



**HAL**  
open science

## Modélisations 3-D d'un cube supraconducteur, influence du maillage

Kévin Berger, Guillaume Escamez, Loïc Quéval, Abelin Kameni, Lotfi Alloui, Brahim Ramdane

► **To cite this version:**

Kévin Berger, Guillaume Escamez, Loïc Quéval, Abelin Kameni, Lotfi Alloui, et al.. Modélisations 3-D d'un cube supraconducteur, influence du maillage. 9ème Conférence Européenne sur les Méthodes Numériques en Electromagnétisme (NUMELEC 2017), Nov 2017, Paris, France. pp.2, id. 153677 - O3-5. hal-01557750

**HAL Id: hal-01557750**

**<https://hal.science/hal-01557750>**

Submitted on 17 Jul 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisations 3-D d'un cube supraconducteur, influence du maillage

Kévin Berger<sup>1</sup>, Guillaume Escamez<sup>2</sup>, Loïc Quéval<sup>3</sup>, Abelin Kameni<sup>3</sup>, Lotfi Alloui<sup>3,4</sup>, Brahim Ramdane<sup>2</sup>

<sup>1</sup> GREEN, Université de Lorraine, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy, France

<sup>2</sup> University Grenoble Alpes / CNRS, G2Elab, 38042 Grenoble, France

<sup>3</sup> Group of electrical engineering - Paris (GeePs), CNRS UMR 8507, CentraleSupélec, UPSud, UPMC, 91192 Gif-sur-Yvette, France

<sup>4</sup> Laboratoire de Modélisation des Systèmes Energétiques, LMSE, Université de Biskra, BP 145, 07000 Biskra, Algeria  
E-mail: [kevin.berger@univ-lorraine.fr](mailto:kevin.berger@univ-lorraine.fr)

**Résumé** — Pour pouvoir dimensionner des dispositifs supraconducteurs, en particulier le système cryogénique associé, il est nécessaire d'estimer avec précision les pertes AC. Les méthodes de détermination analytiques ou expérimentales sont souvent difficiles à appliquer sur des systèmes réels, de sorte que ces pertes ne peuvent souvent être estimées que de manière numérique. Dans cet article, nous présentons les résultats de modélisations sur un cube supraconducteur. Après une étape de validation numérique entre plusieurs codes, cet article s'intéresse plus particulièrement à l'influence du maillage et au traitement de la loi de comportement non linéaire du supraconducteur par les codes de calcul utilisés. L'objectif final de ces travaux est de produire des modèles numériques 3-D des supraconducteurs plus rapides et plus précis.

## I. INTRODUCTION

Les supraconducteurs à haute température critique (hTc) sont aujourd'hui des candidats sérieux dans le développement d'appareils nécessitant de fortes densités de courant ou de forts champs magnétiques : moteurs [1], [2] ou cryo-aimants [3]. Pour pouvoir dimensionner avec précision le système cryogénique, il est nécessaire de connaître les pertes du dispositif et notamment les pertes AC du supraconducteur. Par le passé, plusieurs modèles analytiques et numériques, en 1-D et 2-D, ont été développés et validés par des manipulations expérimentales.

L'augmentation des puissances de calculs des ordinateurs permet aujourd'hui de simuler des problèmes 3-D avec des lois supraconductrices plus ou moins non linéaires. Toutefois, il est nécessaire d'évaluer numériquement l'effet de certains paramètres comme la taille du maillage, la non-linéarité de la loi en puissance du supraconducteur, pour en déduire des méthodes de résolutions rapides et précises. Dans cet article, nous présentons le problème d'un cube supraconducteur soumis à un champ magnétique alternatif externe. Ce problème a été proposé par le groupe des modélisateurs francophones en supraconductivité [4]. Après une première étape de validation des quantités calculées sur un exemple simple, plusieurs analyses numériques sont réalisées.

Le problème à résoudre est résumé dans la section II. La section III dresse la liste des modèles numériques utilisés et comparés. Les premiers résultats numériques sont présentés et discutés en section IV (*partiellement pour le résumé de 2 pages*).

## II. DESCRIPTION DU MODELE

### A. Géométrie

Le supraconducteur se présente sous la forme d'un cube de côté  $d = 10$  mm, voir Fig. 1. Le domaine d'air environnant est un cube de 100 mm de côté.

### B. Maillage

On étudiera ici différentes discrétisations de maillages dans le domaine supraconducteur. Le maillage est obtenu en divisant le cube en sous-cubes, chacun étant ensuite divisé en 5 tétraèdres. Par exemple, pour le maillage "cube 12r", le cube est divisé en  $12 \times 12 \times 12 = 1728$  sous-cubes pour un nombre final de 8640 éléments tétraédraux dans le supraconducteur. Le cube d'air environnant est toujours maillé librement par des tétraèdres, avec 10 éléments par côté du cube.

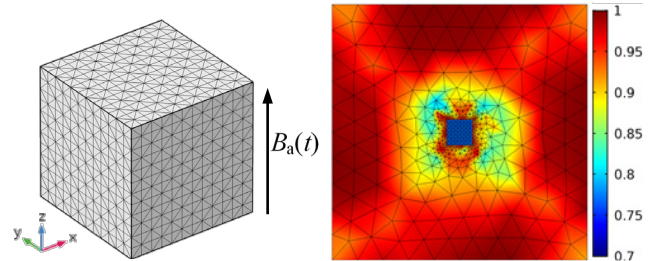


Fig. 1. Représentations du cube supraconducteur avec un maillage régulier "cube 12r". Représentation 3-D à gauche. Qualité du maillage dans un plan  $y-z$  en  $x = 0$  à droite, avec le cube supraconducteur en bleu au centre.

### C. Loi de comportement du supraconducteur

Le supraconducteur est modélisé avec une loi de comportement  $\mathbf{E}(\mathbf{J})$  non-linéaire isotrope telle que :

$$\mathbf{E}(\mathbf{J}) = \frac{E_c}{J_c} \left( \frac{\|\mathbf{J}\|}{J_c} \right)^{n-1} \mathbf{J} \quad (1)$$

Les paramètres  $J_c = 2,5 \times 10^6$  A/m<sup>2</sup> et  $n = 25$  ont été obtenus par des mesures expérimentales sur des échantillons Bi-2223 avec  $E_c = 1$  μV/cm. Dans le cas d'une formulation en  $\mathbf{H}$ , c'est une fonction  $\rho_{\text{supra}}(\mathbf{J})$  qui est utilisée (2) et la résistivité de l'air est fixée à  $\rho_{\text{air}} = 1$  Ω.m. Par contre, dans le cas d'une formulation  $\mathbf{A}-V$ , c'est une fonction  $\sigma_{\text{supra}}(\mathbf{E})$  qui est utilisée, soit :

$$\rho_{\text{supra}}(\mathbf{J}) = \frac{E_c}{J_c} \left( \frac{\|\mathbf{J}\|}{J_c} \right)^{n-1} \quad \text{et} \quad \sigma_{\text{supra}}(\mathbf{E}) = \frac{J_c}{E_c} \left( \frac{\|\mathbf{E}\|}{E_c} \right)^{1/n-1} \quad (2)$$

## D. Cas d'étude

Un champ magnétique externe uniforme sinusoïdal  $B_a(t) = B_{app} \sin(2\pi 50t)$  est appliqué selon l'axe  $z$ . Lors des simulations, les pertes AC instantanées  $p_{AC}$  sont calculées par intégration de la quantité  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{J}$  sur le volume supraconducteur. Les pertes moyennes par cycle  $P_{AC}$  sont calculées à partir de la valeur moyenne de la quantité  $p_{AC}$  sur une demi-période, une fois le régime transitoire passé.

## III. MODELES NUMERIQUES

Les participants au benchmark ainsi que les modèles numériques utilisés sont résumés dans le Tableau I. D'autres codes et formulations sont actuellement à l'étude pour être comparés à la formulation en  $\mathbf{H}$  typiquement utilisée pour la résolution de problèmes supraconducteurs [5].

TABLEAU I. MODELES NUMERIQUES UTILISES

| Label | Méthode | Formulation    | Code                  | Leader     |
|-------|---------|----------------|-----------------------|------------|
| (B.1) | FEM     | $\mathbf{H}$   | Daryl-Maxwell         | G. Escamez |
| (B.2) | FEM     | $\mathbf{H}$   | COMSOL <sup>(1)</sup> | K. Berger  |
| (B.3) | FEM     | $\mathbf{H}$   | COMSOL <sup>(2)</sup> | K. Berger  |
| (B.4) | FEM     | $\mathbf{H}$   | COMSOL <sup>(3)</sup> | L. Quéval  |
| (B.5) | FEM     | $\mathbf{H}$   | GetDP                 | A. Kameni  |
| (B.6) | FVM     | $\mathbf{A-V}$ | MATLAB                | L. Alloui  |

Dans COMSOL 5.0, plusieurs méthodes existent pour résoudre des problèmes de courants induits avec une formulation en  $\mathbf{H}$ : <sup>(1)</sup> avec le package *mfh physics*, <sup>(2)</sup> en remplaçant  $\mathbf{A}$  par  $\mathbf{H}$  dans une formulation  $\mathbf{A-V}$  du package *mf physics*, <sup>(3)</sup> en implémentant manuellement les équations différentielles avec le package *PDE interface*.

## IV. RESULTATS

### A. Comparaison des modèles numériques

Les pertes AC moyennes  $P_{AC}$  ainsi que les temps de calculs, obtenus par les différents modèles numériques, sont résumés dans le Tableau II pour un champ  $B_{app}$  de 5 mT.

TABLEAU II. RESULTATS POUR UN CHAMP EXTERNE DE 5 mT

| Label        | Schéma temporel            | Temps calcul.                    | Pertes AC (mW) |
|--------------|----------------------------|----------------------------------|----------------|
| (B.1)        | Fixe (400 pas par période) | <sup>(1)</sup> 134 min 00s       | 0,8354         |
| (B.2)        | Adaptatif                  | <sup>(2)</sup> 42 min 20 s       | 0,7933         |
| <b>(B.3)</b> | <b>Adaptatif</b>           | <b><sup>(2)</sup> 6 min 39 s</b> | <b>0,7933</b>  |
| (B.4)        | Adaptatif                  | <sup>(2)</sup> 11 min 06 s       | 0,7969         |
| (B.5)        | Fixe (400 pas par période) | -                                | 0,8396         |
| (B.6)        | Fixe (500 pas par période) | -                                | 0,8303         |

Les ordinateurs utilisés sont : <sup>(1)</sup> Intel® Core™ i5-2540M CPU @ 2.60 GHz (Turbo Boost 3.30 GHz), 8 GB RAM, Mac OS X 10.10, et <sup>(2)</sup> Intel® Core™ i7-6700 CPU @ 3.40 GHz (Turbo Boost 4.00 GHz), 32 GB RAM, Windows 7 64 bits.

On observe une bonne corrélation des valeurs de pertes AC pour les codes (B.2) à (B.4) avec un écart inférieur à 0.5 % par rapport à la valeur de référence de 0,7933 mW. Les méthodes (B.1), (B.5) et (B.6) présentent un écart plus important compris entre 5 % et 6 %. Nous attribuons ces différences, en partie à la formulation, mais aussi au traitement de la non-linéarité de la loi comportement utilisée, soit  $\rho_{supra}(\mathbf{J})$  et  $\sigma_{supra}(\mathbf{E})$  (2). Une analyse plus poussée sera menée dans la version complète sur la méthode de linéarisation utilisée et la nature schéma temporel, i.e. implicite ou explicite. Il existe également des différences durant le régime transitoire (non montrées dans ce résumé), qui nécessitent d'être étudiées plus en détail.

### B. Influence du maillage

Dans le but d'étudier la sensibilité des solutions en fonction de la finesse du maillage, plusieurs simulations ont été réalisées avec une discrétisation plus ou moins dense du cube supraconducteur. Les pertes AC instantanées sont tracées sur la Figure 2. "cube 6r" correspond à un maillage réglé avec 6 éléments sur les arêtes du cube supraconducteur.

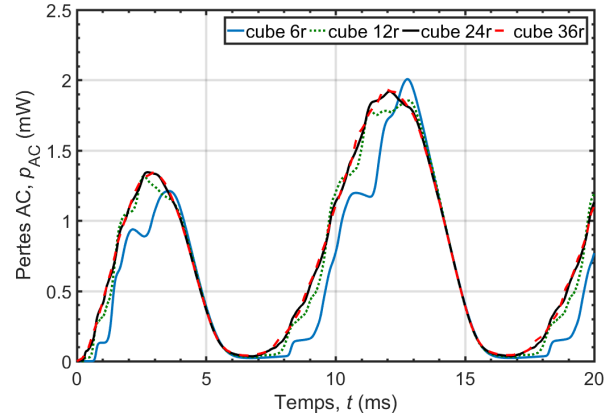


Fig. 2. Pertes instantanées en fonction de la discrétisation du maillage en utilisant le modèle (B.3).

Après un régime transitoire de 5 ms due à l'emploi de la loi comportement non-linéaire, le régime permanent s'établit. On observe alors une évolution clairement différente des pertes et un déphasage significatif lorsque le maillage est peu dense, "cube 6r" notamment. Ces différences seront étudiées dans la version finale à travers notamment l'analyse des densités de courant induites dans le cube et dans l'air.

## V. PERSPECTIVES

L'article final apportera des justifications aux différences observées sur les résultats produits par chaque méthode. Une analyse minutieuse de l'influence de loi de comportement non-linéaire sur les temps de calcul et les itérations du solveur sera effectuée. L'utilisation d'une autre méthode de calcul, e.g. une formulation en potentiel vecteur magnétique de type  $\mathbf{T}-\Phi$  est également prévue. Une comparaison sera alors menée avec la formulation en  $\mathbf{H}$  notamment sur l'impact de la résistivité de l'air sur la valeur des pertes AC dans le cube supraconducteur et dans l'air.

## REFERENCES

- [1] H. Matsuzaki *et al.*, "An axial gap-type HTS bulk synchronous motor excited by pulsed-field magnetization with vortex-type armature copper windings," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 15, no. 2, pp. 2222–2225, Jun. 2005.
- [2] H. Walter *et al.*, "First Heavy Load Bearing for Industrial Application with Shaft Loads up to 10 kN," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 43, no. 1, p. 995, 2006.
- [3] K. Berger *et al.*, "High Magnetic Field Generated by Bulk MgB2 Prepared by Spark Plasma Sintering," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 26, no. 3, pp. 1–5, Apr. 2016.
- [4] K. Berger *et al.*, "Benchmark on the 3D Numerical Modeling of a Superconducting Bulk," to be presented at *21st International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (Compumag 2017)*, Daejeon, Korea, 18-22 June 2017.
- [5] G. Escamez, F. Sirois, A. Badel, G. Meunier, B. Ramdane, and P. Tixador, "Numerical Impact of Using Different E-J Relationships for 3-D Simulations of AC Losses in MgB2 Superconducting Wires," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 52, no. 3, pp. 1–4, Mar. 2016.