université d'été, consacré à ces aspects expérimentaux en théorie des nombres, en a été une brillante illustration. Mais cette influence des outils sur les développements des mathématiques n'est pas chose nouvelle : on peut citer par exemple le théorème de Mohr-Mascheroni (1798), établissant que toute construction à la règle et au compas pouvait être réalisée au compas seul. Ce théorème répondait en effet à une *demande pratique* très simple : les constructions au compas sont plus précises que les constructions à la règle.

Ces effets s'exercent aussi sur les mathématiques enseignées. Ce ne sont d'ailleurs pas nécessairement les seules technologies puissantes qui induisent des changements profonds. Lavoie (2004) montre ainsi les effets importants qu'a eu sur les curriculums, dans le Canada du XX^{ème} siècle, une modification apparemment élémentaire de l'environnement de travail : le passage de la *plume d'oie* à la *plume de fer*, dans les écoles primaires, a modifié les équilibres entre le calcul écrit (désormais plus facile) et le calcul mental. De façon générale, une étude comparée montrerait ainsi les effets, plus ou moins différés dans le temps, des évolutions technologiques sur les programmes d'étude (Guin & Trouche 2002).

Les outils ont aussi des effets importants sur les modes de travail des élèves. Artigue (1997) a mis en évidence de nombreux phénomènes didactiques dans les environnements informatiques, en particulier le

phénomène de *pêche*, lié à la multiplication par les élèves des essais sur leur calculatrice, sans se préoccuper de leur organisation ou de leur contrôle (une manifestation du paradigme du filet, § IA).

Enfin les outils mis en œuvre dans l'enseignement ont des effets profonds sur la conceptualisation : on a pu mettre, par exemple, en évidence les effets des calculatrices graphiques sur la définition même des objets mathématiques (Trouche 1995) : des élèves, voulant contrôler un contact tangent entre une courbe et des droites et faisant pour cela des zooms de plus en plus proches, en arrivent à l'expression d'un résultat apparemment surprenant : « une droite est d'autant plus tangente à une courbe qu'elle a plus de points communs avec elle ». C'est un effet clair de la *discretisation* des tracés sur un écran constitué d'un ensemble de pixels.

C. La « résistance » des professeurs

Les effets des outils sur la discipline enseignée, sur les programmes d'étude et sur les comportements des élèves nécessitent sans doute une évolution des pratiques professionnelles des professeurs. Celle-ci ne va pas de soi : les réticences des professeurs, qui sont pas nouvelles, en témoignent. On peut lire ainsi dans le bulletin publié en 1971, à destination des enseignants, par le constructeur de règles à calcul Aristo : *Pour le professeur formé aux rigueurs de la discipline mathématique, l'introduction de la règle à calcul dès les classes moyennes peut poser un vrai cas de conscience*. L'introduction de nouveaux outils dans la classe nécessite en effet un temps souvent long, avant que l'usage de ceux-ci ne devienne naturel : Roditi (1997) montre ainsi le temps qui a été nécessaire pour installer le tableau noir dans la classe de mathématiques.

Pour mieux comprendre les difficultés d'aujourd'hui, il faut sans doute resituer le processus de développement des outils dans son mouvement historique, depuis l'introduction du tableau noir. Dans la classe de mathématiques, les outils des élèves sont, au début de cette période, ceux du professeur : au compas, à la règle, à l'équerre, au rapporteur de l'élève correspondent les mêmes outils, en plus grand, du professeur. Les gestes d'usage sont soigneusement *décrits* par le professeur et *reproduits* par les élèves. Dans la première moitié du XXe siècle, les mathématiques enseignées vont suivre un processus d'abstraction, en se séparant de la mécanique et de l'astronomie. Les « mathématiques modernes » constituent ainsi l'achèvement d'un processus. Ceux qui, comme moi, ont enseigné en collège au milieu des années 1970 savent qu'il n'était pas nécessaire, ni même souhaité, d'utiliser une règle pour tracer une droite, définie comme un ensemble de bijections possédant certaines propriétés. Les outils matériels sont ainsi refoulés du cours de mathématiques.

À partir du début des années 1980, c'est une double révolution qui se produit :

- une révolution dans les formes d'introduction des outils : ce n'est plus le professeur qui importe les outils dans la classe, mais ce sont les élèves eux-mêmes ;
- une révolution technologique : ces outils, importés par les élèves, évoluent à un rythme de plus en plus rapide (calculatrices scientifiques, puis programmables, puis graphiques, puis symboliques ;

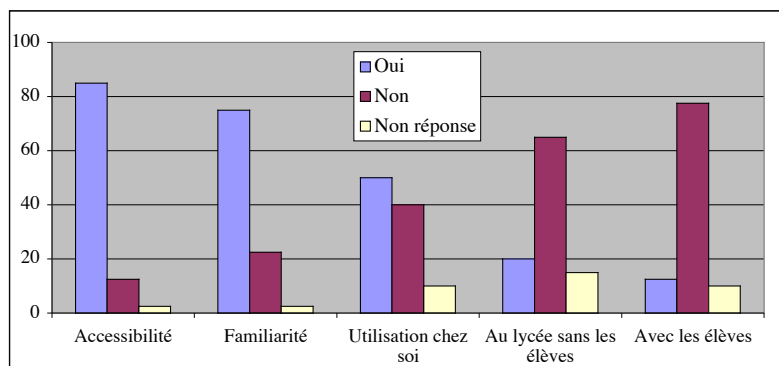


Figure 4. Usage des tableurs par les professeurs de mathématiques (Combes & Noguès 2005)

Les programmes enregistrent cette double évolution en prescrivant d'intégrer dans les classes les calculatrices de bureau, puis les calculatrices (*largement*, puis *systématiquement*), puis les calculatrices graphiques, puis les logiciels de géométrie dynamique, enfin les tableurs et les logiciels de calcul formel. Cette accélération

technologique et institutionnelle brutale suscite des difficultés dont témoigne l'écart entre les prescriptions des programmes et la réalité des classes : une enquête réalisée en 2004, dans le cadre d'un projet européen, le met en évidence (Figure 4).

Ce décalage n'est pas le signe d'une mauvaise volonté des enseignants, mais bien plutôt d'une *complexité* des processus d'intégration des nouveaux outils. L'évolution des recherches internationales témoigne de la prise de conscience de ce fait majeur : après avoir sous-estimé cette complexité et l'importance du *rôle de l'enseignant*, elles s'attachent de plus en plus à l'étude des *conditions de viabilité* des nouveaux outils dans le cours de mathématiques.

D. Quelques résultats des recherches

À partir d'une revue des recherches menées au niveau international de 1992 à 1998, Lagrange & al (2003) mettent en effet en évidence des évolutions profondes. Les premières recherches sur l'intégration des « nouvelles technologies » (c'est-à-dire des machines électroniques, puis des logiciels dédiés ou non à l'enseignement) dans le cours de mathématiques, pilotées souvent par des professeurs volontaires enthousiastes, partaient de *postulats optimistes* : les outils devaient être de plus en plus conviviaux, d'accès rapide, de manipulation directe, ils devaient libérer des tâches techniques et induire un travail plus conceptuel, faciliter un nouveau type de travail interne au *registre* graphique (Duval 1996) et des changements de registres (entre tableau de valeurs et graphes par exemple), permettre l'accès à des situations plus complexes et l'entrée dans une *démarche expérimentale*.

Des interrogations vont apparaître au cours du temps, en même temps que les outils se répandent dans les classes « ordinaires » (leur intégration n'est donc plus l'affaire des seuls professeurs pionniers). De 1992 à 1998, se fait ainsi jour, au niveau international, une sensibilité croissante à quatre types de questions.

1. Des questions d'ordre sémiotique

Les outils à disposition des élèves, par exemple les calculatrices, leur permettent certes, théoriquement, de disposer de nombreux registres de représentation (numériques, algébriques, graphiques). Mais le passage d'un registre à l'autre présente pour les élèves de nombreuses difficultés. De plus, il y a en général une distance importante entre les objets mathématiques et leur représentation informatique. Balacheff (1994) appelle *transposition informatique ce travail sur la connaissance qui en permet une représentation symbolique et la mise en œuvre de cette représentation par un dispositif informatique*. On en voit un effet Figure 5 : la limite attendue (par le professeur) est $+\infty$, mais le logiciel l'ignore (il ne dispose pas du résultat dans sa bibliothèque). La réponse « non définie » peut bien sûr être interprétée par l'élève comme : « la limite n'existe pas ».

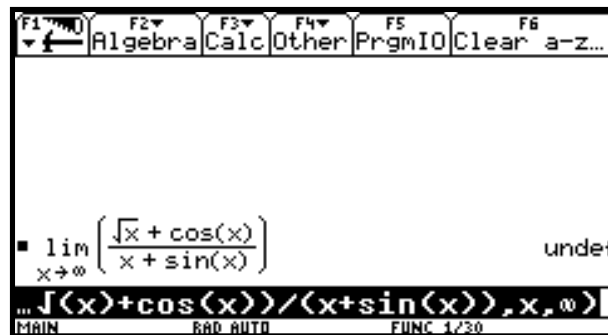
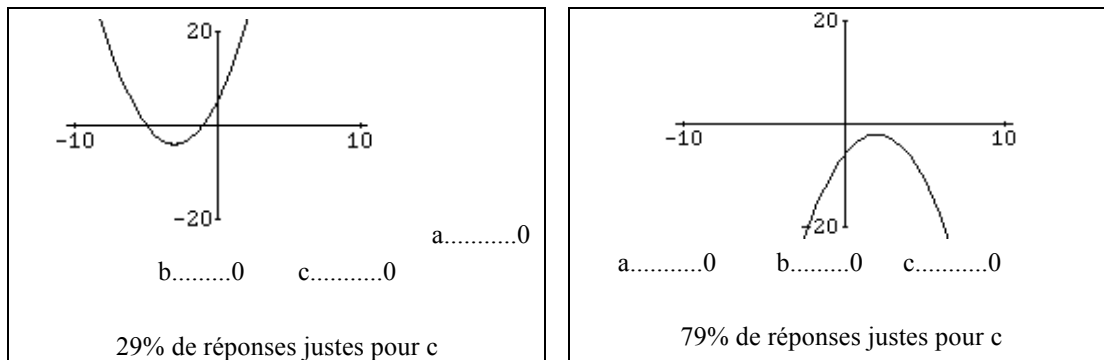


Figure 5. Une réponse ambiguë pour une limite mathématiquement bien définie

2. Le caractère contextualisé des connaissances

Les recherches font apparaître que ce que l'on apprend dans un contexte ne se transfère pas automatiquement à d'autres contextes. J'ai ainsi décrit une activité où il s'agissait de déterminer l'équation d'une parabole tangente à trois droites données (Trouche 1995). Par ajustements successifs, les élèves trouvent une parabole répondant à peu près aux contraintes imposées. Dans cette activité, le rôle des coefficients a , b et c de l'équation $y = ax^2 + bx + c$ apparaissent. Les élèves retiennent « quand c augmente, la parabole monte, quand c diminue, la parabole descend », de préférence à la propriété proposée par le professeur « c est l'ordonnée à l'origine ». Quand le professeur propose un test pour vérifier l'acquisition des nouvelles connaissances (Figure 6), les élèves réinvestissent, à leur façon, la connaissance construite : quand la parabole est « en bas » (c'est-à-dire « repose » plus bas que l'axe des abscisses), pour eux c est *naturellement* négatif. La connaissance construite est restée « collée » à l'activité qui lui a donné naissance.



3. La nécessité de concevoir des situations adaptées aux nouveaux environnements

Pour les théories didactiques, une connaissance mathématique peut être modélisée par une *situation* (Brousseau 1998). Cette situation permet de constituer un *milieu* pour l'apprentissage. Résoudre le problème posé par cette situation nécessite, pour les élèves, de construire cette connaissance, clé de la solution optimale. Cela peut sembler un paradoxe : on demande aux élèves de résoudre un problème, et cette résolution suppose de disposer d'une connaissance que les élèves n'ont pas ! Mais c'est le paradoxe qui est à la base du constructivisme : les vraies connaissances sont celles que l'on construit soi-même, pour répondre à des questions que l'on se pose vraiment. Cependant il apparaît vite que les nouveaux outils (c'est particulièrement net pour les logiciels de géométrie dynamique ou de calcul formel) modifient si fortement l'environnement de travail qu'il ne suffit pas d'adapter des situations mathématiques classiques, il faut concevoir de *nouvelles situations* prenant en compte les potentialités et les contraintes des nouvelles technologies.

4. La complexité du rôle de l'enseignant et à l'inadéquation des pratiques de formation

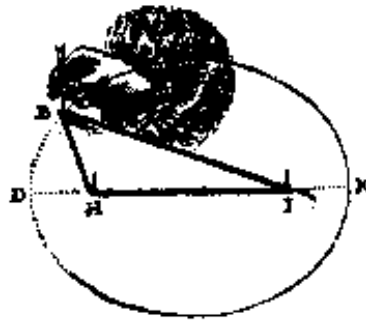
Le professeur apparaît ainsi en charge d'un ensemble de tâches nouvelles : il doit *connaître des outils* qui évoluent très vite, *concevoir des situations mathématiques* qui se dévalorisent au rythme des matériels pour lesquels elles ont été conçues, essayer de suivre le travail que les élèves réalisent sur des machines (la petitesse des écrans rendant ce suivi particulièrement difficile). La formation continue proposée aux professeurs, réduite en général à quelques journées de stage, dispersées dans l'année, loin de la classe, ne permet pas d'assurer l'assistance nécessaire. À l'opposé des illusions de départ, les nouvelles technologies semblent ne pas ouvrir un espace pour un travail plus conceptuel, en libérant de tâches techniques fastidieuses : les recherches mettent au contraire en évidence la nécessité de construire de *nouvelles techniques*, de trouver de nouveaux *équilibres* entre travail de la technique et travail conceptuel, bref d'envisager une nouvelle *économie* (Artigue, in Guin & Trouche 2002) du travail mathématique. Il apparaît ainsi une compréhension de l'intégration des TICE au sein d'un *réseau complexe d'interactions* (élève, savoir, enseignant) et la nécessité de nouveaux cadres théoriques pour traiter cette complexité.

II. Des outils aux instruments du travail mathématique

Parmi les approches théoriques apparues, dans la dernière période, pour aborder l'étude des processus d'apprentissage dans les environnements informatiques, l'une apparaît particulièrement fructueuse : *l'approche instrumentale*.

A. L'approche instrumentale

Cette approche théorique, qui repose sur l'idée d'un apport fondamental des outils pour les activités et les apprentissages humains, n'est pas nouvelle. Sans remonter à la *technè* de Platon, on la retrouve dans les relations entre Descartes et les artisans (Figure 7) ou, pour l'Encyclopédie de Diderot, dans l'inventaire des *savoir-faire*, mis à égalité avec les savoirs nobles (rappelons que le sous-titre de l'Encyclopédie est *Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*).



L'ellipse est une ligne courbe que j'ai vu dessiner par les jardiniers dans leurs parterres, où ils la décrivent d'une façon fort grossière, mais qui fait mieux comprendre sa nature

Descartes, La Dioptrique, Discours VIII, 1637

Figure 7. Une illustration de l'importance que Descartes accorde à la pratique instrumentée

Héritier de cette tradition, Vygotski (1934) situe tout apprentissage dans un monde de *culture* où les *instruments* (matériels et psychologiques) jouent un rôle essentiel. Partant de ce point de vue, Rabardel (1995), dans le cadre de l'ergonomie cognitive et de la didactique professionnelle, développe une approche théorique qui, pour l'essentiel, distingue *l'artefact* (c'est-à-dire l'outil « nu », qui est proposé à un utilisateur potentiel) et *l'instrument*, qui est le résultat d'un *processus* d'appropriation, par une personne donnée, dans la confrontation à des situations données (Figure 8). Cette distinction est fondamentale :

- elle met en évidence que les artefacts ne sont que des *propositions*, qui seront développées, ou non, par un sujet ;
- elle met en évidence que ce développement se fait au cours d'un processus, la *genèse instrumentale*, où *l'activité* de l'usager et le *contexte* de cette activité sont décisifs ;
- elle met en évidence que tout instrument a une *partie matérielle* (c'est la part de l'artefact qui a été sollicitée au cours de l'activité) et une *partie psychologique* (c'est l'organisation de l'activité, dans un but donné, ce que Vergnaud, après Piaget, appelle les *schèmes*).

Un instrument est ainsi le produit d'une *histoire* : on parlera, à un moment donné, de l'instrument que l'élève x a construit, à partir d'un artefact y, dans un environnement z, pour réaliser une tâche t.

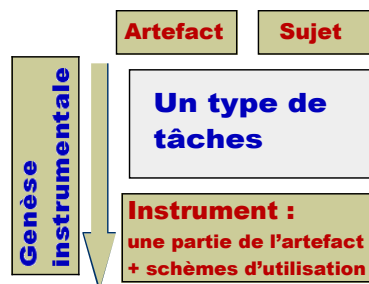


Figure 8. La construction d'un instrument, par un sujet donné, à partir d'un artefact donné

Dès lors que l'on veut appliquer ce modèle, on réalise que les choses sont un peu plus complexes :

- considérons par exemple le type de tâches « déterminer la limite d'une fonction en $+\infty$ », dans un environnement de calculatrices graphiques, en classe de première scientifique. L'utilisation d'une calculatrice graphique permet, avec l'application graphique ou l'application numérique, d'avoir des informations sur les valeurs que prend la fonction pour x grand. L'utilisation des techniques apprises en cours permet par ailleurs (en général) de déterminer, dans un environnement papier-crayon, la réponse à cette question. La réalisation de cette tâche peut ainsi passer par une combinaison d'une technique calculatrice (pour anticiper ou vérifier) et d'une technique papier/crayon. Pour certaines limites (Figure 9), cette combinaison n'a d'ailleurs rien d'évident et peut susciter des difficultés importantes (Guin & Trouche 2002). La genèse d'un instrument se fait ainsi souvent à partir non pas d'un seul, mais *d'un ensemble d'artefacts* (ici une calculatrice et le papier/crayon) ;

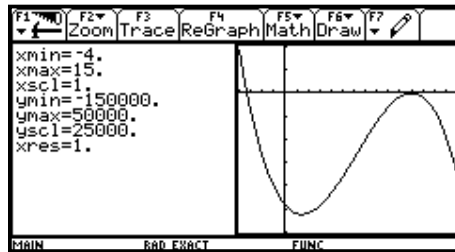


Figure 9. Une représentation de $P : x \mapsto -121011 - 14290,1989x + 5601,73023x^2 - 300,56003x^3 + 0,03x^4$

- l'environnement social dans lequel un type de tâche va être réalisé entre évidemment en compte. La construction des instruments dans une institution, la salle de classe, combine nécessairement des aspects individuels et sociaux. De plus, dès lors qu'il s'agit d'artefacts, comme les calculatrices, qui ne sont pas liés à la seule salle de classe, ceux-ci pourront être mobilisés dans des conditions très différentes : dans la classe, avec ou sans le contrôle du maître, avec les copains, seul chez soi, etc. Dès lors, il est tout à fait possible que, pour un même individu, *pour une même tâche*, des instruments différents soient construits : il s'agira alors *d'articuler* de façon cohérente un ensemble d'instruments...
- le travail mathématique suppose le traitement d'un *ensemble de tâches différentes* (par exemple : étudier les variations d'une fonction, résoudre une équation ou une inéquation, étudier des limites...). Un élève va donc construire un ensemble d'instruments et tout le problème sera, là aussi, *d'articuler* ces différents instruments.

B. Instrumentation et instrumentalisation, deux processus duaux

Rabardel (ibidem) distingue, dans la genèse d'un instrument, deux processus croisés (Figure 10), *l'instrumentation* et *l'instrumentalisation* : l'instrumentalisation est relative à la *personnalisation* de l'artefact par le sujet, l'instrumentation est relative à l'émergence des schèmes chez le sujet (c'est-à-dire à la façon avec laquelle l'artefact va contribuer à *préstructurer* l'action du sujet, pour réaliser la tâche en question). Ces deux processus sont imbriqués, simultanés, mais les distinguer est utile pour bien comprendre la genèse des instruments.

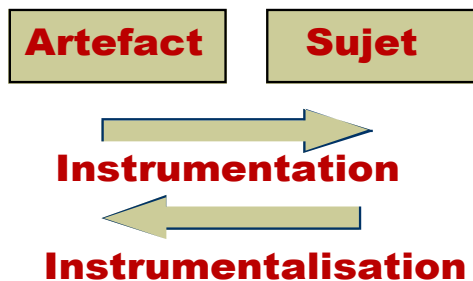


Figure 10. La genèse instrumentale, comme combinaison de deux processus duaux

1. L'instrumentation.

Reprenons l'exemple de l'étude des limites de fonctions dans un environnement de calculatrices graphiques. Avoir « une idée » de la limite d'une fonction en $+\infty$ en utilisant ce type d'artefact peut passer par différentes techniques (par exemple regarder les valeurs numériques que prend la fonction pour de grandes valeurs de la variable ou considérer la représentation graphique de la fonction pour de grandes valeurs de la fonction). Pour chacune de ces techniques, il est possible de réaliser différents gestes (par exemple, dans l'application graphique, choisir une plage pour la variable $[0 ; 1000]$, ou une plage $[1000 ; 2000]$...). Pour des raisons d'économie du travail mathématique, petit à petit vont être sélectionnés les gestes paraissant les plus efficaces pour répondre à la question posée : un schème de calcul de limite, c'est-à-dire une organisation invariante de l'activité pour résoudre ce type de tâche, va émerger.

Ce schème incorpore des propriétés, que Vergnaud appelle *théorèmes-en-acte*, qui découlent de cette organisation de l'action. Ces théorèmes-en-acte sont souvent implicites, ils ont une validité dans un certain domaine, cette efficacité relative explique leur incrustation. Ainsi, pour la recherche de limite appuyée sur des considérations graphiques, j'ai repéré (Guin & Trouche 2002) ce théorème-en-acte : *pour qu'une fonction ait une limite infinie en $+\infty$, il faut que, à partir d'un certain moment, elle soit croissante*. Il découle évidemment de l'organisation des gestes réalisés par l'élève (regarder la courbe pour des grandes valeurs de la variable), dans de contexte des fonctions de référence que les élèves rencontrent au lycée. Cette incrustation résiste souvent à des contre-exemples : ainsi il est tout à fait frappant de constater que de nombreux élèves, dans des environnements de calculatrices graphiques, estiment que la fonction $x \mapsto \ln x + 100 \sin x$ (Figure 11) n'a pas de limite en $+\infty$, du fait de ses oscillations (Guin & Trouche 2002).

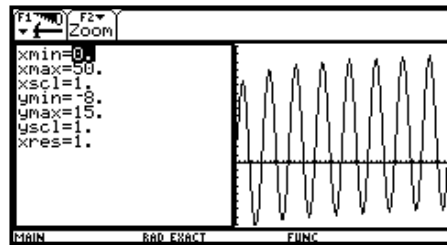


Figure 11. Une représentation graphique de la fonction qui, à x , associe $\ln x + 100 \sin x$

L'instrumentation, c'est donc ce processus par lequel les *contraintes* et les *potentialités* d'un artefact vont conditionner durablement l'action d'un sujet pour résoudre un problème donné. Il n'y a pas d'*automaticité* stricte, un même artefact ne va pas structurer nécessairement la même activité chez deux individus différents : il va rencontrer des habitudes de travail antérieures, des connaissances différentes qui vont jouer aussi dans le choix des commandes et de leur enchaînement et donc dans les nouvelles connaissances, les théorèmes-en-acte, qui vont être construites. Mais la façon dont un artefact est structuré va *induire* plutôt telle ou telle organisation de l'action. Pour comprendre ce processus, l'analyse de l'ergonomie d'un artefact est nécessaire : comment sont organisées les touches, les menus, les commandes ? Il est intéressant de constater, par exemple, que, sur une calculatrice *graphique*, ce sont en général les touches *graphiques* qui sont d'accès direct et que les touches numériques sont « cachées » *derrière* les touches graphiques (on y accède par une combinaison de touches). C'est bien une prescription – relative – pour une étude graphique plutôt que numérique des phénomènes.

2. L'instrumentalisation.

L'instrumentalisation est un processus de *personnalisation* de l'artefact, c'est donc un processus de *différentiation* des artefacts, par lequel chaque usager met cet artefact à *sa main*. Tous les professeurs en connaissent des manifestations dans l'univers des calculatrices : stockage de jeux, de théorèmes, personnalisation de la barre de menus, installation de programmes spécifiques téléchargés sur Internet (Figure 12).

Ce processus peut être considéré comme un *détournement* ou comme une *contribution* de l'utilisateur au processus même de *conception* de l'instrument.



Figure 12. Une variété infinie de personnalisation des menus

Fans le cadre de l'approche instrumentale, c'est cette deuxième considération qui prévaut naturellement, ce qui ne veut pas dire bien sûr qu'il convient d'affecter une valeur positive à tout ce que fait un élève avec les artefacts qu'il utilise et à toutes les transformations qu'il leur fait subir. Mais cela veut dire que, comme ce ne sont pas les *artefacts* que l'on veut intégrer dans la classe (cela n'aurait pas de sens, les artefacts ne sont que des propositions non incarnées), mais les *instruments* construits par les élèves, on ne peut ignorer la *dynamique* de cette construction.

Ce point de vue a deux conséquences majeures :

- une conséquence *pédagogique* : l'intégration des instruments suppose le *suivi*, relatif (le professeur ne peut pas tout voir) des processus d'instrumentalisation pour tenter, quand c'est possible, d'en faire un ressort d'un élargissement des instruments de l'ensemble des élèves. Par exemple, confrontés à l'utilisation d'une calculatrice pour stocker des théorèmes, on pourrait, collectivement, poser le problème de la *structuration* des données du cours dans la calculatrice, pour une optimisation de ce stockage et de son exploitation ultérieure ; à travers cette réflexion, c'est bien d'une re-vision du cours et de sa réorganisation qu'il s'agit. De plus, en prenant en compte la personnalisation, par un élève, des artefacts qu'il utilise, le professeur facilite, en retour, l'appropriation, par le même élève, des gestes et des techniques instrumentées qu'il lui proposera ;
- une conséquence en matière *d'ingénierie des artefacts* : l'idée que la conception des artefacts s'enrichit à travers ses usages suggère que le processus même de conception se poursuit à travers les usages. Il ne s'agit plus de faire un prototype, de le tester, et de passer à une phase opérationnelle, mais bien plutôt de prévoir une conception d'artefacts comme nécessairement itérative, alternant des *phases de réalisation* et des *phases de mise en œuvre*.

C. Complexité et dispersion des genèses instrumentales

Les instruments se construisent au cours des usages et donc se différencient. Plus, les recherches ont montré que cette différenciation augmentait avec la complexité des artefacts en jeu : le passage d'un environnement de calculatrices graphiques à un environnement de calculatrices symboliques a mis en évidence (Guin & Trouche 2002), pour certains élèves, un *développement* des instruments (*enrichissement* et *articulation* des techniques mises en œuvre), pour d'autres élèves un *affaiblissement* de ces instruments (*appauvrissement* et *cloisonnement* des techniques).

On a montré par exemple, sur un exemple de dérivée nième que le logiciel ne peut pas réaliser directement (Figure 13), la diversité des connaissances nécessaires pour résoudre le problème (savoir saisir des données, organiser et analyser l'information, faire appel à des connaissances antérieures, inférer, contrôler des résultats). Les écarts sont donc grands entre un élève qui n'arrive même pas à saisir les données, un élève qui saisit les données et fait défiler les résultats successifs sans prendre le temps de chercher des régularités (le phénomène de *pêche* déjà évoqué) et un élève qui conjecture une formule générale à partir d'une observation raisonnée des résultats successifs et utilise le logiciel de calcul formel pour une preuve par récurrence...

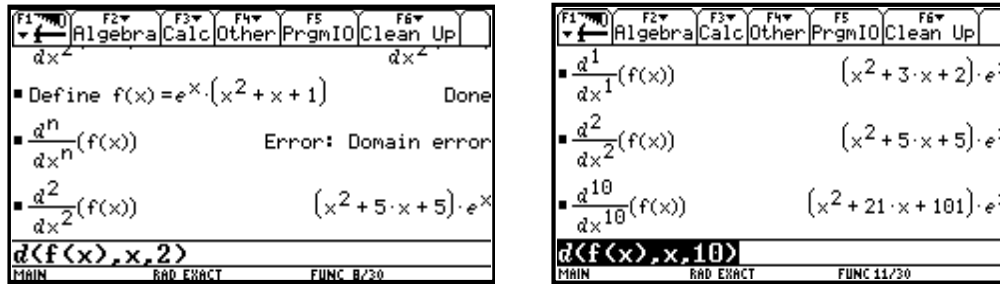


Figure 13. Éléments recherche de la dérivée nième d'une fonction donnée

Cette dispersion des instruments, à mesure de la complexification des environnements, constitue un fait majeur qui souligne la nécessité, pour le professeur, de mettre en œuvre des dispositifs permettant de *suivre* l'évolution des genèses instrumentales et de *socialiser*, pour partie bien sûr, ces processus.

III. La complexité des tâches du professeur de mathématiques

Comme l'ont mis en évidence les recherches récentes (§ ID4), les tâches du professeur, dans des environnements technologiques riches, sont fort complexes. Il ne s'agit pas ici d'envisager toute l'étendue de *l'action didactique* du professeur (Sensevy & al 2000), mais uniquement des éléments de celle-ci en relation avec la gestion des artefacts présents dans l'environnement de l'étude.

A. Connaître les *potentialités* et les *contraintes* des artefacts

Cette première tâche est déjà très complexe, dès lors que l'on a affaire à des artefacts intégrant différentes applications, pour lesquelles la transposition informatique (§ ID&) produit des effets qu'il est difficile de contrôler. Bernard et al (1999) ont donné de nombreux exemples de ces effets pour des calculatrices symboliques. On peut voir par exemple (Figure 14) que l'identification, par la calculatrice, de deux expressions égales peut se faire, ou non, suivant que l'on formule la demande en calcul formel ou en calcul numérique (le problème est évidemment qu'il ne reste pas trace sur l'écran du contexte dans lequel a été formulée cette demande). Sur l'écran de droite, l'identification des deux expressions ne se fait que si l'on « aiguille » l'application de calcul formel en appliquant la commande *expand* à l'un des deux membres. La coexistence de deux réponses contradictoire (*true* et *false*), pour la même question, a évidemment de quoi semer le trouble chez les élèves, pour une discipline dont un des objectifs est précisément de donner des moyens pour départir le vrai du faux !

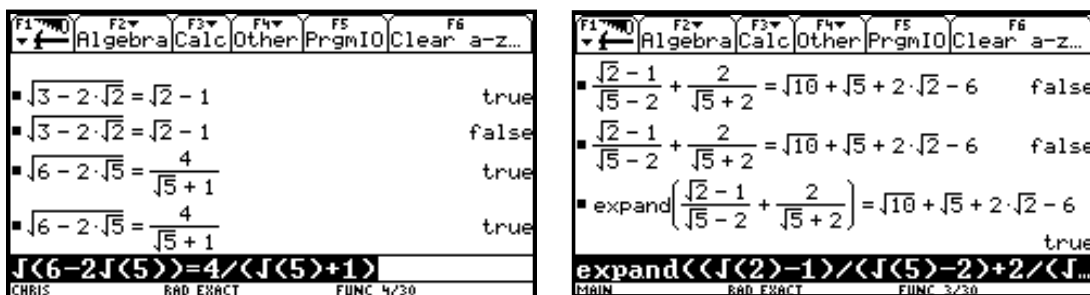


Figure 14. Complexité des traitements algébriques qu'opère une calculatrice symbolique

Il est bien sûr impossible pour un professeur de connaître dans le détail le fonctionnement des artefacts présents dans la salle de classe. Mais une réflexion de fond sur *une instrumentation raisonnée* (Elbaz-Vincent in Guin & Trouche 2002) s'impose :

- pour concevoir les situations mathématiques ;
- pour anticiper les difficultés des élèves ;

- pour prévoir, relativement, les directions dans lesquelles les processus d'instrumentation et d'instrumentalisation vont se déployer.

B. Concevoir des situations

Nous avons vu au § ID3 la nécessité, pour la conception des situations, de prendre en compte à la fois la connaissance visée et l'environnement technologique. En voici un exemple, en terminale scientifique, dans un environnement de calculatrices symboliques (Trouche 1998). Il s'agit de construire une connaissance profonde :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$ signifie que $\frac{e^x}{x^n}$ peut être aussi grand que l'on veut dès lors que x sera suffisamment grand. La

situation conçue dans cet objectif est la résolution de l'équation $e^x = x^{20}$ (Figure 15). Le choix de l'exposant ne relève pas du hasard : le concepteur de la situation sait que, pour l'artefact qui sera mobilisé, l'algorithme de résolution numérique de cette équation ne trouvera que deux solutions (proches de -1 et de 1). Il sait aussi que, pour des fenêtres graphiques standards, l'existence d'une troisième solution apparaîtra largement improbable. Lever le mystère qui entoure la représentation graphique (la représentation graphique de la fonction exponentielle finira-t-elle par « rattraper » celle de la fonction puissance – ce qui n'apparaît pas du tout évident

dans une fenêtre standard) suppose de donner un contenu *correct* et *concret* à la propriété $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty : \frac{e^x}{x^n}$

peut être aussi grand que l'on veut pour x suffisamment grand, donc finira par dépasser définitivement 1 , ce qui dissipe le mystère. La certitude de l'existence ne permet pas pour autant la localisation de la troisième racine. La résolution de ce problème, autant théorique que pratique, nécessite de modifier l'expression du problème, en passant, pour x strictement positif, à l'équation équivalente $x = 20 \ln x$: cette transformation facilite à la fois l'étude théorique (le signe de la dérivée de la fonction qui à x associe $x - 20 \ln x$) et la localisation pratique de la solution cherchée, en donnant à traiter des fonctions à croissance « raisonnable ».

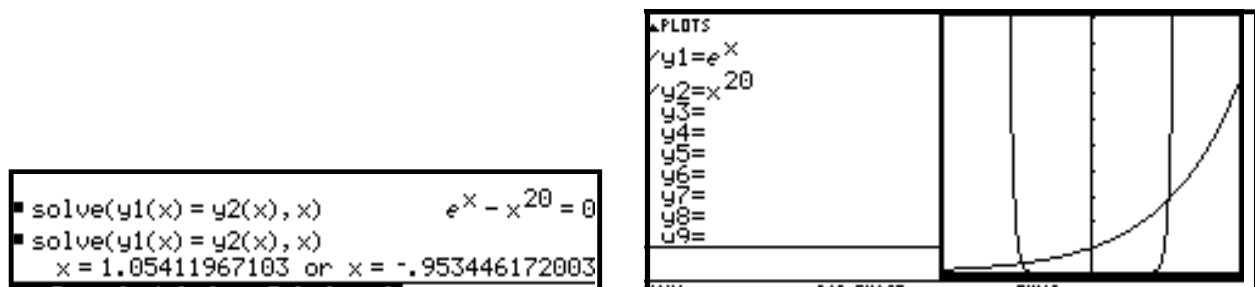


Figure 15. Traces de la résolution de l'équation $e^x = x^{20}$

Concevoir de telles situations n'est pas simple. Il est clair qu'il ne s'agit pas de situations conçues dans un environnement papier/crayon que l'on aurait transposées dans un environnement de calculatrices symboliques. L'environnement est le *cadre de conception* de la situation. C'est ce qui explique que, s'il existe désormais un grand nombre de situations se proposant d'intégrer les TICE dans le cours de mathématiques (sites académiques, portail ministériel des TICE pour l'éducation, ressources IREM sur le site PUBLIREM, ressources de Sésamath...), la plupart d'entre elles intègrent seulement les TICE dans une démarche *d'exploration* ou de *vérification* : il est difficile de concevoir des situations mathématiques pour lesquelles les TICE fassent *partie intégrante* du problème, c'est-à-dire donnent le caractère *mystérieux* et de *défi* de la situation et *assistent* le processus de résolution jusqu'à son terme.

C. Concevoir des scénarios pour mettre en œuvre les situations

Les situations sont difficiles à concevoir, elles sont aussi difficiles à mettre en œuvre dans la classe. Chevillard, en 1992, signalait déjà que ce qui manquait principalement, ce n'était pas les logiciels, ni les situations mathématiques, mais, en utilisant une métaphore informatique, le *système d'exploitation* de ces

situations dans des environnements technologiques donnés. Plus simplement, nous dirons ici qu'il est nécessaire de préciser des *scénarios* donnant des éléments d'organisation du temps et de l'espace pour la mise en œuvre de la situation dans la classe. La prise de conscience de la nécessité de ces scénarios est apparue depuis quelques années en ce qui concerne l'intégration de logiciels conçus *pour* l'enseignement, par exemple Cabri (Capponi 1998). On trouve, depuis, un certain nombre de *scénarios pédagogiques* accompagnant des situations. Ils précisent en général le *découpage temporel* en différentes *phases* de la situation et leurs *modes de gestion* : durée et nature de chaque phase (exploration, validation, travail de la technique...), organisation de la classe (en petits groupes, par binôme, ...), en relation avec le problème posé. Par exemple, si un professeur veut exploiter dans sa classe la situation présentée au paragraphe précédent, il utiliserait sans doute volontiers, pour préparer la séance, des suggestions de mise en œuvre précisant la façon de découper le temps et d'organiser, dans chaque phase, le travail des élèves, et des conseils méthodologiques annonçant des difficultés prévisibles et donnant des conseils pour y faire face.

Si l'on parcourt les différents types de scénarios pédagogiques qui sont proposés dans des documents d'accompagnement de situations mathématiques, un élément apparaît transparent, comme s'il allait de soi, alors que c'est une des sources de difficulté majeure : quelle est la *gestion didactique des artefacts* présents dans l'environnement ? Pour mettre en évidence un manque et désigner sa nécessité, il faut un nom : j'ai nommé *orchestration instrumentale* cette gestion didactique (Trouche 2005). Elle n'est pas seulement liée à un environnement donné : elle dépend aussi de la *situation* que l'on veut mettre en œuvre et de ses propres *intentions didactiques*. Une orchestration est définie par des *configurations didactiques* et leurs *modes d'exploitation*. Ainsi la configuration de *l'élève-sherpa* (Figure 16), qui repose sur l'attribution d'un rôle particulier à un élève de la classe, dont la calculatrice est rétroprojetée sur l'écran de la classe, peut-elle être associée à différents modes d'exploitation (liés au choix de l'élève, à la durée de ce rôle, au cahier des charges que le professeur attribue à cet élève et aux autres, à l'articulation de ce qui apparaît à l'écran collectif et de ce que le professeur écrit au tableau, à l'articulation entre ce que les élèves font sur leur table avec leur calculatrice et sur leur cahier, au type de débat organisé dans la classe, etc...).

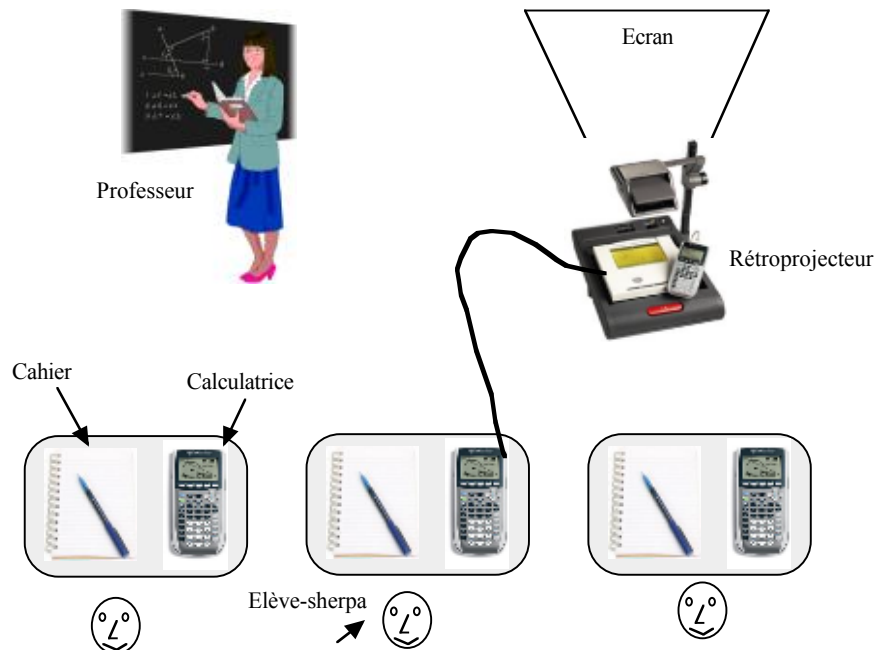


Figure 16. La configuration de l'élève sherpa, facilitant une certaine socialisation des genèses instrumentales

La métaphore de l'orchestre convient bien à un environnement *d'instruments* en développement. Elle est aussi utile pour traduire le rôle du professeur : *chef d'orchestre* plutôt qu'*homme-orchestre*. Elle rend compte aussi des différentes possibilités dont le professeur dispose : une formation d'*orchestre symphonique* pour certaines phases de la situation, une formation de *groupe de jazz* pour d'autres, ainsi que le définit Brill (2002) :

Dans un groupe de jazz, une improvisation musicale émerge d'un va-et-vient continu entre chaque musicien, dans un jeu d'ajustements réciproques permanents, le chef d'orchestre ayant un rôle de mise en forme, en phase, de l'ensemble.

Il est cependant clair que l'évolution des environnements technologiques rend à la fois nécessaire et possible un fonctionnement sur le mode jazz plutôt que symphonique :

- nécessaire car les artefacts complexes favorisent une grande variété de processus d'instrumentalisation. Si l'on veut à la fois contrôler la personnalisation des artefacts et enrichir l'instrument collectif des variations de chacun (l'idée de conception dans l'usage, § IIB2), cela suppose de laisser cette variété s'exprimer ;
- possible, car le développement prévisible des artefacts à venir est un développement en *réseau*, induisant un travail collaboratif au sein de la classe, supposant une certaine autonomie laissée aux élèves. Ainsi, dès la rentrée de septembre 2005, doit être expérimenté dans 4 classes de l'académie d'Orléans-Tours (partenariat IREM-IUFM-rectorat-INRP) un nouveau dispositif (Figure 17), TI-Navigator, développé par Texas Instruments. Les calculatrices peuvent être reliées par 4 (au plus) à un hub, qui assure la connexion avec l'ordinateur du professeur, qui dispose de tous les écrans des élèves et peut décider de projeter le travail de l'un d'entre eux sur un écran collectif. On peut l'imaginer, ce dispositif à la fois induit de nouveaux modes de travail dans la classe et ouvre de nouvelles possibilités.

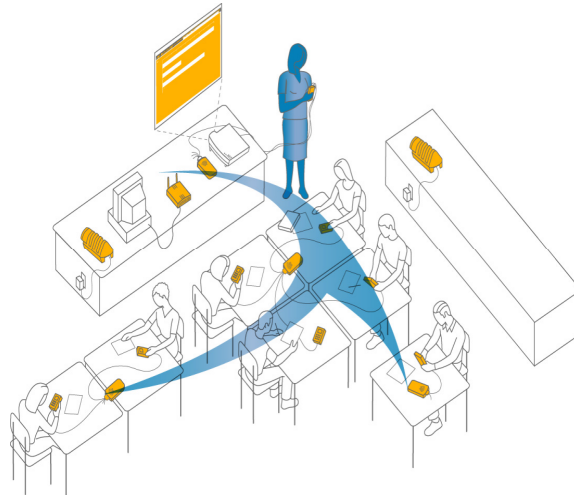


Figure 17. TI-Navigator, de nouvelles configurations didactiques possibles

Les orchestrations basées sur ce type de configurations didactiques donnent de nouvelles opportunités pour favoriser *la participation des élèves à l'enseignement* (Mercier 1998). Cependant, il n'y a pas nécessairement *actualisation* de ces possibilités, comme le montre une expérimentation réalisée auprès de plusieurs professeurs stagiaires (Bernard 1996) : un prêt d'un dispositif de rétroprojection a été proposé, accompagné de la suggestion de tester la configuration d'élève-sherpa (Figure 16). Le bilan fait apparaître que ces professeurs stagiaires, la plupart du temps, ont estimé préférable de manipuler *eux-mêmes* la calculatrice projetée. Favoriser la participation des élèves à l'enseignement ne repose pas seulement sur un dispositif matériel, le ressort essentiel en est une *intention* didactique et une *possibilité de mise en œuvre* : laisser une grande part d'initiative aux élèves suppose un haut degré de *maîtrise du milieu* d'apprentissage, de ses possibilités d'évolution, de l'environnement technologique, de ses contraintes et de ses possibilités, cela fait beaucoup pour un professeur stagiaire... et pour un professeur chevronné aussi !

D. Concevoir des ressources pédagogiques

Nous avons vu la nécessité de concevoir de nouvelles situations mathématiques et de décrire les conditions de leur mise en œuvre, ce qui suppose un scénario, incluant une orchestration instrumentale. Sans doute faut-il

prévoir, en fonction des communautés auxquelles on s'adresse, d'autres documents (par exemple des fiches techniques, précisant quelques difficultés prévisibles liées aux artefacts disponibles, ou un document incluant des éléments de formation complémentaires s'il s'agit de professeurs débutants). Finalement se dessinent les contours de *ressources pédagogiques* dépassant largement le seul énoncé d'un problème, classiquement conçu à destination des élèves. Mais il semble alors que l'on a remplacé une difficulté pour les enseignants (intégrer des artefacts complexes dans sa classe) par une autre (concevoir des ressources pédagogiques complexes pour assurer cette intégration). À cette objection, on peut proposer des réponses à plusieurs niveaux :

- il y a bien sûr plusieurs stades de réalisation d'une situation, d'un scénario, d'une orchestration, plus ou moins achevés ;
- la réalisation de ressources numériques, comme la réalisation d'ouvrages scolaires, dépasse la responsabilité des seuls enseignants : on peut envisager la réunion d'équipes pluridisciplinaires réunissant des mathématiciens, des didacticiens, des informaticiens, des enseignants de terrain pour concevoir, expérimenter et réviser des ressources pédagogiques intégrant les TICE ;
- enfin on peut envisager un cadre de *mutualisation*. Cette mutualisation peut être *globale*, à l'échelle de l'institution elle-même ou de vastes communautés d'utilisateurs, ou *locale*, à l'échelle de communautés plus réduites partageant une expérience ou des objectifs communs. Au niveau local comme global, dès lors que l'on veut développer une *banque* partagée de ressources pédagogiques numériques, des questions vont se poser pour leur *indexation* (Figure 18), leur *homogénéisation* (pour en faciliter l'utilisation par d'autres que ceux qui les ont conçues) et leur *évolution* (permettant leur enrichissement par intégration de l'expérience des nouveaux utilisateurs).



Interrogation thématique dans la banque des usages TICE en mathématiques

• Nouveautés depuis le 24-07-05

Critères de recherche	
Académie	Amiens
Niveau	Terminale STT
Thème	Trigonométrie
Sous-thème	Formules de trigonométrie
Cadre d'utilisation	Travaux dirigés
Outil utilisé	Calculatrice formelle
Recherche par numéro de fiche	<input type="text"/>
Liste de mots pour une recherche plein texte dans le titre ou la description	<input type="text"/>

Figure 18. Indexation et moteur de recherche de la base EducNet du MEN (<http://bd.educnet.education.fr/urtic/maths/index.php>)

Ces questions de réutilisation des ressources partagées sont très complexes à un niveau global, elles ont trouvé des premiers éléments de réponse au niveau local, et c'est sur le bilan de ces dispositifs expérimentaux prometteurs que je voudrais achever cette conférence.

IV. Ressources pédagogiques, travail collaboratif et communautés de pratique

C'est à partir d'une réflexion sur l'inadéquation des structures classiques de formation continue pour l'intégration réelle des TICE dans la classe (§ ID4) que l'IREM de Montpellier a conçu, dans le cadre d'un partenariat (CRDP, IUFM, rectorat, Direction des Technologies du Ministère), le SFoDEM, Suivi de Formation à Distance pour les Enseignants de Mathématiques. Ce dispositif est basé sur un processus de conception collaborative de *ressources pédagogiques vivantes* (Guin & Trouche 2004) c'est-à-dire de ressources évoluant en prenant en compte les *besoins* des enseignants et les *usages* dans la classe.

A. Une approche instrumentale des ressources pédagogiques

C'est ainsi une approche instrumentale (§ IIA) des ressources pédagogiques qui se dessine : l'artefact est ici un *vivier* de ressources pédagogiques, « le » sujet est une communauté d'enseignants (Figure 19). L'idée sous-tendue par la constitution du SFoDEM est celle d'une interaction fructueuse entre une communauté d'enseignants stagiaires et un vivier des ressources : les ressources, intégrant l'usage des TICE, sont censées faciliter l'évolution des pratiques des enseignants (c'est un processus d'instrumentation, § IIB), les enseignants, à la suite de leurs expérimentations, sont censés faire évoluer les ressources (c'est un processus d'instrumentalisation, ibidem).

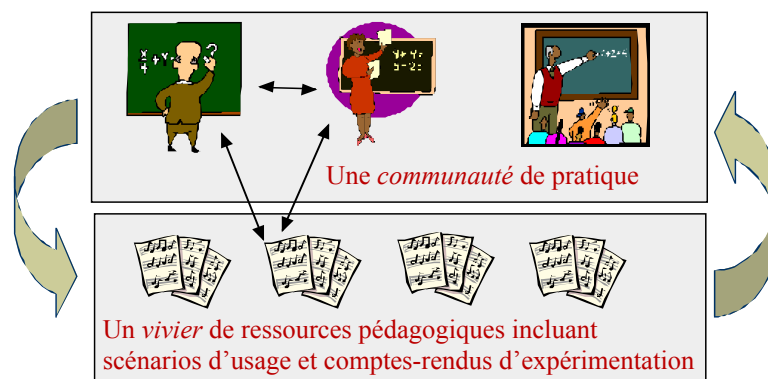


Figure 19. Interaction entre communauté de pratique et vivier de ressources pédagogiques

La pertinence de l'application de ce modèle théorique à ce contexte suppose cependant trois conditions :

- pour pouvoir considérer une communauté d'enseignants comme un sujet, il faut que les interactions au sein de cette communauté soient suffisamment développées, que celle-ci soit en fait une *communauté de pratique*, définie par Wenger (1998) comme ayant des propriétés fortes : un *engagement* actif dans les actions communes (ce qui suppose une *reconnaissance mutuelle* des individus qui composent la communauté), *l'existence d'un répertoire* (de mots, de procédures, d'objets...) *partagé* et enfin la *production* d'outils, symboles, histoires, termes et concepts qui *réifient* la pratique de cette communauté sous une forme stable ;
- pour qu'elles puissent faciliter une évolution des pratiques professionnelles et prendre en compte les usages, les ressources pédagogiques doivent avoir un certain *contenu* et une certaine *structure* ;
- enfin, pour que des *artefacts* (ici des ressources pédagogiques) deviennent des *instruments* d'une pratique professionnelle renouvelée, ils doivent être intégrés dans un certain contexte d'action, structuré par un certain *dispositif*.

L'organisation du SFoDEM que nous allons décrire vise la réalisation de ces conditions, qui ne sont pas d'emblée acquises : un regroupement de stagiaires n'est pas, au départ, une communauté de pratique, une ressource pédagogique n'est pas conçue en général pour évoluer au cours des usages et le dispositif entre les stagiaires et les ressources pédagogiques n'est pas donné d'avance.

B. Description du dispositif et analyse de ses premiers effets

Le dispositif SFoDEM s'est développé de 2000 à 2005. Une *cellule de formation* (Figure 20) regroupe l'ensemble des formateurs (animateurs de l'IREM), une cellule technique et les pilotes. Les *pilotes*, enseignants chercheurs, regroupent des compétences pluridisciplinaires (en mathématiques, didactique des mathématiques et informatique) dont on a déjà évoqué la nécessité (§ IIID). Les *formateurs* se répartissent dans quatre *thèmes* de formation³, cette diversité étant choisie pour faciliter le repérage *d'invariants*, aussi bien dans le modèle de ressources pédagogiques que dans les formes d'organisation. La *cellule technique* assure la gestion de la plate-forme de travail à distance et facilite la médiatisation des ressources numériques. Enfin, le *coordonnateur* des quatre thèmes de formation assure la régulation du dispositif (ordre du jour, compte-rendu des réunions). La cellule de formation se réunit chaque mois, elle suit l'évolution des quatre thèmes, conçoit des outils *d'évaluation* de la formation (sous la forme de questionnaires à destination des stagiaires et des formateurs), des outils de *régulation* (des chartes ont été élaborées, permettant de préciser les droits et les engagements des différents acteurs du dispositif), enfin elle suit le processus de révision des ressources pédagogiques, du point de vue de leur contenu et de leur structure.

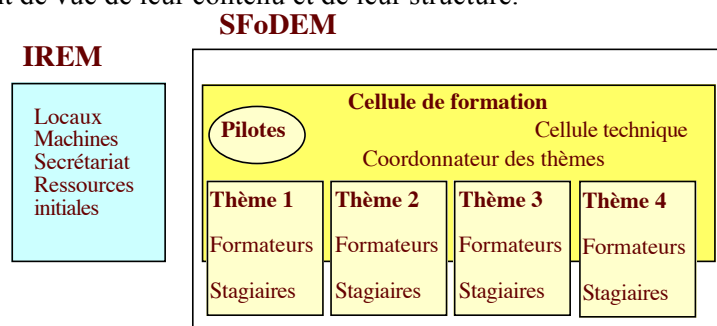


Figure 20. La structure du dispositif SFoDEM

Les différents thèmes de formation (regroupant chacun une vingtaine de stagiaires et trois formateurs) ont une vie propre : ils ont trois réunions en présence à des moments clés de l'année (organisation d'un programme de travail, régulation et bilan) et, entre deux réunions, le travail se fait à distance, en utilisant les fonctionnalités d'une plate-forme (messagerie, chat, forum et documents mis à disposition). L'essentiel de l'activité consiste à concevoir, expérimenter et discuter des ressources pédagogiques intégrant des TICE pour l'enseignement des mathématiques. Un cédérom (Guin & al 2003) fait le bilan de la phase expérimentale de ce dispositif. On se contentera dans le cadre de cette conférence d'en souligner cinq éléments fondamentaux :

- le premier concerne la *structure* des ressources. Les ressources initiales, issues des productions des équipes IREM pour l'essentiel, étaient réduites à une proposition d'activité pour les élèves, accompagnée parfois de conseils pour le professeur. Cette structure, dans le cadre du SFoDEM, s'enrichit considérablement (Figure 21) : une *fiche d'identification* (contenant des éléments de description de la ressource et des objectifs pédagogiques) apparaît ; elle facilite le choix d'une ressource pour un utilisateur, elle impose aussi à l'auteur de s'interroger sur la pertinence du choix des TICE proposées. Une *fiche professeur* donne des éléments d'approfondissement, par exemple sur l'importance de certaines variables didactiques ou sur certaines difficultés prévisibles. Un *scénario d'usage* apparaît, faisant des propositions de mise en œuvre de la situation (répartition du temps et des rôles), il est en relation directe avec un *compte-rendu d'expérimentation* : l'analyse de ces comptes-rendus donne la possibilité de réviser les scénarios. Enfin l'existence d'une *fiche technique* permet de regrouper les aspects techniques et de les séparer des aspects pédagogiques.

³ Le nombre et les intitulés exacts des thèmes ont évolué de 2000 à 2005. En 2005, il y avait quatre thèmes : numérique, algébrique et TIC ; intégration de fichiers rétroprojetés dans la classe ; résolution collaborative de problèmes via Internet ; ZEP-MathEnPoche.

Fiche d'identification
Fiche élève
Fiche professeur
Scénario d'usage
Compte-rendu d'expérimentation
Fiche technique

Figure 21. Structure commune des ressources du SFoDEM en 2004

- le deuxième aspect concerne l'évolution du contenu de chacun des éléments de la ressource. On constate une *dépersonnalisation* de la ressource (elle n'apparaît plus liée à l'expérience propre d'un auteur particulier), une *diminution des implicites* (précisant les éléments essentiels de mise en œuvre, la ressource ne s'adresse plus seulement à un public d'initiés), une plus grande *pertinence des TICE* proposées (les expérimentations successives des ressources permettent d'éliminer les situations d'usage artificielles) et une *homogénéité* de présentation, d'une ressource à l'autre, qui en facilite l'appropriation. Les scénarios, enrichis par les usages successifs, apparaissent aussi *moins linéaires*, ouvrant une *variété de cheminements possibles* ;
- le troisième aspect concerne l'organisation même des thèmes de formation et les conditions d'interaction entre les stagiaires et des stagiaires avec les ressources. Au début de l'existence du SFoDEM, les ressources proposées aux stagiaires étaient souvent complexes, et combinaient plusieurs types de difficultés (technologiques, mathématiques, didactiques...). Il est apparu de plus en plus que, pour initier le processus de travail collaboratif, il valait mieux proposer au départ des *germes de ressources*, plus simples. Ces germes se structurent ensuite en ressources conformes au modèle à travers les discussions internes au thème et les expérimentations successives ;
- le quatrième aspect est relatif à l'implication des acteurs dans le dispositif. On a pu observer une évolution du statut des formateurs, se concevant plus comme des *conseils* et des *compagnons* d'un processus d'intégration des TICE, et une implication des stagiaires plus grande, les stagiaires se concevant comme *acteurs* de leur propre formation. Les résultats, en matière d'intégration des technologies dans la classe, sont encourageants, si l'on en juge par les questionnaires renseignés par les stagiaires et par le nombre de ressources conçues et expérimentées effectivement dans les classes ;
- enfin, et c'est sans doute l'élément principal, un *temps* important est nécessaire pour que ce processus de conception de ressource, d'expérimentation et de révision puisse se dérouler. La réussite de ce processus a nécessité en effet, durant une année, un investissement des stagiaires coûteux en temps : de l'ordre d'une heure d'interaction – messagerie, forum- par semaine, auquel il faut ajouter le temps d'étude des documents d'appui, le temps d'écriture des ressources et d'analyse des données (signalons aussi que de nombreux stagiaires ont reconduit leur participation une deuxième année, et que c'est la deuxième année que les bénéfices de cette formation sont apparus clairement). Cela a nécessité aussi une *assistance* continue d'un dispositif de collaboration évolutif, s'adaptant aux nécessités et aux besoins émergents, et donc analysé et réfléchi, dans le cadre de la cellule de formation : le temps de travail hebdomadaire des formateurs a été évalué à plus de 3 heures. On est évidemment loin des stages de formation continue classique...

A l'appui de ce bilan, je voudrais citer longuement le rapport de la CREM (2003), consacré à la formation des enseignants de mathématiques, qui évoque l'expérience du SFoDEM et va dans le sens des éléments de bilan que nous venons de donner :

Il est difficile de penser qu'une évolution substantielle puisse avoir lieu sur la simple base des bonnes volontés individuelles, sans une évolution substantielle de la vie des établissements. Il faut notamment que la notion d'équipe pédagogique prenne réellement un sens, que les enseignants disposent de lieux et de plages

horaires pour travailler ensemble sur leurs pratiques, pour échanger et tirer parti de leurs expertises mutuelles diverses, que les classes ne restent pas des lieux fermés mais soient ouvertes à l'observation mutuelle, au travail collaboratif. Le métier d'enseignant reste en France un métier très " individualiste ", contrairement à ce qui se passe dans de nombreux pays, et ceci rend sans aucun doute beaucoup plus difficiles des évolutions qui ont besoin du jeu collectif pour être d'un coût raisonnable.

La question de la prise en compte de l'évolution technologique se pose dans des termes voisins. La formation continue, sous ses formes classiques, est de peu d'effet si l'enseignant se retrouve ensuite sans appui dans son établissement, sans projet collectif pour supporter son action individuelle. C'est pour pallier ce type de difficulté que l'IREM de Montpellier a mis en place un dispositif spécifique : le SFoDEM, où les enseignants ayant suivi une première formation aux TICE peuvent ensuite continuer à travailler de façon collaborative, sur des thèmes précis, au sein d'un réseau de formation essentiellement à distance, avec l'aide de tuteurs.

Ce qui précède montre bien, nous semble-t-il, l'importance de penser non seulement les formations mais aussi l'accompagnement de ces formations sur le terrain si l'on veut qu'elles aient des effets dans la durée. Aujourd'hui, les moyens technologiques permettent une gestion partiellement à distance de ces accompagnements. Ils nous permettent aussi de penser à la constitution de réseaux de travail collaboratif, qui permettent de rompre avec une culture individualiste, de plus en plus inadaptée aux défis que l'Ecole a à relever, et d'élargir les collaborations au-delà de la seule échelle d'un établissement. La formation continue doit, plus qu'elle ne l'a fait jusqu'ici, s'appuyer sur les potentialités offertes par l'évolution technologique, pour dépasser certaines de ses limites actuelles. Il ne faut cependant pas penser qu'il suffit de disposer de ces technologies pour que l'évolution souhaitée se produise. Les premières leçons tirées par exemple de l'expérience du SFoDEM montrent que les groupes doivent rester d'une taille raisonnable (environ 20 personnes), que l'accompagnement nécessite des tuteurs compétents et doit être solidement organisé pour que les interactions aient réellement lieu et soient efficaces. Une nouvelle culture de travail est à mettre en place et une formation continue, repensée, est pour cela essentielle.

C. Vers un assistant méthodologique pour le transfert à d'autres contextes

Les dispositifs tels que le SFoDEM ne peuvent pas se transposer tels quels : leur conception a pris en compte des communautés spécifiques, les résultats obtenus en matière de modèles de ressources et de dispositifs sont donc pour partie dépendants du contexte. Par contre la *méthode*, basée sur une approche instrumentale des ressources pédagogiques, peut sans doute être utilisée dans d'autres circonstances. C'est pourquoi les animateurs du SFoDEM se sont engagés, en septembre 2005, dans un processus d'abstraction des principaux éléments de cette méthode : il s'agit de proposer, pour d'autres communautés, un ensemble d'outils pouvant constituer un *assistant méthodologique* pour la conception de ressources numériques intégrant les TICE. Le support choisi, pour concevoir cet assistant, est un cédérom.

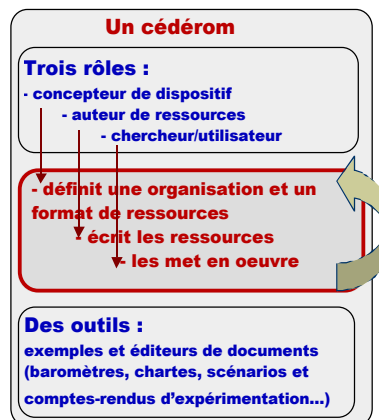


Figure 22. Schéma du projet d'assistant méthodologique pour une conception collaborative de ressources

Ce cédérom (Figure 22) s'adressera à trois rôles : un concepteur de dispositif, un auteur et un utilisateur de ressources (dans une communauté donnée, une même personne pourrait évidemment jouer successivement les trois rôles). Le cédérom proposera des exemples (de ressources, de modèles de ressources, de dispositifs...), des outils de régulation du travail collaboratif (chartes, questionnaires...), des documents théoriques d'appui et des aides méthodologiques pour adapter les outils à ses propres besoins.

Ce cédérom devrait être édité en 2006, son appropriation par d'autres communautés (dispositifs de formation continue, communautés d'enseignants dans des établissements scolaires ou communautés virtuelles, etc.) sera un test de la validité de la démarche.

Une mise en abîme ?

Nous avons introduit cette conférence par un panorama des outils de calcul (des *artefacts*) dans la pratique et l'enseignement des mathématiques, des outils de plus en plus complexes, dont l'évolution est de plus en plus rapide. L'enjeu, pour l'enseignement, est de créer les conditions pour que les élèves, individuellement et collectivement, fassent de ces artefacts des *instruments* de leur travail mathématique. Nous avons souligné la nécessité, pour cela, de concevoir des *situations* mathématiques prenant en compte ces nouveaux environnements, et la nécessité de *scénarios* pour la mise en œuvre de ces situations et *d'orchestrations instrumentales* pour la gestion didactique des artefacts.

A un deuxième niveau, nous avons introduit la notion de *ressources pédagogiques*, comprenant à la fois des situations mathématiques et des éléments permettant d'assister le professeur pour la mise en œuvre de ses situations. L'enjeu, pour la formation des maîtres, est de créer les conditions pour que les professeurs, dans leur classe et en collaboration avec leurs collègues, fassent de ces artefacts des instruments de leur pratique professionnelle dans la classe. Nous avons souligné la nécessité, pour cela, de concevoir des dispositifs de formation, ou de collaboration, comme le SFoDEM, permettant le développement d'interactions entre les professeurs, dans un processus itératif combinant conception, expérimentation et révision des ressources.

A un troisième niveau, nous avons esquissé la notion d'assistant méthodologique pour la conception de dispositif de formation ou de collaboration. L'enjeu, pour une institution donnée, est de créer les conditions pour qu'un service de formation, ou une communauté d'enseignants, fasse de cet artefact un instrument du renouvellement des pratiques de formation. Il faudra sans doute (mais cela reste à penser) imaginer un dispositif d'appui, permettant de réguler les relations entre le service de formation et cet assistant méthodologique...

Cette mise en abîme correspond en fait à une mise en perspective de différents niveaux de responsabilité institutionnelle : la professeur dans sa classe, le responsable d'un dispositif de formation, le responsable de la mise en œuvre d'un programme d'enseignement, trois niveaux dont les interrelations apparaissent clairement.

Pour conclure, nous voudrions mettre en évidence les points forts de l'approche instrumentale qui a structuré cet exposé :

- les artefacts, à la fois produit de l'expérience et assistant l'activité humaine, jouent un rôle important dans les pratiques, les apprentissages et les enseignements mathématiques ;
- ces artefacts ne sont que des propositions, ils ne deviendront des instruments qu'au cours de processus complexes, qui ont des dimensions individuelles et collectives, pour lesquels le contexte joue un rôle essentiel et qui demandent du temps ;
- un instrument, pour un individu, est donc le résultat d'un processus de transformation de l'artefact (l'instrumentalisation) et d'un processus de structuration de l'activité (l'instrumentation).

Ces considérations générales ont des conséquences fortes pour l'enseignement :

- elles mettent en évidence l'importance du *temps* pour la genèse des instruments, temps nécessaire pour accompagner le processus d'appropriation des artefacts dans la classe, temps nécessaire pour la formation continue des professeurs ;

- elles mettent en évidence l'importance du *facteur humain*, et, dans la classe, l'importance cruciale de l'enseignant pour assister ces genèses : davantage de machines, c'est davantage de temps d'enseignement nécessaire !
- elles mettent en évidence, dans un moment de foisonnement technologique, l'importance de *l'articulation* des artefacts disponibles pour un même individu (ce qui a des conséquences pour le choix des situations et les orchestrations à mettre en œuvre) ;
- elles mettent en évidence l'intérêt des dispositifs qui permettent la socialisation – relative – des genèses instrumentales (construire, *ensemble*, des instruments à partir des mêmes artefacts, cf. la configuration de l'élève sherpa § IIIC) et qui stimulent le travail collaboratif (§ IVA) ;
- elles mettent en évidence, pour toutes les démarches de conception (de situation, de ressource, de dispositif) de *processus itératifs* (on conçoit un premier artefact, il évolue au cours des usages, on récupère ces informations pour enrichir l'artefact initial) : *la conception se nourrit des usages*.

Enfin, cela pourrait désigner des enjeux, pour la petite communauté qui s'est réunie à St Flour sous la banderole « université d'été » : concevoir des ressources pédagogiques à partir des propositions faites dans les conférences ou les ateliers, les échanger, les expérimenter, les réviser, et, à travers ce processus, faire émerger une structure des ressources qui permette leur communication, leur réutilisation, leur enrichissement au-delà des rangs de cette université, dans les académies respectives. Il est certain que les IREM peuvent constituer un bon cadre pour assurer un relais de ce type de travail collaboratif.

On peut bien sûr se poser la question : l'université d'été constituait-elle une réelle communauté de pratique (§ IVA) ? A voir l'acharnement avec lequel des petits groupes ont discuté tard le soir pour résoudre ensemble certains « petits » problèmes mathématiques, on peut être assuré, au moins, de l'existence, au terme de cette université, de germes d'un tel type de communauté !

Ouvrages cités

- ALAIN, *Propos sur l'éducation*, Paris, PUF, 1932
- ARTIGUE M., « Le logiciel Derive comme révélateur de phénomènes didactiques liés à l'utilisation d'environnements informatiques pour l'apprentissage » in *Educational Studies in Mathematics*, 33/2, 1997, pages 133-169
- BALACHEFF N., « Didactique et intelligence artificielle » in *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14/1-2, 1994, pages 9-42
- BERNARD R., FAURE C., NOGUES M. & TROUCHE L., *L'intégration des outils de calcul dans la formation initiale des maîtres*, Montpellier, IREM, Université Montpellier II, 1996
- BERNARD R., FAURE C., NOGUES M., NOUAZE Y. & TROUCHE L., *Pour une prise en compte des calculatrices symboliques en lycée*, Montpellier, IREM, Université Montpellier II, 1999
- BORWEIN J., BORWEIN P., GIRGENSOHN R. & PARNES S., « Making sense of experimental mathematics » in *The Mathematical Intelligencer*, 18/4, 1996, pages 12-8
- BRIL S., « Apprentissage et contexte » in *Intellectica*, 35, 2002, pages 251-268
- BROUSSEAU G., *La théorie des situations didactiques*, Grenoble, La Pensée sauvage, 1998
- CAPPONI B., « Scénario d'initiation à l'environnement de Cabri-géomètre pour des élèves de lycée avec le module Geometry de la TI 92 », in Guin D. (Ed.), *Colloque Francophone Européen Calculatrices symboliques et géométriques dans l'enseignement des mathématiques*, Montpellier, IREM, Université Montpellier II, 1998.
- CHEVALLARD Y., « Intégration et viabilité des objets informatiques : le problème de l'ingénierie didactique » in Cornu B. (Ed.) *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques*, 1992, pages 33-57
- CHEVALLARD Y., « Les outils sémiotiques du travail mathématique » in *Petit x*, n° 42, 1996, pages 33-57
- COMBES M.-C. & NOGUES M., « Formation à distance des professeurs de mathématiques, vers de nouvelles pratiques professionnelles » in *Intégration des TIC et formation à distance dans un espace transfrontalier : l'exemple de la Catalogne et du Languedoc-Roussillon*, Barcelone, UOC, 2005
- CREM, « Informatique et enseignement des mathématiques », in *L'enseignement des sciences mathématiques* (dir. Kahane J.-P.), Paris, Odile Jacob & CNDP, 2002
- CREM, « Formation des maîtres et recommandations associées », <http://smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane/>, 2003
- DESCO, *Documents d'accompagnement des nouveaux programmes de l'école primaire*, Paris, MEN, 2002
- DUVAL R., « Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques » in *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16/3, 1996, pages 348-382
- GUIN D. & TROUCHE L. (Eds.), *Calculatrices graphiques, transformer un outil en un instrument du travail mathématique : un problème didactique*, Grenoble, La Pensée sauvage, 2002
- GUIN D., JOAB M. & TROUCHE L. *SFoDEM (Suivi de Formation à Distance pour les Enseignants de Mathématiques), bilan de la phase expérimentale*, Montpellier, IREM, Université Montpellier II, 2003
- GUIN D. & TROUCHE L., « Intégration des TICE : concevoir, expérimenter et mutualiser des ressources pédagogiques » in *Repères-IREM*, 55, 2004, pages 81-100
- HEBERT E., *Instruments scientifiques à travers l'histoire*, Paris, Ellipses, 2004
- LAGRANGE J.-B., ARTIGUE M., LABORDE C. & TROUCHE L., « Technology and Mathematics Education : a Multidimensional Study of the Evolution of Research and Innovation » in A. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F.K.S. Leung (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2003, pages 239-271
- LAVOIE P., *Contribution à une histoire des mathématiques scolaires au Québec : l'arithmétique dans les écoles primaires (1800-1920)*, Québec, Faculté des Sciences de l'Éducation, 1994
- MASCHERONI L., *Géométrie du compas*, 1798, Paris, Librairie scientifique et technique Albert Blanchard, 1980
- MERCIER A., « La participation des élèves à l'enseignement » in *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18/3, 1998, pages 279-310

- PROUST C., « La multiplication babylonienne : la part non écrite du calcul » in *Revue d'Histoire des Mathématiques*, n°6, 2000, pages 293-303
- RABARDEL P., *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*, Paris, Armand Colin, 1995
- RODITI E., *Le tableau noir : un outil pour la classe de mathématiques*, Cahiers de DIDIREM 30, 1997
- SCHÄRLIG A., *Compter avec des jetons*, Lausanne, Presses polytechniques et universitaires romanes, 2003
- SENSEVY G., MERCIER A. & SCHUBER-LEONI M.L., « Vers un modèle didactique de l'action du professeur. A propos de la course à 20 » in *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20/3, 2000, pages 263-304
- SFEZ L., *Technique et idéologie (un enjeu de pouvoir)*, Paris, Seuil, 2002
- TROUCHE L., « E pur si muove » in *Repères-IREM*, n°20, 1995, pages 16-28
- TROUCHE L., *Expérimenter et prouver, faire des mathématiques avec des calculatrices symboliques, 38 variations sur un thème imposé*, Montpellier, IREM, Université Montpellier II, 1998
- TROUCHE L., « Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations » in *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25/1, 2005, pages 91-138
- VERGNAUD G., « La théorie des champs conceptuels » in *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10/2-3, 1990, pages 133-170
- VYGOTSKI L.S., *Pensée et langage*, 1934, Paris, La dispute, 2002
- WENGER E., *Communities of practice*, New York, Cambridge University Press, 1998