

Matrices aléatoires et performances des réseaux cellulaires : une illustration

Jean-Yves Baudais

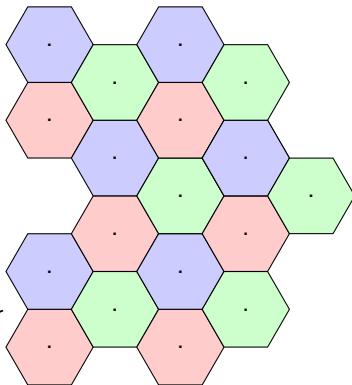
CR CNRS, INSIS

École d'été GDR-ISIS, 26 juin 2017

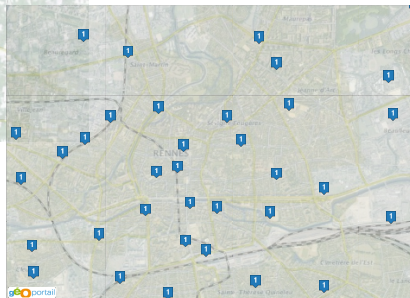
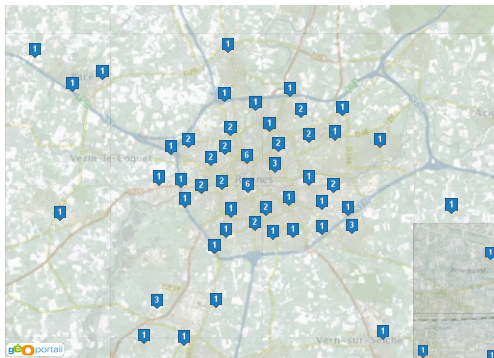


- ▶ BS, MS, point d'accès, réseau hétérogène
- ▶ Ressources partagées (temps, fréquence, espace)
- ▶ Réseau de grande taille

- ▶ Réseau cellulaire hexagonal
- ▶ Pavage périodique
 - ▶ BS au centre des cellules
 - ▶ Motif : 1, 3, 4, 7... cellules
 - ▶ Réduction des interférences
 - ▶ Réutilisation de fréquence
 - ▶ Tri-sectorisation
- ▶ Limitations
 - ▶ Formule analytique simple pour un faible nombre de motifs
 - ▶ Surestime les performances du réseau

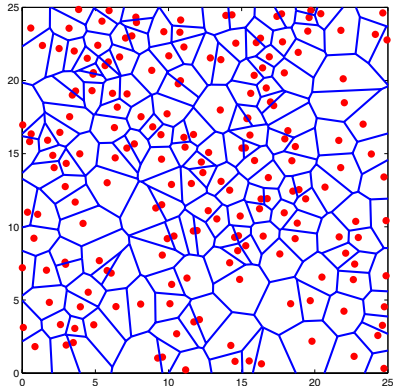


W. Lee, « Overview of cellular CDMA », *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 40, p. 291–302, mai 1991



<https://www.cartoradio.fr/>

- ▶ Faune PP
 - ▶ Poisson, binomial, Matérn, déterminantal, Ginibre, Cox, Strauss. . .
 - ▶ Homogène, stationnaire
- ▶ Mesure aléatoire, ensemble aléatoire
- ▶ Distribution conjointe du nombre de points par espace mesurable



H. ElSawy, A. Sultan-Salem, M. S. Alouini et M. Z. Win, « Modeling and analysis of cellular networks using stochastic geometry : A tutorial », *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, vol. PP, no. 99, p. 1–37, 2016

- ▶ Réseau cellulaire de grande taille
- ▶ Liaison descendante
- ▶ Distributions PPP indépendantes BS et MS, densités λ_b et λ_u : distribution p_u MS par BS, K MS dans le réseau
- ▶ BS à M antennes, MS à 1 antenne : $M \geq u$ MS par canal d'accès par cellule, précodage $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$
- ▶ Canal de transmission : exposant d'atténuation α , évanouissements Rayleigh $\mathbf{h} \sim \mathcal{CN}^{M \times 1}(0, 1)$, bruit σ^2
- ▶ CSI, synchro parfaites
- ▶ Modèle de consommation BS

$$\frac{1}{\eta} P_t + M P_C + P_0 \text{ (linéaire), } \quad \frac{P_t}{u} \text{ (uniforme)}$$

- ▶ Paquets de grande taille, signaux de com. gaussiens

- ▶ Signal MS k , BS 0 à u_0 MS

$$y_k = \underbrace{\sqrt{\frac{P_t r_{0k}^{-\alpha}}{u_0}} \mathbf{h}_{0k}^H \mathbf{w}_{0k} x_{0k}}_{\text{signal utile}} + \underbrace{\sum_{\{i,j\} \in \mathcal{I}} \sqrt{\frac{P_t r_{ik}^{-\alpha}}{u_i}} \mathbf{h}_{ik}^H \mathbf{w}_{ij} x_{ij}}_{\text{interférences}} + \underbrace{n_k}_{\text{bruit}}$$

- ▶ SINR typique MS k

$$\gamma(u_0) = \frac{\frac{P_t r_{0k}^{-\alpha}}{u_0} |\mathbf{h}_{0k}^H \mathbf{w}_{0k}|^2}{\underbrace{\sum_{j \neq k} \frac{P_t r_{0k}^{-\alpha}}{u_0} |\mathbf{h}_{0k}^H \mathbf{w}_{0j}|^2}_{\text{interférence intra-cellule}} + \underbrace{\sum_{\substack{i \neq 0 \\ j' \neq j, k}} \frac{P_t r_{ik}^{-\alpha}}{u_i} |\mathbf{h}_{ik}^H \mathbf{w}_{ij'}|^2}_{\text{interférence extra-cellule}} + \sigma^2}$$

- ▶ Optimal $\arg \max_{\mathbf{w}_{0k}} \gamma(u_0)$ complexité
- ▶ Optimal linéaire : MMSE complexité
- ▶ Sous-optimal : SLNR + contrainte puissance moyenne

$$\theta(k) = \frac{\frac{P_t}{u_0} r_{0k}^{-\alpha} \mathbf{w}_{0k}^H \mathbf{h}_{0k} \mathbf{h}_{0k}^H \mathbf{w}_{0k}}{\underbrace{\mathbf{w}_{0k}^H \frac{P_t}{u_0} \bar{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{D}}_k \bar{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{w}_{0k}}_{\text{fuite}} + \underbrace{\|\mathbf{w}_{0k}\|_2^2 \sigma^2 \mathbf{I}_M}_{\text{bruit}}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\mathbf{H}}_k = [\mathbf{h}_{01}, \dots, \mathbf{h}_{0(k-1)}, \mathbf{h}_{0(k+1)}, \dots, \mathbf{h}_{0K}] \\ \bar{\mathbf{D}}_k = \text{diag}(r_{01}^{-\alpha}, \dots, r_{0(k-1)}^{-\alpha}, r_{0(k+1)}^{-\alpha}, \dots, r_{0K}^{-\alpha}) \\ \mathbf{w}_{0k}^* = \arg \max_{\mathbf{w}_{0k}} \theta(k) = \frac{\left(\bar{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{D}}_k \bar{\mathbf{H}}_k^H + \frac{\sigma^2 u_0}{P_t} \mathbf{I}_M \right)^{-1} \mathbf{h}_{0k}}{E \left[\left\| \left(\bar{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{D}}_k \bar{\mathbf{H}}_k^H + \frac{\sigma^2 u_0}{P_t} \mathbf{I}_M \right)^{-1} \mathbf{h}_{0k} \right\| \right]} \end{array} \right.$$

- ▶ ASE ergodique (centré BS)

$$ASE = \lambda_b SE = \lambda_b \sum_{u_0=1}^M u_0 \times E_{\gamma} \left[\log_2 \left(1 + \gamma(u_0) \right) \right] \times p_u(u_0)$$

- ▶ EE (centré BS)

$$EE = \frac{SE}{p_u(0)b + (1 - p_u(0))\left(\frac{1}{\eta}P_t + MP_C + P_0\right)}$$

- ▶ Approximations

$$E_{\gamma} \left[\log_2 \left(1 + \gamma(u_0) \right) \right] \leq E_{r_{01}} \left[\log_2 \left(1 + E_{\mathbf{h}, r_{ik}} [\gamma(u_0) | r_{01}] \right) \right]$$

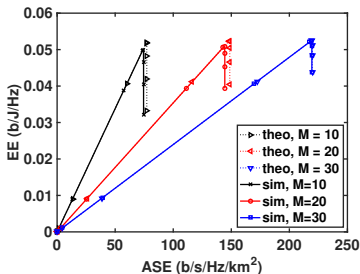
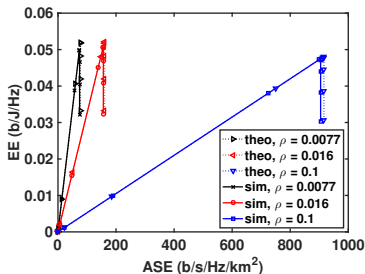
$$E[\gamma] \approx \frac{E[M]}{E[D]}$$

$$\lim_{K, M \rightarrow \infty} \frac{K}{M} = c^{\text{te}} \quad (\text{calcul des } |\mathbf{h}^H \mathbf{w}| \text{ du SINR})$$

- ▶ Transformée de Stieltjes (matrice aléatoire)
- ▶ Théorème de Campbell (géométrie aléatoire)

$$E \left[\sum_{x \in X} g(x) \right] = \int_D g(x) dM(x) \stackrel{\text{PPP}}{=} \lambda \int_D g(x) dx$$

▶ Résultats



- ▶ W. Lee, « Overview of cellular CDMA », *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 40, p. 291–302, mai 1991.
- ▶ H. ElSawy, A. Sultan-Salem, M. S. Alouini et M. Z. Win, « Modeling and analysis of cellular networks using stochastic geometry : A tutorial », *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, vol. PP, no. 99, p. 1–37, 2016.
- ▶ F. Baccelli, M. Klein, M. Lebourges et S. Zuyev, « Géométrie aléatoire et architecture de réseaux de communications », Rap. tech. 2542, INRIA, mai 1995.
- ▶ M. Haenggi et R. Ganti, « Interference in large wireless networks », *Foundations and Trends in Networking*, vol. 3, no. 2, p. 127–248, 2008.
- ▶ J. Andrews, F. Baccelli et R. Ganti, « A tractable approach to coverage and rate in cellular networks », *IEEE Transactions on Communications*, vol. 59, p. 3122–3134, nov. 2011.