



**HAL**  
open science

## Regards croisés sur un environnement TI-92

Luc Trouche

► **To cite this version:**

Luc Trouche. Regards croisés sur un environnement TI-92. Calculatrices symboliques et géométriques dans l'enseignement des mathématiques, 1998, Montpellier, France. pp.213-218. hal-01558633

**HAL Id: hal-01558633**

**<https://hal.science/hal-01558633>**

Submitted on 9 Jul 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Regards croisés sur un environnement TI-92

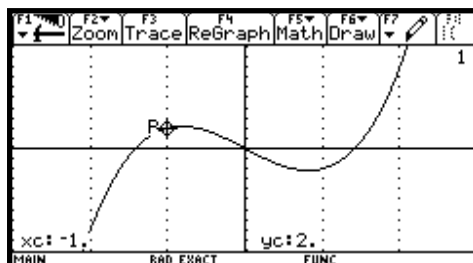
Dans le cadre d'une recherche CRDP/IREM de Montpellier, avec l'appui du ministère de l'éducation nationale (DISTNB2), une classe de Terminale S du lycée Joffre a été équipée de calculatrices TI-92. L'atelier de la Grande Motte a été l'occasion pour tous les élèves de la classe et leur professeur de mathématique de présenter l'environnement dans lequel l'enseignement des mathématiques s'est déployé. Il est impossible dans le cadre de 4 pages d'en faire un compte rendu exhaustif (d'autant que celui qui tient la plume ici est le seul professeur, alors que l'atelier a été présenté collectivement par professeur et élèves). Pour plus de renseignements, on pourra se reporter à la conférence de Dominique Guin et Luc Trouche, dans laquelle le dispositif d'enseignement est décrit, ou encore à la brochure écrite par les élèves et le professeur (références en fin de compte rendu).

Pour la préparation de l'atelier, la classe avait été partagée en sous-groupes, chacun d'entre eux ayant à sa charge une partie de l'exposé. On a choisi ici de présenter l'analyse d'un TP particulier, sur le plan mathématique et sur le plan du comportement des élèves.

## 1. Les problèmes technico-mathématiques posés par le TP

Le dernier TP (travail pratique) de l'année a été consacré au problème présenté dans l'encadré n°1 ci-dessous. En TP, les élèves sont regroupés en binômes (cf. conférence Guin/Trouche), ils ont une heure pour aborder le sujet, en consignnant les principales étapes de l'étude sur un "cahier de recherche". Un des groupes de préparation de l'atelier devait faire une synthèse des différentes méthodes choisies par les binômes.

Soient  $f$  la fonction qui à  $x$  associe  $2x^3-4x$ ,  $C$  sa représentation graphique,  $P$  le point de  $C$  d'abscisse  $-1$ ,  $D$  la tangente à  $C$  au point  $P$ .



### Les questions du jour

a) Montrer que  $D$  recoupe  $C$  en un point  $Q$ . Soit  $\Delta$  la tangente à  $C$  en  $Q$ ; montrer que  $\Delta$  recoupe  $C$  en un point  $R$ .

b) Soit  $A$  l'aire de la surface délimitée par le courbe  $C$  et la tangente  $D$ , soit  $B$  l'aire délimitée par la courbe  $C$  et la tangente  $\Delta$ ; **comparer les aires A et B**.

c) Aurait-on trouvé le même résultat en partant d'un point quelconque  $P$  de  $C$  ?

d) Aurait-on trouvé le même résultat à partir d'une fonction  $f : x \mapsto ax^3+bx$ ,  $a$  et  $b$  étant des réels quelconques ?

### Les questions du lendemain

Peut-on généraliser ces résultats à tout polynôme de degré 3 ? A d'autres polynômes ? Comment expliquer ces résultats ?

#### Encadré n°1

L'énoncé distribué aux élèves

La synthèse des différentes pistes de recherche a été présentée sous forme d'arbre :

- certains groupes ont choisi de traiter le problème dans l'application graphique, d'autres dans l'application symbolique ;
- dans l'application symbolique certains ont choisi de traiter de nombreux cas particuliers (pour le choix de P), d'autres ont choisi de généraliser d'emblée le problème ;
- pour trouver l'équation de la tangente, certains ont utilisé la forme générale donnée dans le cours, d'autres ont utilisé la commande Taylor (en utilisant le fait que le polynôme de degré 1 était la fonction affine tangente)...

Il ressort de cette présentation que la dispersion des méthodes est très grande et que les binômes allés le plus loin sont ceux qui ont pu passer d'une application à l'autre, prendre du recul pour distinguer les raccourcis de calcul... Ainsi voir que l'abscisse de Q était (-2) fois l'abscisse de P permettait d'en déduire que l'abscisse de R était nécessairement (-2) fois l'abscisse de Q. La présentation de cette partie de l'atelier s'est achevée par le recensement des différentes interprétations suggérées pour expliquer le rapport 16 observé entre les aires B et A : certains groupes ont cherché une transformation géométrique entre les deux surfaces en questions (similitude ?) permettant de retrouver ce rapport ; d'autres ont recherché des explications formelles (on intègre une fonction cube, on trouve donc une primitive du quatrième degré ; comme les bornes sont deux fois plus grandes pour B que pour A, et que  $2^4 = 16$ , on comprend l'intervention de ce nombre au cours des calculs) ; d'autres enfin ont recherché des phénomènes du même type à partir de polynômes de degré plus élevé.

Bref, ce fut une bonne illustration de la richesse de la question traitée, dès lors que l'on s'intéresse au repérage des régularités et des irrégularités et que l'on recherche l'origine des phénomènes observés.

## 2. Un dispositif d'observation spécifique

Ce TP a été l'occasion d'une observation des comportements de recherche grâce à un dispositif spécifique (cf. schéma 1 ci-dessous). Pendant qu'un binôme travaille normalement sur le problème présenté, un autre binôme l'observe de deux points de vue : un élève utilise une tablette de rétroprojection pour noter l'utilisation de la calculatrice, l'autre élève relève les échanges entre les deux protagonistes de la recherche. Cinq groupes ont travaillé ainsi.

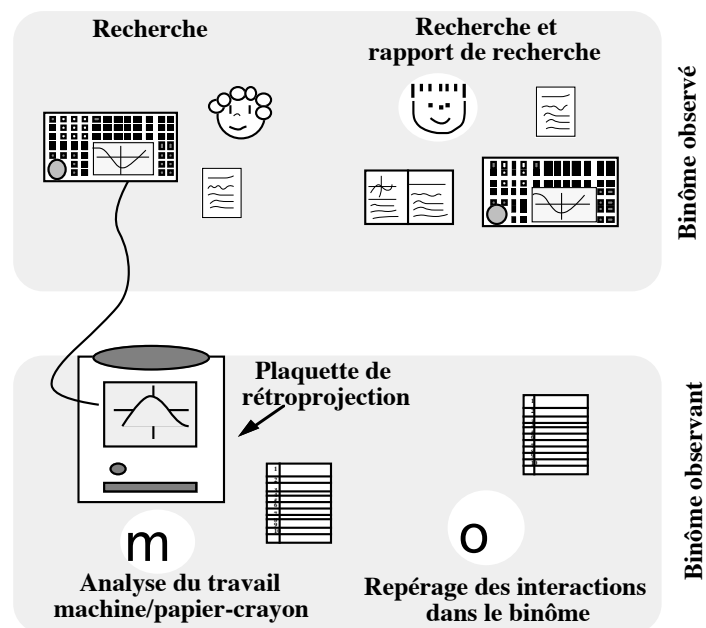


Schéma n°1

Description du dispositif d'observation spécifique des élèves par leurs pairs

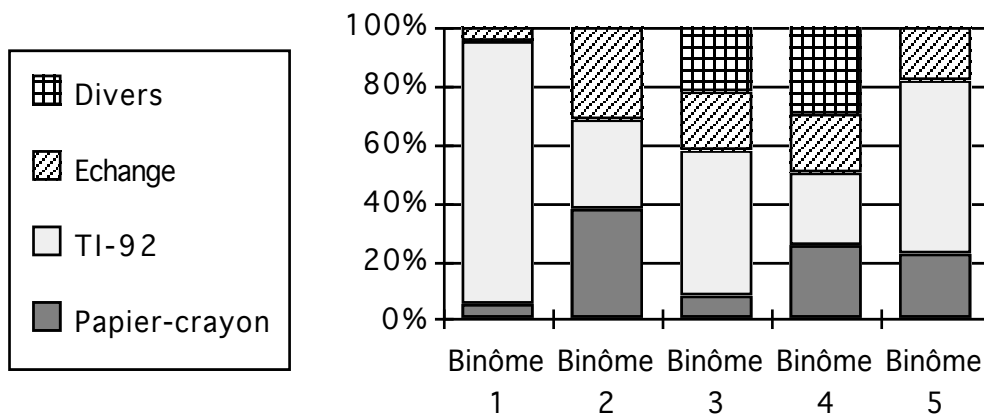
Les actions successives sont repérées toutes les quinze secondes <sup>1</sup>, grâce à une grille dans laquelle les différents types de tâche sont notées (cf. schéma 2 ci-dessous) : les tâches "papier/crayon", les tâches "TI-92", les tâches relatives aux interactions (éventuellement intérieures : regard vague) et enfin les "divers", recouvrant des dispersions étrangères au TP.

		15	30	45	1	15	30	45	2
<b>Pap/Cray</b>	Lecture énoncé								
	Lecture cours								
	Lecture travail fait								
	Lecture cahier voisin								
	Dessin								
	Calcul								
<b>TI-92</b>	Etat de la machine								
	Home								
	Window								
	Y Editor								
	Graph								
	Machine voisin								
<b>Échange</b>	Regard vague								
	Avec le prof								
	Avec le voisin								
<b>Divers</b>									

**Schéma n°2**

Grille permettant le repérage, toutes les 15 secondes, des actions entreprises.

Le dépouillement des différentes grilles a d'abord été présenté de façon chronologique : cf. dans le schéma 3 ci-dessous, le bilan pour les cinq premières minutes du TP. On peut observer la grande dispersion des comportements : le binôme 1 réserve un temps très court à la lecture de l'énoncé et se précipite sur la calculatrice, les binômes 3 et 4 perdent un certain temps en actions diverses, étrangères au travail en cours <sup>2</sup>.



**Schéma n°3**

Bilan comparé des actions entreprises par les 5 binômes pendant les 6 premières minutes du TP

<sup>1</sup> Pour une justification de cette observation, voir [Trouche, 1997].

<sup>2</sup> Une présentation chronologique plus détaillée a été aussi faite, avec le relevé minutieux des actions entreprises toutes les 15 secondes. Ce relevé (en couleur, il ne pouvait pas être reproduit ici) faisait apparaître de fortes différences entre les binômes aux actions émietées, de courte durée (3 et 4) et les binômes aux plages de travail plus longues (1, 2 et 5).

Le dépouillement a ensuite été présenté globalement, pour tout le TP (cf. schéma 4 ci-dessous). Si les temps consacrés à l'utilisation de la calculatrice restent du même ordre pour tous les binômes (entre 25% et 45% du TP), il n'en est pas de même du temps réservé à l'échange (entre 10% et 50%), du temps réservé au travail papier/crayon (entre 15% et 60%) ou du temps réservé aux "divers" (entre 0% et 25%...).

L'hypothèse émise lors de l'atelier était que l'on avait pendant l'année beaucoup insisté sur l'intégration des outils de calcul. Ceci explique une certaine homogénéité dans l'utilisation des calculatrices. Mais le contrôle de l'ensemble du travail mathématique est une chose beaucoup plus complexe : une certaine dispersion des comportements est légitime (tout le monde ne travaille pas de la même façon), une certaine distorsion des comportements pourrait être corrigée (difficulté de communication dans un groupe, lecture superficielle des énoncés, émiettement du travail mathématique), mais cela demande sans doute beaucoup plus de temps qu'une seule année scolaire.

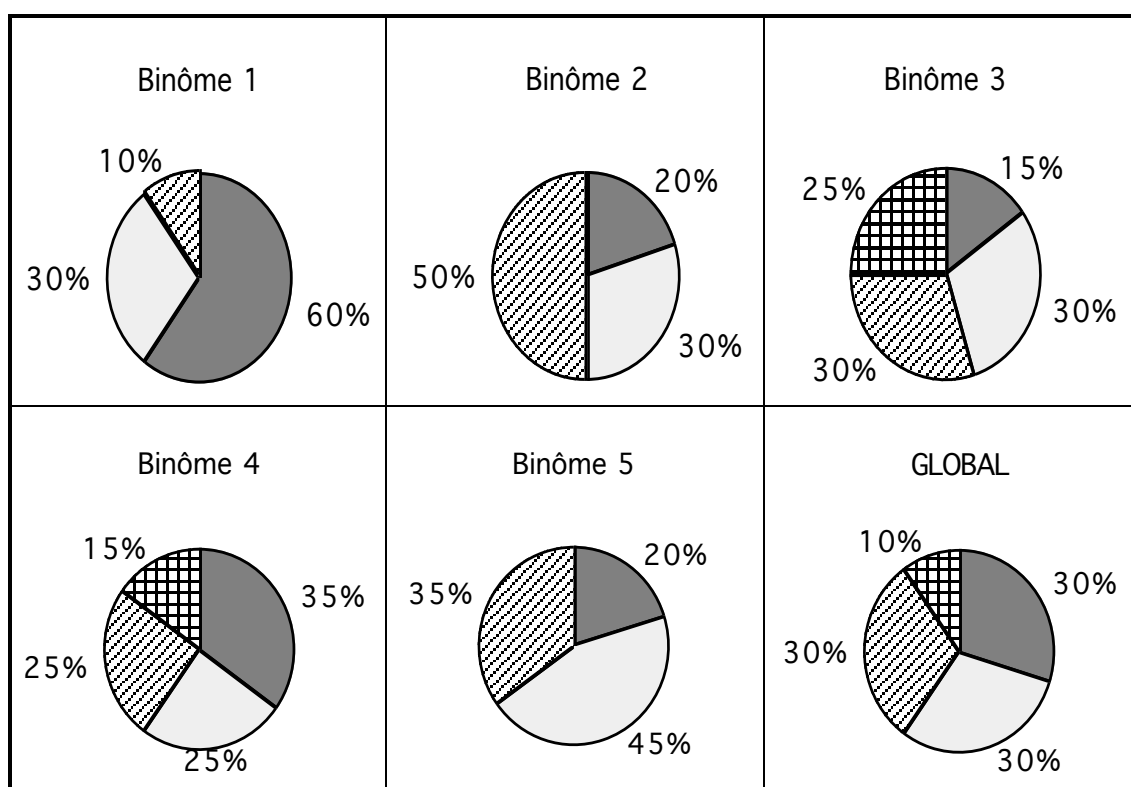


Schéma n°4

Bilan des actions entreprises par les cinq binômes pendant l'ensemble du TP (légende identique à celle du schéma 3).

L'intérêt de cette observation a été double : elle a permis d'abord, comme nous venons de la voir, de mettre en évidence une dispersion certaine des comportements, même après un an de travail collectif ; d'autre part, elle a permis aux élèves, comme ils l'ont remarqué eux-mêmes, "en observant les autres, de s'observer soi-même", de comprendre ainsi certains défauts et de rectifier certains travers. Le travail dans ces environnements de calculatrices complexes rend sans doute nécessaire une telle réflexion métamathématique.

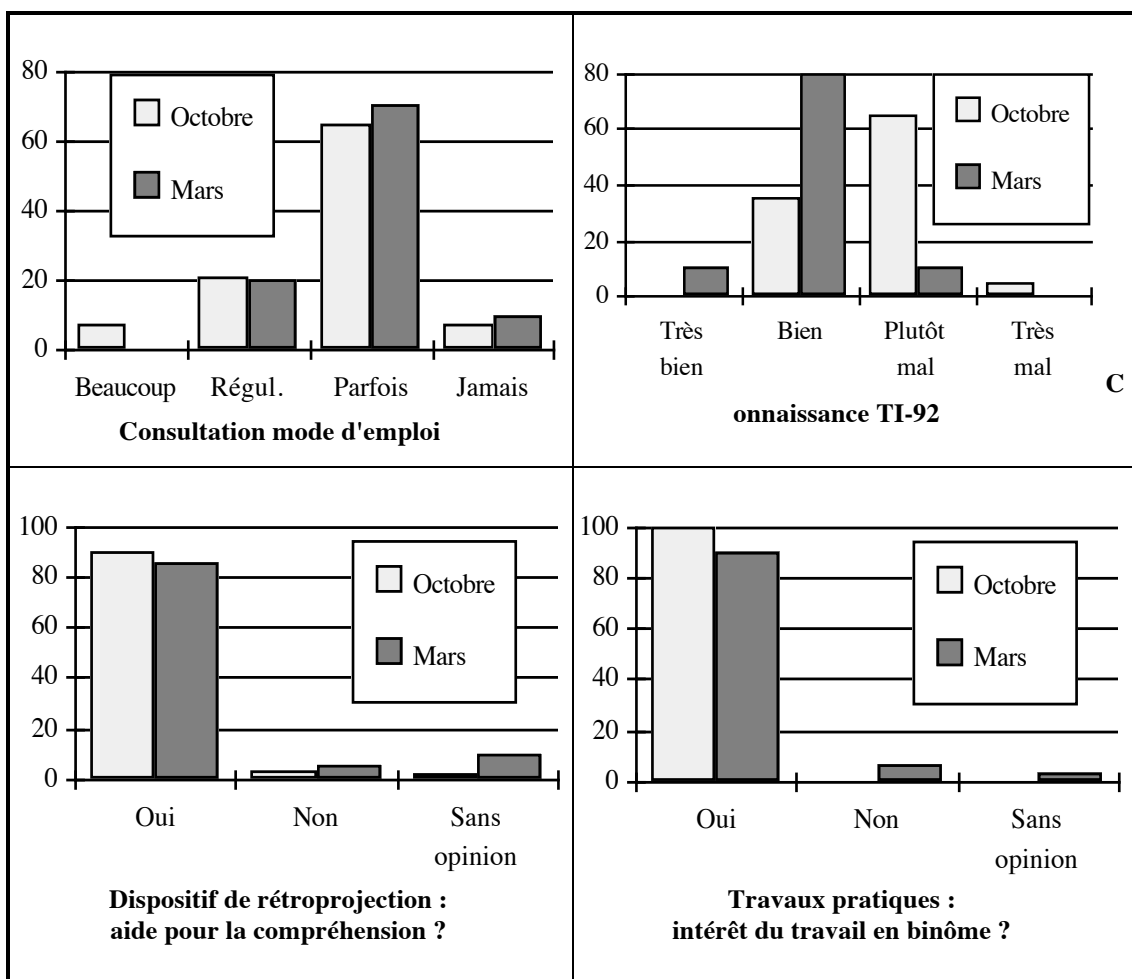
### 3. Un bilan plus général de l'année

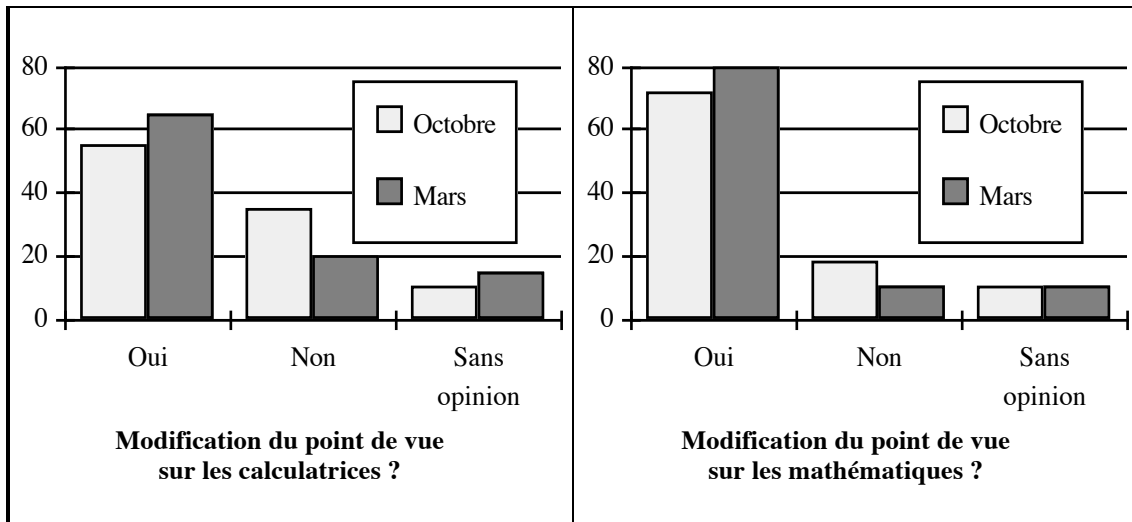
L'atelier s'est poursuivi par un élargissement du débat. Un groupe d'élève a présenté le bilan des questionnaires qui avaient été proposés à la classe en octobre et en mars (cf. encadré 2 ci-dessous). Il fait apparaître :

- une consultation épisodique du mode d'emploi (ce qui peut se comprendre, puisque l'apprentissage de la TI-92 était intégré dans le cours) ;
- une nette progression de la connaissance de l'outil ;
- une appréciation très positive de l'utilisation d'un dispositif de rétroprojection et de l'organisation des TP ;
- une transformation du point de vue sur les calculatrices et les mathématiques (les commentaires qui accompagnent ces questionnaires indiquent que cette transformation est très positive).

Il faut bien comprendre que ce bilan est global. Il existe évidemment des divergences d'appréciation : une élève expliqua ainsi que l'intégration de calculatrices complexes avait demandé un surcroît de travail, peut-être inutile (voire dangereuse) pour une année d'examen ;

- à l'envers, un autre élève redoublant sa classe de terminale expliqua que ce type de travail lui avait permis de trouver un nouvel intérêt pour les mathématiques et avait été "le moteur de son redressement".





Encadré n°2

Autoévaluation du travail réalisé pendant l'année

#### 4. En conclusion

Pour conclure, le professeur revint sur le mot "symbolique", qualifiant les calculatrices complexes utilisées pendant l'année :

- le mot symbolique vient du mot grec "sumbolon" : *objet coupé en deux (tesson) constituant un sujet de reconnaissance quand les porteurs pouvaient assembler les morceaux.* Belle définition pour un outil de calcul, s'il permet de mieux comprendre un objet mathématique en permettant de multiplier les points de vue sur celui-ci ;

- le contraire de "symbolique" est "diabolique". De grec "diaballein" : *séparer, distinguer.* On trouve dans le dictionnaire la définition d'un petit objet appelé diable : *jouet en forme de boîte, de laquelle surgit, grâce à un ressort, un petit diable.* C'est un travers possible d'une utilisation non réfléchie d'une calculatrice complexe.

Une des définitions proposées par Le Robert est finalement assez bonne. Symbolique : *qui, tout en étant réel, n'a pas d'efficacité ou de valeur en soi, et n'est que le signe d'autre chose.* Une calculatrice, même (surtout ?) complexe, n'a d'efficacité ou de valeur qu'intégrée dans un dispositif qui permet aux élèves d'en prendre progressivement le contrôle. Construire un tel environnement relève bien de la responsabilité du professeur.

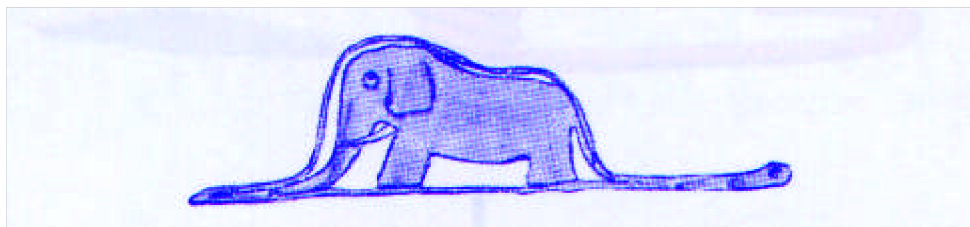
Luc Trouche, le 22 juin 1998

#### Bibliographie succincte :

Trouche Luc, 1997. *A propos de l'étude des limites de fonctions dans un environnement calculatrices, étude des rapports entre processus de conceptualisation et processus d'instrumentation.* Thèse de doctorat. Irem, université de Montpellier II.

Trouche Luc et les élèves d'une classe de TS, 1998. *Expérimenter et prouver, faire des mathématiques avec des calculatrices symboliques, 38 variations sur un thème imposé.* Irem, université Montpellier II (cf. présentation ci-dessous).

**TITRE** *Expérimenter et prouver : FAIRE DES MATHÉMATIQUES AU LYCÉE AVEC DES CALCULATRICES SYMBOLIQUES, 38 variations sur un thème imposé.*



**AUTEURS** Luc TROUCHE et les 37 élèves d'une classe de Terminale S :

M. Almairac, A. Arnoux, S. Bayle, F. Bécamel, A. Bialès, C. Bonnet, C. Bozonnat, J. Caramel, A. Charar, B. Chifolleau, O. Clua, A. de Bigault, C. Delarbre, G. Ethève, E. Franceschini, I. Fromental, V. Gerlotto, A. Guez, A.-S. Kaloghiros, S. Khalil, V. Lefèvre, S. Le Guillou, M. Leheup, A. Lewillon, M. Lieber, M. Lysowec, M. Moulis, O. Mouraille, D. Obono, X. Rivory, L. Rodriguez, P. Rouquette, P. Souteyrand, N. Téot, M. Tuszynska, D.-L. Versace, J.-F. Vincent.

**MOTS CLÉS** Conjecturer, prouver, travaux pratiques, débat scientifique, évaluation, calculatrice symbolique et géométrique.

**RÉSUMÉ** Dans le cadre d'une expérimentation IREM-CRDP (Montpellier) et Distn (Ministère de l'Education Nationale), une classe de terminale S (spécialité mathématiques) a été dotée de calculatrices TI-92 (comportant un logiciel de calcul symbolique, Derive, et un logiciel de géométrie, Cabri Géomètre). Le professeur et les 37 élèves ont contribué à la réalisation de cet ouvrage. On y trouvera :

- 14 TP (énoncés et pistes de résolution) ;
- 5 défis mathématiques, avec les différentes solutions avancées par les élèves ;
- une "pochette surprises" contenant des sujets de recherche libre réalisés par 5 groupes d'élèves ;
- les sujets des devoirs surveillés, avec les problèmes spécifiques posés par l'évaluation des travaux avec calculatrices ;
- l'évaluation que les élèves eux-mêmes font de cette année expérimentale.

Ce renouvellement de l'enseignement des mathématiques (rendu indispensable par l'évolution des outils de calcul) s'organise autour d'un jeu entre conjectures, preuves et réfutations ; il (re)situe les mathématiques comme une science expérimentale particulière, où l'art de la raison est guidé par l'exigence de la preuve.

**PRIX** 310 pages, 100F

**ISBN** 2-909916-286