



HAL
open science

Centralité : une approche méthodologique

Bernard Fustier

► **To cite this version:**

Bernard Fustier. Centralité : une approche méthodologique. [Rapport de recherche] Institut de mathématiques économiques (IME). 1988, 26 p., figures, bibliographie. hal-01544132

HAL Id: hal-01544132

<https://hal.science/hal-01544132>

Submitted on 21 Jun 2017

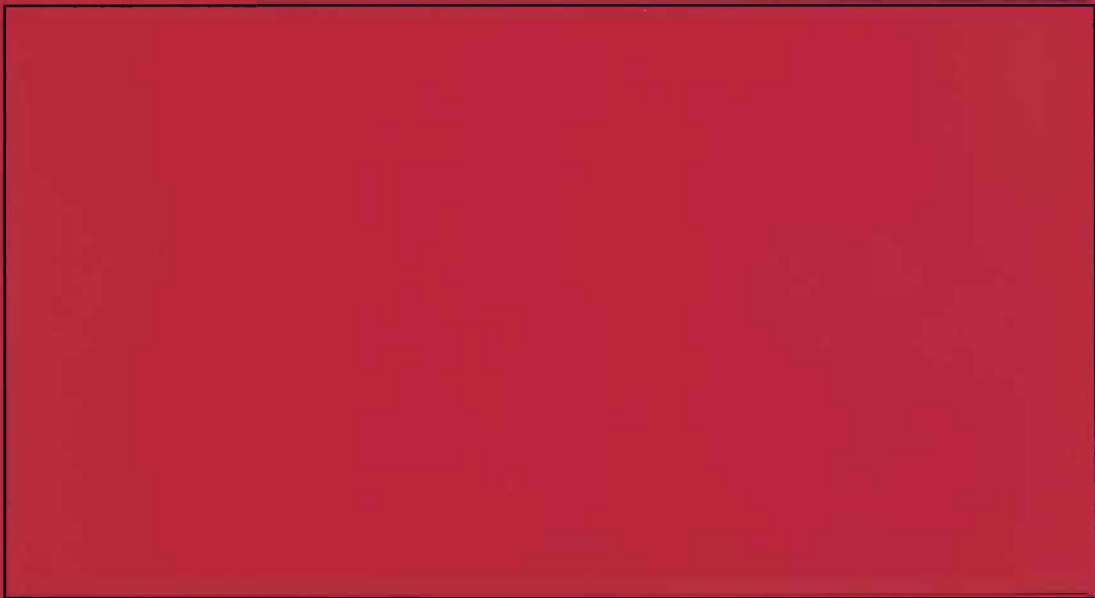
HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

I.M.E.

EQUIPE DE RECHERCHE ASSOCIEE AU C.N.R.S.

DOCUMENT DE TRAVAIL



INSTITUT DE MATHEMATIQUES ECONOMIQUES

UNIVERSITE DE DIJON

FACULTE DE SCIENCE ECONOMIQUE ET DE GESTION

4, BOULEVARD GABRIEL — 21000 DIJON

N° 105

CENTRALITE
UNE APPROCHE METHODOLOGIQUE

Bernard FUSTIER

Mai 1988

Communication présentée à la table ronde sur
"l'espace géographique soft"

TURIN 24-26 mai 1988

INTRODUCTION.

Il est des termes qui, utilisés en dehors des domaines pour lesquels il furent créés, deviennent de véritables plaques projectives, donnant lieu à des interprétations multiples et, bien souvent, contradictoires.

Le centre est l'un de ces termes.

Terme de géométrie, le centre possède une signification rigoureuse: c'est le point intérieur situé à égale distance de tous les points d'une circonférence ou de la surface d'une sphère. Utilisé dans le langage courant, le terme connote des réalités différentes.

Le centre d'un espace peut être pensé comme une réalité géographique. Cette interprétation est proche du langage géométrique, mais dans les faits elle est peu opérationnelle. Pour déterminer le centre, il faut se référer à la périphérie, terme encore plus mal défini et qui renvoie d'ailleurs au précédent.

Le centre possède également une dimension économique. A cet égard, on parle du "centre des affaires", du "centre des loisirs"...On fait généralement intervenir d'autres mots comme: puissance, influence...Le centre est alors le lieu "principal", l'organe directeur, le sommet d'une hiérarchie.

Il arrive quelquefois que les interprétations coïncident. Citons le cas exemplaire des modèles théoriques de l'économie urbaine. La ville est circulaire et s'organise en fonction d'un point donné a priori. La périphérie est une circonférence, elle n'a pas d'existence propre, elle n'existe que par rapport au point initial et, par définition, central. Les localisations intra-urbaines sont expliquées par la distance au centre. Celui-ci s'analyse en fin de compte comme le moteur de l'ordonnement urbain.

Le centre ville est géométriquement définissable. Sa dimension économique est excellemment révélée par les modèles. Seul problème: le centre d'un espace est-il une réalité observable?

Les débats instaurés autour de cette question nous ramènent tout simplement à une question de définition: qu'est-ce-que le centre?

L'espace économique n'étant pas réductible à un espace particulier (le cercle), on comprend bien que la réponse implicite donnée par les théoriciens de l'économie urbaine n'est pas satisfaisante. Mais on leur saura gré d'avoir explicité le rôle stratégique qui doit caractériser tout lieu prétendant au titre de "lieu central".

Cette dernière idée nous servira de guide .

Se situant dans un domaine qui n'est pas celui de la géométrie, nous acceptons d'emblée l'imprécision des limites de la zone centrale. Notre "a priori" consiste à dire que tout point de l'espace possède à des degrés divers, et pour des points de vue différents, des attributs de centralité.

1. LE CONTEXTE SPATIAL DE L'ANALYSE.

1.1. Espace cadre.

Evaluer la centralité d'un lieu , c'est rendre compte , par une mesure appropriée , de la position plus ou moins stratégique qui caractérise ce lieu dans la surface où il est défini.

Traiter de la centralité de portions d'espace n'a de sens qu'à l'intérieur d'un cadre territorial précisément délimité ; le degré de centralité d'une île est ordinairement moins élevé que celui de la plupart des régions du continent auquel elle se rattache , mais dans l'espace insulaire , il existe au moins un lieu très central auquel les autres lieux sont plus ou moins subordonnés .

Le cadre territorial _ ou espace cadre _ sera désigné par l'ensemble des lieux :

$$I = \{1 \dots i \dots n\}$$

Cette notation ensembliste appelle deux remarques :

1/ La relation d'appartenance ayant conduit à la définition de l'espace cadre est une relation binaire , ce qui suppose que la nature des lieux soit correctement spécifiée ; des entités aussi vagues que "les jolis villages de France" , par exemple , seront écartées de l'analyse . On doit être en mesure de répondre par "oui" ou par "non" à la question : tel lieu appartient-il à I .

2/ le nombre et la nature des lieux varient selon l'échelle d'observation adoptée par l'analyste ; l'espace urbain défini à partir des unités de recensement - ou " îlots " - est plus fin qu'un simple regroupement de quartiers . Dans les deux cas l'espace cadre possède la même frontière , mais dans le premier le nombre d'éléments de I est plus important que dans le second .

1.2. Caractéristiques spatiales des lieux.

Dans un ensemble , l'ordre dans lequel sont écrits les éléments importe peu . la représentation ensembliste de l'espace cadre vise seulement à en préciser les limites , à déterminer le champ d'application de l'analyse .

Pour appliquer les instruments de la centralité , il convient , dans un premier temps , de considérer la situation géographique des lieux . A cet effet , une relation distancielle est postulée entre tout couple de lieux .

Formellement , cette relation est représentée par une application d :

$$\begin{array}{ccc} d : I \times I & \longrightarrow & R' - \{0\} \\ (i , k) & \longrightarrow & d(i,k) \end{array}$$

où $d(i,k)$ représente - quelle que soit l'unité de mesure utilisée - la distance séparant le centre de la zone i du centre de la zone k .

On suppose que l'application ainsi définie satisfait à la condition de symétrie :

$$\forall i , \forall k \in I : d(i,k) = d(k,i)$$

Mais elle ne satisfait pas à la condition de régularité:

$$\forall i \in I : d(i,i) > 0$$

car , chaque lieu est caractérisé par une étendue destinée à recevoir une fraction de l'activité économique contenue dans l'espace (voir 1.3) .

En notant D_i , le vecteur des distances séparant i de tous les autres lieux , soit :

$$D_i = (d(i,k) ; k \in I)$$

on définit l'espace géographique de I , par l'ensemble des couples :

$$G = \{ (i , D_i) ; i \in I \}$$

Le vecteur D_i tient compte de la distance intra-zone $d(i,i)$. Cette dernière est non nulle . L'espace géographique intègre d'une façon implicite la dimension spatiale des lieux .

1.3. Caractéristiques économiques des lieux .

Les relations de position entre lieux sont nécessaires pour aborder l'analyse de centralité . Dans l'espace géographique , il y a des lieux mieux situés que d'autres. On constate généralement que les lieux "bien situés" font figure de pôles d'attraction vers lesquels convergent des flux importants (voir 3.).

Elles demeurent toutefois insuffisantes pour rendre compte du phénomène de centralité. Une zone géographiquement excentrée n'est pas nécessairement une zone subordonnée aux autres portions d'espace ; son degré de centralité peut être élevé (voir exemple 1, cas 1). Il suffit pour cela qu'elle concentre une part importante de l'activité économique contenue dans l'espace géographique.

Afin de cerner plus précisément la notion d'activité, introduisons un ensemble J de fonctions :

$$J = \{1 \dots j \dots m\}$$

et associons à chaque fonction j , une application m_j de I vers R^+ , soit :

$$m_j : I \longrightarrow R^+$$

$$i \longrightarrow m_j(i) = \text{quantité de fonction } j \text{ localisée en } i.$$

$m_j(i)$ représente en quelque sorte une masse affectée au lieu i selon j . D'un point de vue pratique, il s'agit d'estimer la part d'activité au sens de j contenue en tout lieu de l'espace géographique, (voir, par exemple, FLUSTIER, ROUGET, GARLANDIER 1985, pour des fonctions se rapportant à l'activité urbaine).

On veillera, cependant, à considérer ces estimations comme des mesures : les m applications m_j satisfont, en particulier, aux propriétés suivantes :

$$P_1. \quad \forall i \in I, \forall j \in J : m_j(i) \geq 0$$

($m_j(i) = 0$, signifie que la fonction j n'est pas représentée au lieu i).

P_2 . i et k ne possédant aucune portion d'espace en commun, alors :

$$m_j(i \cup k) = m_j(i) + m_j(k).$$

Les composantes du vecteur suivant, appelé "distribution spatiale de j ", sont additives :

$$M_j = (m_j(i) ; i \in J)$$

On notera $Q(j)$, la quantité totale de la fonction j contenue dans G , soit :

$$Q(j) = \sum_i m_j(i)$$

Remarque: sauf cas particuliers, les applications m_j font intervenir des unités de mesure spécifiques à chaque fonction; les m masses affectées à chaque lieu ne sont donc pas additives par rapport à l'indice j .

La distribution spatiale d'une fonction renforce ou, au contraire, atténue les inégalités de position constatées dans l'espace géographique.

L'ensemble des distributions.

$$M = \{ M_j ; j \in J \}$$

est une donnée tout aussi fondamentale, pour l'étude de la centralité, que les relations de position traitées dans une optique purement géographique.

Les ensembles G et M reproduisent la distinction désormais classique entre "espace contenant" et "espace contenu" (LACHENE 1965). Ces deux optiques doivent être prise en compte simultanément dans l'évaluation de la centralité des portions d'espace.

Dans la structure spatiale définie par ces deux ensembles, il faut tenir compte également de la distribution des populations $p(i)$ que l'on représentera par le vecteur :

$$p = (p(i) ; i \in I)$$

Il ne s'agit pas tant de renforcer l'optique du "contenu" que de se donner la possibilité de mesurer les forces d'attraction s'exerçant sur les individus et de prévoir le sens et l'intensité des flux qui en résultent.

Finalement, nous conviendrons de mener l'analyse de centralité dans l'espace économique défini par la structure suivante:

$$E = (G, p, M)$$

étant entendu qu'elle recouvre les espaces économiques se rapportant à chaque fonction j :

$$E_j = (G, p, M_j) , j = 1 \dots m$$

2. ACCESSIBILITE, CENTRALITE.

2.1. Accessibilite à une fonction .

L'accessibilité à une fonction est la possibilité, pour une personne, d'utiliser immédiatement les services attenants à cette fonction.

Cette possibilité varie selon l'endroit auquel on se place pour envisager les déplacements vers les différents points d'offre. Par exemple, l'accessibilité des pistes de ski des environs de Corte est nettement plus importante pour le Bastiais qu'elle ne l'est pour le Dijonnais. Mais dans l'espace de la fonction "sports d'hiver", Dijon est mieux située que Bastia, parce que plus proche en moyenne des lieux dotés de fortes masses. Comparée à Bastia, l'accessibilité générale à cette fonction est donc plus importante à partir de Dijon. La notion d'accessibilité déborde, par conséquent, le simple point de vue de la proximité géographique.

En outre, dans l'espace économique d'une fonction, la distance n'est pas neutre. Elle devient une variable dont le rôle est "autonome" (MORAN 1966) et spécifique à la fonction de référence. Considérons, par exemple, l'espace E_j , et mesurons la proximité entre les lieux i et k de la façon suivante:

$$(1) \pi_j(i,k) = 1 / d^\alpha(i,k) \quad \text{avec } : \alpha > 0$$

Etant donné que chaque lieu i possède une étendue, il est clair que $\pi_j(i,i)$ possède une valeur finie.

Le rôle de la distance est exprimé ici par l'exposant α dont la valeur dépend en grande partie de la nature des services recherchés par les individus:

$\alpha > 1$ signifie que (1) prend une valeur plus faible que celle donnée dans le cas d'une stricte neutralité de la distance ($\alpha=1$); les déplacements sont donc caractérisés par une certaine inertie.

$\alpha < 1$ signifie, au contraire, que la proximité réelle est surestimée (c'est certainement le cas pour des déplacements motivés par la recherche du "dépaysement": sports d'hiver, tourisme... et pour des fonctions plus fondamentales comme la Santé).

Soit $\sigma_j(k)$, la quantité relative de fonction j disponible au lieu k :

$$(2) \quad \sigma_j(k) = m_j(k) / Q(j)$$

l'accessibilité à la fonction j localisée en k , et mesurée à partir du lieu i se formule de la façon suivante:

$$(3) \quad V_j(i,k) = \sigma_j(k) \cdot \pi_j(i,k)$$

Si la fonction j n'est pas représentée en k , ou si k est situé à une distance infinie de i , on vérifie que $V_j(i,k)$ prend la valeur 0.

Par extension, l'accessibilité (générale) à la fonction j , à partir du lieu i , est définie par la somme des accessibilités partielles:

$$(4) \quad V_j(i) = \sum_k \sigma_j(k) \cdot \pi_j(i,k)$$

étant entendu que (4) tient compte de l'accessibilité intra-zone:

$$(5) \quad V_j(i,i) = \sigma_j(i) \cdot \pi_j(i,i)$$

Puisque, par définition, $\forall k \in I: \sigma_j(k) \in [0,1]$, et $\sum_k \sigma_j(k) = 1$, la relation (4) est la moyenne arithmétique des proximités entre i et tous les autres lieux (y compris i), pondérées par les masses relatives en chacun de ces lieux.

Cette formulation statistique traduit simplement le fait suivant: un lieu confère à ses résidents une très grande accessibilité lorsque la distribution spatiale de la fonction se concentre " le plus près possible" de celui-ci.

Certes, la structure mathématique de (4) pourrait être compliquée (WEIBULL 1976), mais sous sa forme actuelle elle possède l'avantage de s'identifier à la forme connue du potentiel (STEWART 1947,1948) dont les applications à l'analyse économique spatiale ont fait _ et continuent à faire _ l'objet de justifications théoriques solides (pour un aperçu de ces travaux, voir par exemple FUSTIER 1979).

En effet, en posant:

$$(6) \quad a = 1 / Q(j) ,$$

on obtient:

$$(7) \quad V_j(i,k) = a \frac{m_j(k)}{d^\alpha(i,k)}$$

expression du potentiel produit par la masse de k sur l'unité de masse localisée en i.

$$(8) \quad V_j(i) = a \sum_k \frac{m_j(k)}{d^\alpha(i,k)}$$

expression du potentiel global associé au lieu i; la somme intègre le potentiel partiel:

$$(9) \quad V_j(i,i) = a \frac{m_j(i)}{d^\alpha(i,i)}$$

Selon (6), la constante de proportionnalité a s'interprète ici comme un coefficient de dilatation, augmentant les mesures d'accessibilité pour les fonctions de faibles poids. Par la suite, nous verrons que la valeur de a ne possède aucune influence dans l'analyse de centralité.

2.2. Degrés de centralité.

Par définition, le centre de E_j est le lieu qui confère la plus grande accessibilité à la fonction j.

Formellement, c'est le lieu i^0 de I tel que:

$$(10) \quad V_j(i^0) = \max_i V_j(i)$$

Le centre n'est pas nécessairement un lieu unique.

Le centre ne monopolise pas l'accès à la fonction considérée.

Une hiérarchie de centralité est obtenue en calculant l'accessibilité relative de chaque lieu par rapport au centre, et en classant les lieux par valeurs décroissantes des résultats obtenus:

$$(11) \quad c_j(i) = V_j(i) / V_j(i^0), \quad i = 1 \dots n$$

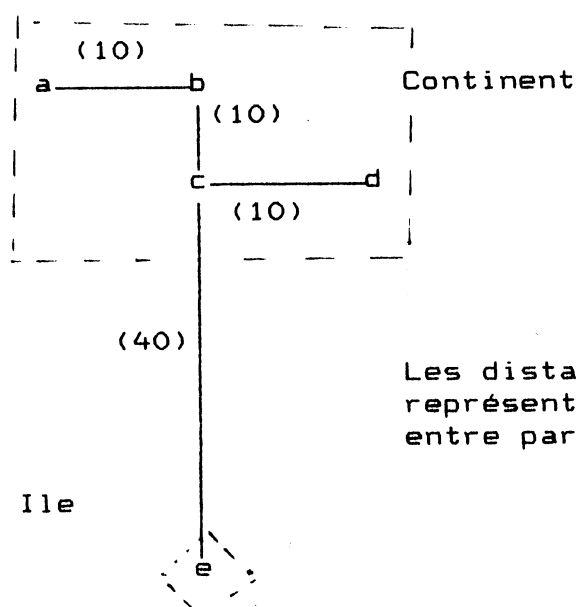
représente le degré de centralité du lieu i dans l'espace économique de la fonction j .

Par définition,

$$(12) \quad c_{j,i^0} = 1$$

EXEMPLE 1:

Dans l'espace géographique schématisé par la figure suivante, la centralité des régions est évaluée pour des répartitions spatiales différentes d'une même fonction. Dans les trois scénarios présentés, les potentiels sont calculés sous l'hypothèse simplificatrice que $\alpha = 1$.



Les distances interrégionales sont représentées par les chiffres écrits entre parenthèses.

** CAS 1 **

régions:	masses:	centr.
a	: 100	: 0,90
b	: 50	: 0,87
c	: 100	: 1
d	: 50	: 0,72
e	: 150	: 1

** CAS 2 **

régions:	masses:	centr.
a	: 100	: 0,78
b	: 150	: 1
c	: 100	: 0,84
d	: 50	: 0,56
e	: 50	: 0,34

** CAS 3 **

régions:	masses:	centr.
-----	-----	-----
a	: 100	: 0,64
b	: 300	: 1
c	: 50	: 0,57
d	: 50	: 0,39
e	: 10	: 0,13

Ces résultats conduisent aux constatations suivantes:

1) L'excentricité géographique d'un lieu est un handicap largement compensé par l'importance du contenu (région e, cas 1).

2) La faiblesse du contenu n'est pas un "gros" handicap pour les lieux "bien situés" dans l'espace de la fonction (région b, cas 1).

C'est le cas typique des points de vue; le site en lui-même peut être ordinaire, mais il permet d'accéder d'un simple "coup d'oeil" à la magnificence du paysage qui l'entoure.

Cas extrême, celui d'un contenant sans contenu, mais relié par des distances finies aux autres lieux, ce lieu possèdera un potentiel global positif et, par conséquent, un degré de centralité non nul.

3) Toute variation de la répartition spatiale de la fonction entraîne une modification de la hiérarchie de centralité (voir en particulier le passage du cas 1 au cas 2 opéré sur la base d'une simple substitution des masses de b et e).

En revanche, si toutes les masses varient dans le même rapport, la hiérarchie de centralité est inchangée:

$\forall i \in I: m_j'(i) = m_j(i) + r \cdot m_j(i)$, alors: $V_j'(i) = (1+r)V_j(i)$,
et $c_j'(i) = c_j(i)$ étant donné que le potentiel de i^0 est également multiplié par $1+r$.

3. ATTRACTION, DOMINATION .

3.1. Mesure des forces d'attraction dans l'espace économique d'une fonction.

Accessibilité et attraction sont des notions qui se commandent mutuellement. Dire que l'accessibilité de k à partir de i est importante, c'est reconnaître que la masse localisée en k exerce une grande influence sur les résidents de i.

L'attraction émanant de k et dirigée vers i est la réciproque de l'accessibilité de k à partir de i

La force d'attraction exercée par k sur i est mesurée par le potentiel relatif :

$$(13) f_j(i,k) = V_j(i,k) / V_j(i)$$

ou, après simplification de la constante a :

$$(14) f_j(i,k) = \frac{m_j(k) / d^{\alpha}(i,k)}{\sum_k [m_j(k) / d^{\alpha}(i,k)]}$$

En d'autres termes, $f_j(i,k)$ est la part qui revient au lieu k dans l'accessibilité de i à la fonction j.

Par définition:

$$(15) f_j(i,k) \in [0,1]$$

($m_j(k) = 0$ implique: $f_j(i,k) = 0$, j est exclue de k.
 $m_j(k) = 1$ implique: $f_j(i,k) = 1$, j est totalement concentrée par k)

D'autre part, on vérifie que la somme des attractions subies par i est égale à l'unité:

$$(16) \sum_k f_j(i,k) = 1$$

D'après (15) et (16), le potentiel relatif peut donner lieu à une interprétation probabiliste (HUFF 1963): $f_j(i,k)$ représente la probabilité d'entreprendre un déplacement de i vers k en vue d'accéder à j.

Par conséquent, le nombre total des déplacements attendus (de i vers k) s'écrit :

$$(17) F_j(i,k) = p(i) f_j(i,k)$$

et dépend de $p(i)$, D_i , et M_j .

D'une façon analogue :

$$(18) f_j(k,i) = \frac{m_j(i) / d^\alpha(k,i)}{\sum_i [m_j(i) / d^\alpha(k,i)]}$$

(attraction exercée par i sur k)

$$(19) F_j(k,i) = p(k) f_j(k,i)$$

(nombre des déplacements attendus de k vers i)

Malgré la symétrie de la formulation employée, on constate que la notion d'attraction est univoque.

Un lieu exerce sur un autre lieu, une force d'attraction dont l'intensité n'est pas nécessairement identique à celle qu'il reçoit en sens inverse (comme la plupart du temps $m_j(i) \neq m_j(k)$ et $D_i \neq D_k$, alors $f_j(i,k) \neq f_j(k,i)$). Partant de là : $F_j(i,k) \neq F_j(k,i)$. (Même dans le cas particulier d'attractions réciproques équilibrées, le simple fait que $p(i) \neq p(k)$ conduit à des flux d'intensités différentes).

EXEMPLE 2 :

Pour chacun des trois cas de l'exemple 1, on donne la matrice de terme général $f_j(i,k)$:

** Cas 1 **

	a	b	c	d	e
a	0,64	0,13	0,13	0,04	0,06
b	0,26	0,33	0,26	0,07	0,08
c	0,11	0,11	0,57	0,11	0,09
d	0,11	0,08	0,32	0,40	0,10
e	0,04	0,02	0,06	0,02	0,36

** Cas 2 **

	a	b	c	d	e
a	0,53	0,32	0,11	0,04	0,00
b	0,16	0,61	0,16	0,04	0,02
c	0,10	0,29	0,49	0,10	0,02
d	0,10	0,22	0,29	0,36	0,03
e	0,08	0,15	0,12	0,05	0,60

** Cas 3 **

	a	b	c	d	e
a	0,42	0,31	0,04	0,03	0,00
b	0,11	0,81	0,05	0,03	0,00
c	0,09	0,57	0,24	0,09	0,00
d	0,09	0,42	0,14	0,35	0,01
e	0,13	0,45	0,10	0,18	0,20

3.2. Estimation de l'exposant de la distance.

Toutes choses égales par ailleurs, l'exposant de la distance à le pouvoir d'augmenter ($\alpha > 1$), ou d'atténuer ($\alpha < 1$) l'effet d'absorption de la masse par la distance et, de ce fait, de modifier les calculs de centralité. En revanche, la constante de proportionnalité reste sans effet sur le niveau de centralité atteint par chaque lieu. La valeur de a peut faire l'objet d'une estimation (DESCHENE et Col. 1973) dans la mesure où elle influe sur la valeur du potentiel (partiel ou global), mais on évitera ici cet effort inutile, car dans l'analyse de centralité seules les valeurs relatives importent; la constante a disparaît après simplification (voir notamment les relations (11) et (13)).

Dans l'espace économique d'une fonction, l'estimation de la valeur de α peut être fournie en comparant:

- les flux théoriques $F_j(i,k)$, calculés sous l'hypothèse que $\alpha = 1$
- les flux observés $R_j(i,k)$

A cet effet, on suppose que chaque déplacement n'a eu lieu qu'une seule fois de telle manière que:

$$(20) \forall i \in I : \sum_k R_j(i,k) = p(i)$$

Dans ces conditions, les taux d'attractions réels subis en chaque lieu i ont pour expression:

$$(21) r_j(i,k) = R_j(i,k) / p(i)$$

Les taux d'attractions théoriques sont recalculés pour des valeurs successives de α , l'estimation recherchée devant minimiser un indicateur d'écarts défini a priori, par exemple:

$$(22) Q(\alpha) = \sum_i \sum_k |f_j(i,k) - r_j(i,k)|$$

Cette procédure d'estimation empirique est souvent employée pour calibrer les modèles de potentiels relatifs (HUFF, BLUE, doc. non daté). L'approche peut être améliorée par des techniques économétriques (EWING 1974, CESARIO 1975). Mais le véritable problème statistique se situe en amont de la méthode proprement dite.

Les statistiques de flux sont rares. Lorsqu'elles existent, elles ne concernent jamais la totalité des lieux et des fonctions.

L'exemple suivant se limite uniquement aux déplacements intra-zones, moins nombreux et plus facilement observables que les flux inter-zones. L'indicateur d'écarts est réduit à la somme simple:

$$(23) Q(\alpha) = \sum_i |f_j(i,i) - r_j(i,i)|$$

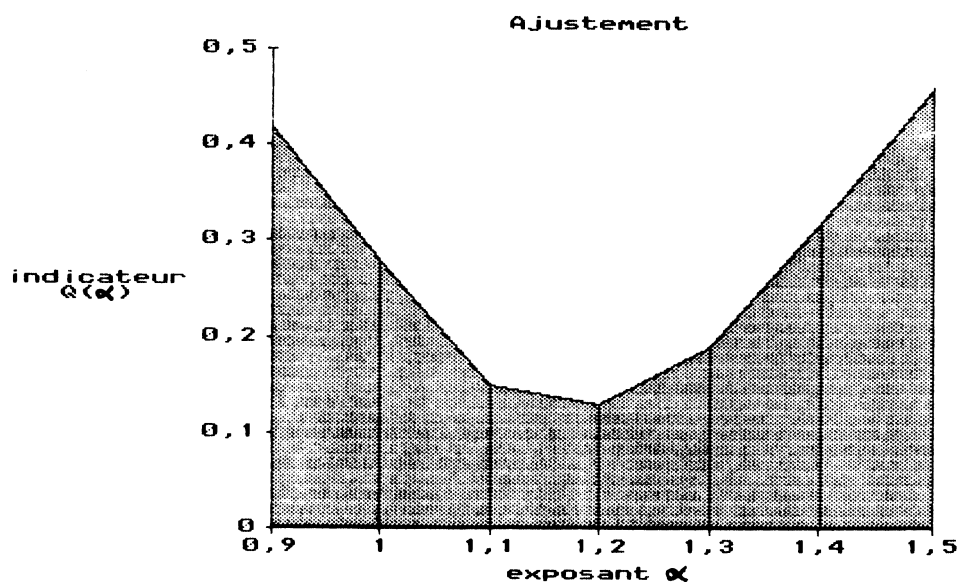
EXEMPLE 3 :

On considère la répartition spatiale du Cas 3.

Les attractions intra-zones observées sont :

a:0,49 b:0,87 c:0,29 d:0,40 e:0,25

On obtient:



La valeur de α minimisant $Q(\alpha)$ est comprise entre 1,1 et 1,3. On retiendra 1,2. Cette valeur traduit une légère aversion à quitter son lieu de résidence, elle modifie sensiblement les degrés de centralité:

régions	-- centralité--	
	Cas 3 ($\alpha=1$)	Cas 3bis ($\alpha=1,2$)
a	1	1
b	0,64	0,59
c	0,57	0,51
d	0,39	0,33
e	0,13	0,09

3.3. Analyse des interactions dans l'espace économique d'une fonction.

Une interaction est une influence réciproque.

L'influence exercée par i sur k (respectivement, par k sur i) est matérialisée par le taux d'attraction $f_3(k,i)$ (respectivement, $f_3(i,k)$).

Etant donné le caractère univoque de la notion d'attraction, l'influence réciproque est généralement déséquilibrée, et engendre un rapport de domination au profit du lieu qui émet une influence nette.

En première approximation, on dira que i domine k si et seulement si:

$$(24) \quad \frac{f_3(k,i)}{f_3(i,k)} > 1$$

L'influence nette varie en intensité. En effet, si la relation (24) est satisfaite, i domine "plus ou moins" k selon que la valeur du rapport d'attractions est nettement ou faiblement supérieur à l'unité. Il convient donc de définir une relation de domination plus nuancée, et analogue dans son principe à la relation de surclassement multicritère (ROY 1968).

A cet effet, choisissons un seuil de sévérité, noté s , dans l'intervalle ouvert $]1, +\infty[$, et notons $D(s)$ la relation de domination; concrètement $iDk(s)$ signifie: est-ce que i domine k au seuil s ?

Par définition:

$$(25) \text{ iDk}(s) \text{ vraie} \implies \frac{f_3(k,i)}{f_3(i,k)} \geq s$$

A cette relation, on fait correspondre le graphe suivant, appelé "graphe de domination":

$$(26) G(s) = (I, U(s))$$

où l'ensemble des arcs $U(s)$ est défini par:

$$(27) \text{ iDk}(s) \text{ vraie} \implies \begin{array}{c} (i,k) \in U(s) \\ i \longrightarrow k \end{array}$$

$$\text{ iDk}(s) \text{ non vérifiée} \implies \begin{array}{c} (i,k) \notin U(s) \\ i \quad \quad .k \end{array}$$

Si $s' < s$, $G(s)$ est, en principe un graphe partiel de $G(s')$.

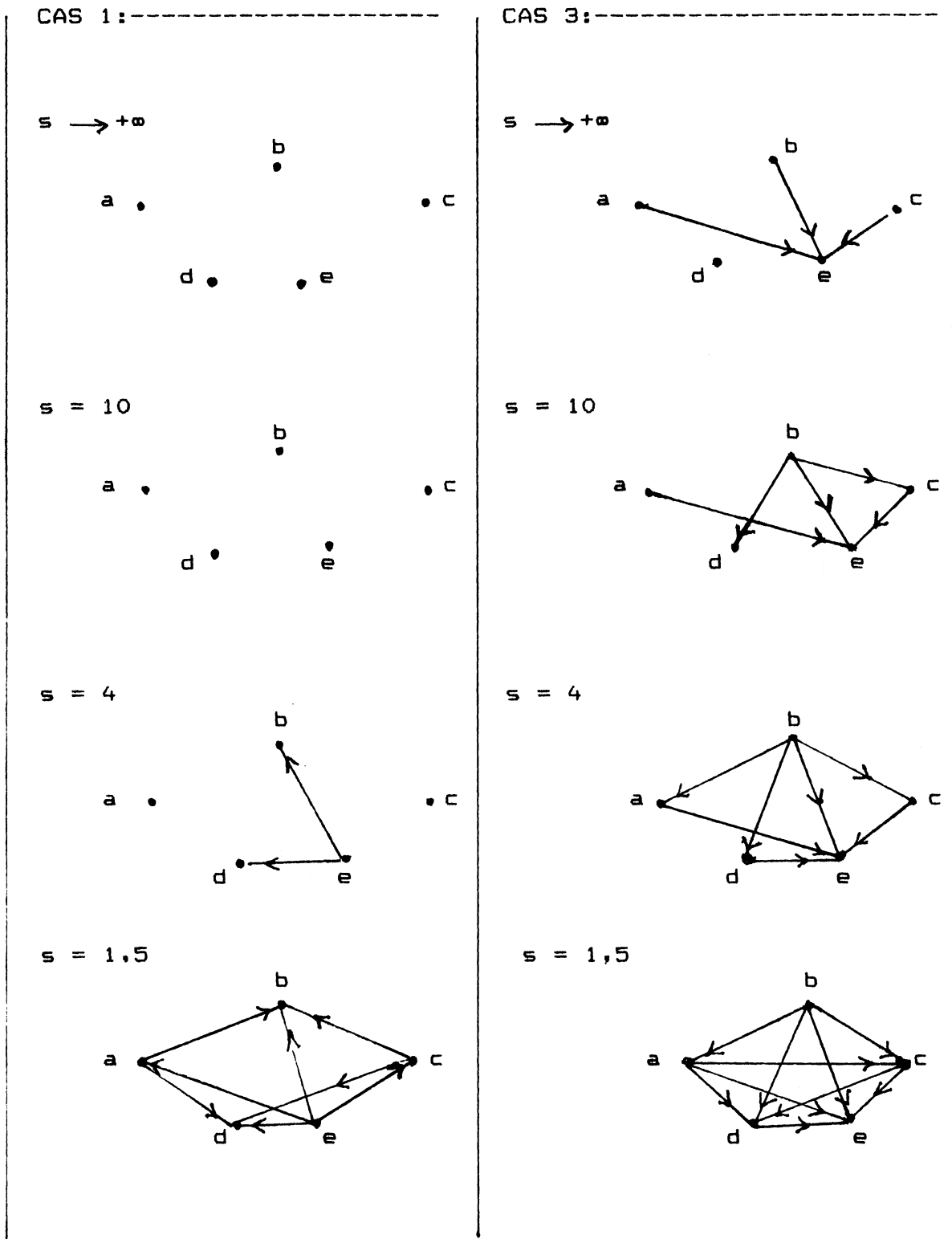
EXEMPLE 4 :

Donnons les résultats pour les cas 1 et 3.

- Matrices des rapports d'attractions déduites de l'exemple 2:

CAS 1:-----						CAS 3:-----					
D	a	b	c	d	e	D	a	b	c	d	e
a	1	2	0,8	2,8	0,7	a	1	0,2	2,3	3	∞
b	0,5	1	0,4	1,1	0,3	b	4,6	1	11,4	14	∞
c	1,2	2,4	1	2,9	0,7	c	0,4	0,1	1	1,6	∞
d	0,4	0,9	0,3	1	0,2	d	0,3	0,1	0,6	1	8
e	1,5	4	1,5	5	1	e	0	0	0	0,1	1

- Evolution des graphes de domination:



On vérifie que la relation $D(s)$ possède les propriétés qui caractérisent les relations de domination utilisées dans des domaines voisins (voir, par exemple, MORENO 1954, CUISENIER 1967 pour les applications sociologiques, AUJAC 1960, HURIOT 1974 pour l'analyse des structures inter-industrielles): $D(s)$ est antiréflexive et antisymétrique.

En effet, posons $y(i,k) = f_j(k,i) / f_j(i,k)$. $\forall s \in]1, +\infty[$:
 1) $\forall i \in I : y(i,i) = 1$, donc $iD_i(s)$ non vérifiée; $(i,i) \notin U(s)$.
 2) $\forall i, \forall k \in I : y(i,k) \geq s$ implique $y(k,i) = 1/y(i,k) < s$. Par conséquent: $(i,k) \in U(s)$ implique $(k,i) \notin U(s)$.

Par la représentation de l'ensemble des relations inter-zones, un graphe de domination met en évidence les lieux stratégiques (d'où "partent" de nombreux arcs) et, par opposition, les lieux subordonnés aux précédents.

Les lieux dominants sont dotés d'un certain pouvoir dans la structure spatiale définie par un graphe.

Parler de " pouvoir " à propos d'êtres inanimés, est excessif, voire incorrect. Phénomène d'interactions sociales, le pouvoir est "la capacité consciente d'exercer une influence nette" (JAMEUX 1985). Néanmoins, le caractère humain des interactions spatiales légitime ici l'emploi du terme que nous proposons de quantifier pour chaque sommet d'un graphe de domination.

On conviendra d'appeler pouvoir du lieu i dans l'espace économique de la fonction j , le terme $\tau_j(i)$ tel que:

$$(28) \tau_j(i) = (d^+(i) - d^-(i)) / n-1$$

où: $d^+(i)$ = nombre d'arcs incidents extérieurement à i (demi-degré extérieur du sommet i); $d^-(i)$ = nombre d'arcs incidents intérieurement à i (demi-degré intérieur du sommet i).

Par définition:

$$(29) \tau_j(i) \in [-1, 1] \text{ et } \sum^i \tau_j(i) = 0$$

En particulier:

$\tau_j(i) = 1$: i est détenteur d'un pouvoir absolu, il domine tous les autres sommets sans jamais être dominé.

$\tau_j(i) = -1$: i est en état de subordination complète, i est dominé par tous les autres lieux, et ne domine aucun autre lieu.

L'exemple 4 conduit aux résultats suivants (les degrés de centralité sont rappelés).

----- CAS 1 -----						
lieu:	centralité:	s → ∞	pouvoir			
			s=10	s=4	s=1,5	
e :	1 :	0	0	0,5	1	
c :	1 :	0	0	0	0,25	
a :	0,90 :	0	0	0	0,25	
b :	0,87 :	0	0	- 0,25	- 0,75	
d :	0,72 :	0	0	- 0,25	- 0,75	

----- CAS 3 -----						
lieu:	centralité:	s → ∞	pouvoir			
			s=10	s=4	s=1,5	
b :	1 :	0,25	0,75	1	1	
a :	0,64 :	0,25	0,25	0	0,50	
c :	0,57 :	0,25	0	0	0	
d :	0,39 :	0	- 0,25	0	- 0,50	
e :	0,13 :	- 0,75	- 0,75	- 1	- 1	

3.4. Centralité et pouvoir.

L'exemple précédent révèle l'existence d'une liaison entre centralité et pouvoir.

Lorsque tous les lieux sont affectés de degrés de centralité à peu près équivalents (cas 1), le pouvoir n'existe pas, sauf si l'on atténue considérablement la valeur du seuil de sévérité. Inversement, pour une distribution de centralité plus dispersée (cas 3), le pouvoir apparait à des seuils nettement plus élevés.

Mais dans les deux cas, on constate que le pouvoir caractérise les lieux les plus centraux et se renforce lorsque s diminue. Parallèlement, les lieux les moins centraux accusent une subordination de plus en plus marquée.

Cette relation n'est pas uniquement d'ordre empirique, elle découle de l'analyse, et peut être justifiée théoriquement.

En effet,

$$y(i,k) = \frac{a \frac{m_3(i)}{d^\alpha(k,i)} / V_3(k)}{a \frac{m_3(k)}{d^\alpha(i,k)} / V_3(i)}$$

Ayant postulé la symétrie de la distance, le résultat précédent s'écrit:

$$y(i,k) = \frac{m_3(i) V(i)}{m_3(k) V(k)}$$

Or d'après (11), $V_3(i) = c_3(i) V_3(i^0)$ et, $V_3(k) = c_3(k) V_3(i^0)$.

Par conséquent, la relation (25) est logiquement équivalente à:

$$(30) \text{ iDk(s) vraie} \implies \frac{m_3(i)}{m_3(k)} \geq s \frac{c_3(k)}{c_3(i)}$$

Dans le cas particulier où $c_3(i) = c_3(k)$, i domine k si le rapport des masses est au moins égal au seuil de sévérité imposé; lorsque $c_3(i) \geq c_3(k)$ la sévérité est, en fait, moins grande que ne l'indique la valeur du seuil.

4. LA CENTRALITE .

L'espace économique est complexe. Il recouvre des espaces fonctionnels différents, s'imbriquant les uns dans les autres, générant des hiérarchies de centralité spécifiques, sinon contradictoires. Traiter de la centralité dans l'espace économique, c'est d'abord assurer la synthèse des hiérarchies individuelles afin d'établir une structure générale, une hiérarchie de centralité multifonctionnelle.

Ce passage du particulier au général soulève des problèmes importants.

En premier lieu, le calcul d'un potentiel intégrant toutes les fonctions, repose sur la définition, en chaque zone, d'une masse composite. Or cette dernière ne peut être obtenue par agrégation directe des masses partielles (mesurées avec des unités différentes).

En admettant qu'il soit possible de trouver une unité de masse commune à chaque fonction (compte tenu des hypothèses simplificatrices qui accompagnent habituellement cette approche: ROY 1969), se pose, ensuite, le problème du choix d'une structure agrégative et de la détermination des pondérations des fonctions. Il se peut, en effet, que l'espace économique d'une fonction occupe une place privilégiée dans les motivations des individus, ce qui conduirait à un renforcement naturel de la hiérarchie de centralité qui lui est associée.

La présente section n'a pas la prétention d'aborder tous ces problèmes.

La synthèse des degrés de centralité qu'elle propose, évite, seulement, l'optique agrégative des formulations mathématiques traditionnelles, et emprunte à la théorie des sous-ensembles flous ses concepts les plus élémentaires. (Voir, par exemple, KAUFMANN 1973 pour les notions de base)

L'idée consiste à définir le centre de tout espace fonctionnel par un sous-ensemble flou de I. Ainsi, le centre de E_j est représenté par l'ensemble des couples:

$$(31) C_j = \{ (i, c_j(i)) ; i \in I \}$$

où le degré d'appartenance de i à C_j est défini par le degré de centralité $c_j(i)$.

Notons bien qu'il n'est pas question de revenir sur la nature de l'espace cadre (voir 1.1); I possède des limites précises, ses lieux sont correctement spécifiés. L'imprécision ne concerne que l'appartenance de ces derniers à des catégories aussi "vagues" que celle des "lieux centraux". En d'autres termes, I est le référentiel (au sens de la théorie ensembliste traditionnelle) à partir duquel on se propose de définir la notion de sous-ensemble flou.

Etant donné que $c_j(i) \in [0, 1]$, C_j est un sous-ensemble flou au sens de ZADEH 1965. En dehors du cas particulier où une zone ne possède aucun attribut de centralité, tout

lieu appartient plus ou moins à la catégorie des lieux centraux. Non ponctuel, le centre d'un espace ne saurait être affecté d'une frontière précise.

Puisqu'il existe au moins un lieu de I , tel que : $c_j(i^0) = 1$, alors C_j est un sous-ensemble flou normalisé. i^0 est le lieu "le plus central" dans l'espace économique de la fonction j . Par un abus de langage commode, nous conserverons le terme "centre" pour qualifier i^0 .

Dans ces conditions, il semble naturel d'assurer la synthèse des m sous-ensembles flous C_j par l'opération d'intersection.

Soit Φ un opérateur d'intersection floue, le centre multifonctionnel, noté C , de l'espace économique est le sous-ensemble flou de I défini par :

$$(32) C = \{ (i, c(i)) ; i \in I \}$$

avec :

$$(33) c(i) = \Phi_j [c_j(i)]$$

Dans la liste des opérateurs satisfaisant aux conditions imposées par l'intersection floue (PRADE 1982), nous retiendrons la médiane M .

Puisque $\forall j \in J : c_j(i) \in [0, 1]$, alors $M_j [c_j(i)] \in [0, 1]$. C est un sous-ensemble flou au sens de ZADEH.

Sauf cas particulier où un lieu, au moins, possède un degré de centralité égal à l'unité pour plus de la moitié des fonctions, C n'est pas nécessairement normalisé.

Donc, si aucun lieu n'est caractérisé par un degré de centralité multifonctionnel égal à un, l'espace économique est dépourvu de centre au sens étroit du terme.

Evitant l'agrégation de grandeurs non mesurables (les masses sont des mesures, mais les degrés de centralité ne sont que des indices simplement repérables), la médiane fournit une synthèse plus satisfaisante que l'opérateur "min" dont l'usage est pourtant plus fréquent. Supposons, par exemple, qu'un lieu i soit affecté de degrés partiels 2 égaux à un pour $m-1$ fonctions et d'un degré nul pour une seule fonction, alors : $c(i) = \min_j [c_j(i)] = 0$, et $c(i) = M_j [c_j(i)] = 1$. Le second résultat apparaît plus logique.

En outre, l'opérateur médiane peut intégrer, sans les agréger, les poids relatifs des fonctions. Soit w_j , un nombre entier positif, supposé traduire l'importance de la hiérarchie de centralité générée par E_j , on pose:

$$(34) c(i) = M_j [(w_j, c_j(i))]$$

Cette écriture signifie que le degré partiel $c_j(i)$ intervient, dans le calcul de la médiane, comme l'indique le nombre w_j . L'intérêt de la procédure est évidemment théorique, car la connaissance des pondérations est purement hypothétique.

Ayant défini le centre C, par complémentation on obtient la périphérie P, c'est-à-dire le sous-ensemble flou de I tel que:

$$(35) P = \{(i, x(i)) ; i \in I\}$$

où, par définition:

$$(36) x(i) = 1 - c(i)$$

$x(i)$ représente, en fait, l'écart de centralité séparant le lieu i d'un centre multifonctionnel i^* fictif ou réel:

- Si i^* existe, alors $x(i^*) = 0$: i^* est exclu totalement du sous-ensemble flou "périphérie".

- A l'opposé, $x(i) = 1$ signifie que le lieu i est totalement exclu du sous-ensemble flou "centre"; i est un lieu périphérique au sens fort du terme.

A l'instar de la distance-au-centre définie dans l'espace physique, la fonction d'appartenance x peut être intégrée dans un modèle stochastique en vue d'expliquer la répartition spatiale d'une variable y : $y = f(x)$.

On se place ici dans un espace "abstrait", ce qui ne signifie pas que la distance physique soit totalement éliminée. Elle contribue en effet au calcul des degrés de centralité et son influence se retrouve dans les degrés de non-centralité.

BIBLIOGRAPHIE

- AUJAC H. "La hiérarchisation des industries dans un tableau des échanges interindustriels". Revue économique, mars 1960: 169-238.
- CESARIO F.J. "Linear and nonlinear regression models of spatial interaction". Economic Geography, vol. 51, n°1, 1975: 69-77.
- CUISENIER J. "Economie et sociométrie" in: L'économique et les sciences humaines, tome 1, G. PALMADE éditeur, DUNOD, PARIS, 1967: 359-385.
- DESCHENES J., MONTAZEL M., ABEILLE M., VIEVARD J.P. "Circulation et transport dans l'agglomération lyonnaise". Ministère de l'équipement, tome 2, Juillet 1967.
- EWING G.O. "Gravity and linear regression models of spatial interaction: a cautionary note". Economic Geography, vol. 50, n°1, 1974: 83-88.
- FUSTIER B. "Les interactions spatiales en économie". Collection de l'I.M.E, n° 21, Editions SIREY, 1979.
- FUSTIER B., GARLANDIER J.C., ROUGET B. "Centre et centralité dans l'agglomération dijonnaise". L'économie du Centre-Est, n° 1, 1985: 17-33.
- HUFF D.L. "A probabilistic analysis of shopping center trade areas". Land Economics, Février 1963: 81-90.
- HUFF D.L., BLUE L. "A programmed solution for estimating retail sales potentials". Lawrence, Kansas center for regional studies (non daté).
- HURIOT J.M. "Dépendance et hiérarchie dans une structure interindustrielle". Collection de l'I.M.E, n° 8, Editions SIREY, 1974.
- JAMEUX C. "Organisation du pouvoir et pouvoir de l'organisation". Revue Sciences de Gestion, n° 7, 1985: 147-172.
- KAUFMANN A. "Introduction à la théorie des sous-ensembles flous". Tome 1, MASSON et Cie, PARIS, 1973.
- LACHENE R. "Contribution à l'analyse de l'espace économique". Metra, série spéciale n° 6, 1965.

MORAN P. " L'analyse spatiale en science économique". Editions CUJAS, 1966.

MORENO J.L. "Fondements de la sociométrie". P.U.F., PARIS, 1954.

PRADE H. " Modèles mathématiques de l'imprécis et de l'incertain en vue d'applications au raisonnement naturel". Thèse d'Etat, TOULOUSE, 1982.

ROY B. " Classements et choix en présence de points de vue multiples. La méthode ELECTRE." Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle. n° 8, 1968.

ROY B. "Pourquoi des approches multicritères et comment?" SEMA, direction scientifique, note de travail n° 108, 1969.

STEWART J.Q. "Empirical mathematical rules concerning the distribution and equilibrium of population". The geographical review, vol. XXXVII, 1947: 461-485.

STEWART J.Q. " Demographic gravitation: Evidence and applications". Sociometry, vol.XI, n°1 et 2, 1948: 35-58.

WEIBULL J.W. "An axiomatic approach to the measurement of accessibility". Regional science and urban economics, n°6, 1976: 357-379.

ZADEH L.A. "Fuzzy sets". Information and control, vol. 18, 1965: 338-353.