



**HAL**  
open science

# Propriétés spectrales des filtres usuels en économie : désaisonnalisation par CENSUS XII, et différences d'ordre $d$

André Keller, Bernadette Maréchal

## ► To cite this version:

André Keller, Bernadette Maréchal. Propriétés spectrales des filtres usuels en économie : désaisonnalisation par CENSUS XII, et différences d'ordre  $d$ . [Rapport de recherche] Institut de mathématiques économiques (IME). 1985, 93 p., graphiques, tableaux, bibliographie. hal-01543012

**HAL Id: hal-01543012**

**<https://hal.science/hal-01543012v1>**

Submitted on 20 Jun 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# I.M.E.

EQUIPE DE RECHERCHE ASSOCIEE AU C.N.R.S.

DOCUMENT DE TRAVAIL



**INSTITUT DE MATHEMATIQUES ECONOMIQUES**

UNIVERSITE DE DIJON


FACULTE DE SCIENCE ECONOMIQUE ET DE GESTION

4, BOULEVARD GABRIEL — 21000 DIJON

N° 76

PROPRIETES SPECTRALES DES FILTRES USUELS EN ECONOMIE :  
DESAISONNALISATION PAR CENSUS X11, ET DIFFERENCES D'ORDRE d

André KELLER  
Université de Paris II  
et  
Groupe d'Analyse Macroéconomique Appliquée (CNRS)  
Bernadette MARECHAL  
Université de Besançon  
et  
Institut de Mathématiques Economiques (CNRS)



avril 1985

PROPRIETES SPECTRALES DES FILTRES USUELS EN ECONOMIE :  
DESAISONNALISATION PAR CENSUS X11, ET DIFFERENCES D'ORDRE d

André KELLER  
Université de Paris II  
et  
Groupe d'Analyse Macroéconomique Appliquée (CNRS)

Bernadette MARECHAL  
Université de Besançon  
et  
Institut de Mathématiques Economiques (CNRS)

Cette recherche s'inscrit dans le cadre du projet "Construction d'indicateurs avancés pour la prévision à très court terme par l'analyse spectrale et l'analyse factorielle des données", subventionné au titre d'une allocation de recherche D.G.R.S.T. en Economie Quantitative.

L'ensemble des calculs a été effectué au C.I.R.C.E. (C.N.R.S.). Les logiciels utilisés ont été DATABANK et T.S.P. pour la constitution de la banque de données conjoncturelles issues du fichier S.I.C. (Système d'Information Conjoncturelle de l'I.N.S.E.E.), B.M.D.P. et S.A.S. pour les analyses spectrale et cospectrale, S.A.S. pour les graphiques sur table traçante ; les calculs théoriques ont été effectués par programmes écrits en FORTRAN.

## SOMMAIRE

	<b>Pages</b>
<b><u>REDUCTION DES COMPOSANTES PERIODIQUES</u></b>	<b>7</b>
Caractéristiques d'un filtre	7
Filtres destinés à atténuer certaines composantes	12
Application des filtres à certains types de chroniques	41
<b><u>STABILITE DES COMPOSANTES PERIODIQUES</u></b>	<b>59</b>
Instruments d'analyse	60
Stabilité des propriétés spectrales entre la série brute et la série filtrée	65
Stabilité des relations d'avance-retard entre les séries brutes et les séries filtrées	79

## RESUME

Cette étude porte sur l'efficacité de certains filtres usuels en économie pour réduire les composantes tendancielle et saisonnière : les moyennes mobiles qu'incorpore la méthode CENSUS X11 et les différences d'ordre d préconisées par Box-Jenkins. Les analyses spectrale et cospectrale sont utilisées afin de savoir si les autres composantes ne sont pas altérées, et si les relations d'avance-retard trouvées entre séries brutes sont conservées après filtrage. L'application porte sur des séries conjoncturelles représentatives de l'économie française de 1963 à 1982.

Ces travaux théoriques et empiriques garantissent la supériorité des moyennes mobiles tant dans l'élimination de la composante saisonnière que dans la conservation des relations d'avance-retard. L'utilisation de ces techniques permet d'en préciser les limites. Cette étude, qui renforce des résultats sans doute prévisibles, propose une méthodologie applicable à toute question sur l'efficience comparée des méthodes de désaisonnalisation courantes.

**MOTS CLES :** Filtre - Différentiation - CENSUS X11 - Analyse spectrale - Avance-retard.

## SUMMARY

This study concerns the efficiency of usual statistical filters in economics to reduce the tendencial and seasonal components : the moving average processes of CENSUS X11 seasonal adjustment method and the differences of d order early proposed by BOX-JENKINS.

We are herein using the spectral and cospectral analyses to know whether the other components keep stable in the filtering process and whether the leads and lags found on the basis of the initial original data are kept after these filtering processes. One application illustrates the problems by means of monthly indicators that are highly representative of French economic evolution from 1963 up to 1982.

This theoretical and empirical research verifies the better performance of the moving averages in eliminating the seasonal component as well as in maintaining the stability of leads and lags between economic indicators. The use of spectral techniques leads to the determination of their limits.

Finally this study which certainly confirms and makes predictable results more precise is also proposing one methodology, to question the efficiency of different seasonal adjustment techniques as CENSUS, ASA, etc. and to compare them precisely.

KEY WORDS : Filtering -Differenciation - CENSUS X11 - Spectral Analysis -  
Leads and lags.

## INTRODUCTION

La stabilité en moyenne des chroniques fait partie des conditions d'application de l'analyse spectrale dont le but est de permettre de repérer les composantes périodiques des chroniques.

Les filtres ont précisément pour objectif d'atteindre cette propriété de stationnarité en réduisant l'importance du trend et de la saisonnalité. Cette étude doit permettre de juger de l'efficacité de certaines techniques de filtrage tant au niveau des chroniques elles-mêmes qu'au niveau de leurs interrelations. L'application porte sur deux classes de filtres particuliers : les moyennes mobiles et les différences d'ordre  $d$ . Les différents instruments de l'analyse spectrale sont utilisés pour apporter des éléments de réponse aux questions suivantes :

- la réduction de la contribution de certaines composantes affecte-t-elle les autres composantes ?

- les relations d'avance-retard observées entre séries brutes sont-elles conservées entre séries filtrées pour les composantes non concernées par l'emploi du filtre ?

A cet effet, deux approches complémentaires sont proposées. La première, théorique, s'applique à l'étude des propriétés des filtres, définies par leurs fonctions de transfert et de phase. La seconde, empirique, s'appuie sur l'estimation de ces fonctions à partir d'un échantillon doublement représentatif tant au niveau économique (activité hors commerce extérieur : production, chômage, prix) qu'au niveau des caractéristiques intrinsèques des chroniques, ramenées à leur trend et leur saisonnalité.

Le plan retenu pour cette étude répond aux deux préoccupations principales qui viennent d'être exprimées d'une part sur la réduction des composantes tendancielle et saisonnière, d'autre part sur la stabilité des composantes périodiques.

La première partie, consacrée à l'efficacité des filtres pour



l'atténuation de certaines composantes, présente les caractéristiques générales des filtres, les propriétés structurelles des filtres particuliers des moyennes mobiles et des différences d'ordre  $d$ , ainsi que l'étude spectrale des séries économiques retenues.

La seconde partie, sur la stabilité des composantes périodiques, expose les instruments d'analyse utilisés, la stabilité des propriétés cospectrales entre série brute et série filtrée, et la stabilité des relations d'avance-retard entre séries brutes et entre séries filtrées.

## I. - REDUCTION DES COMPOSANTES PERIODIQUES

L'analyse statistique des séries temporelles dégage des régularités d'évolution que ne permet pas d'obtenir, dans un grand nombre de cas, la simple lecture des séries en données brutes. En économie, et plus précisément dans une optique conjoncturelle, les filtres constituent un moyen d'atténuer ou d'éliminer certaines composantes bien connues comme le trend et la saisonnalité. Dans cette étude, les instruments utilisés pour étudier les propriétés spectrales des filtres sont introduits sans démonstration (voir en particulier Blanc-Lapierre et Fortet (1953), Terraza (1977)).

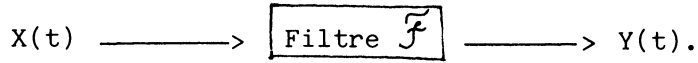
### 1.1. - Caractéristiques d'un filtre

L'utilisation séquentielle et itérative des filtres en pratique nécessite le rappel de leurs définitions et opérations. Leurs caractéristiques principales que définissent les fonctions de transfert et de phase nous permettront de juger de leur efficacité. A cet effet, des analyses et des calculs originaux seront proposés.

#### 1.1.1. - Définitions et opérations

. Un filtre  $\mathcal{F}$  désigne un procédé de transformation linéaire d'un processus d'entrée  $X(t)$  en un processus de sortie  $Y(t)$ , ou processus

filtré, schématisé par :



Formellement, le procédé de transformation défini par :

$$Y(t) = \mathcal{F}[X(t)]$$

est décrit par la relation :

$$y_t = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} a_j x_{t-j} \quad (1.1)$$

où les constantes  $a_j$ ,  $j=0, +1, +2, \dots, +\infty$ , sont indépendantes du temps.

Un filtre  $\mathcal{F}$  peut être interprété soit comme un modèle linéaire reliant une variable exogène  $x$  à une variable endogène  $y$ , soit comme un procédé de sélection de composantes particulières d'une même chronique. Cette seconde interprétation est celle qui est retenue dans cette étude.

. Un filtre est dit linéaire et invariant dans le temps s'il satisfait aux deux propriétés suivantes :

1- si les processus  $X_1(t)$  et  $X_2(t)$  correspondent respectivement aux processus filtrés  $Y_1(t)$  et  $Y_2(t)$ , alors le processus  $a X_1(t) + b X_2(t)$ , correspond au processus filtré  $a Y_1(t) + b Y_2(t)$ , pour toutes valeurs de  $a$  et de  $b$  ;

2- si le processus  $X(t)$  correspond au processus filtré  $Y(t)$ , alors le processus  $X(t+k)$  correspond au processus filtré  $Y(t+k)$ , pour tout  $k$  réel.

. Un processus filtré  $Y(t)$  est stationnaire en covariance si le processus  $X(t)$  est stationnaire en covariance et si les coefficients  $a_j$  vérifient :

$$\sum_{j=-\infty}^{+\infty} |a_j| < +\infty \quad \text{et} \quad \sum_{j=-\infty}^{+\infty} a_j^2 < +\infty .$$

. Soit deux filtres linéaires  $\mathcal{F}_1$  et  $\mathcal{F}_2$  définis respectivement par les constantes  $\{ a_j , j=0 , \pm 1 , \pm 2 , \dots , \pm \infty \}$  et  $\{ b_j , j=0 , \pm 1 , \pm 2 , \dots , \pm \infty \}$ .

On démontre (Blanc-Lapierre et Fortet (1953), pp. 342-350) que :

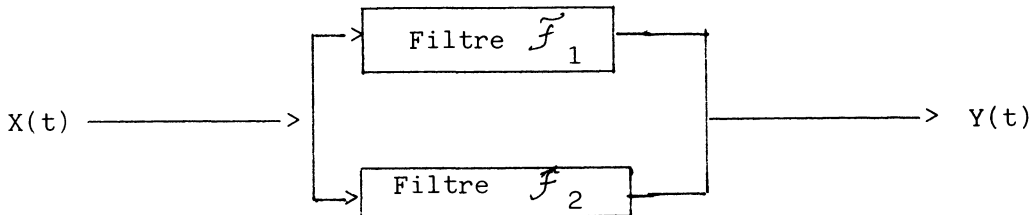
\* le filtre somme est tel que :

$$Y(t) = \mathcal{F}_1 [X(t)] + \mathcal{F}_2 [X(t)] = [\mathcal{F}_1 \oplus \mathcal{F}_2] [X(t)] = \mathcal{F}[X(t)]$$

avec :

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 \oplus \mathcal{F}_2$$

soit, schématiquement :



\* le filtre produit résulte de l'application séquentielle des deux filtres  $\mathcal{F}_1$  et  $\mathcal{F}_2$  :

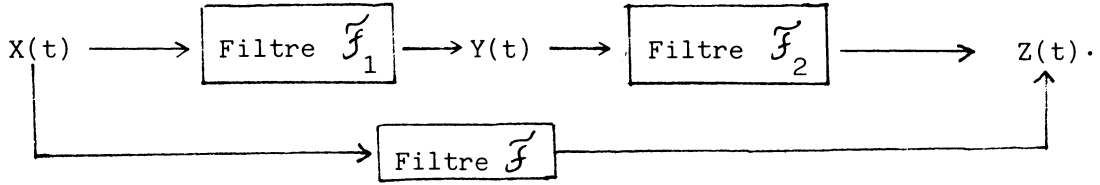
$$Y(t) = \mathcal{F}_1 [X(t)]$$

$$\begin{aligned} \text{et} \quad Z(t) &= \mathcal{F}_2 [Y(t)] = \mathcal{F}_2 [ \mathcal{F}_1 [ X(t) ] ] \\ &= [ \mathcal{F}_1 \otimes \mathcal{F}_2 ] [ X(t) ] = \mathcal{F}[X(t)] \end{aligned}$$

avec :

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 \otimes \mathcal{F}_2$$

soit, schématiquement :



Le produit de deux filtres est commutatif :

$$\tilde{\mathcal{F}} = \tilde{\mathcal{F}}_1 \otimes \tilde{\mathcal{F}}_2 = \tilde{\mathcal{F}}_2 \otimes \tilde{\mathcal{F}}_1 .$$

### 1.1.2. - Propriétés spectrales des filtres

. La fonction de fréquence-réponse C d'un filtre est obtenue par la transformée de Fourier des coefficients  $a_j$ , soit :

$$\lambda \longmapsto C(\lambda) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} a_j e^{-i 2 \pi \lambda j}$$

où  $2 \pi \lambda$  désigne la fréquence angulaire mesurée en radians.

Cette fonction est généralement une fonction à valeurs complexes :

$$C(\lambda) = u(\lambda) + i v(\lambda).$$

. La fonction de transfert l du filtre est le carré du module de la fonction de fréquence-réponse :

$$\lambda \longmapsto l(\lambda) = |C(\lambda)|^2 = u^2(\lambda) + v^2(\lambda) . \tag{1.2}$$

. La fonction de gain G du filtre est la racine carrée de la fonction de transfert :

$$\lambda \longmapsto G(\lambda) = \sqrt{l(\lambda)} = |C(\lambda)| .$$

Le gain modifie essentiellement l'amplitude des oscillations : il y a amplification de l'oscillation si  $G(\lambda) > 1$ , et atténuation si  $G(\lambda) < 1$ .

Le filtre somme  $\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 \oplus \mathcal{F}_2$  admet pour gain la somme des gains associés respectivement à  $\mathcal{F}_1$  et à  $\mathcal{F}_2$  :

$$\lambda \longmapsto G(\lambda) = G_1(\lambda) + G_2(\lambda),$$

et le filtre produit  $\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 \otimes \mathcal{F}_2$ , le produit des gains :

$$\lambda \longmapsto G(\lambda) = G_1(\lambda) \times G_2(\lambda) .$$

. La fonction de phase  $\psi$  d'un filtre est définie par :

$$\lambda \longmapsto \psi(\lambda) = \text{arc tg} \frac{v(\lambda)}{u(\lambda)} \quad (1.3).$$

. Le filtre somme admet pour fonction de phase :

$$\lambda \longmapsto \psi(\lambda) = \text{arc tg} \frac{\sum_i u_i \text{tg} \psi_i(\lambda)}{\sum_i u_i} \quad i=1,2,$$

et le filtre produit :

$$\lambda \longmapsto \psi(\lambda) = \text{arc tg} \left[ \sum_i \text{tg} \psi_i(\lambda) \right]$$

où :

$$\psi_i(\lambda) = \text{arc tg} \frac{v_i(\lambda)}{u_i(\lambda)} \quad i=1,2.$$

L'utilisation d'un filtre symétrique, défini par  $a_j = a_{-j}$ ,  $\forall j$ , dans (1.1), permet de conserver la phase des composantes du processus initial, donc  $\psi(\lambda) = 0$ . En effet, la fonction de fréquence-réponse d'un tel filtre est une fonction à valeurs réelles :

$$C(\lambda) = a_0 + 2 \sum_{j=1}^{+\infty} a_j \cos 2\pi \lambda j.$$

1.1.3. - Propriétés spectrales des processus filtrés

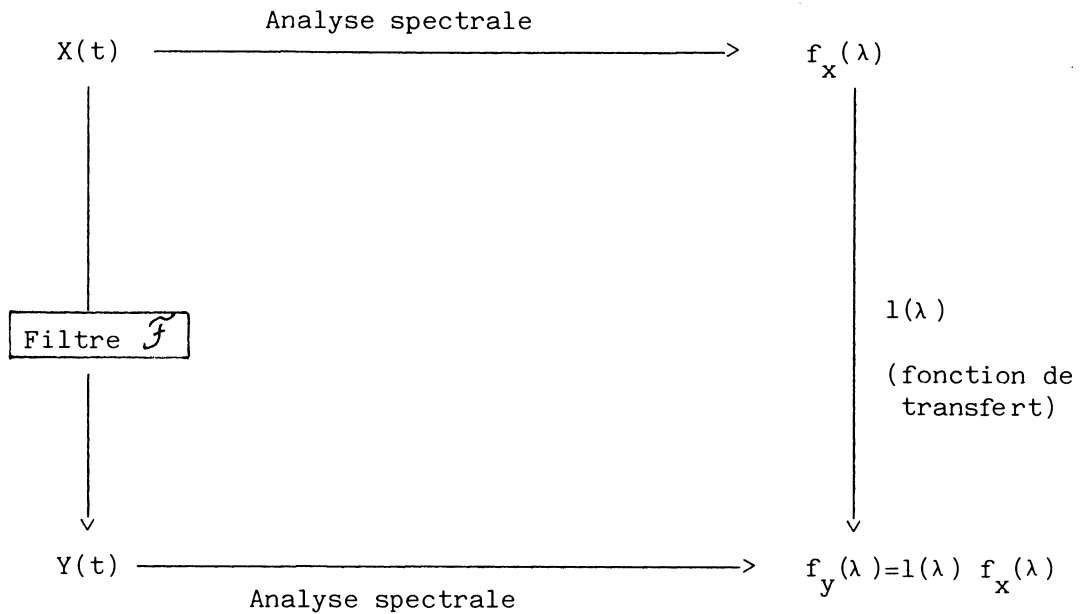
Si  $f_x(\lambda)$  et  $f_y(\lambda)$  désignent respectivement le spectre de puissance des processus stationnaires en covariance  $X(t)$  et  $Y(t)$ , alors on démontre (Maréchal (1980), pp. 304-305) que :

$$f_y(\lambda) = |C(\lambda)|^2 f_x(\lambda) = l(\lambda) f_x(\lambda) \tag{1.4}$$

$$f_{xy}(\lambda) = \overline{C(\lambda)} f_x(\lambda)$$

où  $\overline{C(\lambda)}$  désigne le conjugué de  $C(\lambda)$ .

Les propriétés liées aux techniques de filtrage et d'analyse spectrale justifient l'organigramme suivant (Terraza (1977), p. 29) :



Ainsi, le spectre de puissance du processus filtré,  $f_y(\lambda)$ , peut être obtenu soit directement à partir du processus filtré  $Y(t)$ , soit indirectement à partir du spectre de puissance  $f_x(\lambda)$  du processus original  $X(t)$  et de la fonction de transfert  $l$  du filtre  $\tilde{F}$ . Cette démarche s'applique également à la détermination du spectre croisé,  $f_{xy}(\lambda)$ , entre le processus original  $X(t)$  et le processus filtré  $Y(t)$ . Par conséquent, il n'est pas nécessaire de connaître le processus filtré  $Y(t)$

pour calculer d'une part le spectre de puissance de ce processus d'autre part, le spectre croisé entre le processus original et le processus filtré.

## 1.2. - Filtres destinés à atténuer certaines composantes

En économie, l'analyse statistique des séries temporelles tend à privilégier les procédés qui permettent d'atténuer certaines composantes. Les deux méthodes étudiées, d'usage courant, réalisent cet objectif, mais présentent des particularités opposées. Ces deux méthodes sont la méthode de désaisonnalisation CENSUS X11 (version 1968)\* (Shiskin, Young and Musgrave, (1965)) qui relève des techniques de moyennes mobiles, et la méthode de Box-Jenkins (1976) qui s'apparente aux différentiations d'ordre d.

### 1.2.1. - Filtres aux moyennes mobiles : application à CENSUS X11

L'organigramme des traitements de CENSUS X11, que nous avons établi à partir de la description de cette méthode fournie par l'I.N.S.E.E. et des travaux de Laroque (1977) dans le cas de séries trimestrielles, montre la variété des moyennes mobiles utilisées ainsi que leur enchaînement selon la séquence suivante :

- première estimation de la tendance par application d'une moyenne mobile centrée sur 13 mois (la tendance comprend le trend et les mouvements cycliques) ;
- première estimation de la série dépourvue de sa tendance ;
- première estimation de la saisonnalité par une moyenne mobile sur 5 ans complétée par une moyenne mobile centrée sur 13 mois afin que la somme des coefficients saisonniers soit égale à zéro ;
- première estimation de la série corrigée des variations saisonnières ;
- seconde estimation de la tendance par une moyenne mobile de Henderson ;

---

\* U.S. Bureau of Census Economic Research and Analysis Division, November 1, 1968.

- seconde estimation de la série dépourvue de sa tendance ;
- seconde estimation de la saisonnalité par une moyenne mobile sur 7 ans complétée par une moyenne mobile centrée sur 13 mois afin que la somme des coefficients saisonniers soit nulle.

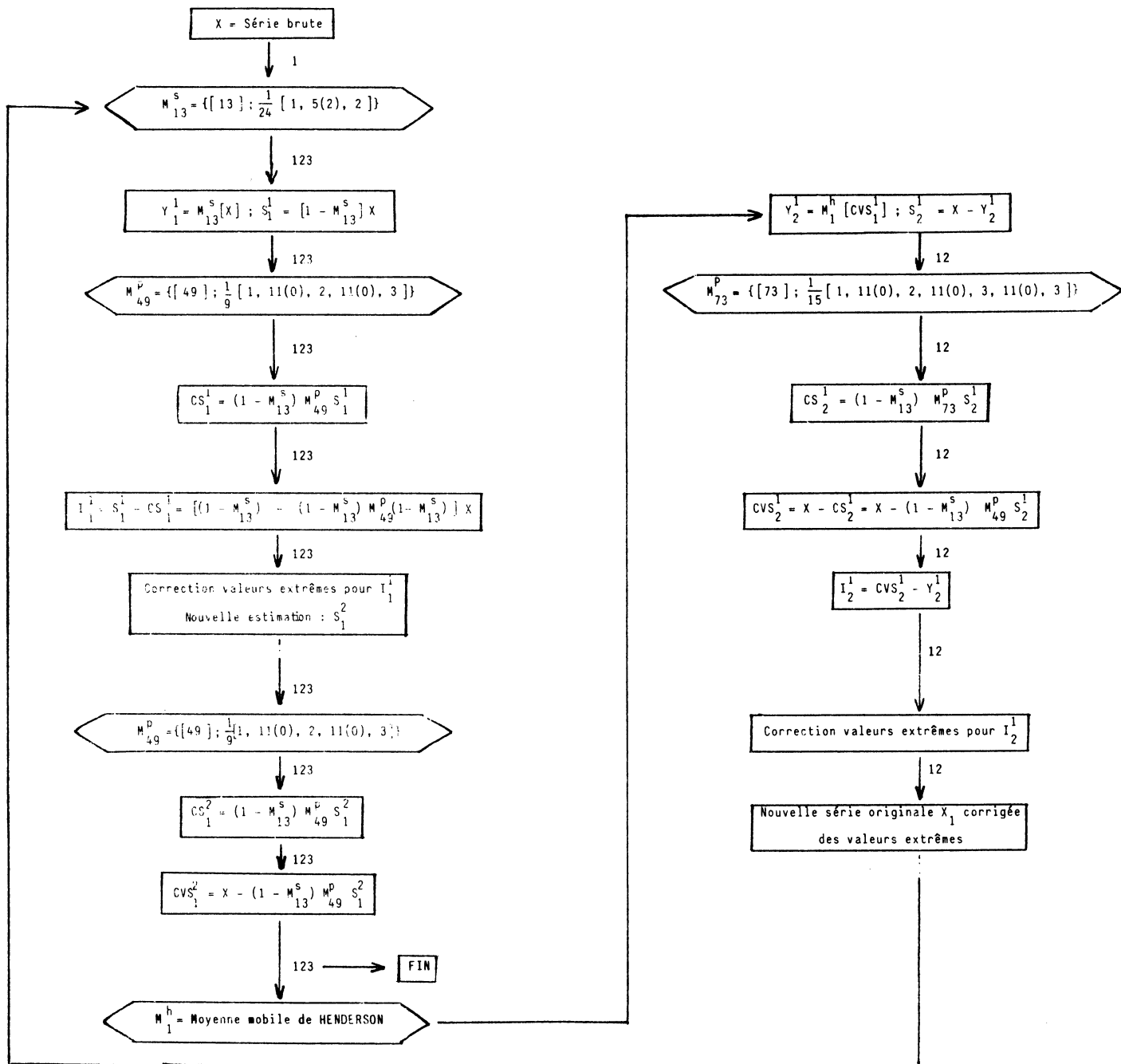
La présentation de ces moyennes mobiles s'inspire de la notation symbolique retenue par Gouriéroux et Monfort (1983).



ORGANIGRAMME DE LA METHODE CENSUS X11 (SCHEMA ADDITIF)

PREMIERE ETAPE

SECONDE ETAPE



- $Y_1^1$  = tendance de la chronique brute (tendance = trend + composante cyclique) à l'étape i ;
- $S_1^1$  = Rapports saisonniers = Composantes saisonnière et irrégulière à l'étape i ;
- $CS_1^1$  = Coefficients saisonniers à l'étape i ;
- $I_1^1$  = Composante irrégulière à l'étape i ;
- $CVS_1^1$  = Série désaisonnalisée à l'étape i (tendance + composante irrégulière) ;

Chacune de ces grandeurs peut être calculée plusieurs fois au cours d'une même étape, l'indice 1 indiquant le nombre de calculs déjà effectués pour cette grandeur.

Les chiffres 1, 2 et 3 indiquent les itérations.

1. La moyenne mobile simple, centrée et de longueur (2m+1),  
définie par :

$$y_t = \frac{1}{2m+1} \sum_{i=-m}^{+m} a_i x_{t-i}$$

soit, en écriture symbolique :

$$M^S = \{ [2m+1] ; \frac{1}{\sum_{i=-m}^{+m} a_i} [a_{-m}, a_{-m+1}, \dots, a_{-1}, a_0] \}$$

avec

$a_i$  : coefficient de pondération,

$m$  : périodicité des observations (trimestre ou mois).

2. Les moyennes mobiles pondérées sur 5 et 7 ans, définies comme  
une moyenne mobile simple de  $k_1$  termes d'une moyenne mobile simple de  $k_2$   
termes, et notées  $k_1 \times k_2$ , soit en écriture symbolique :

$$* M^P = \{ [(n-1) m+1] ; \frac{1}{k_1 k_2} [1, (m-1)(0), 2, (m-1)(0), 3] \}$$

pour une moyenne mobile pondérée sur 5 ans,

$$* M^P = \{ [(n-1) m+1] ; \frac{1}{k_1 k_2} [1, (m-1)(0), 2, (m-1)(0), 3, (m-1)(0), 3] \}$$

pour une moyenne mobile pondérée sur 7 ans,

avec :

$n$  : nombre d'années retenues,

$m$  : périodicité des observations (trimestre ou mois),

$(m-1)(0)$  :  $(m-1)$  coefficients dont la valeur est nulle.

Par exemple, pour une moyenne mobile pondérée 3x3 sur 5 ans avec  
données mensuelles :

$$M^P = \{ \{49\} ; \frac{1}{9} [1, 11(0), 2, 11(0), 3] \} .$$

3. La moyenne mobile de Henderson d'ordre (2n-3), dont les coefficients  $a_i$ ,  $i=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm (n-2)$ , sont les solutions du programme d'optimisation suivant :

$$\min \sum_{i=-(n-2)}^{-(n-2)} (\Delta^3 a_i)^2$$

sous :

$$\sum_{i=-(n-2)}^{-(n-2)} a_i = 1$$

$$\sum_{i=-(n-2)}^{-(n-2)} i a_i = 0$$

$$\sum_{i=-(n-2)}^{-(n-2)} i^2 a_i = 0$$

où  $\Delta^3 a_i$  désigne les différences (retards) d'ordre trois des coefficients  $a_i$  (Mac Cauley (1931), pp. 89-99).

La solution de ce programme est :

$$a_i = \frac{315 [(n-1)^2 - i^2] [n^2 - i^2] [(n+1)^2 - i^2] [3n^2 - 11i^2 - 16]}{8n [n^2-1] [4n^2-1] [4n^2-9] [4n^2-25]}$$

avec  $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm (n-2)$ .

La méthode CENSUS X11 retient des moyennes mobiles d'ordre 9, 13 ou 23. Le choix entre ces trois valeurs s'effectue d'après l'importance de l'irrégulier moyen.

Les notations symboliques de ces trois moyennes mobiles sont données dans le tableau 1.

Moyenne mobile d'ordre	Notation symbolique
9	$M_9^H = \{[9] ; \frac{1}{2431} [-99, -24, 288, 648, 805]\}$
13	$M_{13}^H = \{[13] ; \frac{1}{16\ 796} [-325, -468, 0, 1100, 2475, 3600, 4032]\}$
23	$M_{23}^H = \{[23] ; \frac{1}{28\ 224\ 105} [-120\ 750, -308\ 154, -442\ 750, -410\ 025, -139\ 650, 379\ 050, 1\ 098\ 846, 1\ 927\ 800, 2\ 748\ 900, 3\ 441\ 900, 3\ 903\ 900, 4\ 065\ 971]\}$

Tableau 1 - Coefficients des moyennes mobiles de Henderson employées dans CENSUS X11

D'après l'organigramme simplifié, la méthode CENSUS X11 décrit un procédé itératif d'opérations en deux étapes. Chaque itération combine ces trois types de moyennes mobiles, et comporte des corrections des valeurs extrêmes.

Les filtres des moyennes mobiles sont des filtres symétriques. Par conséquent, leur fonction de fréquence-réponse est à valeurs réelles, et leur fonction de phase est nulle. Les caractéristiques spectrales de ces moyennes mobiles sont présentées dans le tableau 2.

FILTRE	FONCTION DE TRANSFERT
<p><u>MOYENNE MOBILE SIMPLE SUR 13 MOIS</u></p> $M_{13}^S = \{ [13] ; \frac{1}{24} [1,5(2), 2] \}$	$\frac{1}{576} \left[ \frac{\cos 12 \pi \lambda \sin \pi \lambda + 2 \sin 11 \pi \lambda}{\sin \pi \lambda} \right]^2$
<p><u>MOYENNE MOBILE PONDEREE</u></p> <p>- <u>sur 5 ans</u></p> $M_{49}^P = \{ [49] ; \frac{1}{9} [1,11(0), 2, 11(0), 3] \}$ <p>- <u>sur 7 ans</u></p> $M_{73}^P = \{ [73] ; \frac{1}{15} [1, 11(0), 2, 11(0), 3, 11(0), 3] \}$	$\frac{1}{81} [ 1 + 2 \cos 24 \pi \lambda ]^4$ $\frac{1}{225} [ 16 \cos^2 12 \pi \lambda \cos^2 24 \pi \lambda - 1 ]^2$
<p><u>MOYENNE MOBILE DE HENDERSON</u></p> <p>- <u>d'ordre 9</u> : <math>M_9^H</math></p> <p>- <u>d'ordre 13</u> : <math>M_{13}^H</math></p> <p>- <u>d'ordre 23</u> : <math>M_{23}^H</math></p>	$\left[ a_0 + 2 \sum_{j=1}^4 a_j \cos 2 \pi \lambda j \right]^2$ $\left[ a_0 + 2 \sum_{j=1}^6 a_j \cos 2 \pi \lambda j \right]^2$ $\left[ a_0 + 2 \sum_{j=1}^{11} a_j \cos 2 \pi \lambda j \right]^2$

TABLEAU 2 - CARACTERISTIQUE SPECTRALE DES FILTRES DES MOYENNES MOBILES

1.2.2. - Filtres aux différences successives d'ordre d :  
méthode de Box-Jenkins

La stationnarité en moyenne des chroniques, requise dans un grand nombre d'applications en économie, est obtenue par différentiation d'ordre d. La valeur de d est déduite de l'allure de la fonction d'auto-corrélation : une décroissance lente traduit la présence d'un trend ; une allure sinusoïdale, un mouvement saisonnier (de période 12 mois pour des chroniques mensuelles). Box et Jenkins (1976) préconisent une différentiation à l'ordre 1 pour éliminer un trend\* linéaire, et l'utilisation du filtre  $(1-B^{12})$  pour éliminer la composante annuelle (ou composante saisonnière). La présence simultanée du trend et de la composante annuelle nécessite donc la composition des deux filtres  $(1-B)$  et  $(1-B^{12})$ .

L'expression de la série filtrée Y en fonction de la série brute X est reproduite dans le tableau 3.

---

\* Dans la méthode de Box-Jenkins, tendance et trend sont synonymes.

Ordre de différentiation	Série filtrée
d=1	$Y(t) = (1-B) X(t) = X(t) - X(t-1)$ $y_t = a_0 x_t + a_1 x_{t-1}$ avec : $a_0 = 1, a_1 = -1$
d=12	$Y(t) = (1-B^{12}) X(t) = X(t) - X(t-12)$ $y_t = a_0 x_t + a_{12} x_{t-12}$ avec : $a_0 = 1, a_{12} = -1$
d=1, 12	$Y(t) = (1-B)(1-B^{12}) X(t)$ $= X(t) - X(t-1) - X(t-12) + X(t-13)$ $y_t = a_0 x_t + a_1 x_{t-1} + a_{12} x_{t-12} + a_{13} x_{t-13}$ avec : $a_0 = 1, a_1 = -1, a_{12} = -1, a_{13} = 1$

Tableau 3 - Expression d'une série filtrée d'après l'ordre de différentiation

La valeur des coefficients  $a_j$  pour chacun de ces filtres permet de calculer leurs fonctions de transfert et de phase (tableau 4).

Filtre	Fonction de transfert	Fonction de phase
d=1	$4 \sin^2 \pi \lambda$	$\pi \left( \frac{1}{2} - \lambda \right)$
d=12	$4 \sin^2 12 \pi \lambda$	$\pi \left( \frac{1}{2} - 12 \lambda \right)$
d=1, 12	$16 \sin^2 \pi \lambda \sin^2 12 \pi \lambda$	$\pi (1 - 13 \lambda)$

Tableau 4 - Fonctions de transfert et de phase des filtres aux différences d'ordre d

Ces filtres non-symétriques introduisent un déphasage dont la valeur numérique est comprise dans l'intervalle de définition de la fonction

arc tg, soit  $[-\pi/2 ; +\pi/2]$ . Ce déphasage dépend de la fréquence.

### 1.2.3. - Efficience comparée des filtres

L'application d'un filtre revient à multiplier le spectre de puissance de la série brute par la fonction de transfert de ce filtre. Il convient donc de vérifier que cette fonction possède des propriétés précises en vue de l'élimination ou de l'atténuation de certaines composantes.

#### - Elimination de la tendance\*

Les valeurs de la fonction de transfert doivent rester inférieures à l'unité dans la bande de fréquences  $[0 ; 1/120]$  ;

#### - Elimination des variations saisonnières

Les valeurs de la fonction de transfert doivent être inférieures à l'unité pour la fréquence  $1/12$ , et pour ses harmoniques secondaires.

#### - Elimination de la tendance et des variations saisonnières

Les valeurs de la fonction de transfert doivent vérifier les deux conditions précédentes.

La représentation graphique de la fonction de transfert associée à chacune de ces trois opérations (graphiques 1-4, 6-10, et 12) permet de juger de l'efficacité des filtres étudiés. Cette fonction de transfert théorique a été évaluée aux fréquences  $\lambda_j = j/240$ ,  $j = 1, \dots, 120$ . Cependant, l'efficacité des filtres de différentiation dépend également du déphasage des composantes de la série filtrée par rapport aux composantes de même fréquence de la série brute. Les décalages en mois correspondants ont été évalués aux fréquences  $\lambda_j = j/240$ ,  $j = 1, \dots, 120$  (graphiques 5, 11 et 13).

---

\* Par tendance, nous entendons toutes les composantes dont la période est supérieure à 10 ans. Dans cette étude, cette période correspond aux trois premières bandes de fréquences centrées respectivement autour des fréquences 0,  $1/240$  et  $1/120$ .



a) Elimination de la tendance

L'élimination de la tendance est réalisée soit par les moyennes mobiles centrée sur 13 mois et de Henderson dans CENSUS X11\*, soit par les différences d'ordre  $d=1$  d'après Box-Jenkins. Leurs propriétés respectives sont étudiées en distinguant l'effet sur la tendance des effets secondaires qui peuvent se manifester sur les autres composantes.

. Effet sur la tendance

L'élimination de la tendance est correctement réalisée par les deux types de filtres utilisés puisque les fonctions de transfert admettent des valeurs nulles aux très basses fréquences (graphiques 1 et 4). Cependant, l'effet de la moyenne mobile de Henderson diffère selon le nombre de termes retenus (graphique 2) : l'élimination de la tendance est d'autant mieux réalisée que la moyenne mobile comprend de termes.

. Effets secondaires sur les autres composantes

Le filtre des différences à l'ordre  $d=1$  réduit la contribution des composantes dont la période est supérieure à 6 mois (graphique 4). En revanche, les filtres des moyennes mobiles réduisent la contribution des composantes dont la période est supérieure à 12 mois pour la moyenne mobile centrée sur 13 mois (graphique 1), et comprise entre 4 et 10 mois pour les moyennes mobiles de Henderson d'ordre 9 (graphique 2). Ce résultat tient à la définition de la tendance qui, dans CENSUS X11, comprend non seulement le trend, mais aussi la composante cyclique.

Par ailleurs, la moyenne mobile centrée sur 13 mois (graphique 1) introduit au-delà de la fréquence  $1/12$  une alternance d'amplifications et d'atténuations dont l'intensité s'amortit au fur et à mesure que les fréquences s'élèvent. Ce même phénomène, mais moins marqué, apparaît avec les moyennes mobiles de Henderson (graphique 2). Néanmoins, le filtre produit de ces deux moyennes mobiles (graphique 3), combinant les effets précédents, n'amplifie la contribution d'aucune composante. En revanche, l'allure de la fonction de transfert du filtre des différences d'ordre  $d=1$  (graphique 4) traduit un processus d'amplification continu.

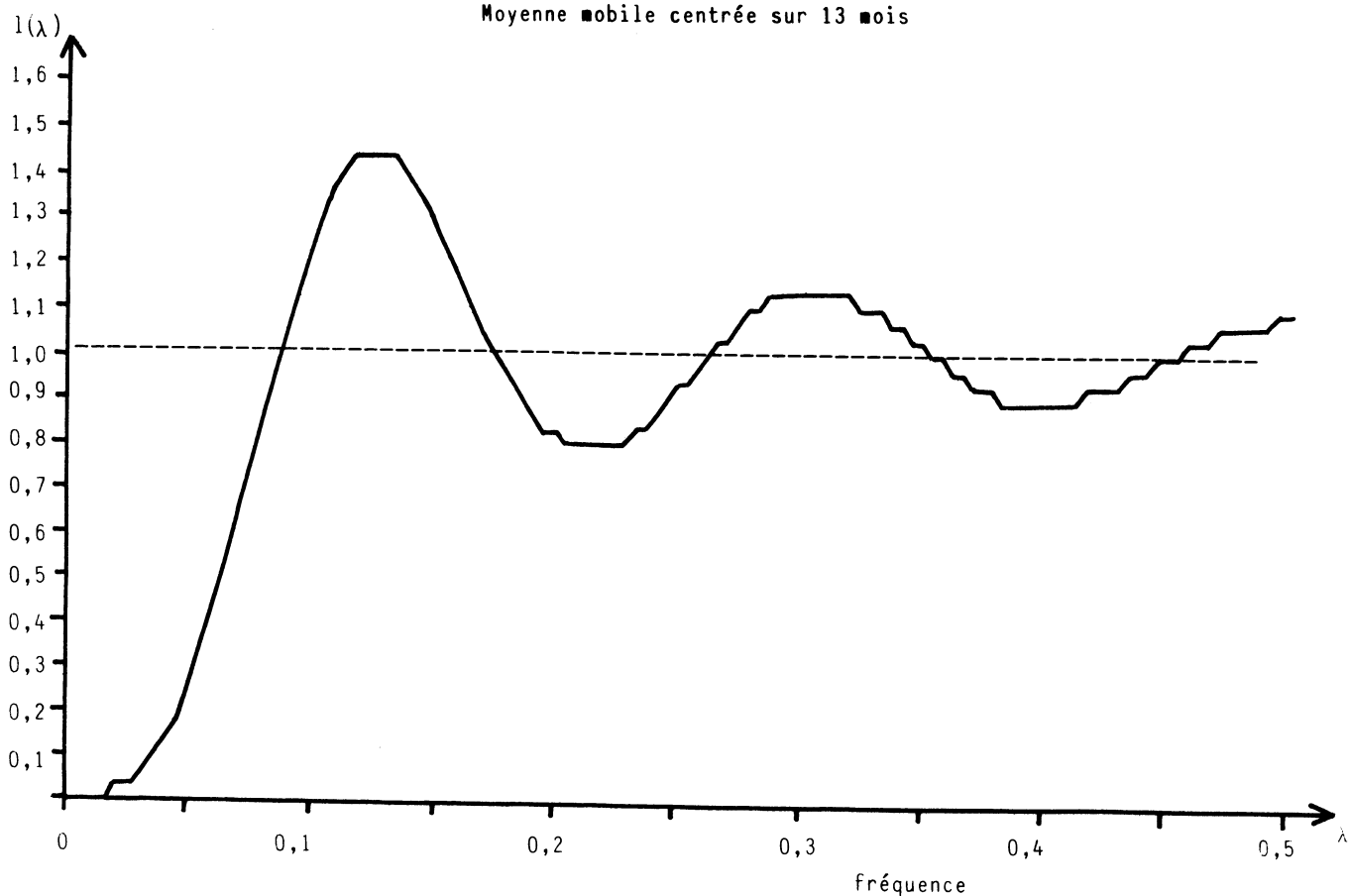
---

\* Bien que la méthode CENSUS X11 soit essentiellement une méthode de désaisonnalisation, la tendance est estimée deux fois dans chacune des deux premières étapes.

GRAPHIQUE 1

FONCTION DE TRANSFERT

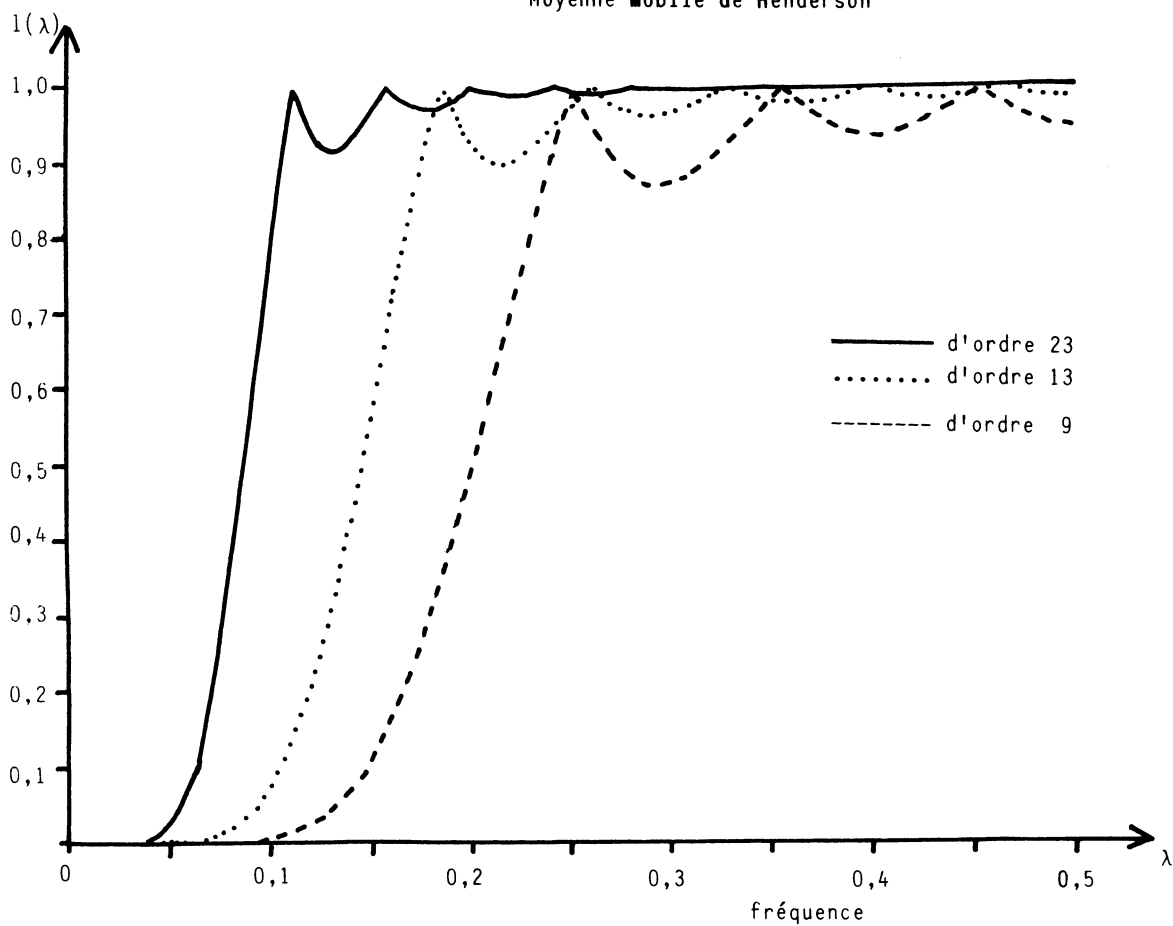
Moyenne mobile centrée sur 13 mois



GRAPHIQUE 2

FONCTION DE TRANSFERT

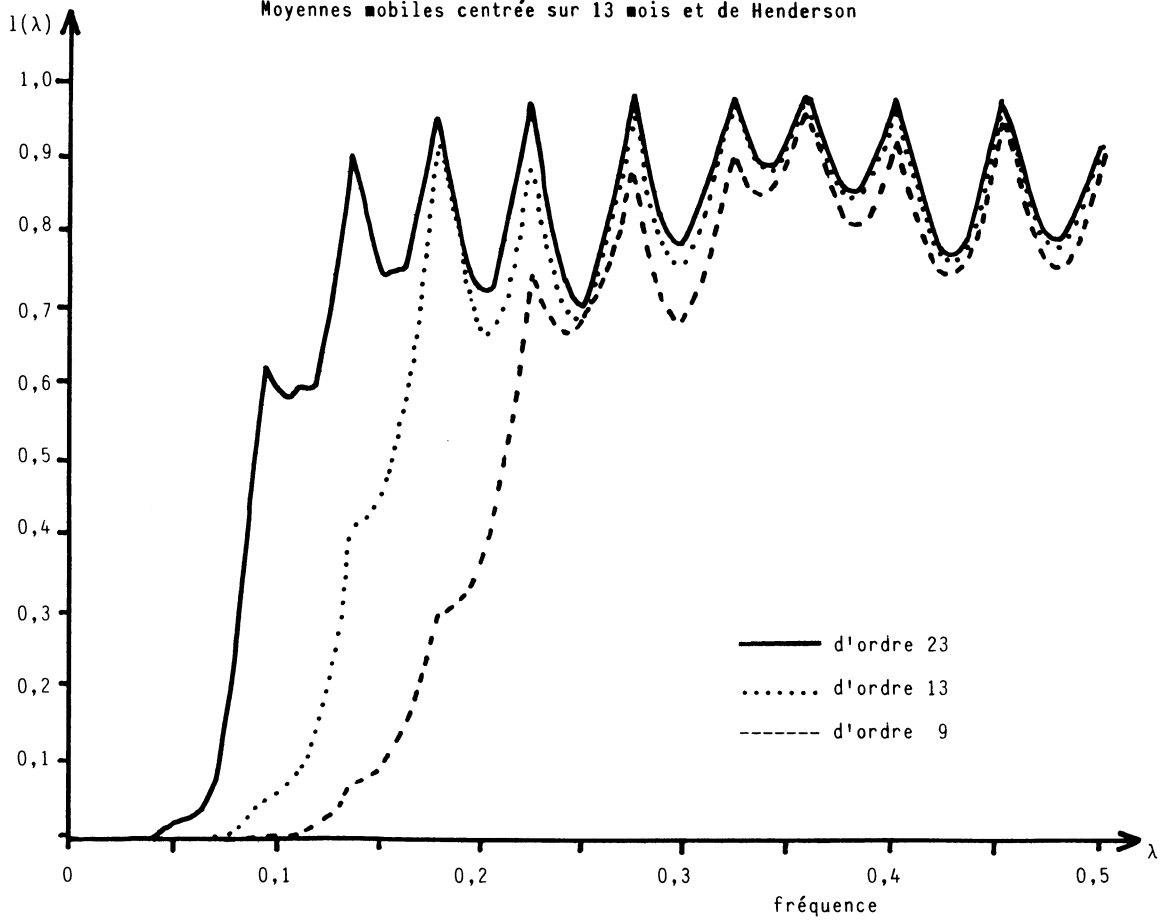
Moyenne mobile de Henderson



FONCTION DE TRANSFERT

GRAPHIQUE 3

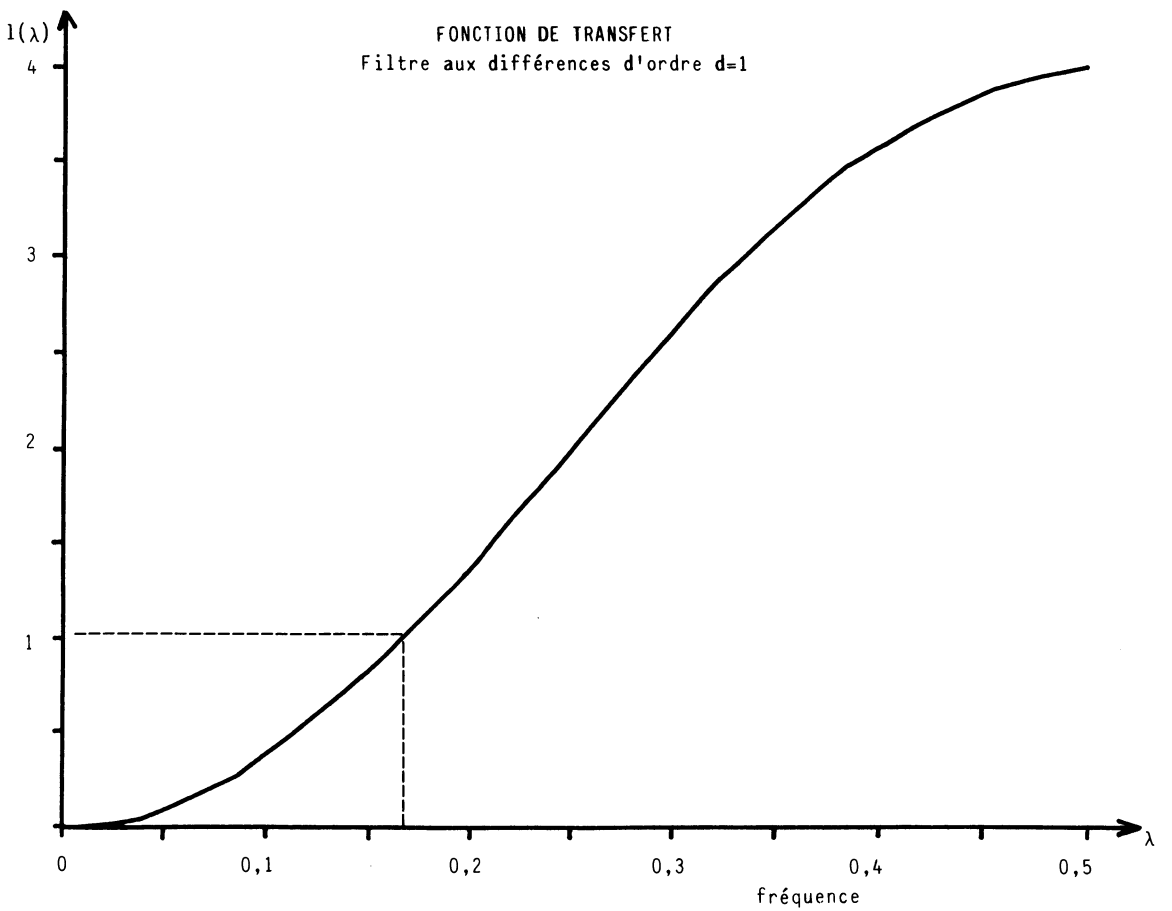
Moyennes mobiles centrée sur 13 mois et de Henderson



GRAPHIQUE 4

FONCTION DE TRANSFERT

Filtre aux différences d'ordre d=1



Les résultats concernant les filtres des différences d'ordre  $d=1$  rejoignent les conclusions établies par Terraza (1977, p. 29). Pour le filtre des différences d'ordre  $d=1$ , la fonction de transfert partage le plan en deux régions (graphique 4) :

- . pour les fréquences angulaires inférieures à  $\pi/3$  (période supérieure à 6 mois pour une série mensuelle), la contribution des composantes est réduite ;
- . pour les fréquences angulaires supérieures à  $\pi/3$ , la contribution des composantes est amplifiée.

Ainsi, il apparaît que l'importance de cette réduction ne dépend ni de l'ordre de différentiation, ni de l'hypothèse retenue pour la nature de la tendance (tendance linéaire ou non).

Les résultats du tableau 5 établis à partir de la définition des composantes usuelles en économie (long terme, moyen terme et court terme) montrent que les composantes de long terme sont mieux extraites par les filtres des moyennes mobiles, alors que les composantes de court terme sont très amplifiées par le filtre des différences d'ordre  $d=1$ .

TERME	BANDE DE FREQUENCES	FILTRES	INTERVALLE DE VARIATION DE LA FONCTION DE TRANSFERT 1 DU FILTRE	ETENDUE DE L'INTERVALLE
LONG TERME	$[\frac{1}{240} ; \frac{1}{60}]$	d=1	$0,000\ 685 \leq 1 \leq 0,010\ 956$	0,010 271
		$M_{13}^S$	$0,002\ 054 < 1 \leq 0,009\ 816$	0,007 762
MOYEN TERME	$]\frac{1}{60} ; \frac{1}{18}]$	d=1	$0,010\ 956 < 1 \leq 0,114\ 717$	0,103 761
		$M_{13}^S$	$0,009\ 816 < 1 \leq 0,301\ 369$	0,291 553
COURT TERME	$]\frac{1}{18} ; \frac{1}{6}]$	d=1	$0,114\ 717 < 1 \leq 1$	0,885 283
		$M_{13}^S$	$0,301\ 369 < 1 \leq 1,442\ 844$	1,141 475
TRES COURT TERME	$]\frac{1}{6} ; \frac{1}{2}]$	d=1	$1 < 1 \leq 4$	3
		$M_{13}^S$	$0,790\ 455 < 1 \leq 1,147\ 879$	0,357 424

Note :  $M_{13}^S$  désigne moyenne mobile simple centrée sur 13 mois

TABLEAU 5 - INTERVALLE DE VARIATION DE LA FONCTION DE TRANSFERT

Le filtre des différences d'ordre  $d=1$  introduit un déphasage entre les composantes. Les décalages correspondants en mois ont alors été évalués, et représentés en fonction de la fréquence  $\lambda$  (graphique 5).

Ce graphique révèle que, pour les composantes dont la contribution est amplifiée (période inférieure à 6 mois), le décalage est négligeable. En revanche, pour les composantes dont la contribution est atténuée (période supérieure à 6 mois), ce décalage croît exponentiellement. Plus précisément, il est de l'ordre de 2 mois  $\frac{1}{2}$  pour les composantes de très court terme (1 an), de 4 mois pour les composantes de court terme (18 mois), de 8 mois pour les composantes de court-moyen terme (3 ans), et de l'ordre de 14 mois  $\frac{1}{2}$  pour les composantes de moyen terme (5 ans).

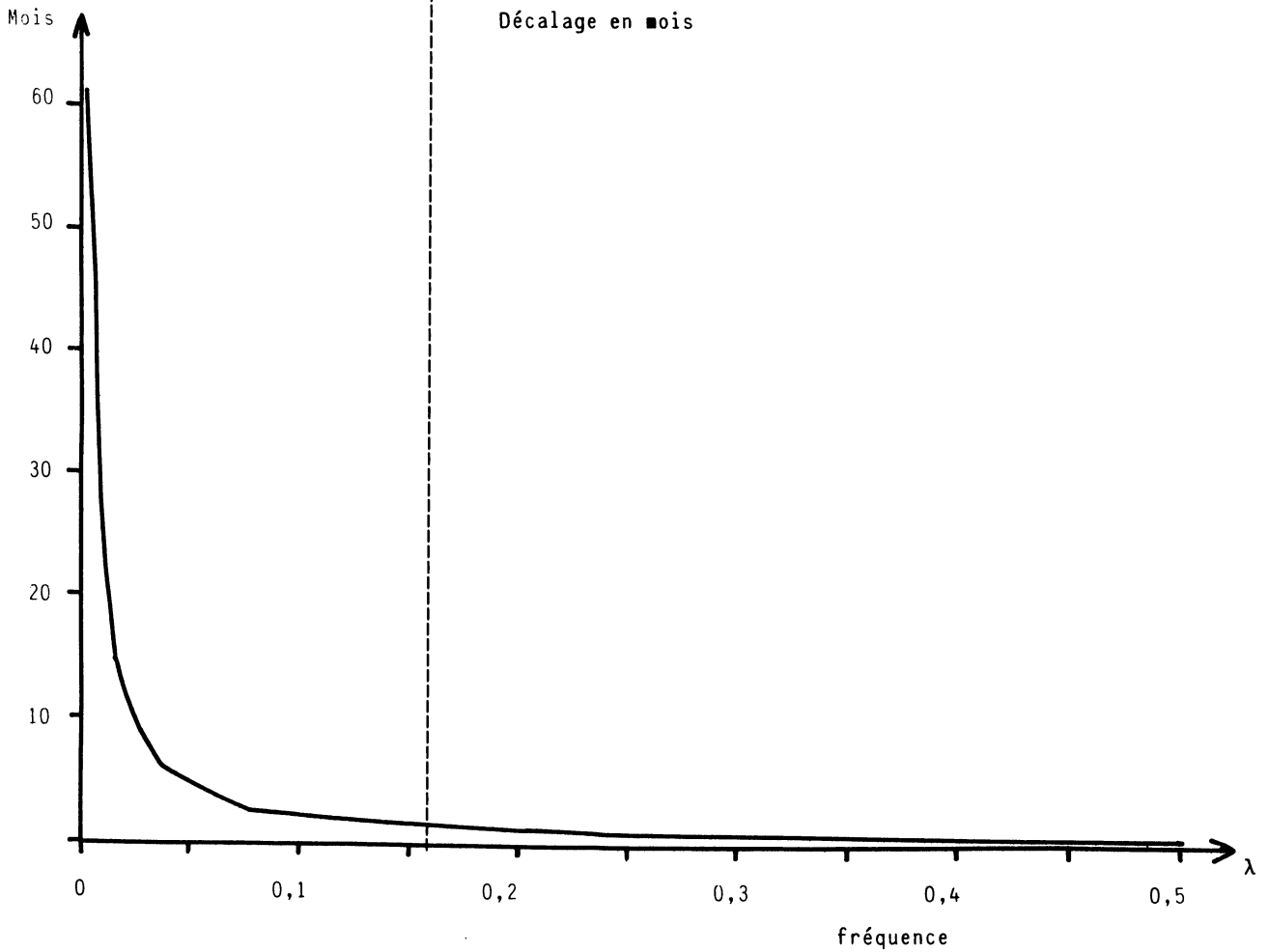
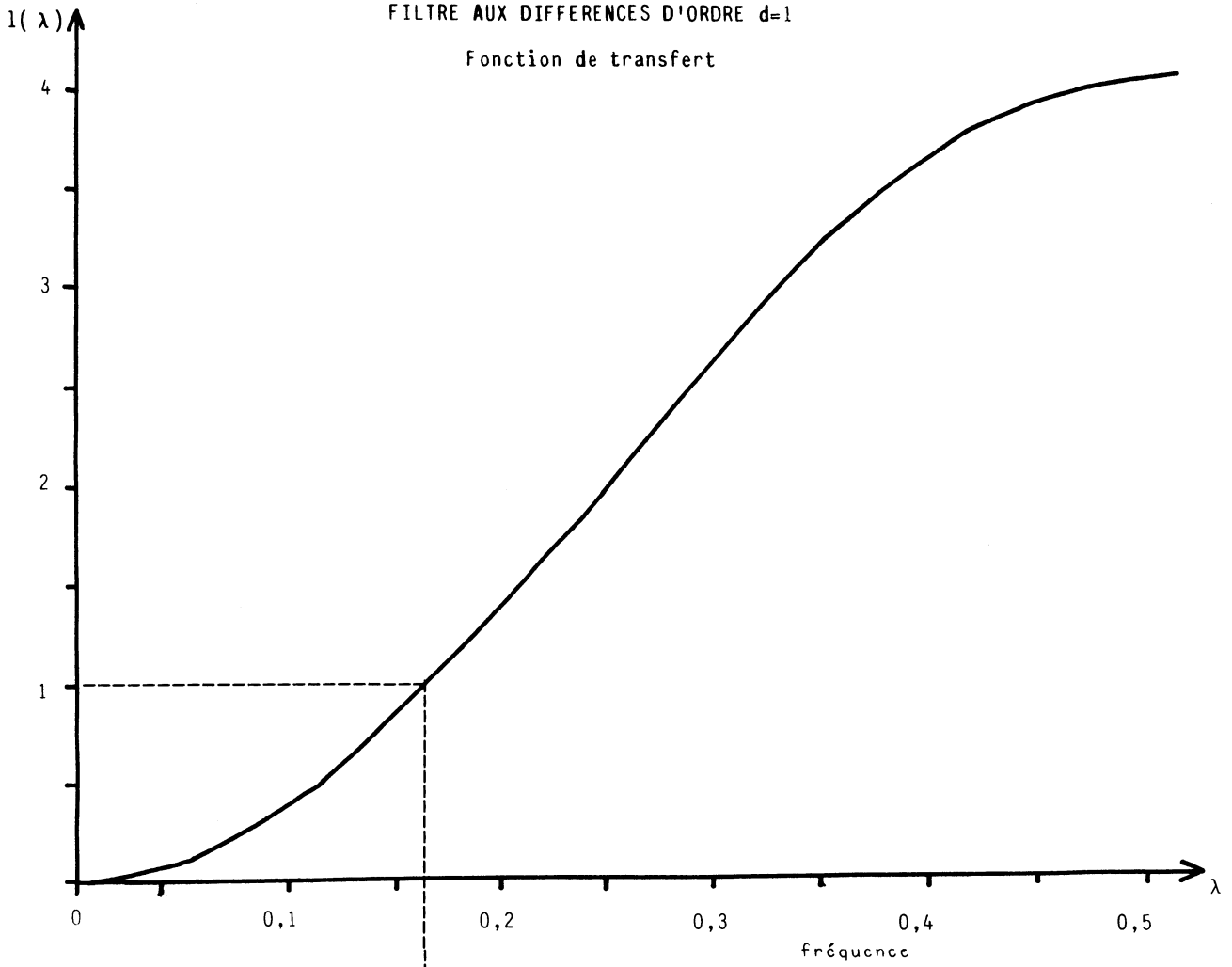
Par conséquent, ce type de filtre est plus approprié pour l'amplification des très hautes fréquences (composantes de court et très court terme) puisque'il n'introduit pas de décalage, que pour l'atténuation des très basses fréquences (composantes de long terme et tendance).

GRAPHIQUE 5

FONCTION DE TRANSFERT ET DECALAGE

FILTRE AUX DIFFERENCES D'ORDRE  $d=1$

Fonction de transfert



b) Elimination des variations saisonnières

L'élimination des variations saisonnières est réalisée par la combinaison des moyennes mobiles centrée, pondérées sur 5 et 7 ans, et de Henderson (calcul de  $CVS_2^1$  dans l'organigramme décrivant la méthode CENSUS X11). Si l'on ne tient pas compte des corrections pour valeurs extrêmes, ce filtre produit est égal à :

$$1 - (1-M_{13}^S) [M_{73}^P [1 - M_j^H [1 - (1-M_{13}^S) M_{49}^P (1-M_{13}^S) ]]]]$$

avec  $j = 9, 13$  ou  $23$ .

D'après la méthode Box-Jenkins, cette élimination est obtenue par le filtre  $(1-B^{12})$ .

. Effet sur la composante annuelle

La réduction de la contribution des variations saisonnières est correctement effectuée par les deux types de filtres comme le montrent l'allure sinusoïdale de la fonction de transfert du filtre  $(1-B^{12})$ , et la régularité des minimums des fonctions de transfert aux fréquences  $1/12$ ,  $1/6$ ,  $1/4$ ,  $1/3$ ,  $5/12$  et  $1/2$  (graphiques 9 et 10). Mais la réduction de la contribution de l'harmonique fondamental (fréquence  $1/12$ ) dépend du nombre de termes retenus dans la moyenne mobile de Henderson (graphique 9). Elle est d'autant mieux réalisée que cette moyenne mobile contient de termes. Ces résultats sont à rapprocher de ceux qui ont été établis par Laroque (1977, p. 115), pour le cas de séries trimestrielles.

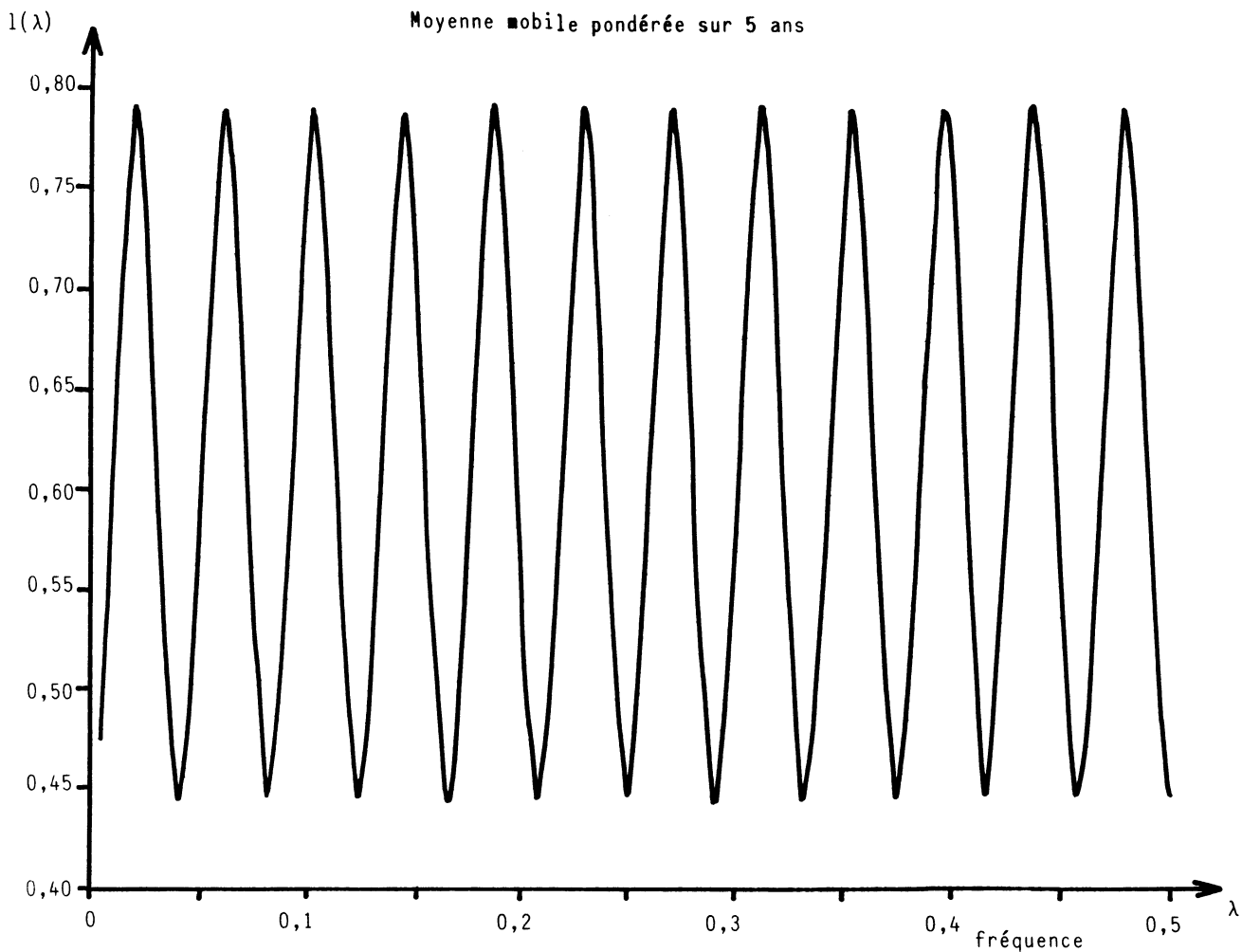
Les valeurs minimales de la fonction de transfert du filtre produit des moyennes mobiles proviennent essentiellement de celles des moyennes mobiles pondérées sur 7 ans (graphique 7). Ce type de moyennes mobiles élimine mieux les variations saisonnières que les moyennes mobiles pondérées sur 5 ans (graphique 6).



GRAPHIQUE 6

FONCTION DE TRANSFERT

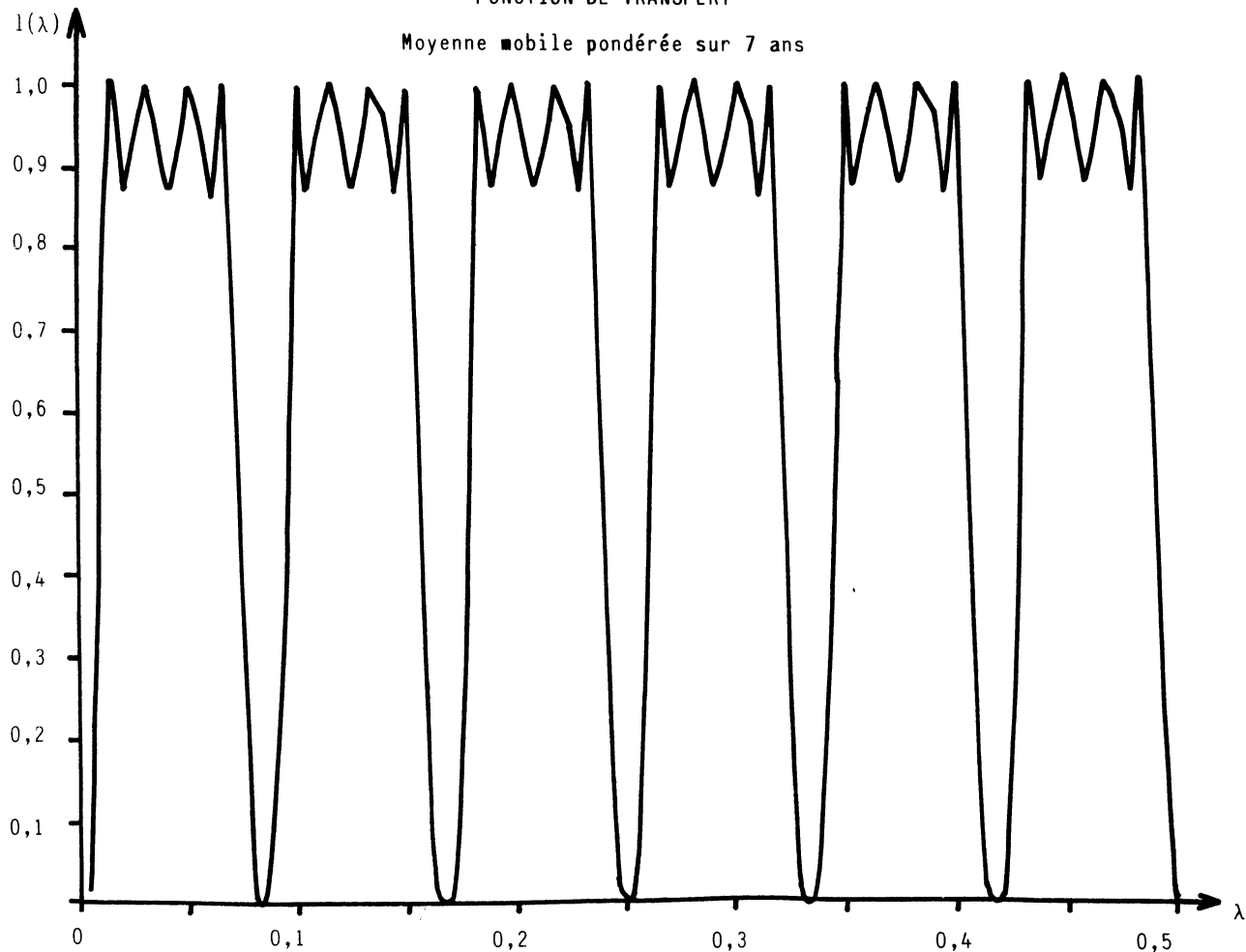
Moyenne mobile pondérée sur 5 ans



GRAPHIQUE 7

FONCTION DE TRANSFERT

Moyenne mobile pondérée sur 7 ans



Si le filtre des moyennes mobiles pondérées sur 7 ans élimine les variations saisonnières et amplifie très légèrement certaines composantes, en revanche le filtre des moyennes mobiles pondérées sur 5 ans n'effectue qu'une réduction de l'influence des variations saisonnières sans amplification des autres composantes. L'effet conjoint de ces deux moyennes mobiles conduit ainsi à une élimination des variations saisonnières sans amplification des autres composantes (graphique 8).

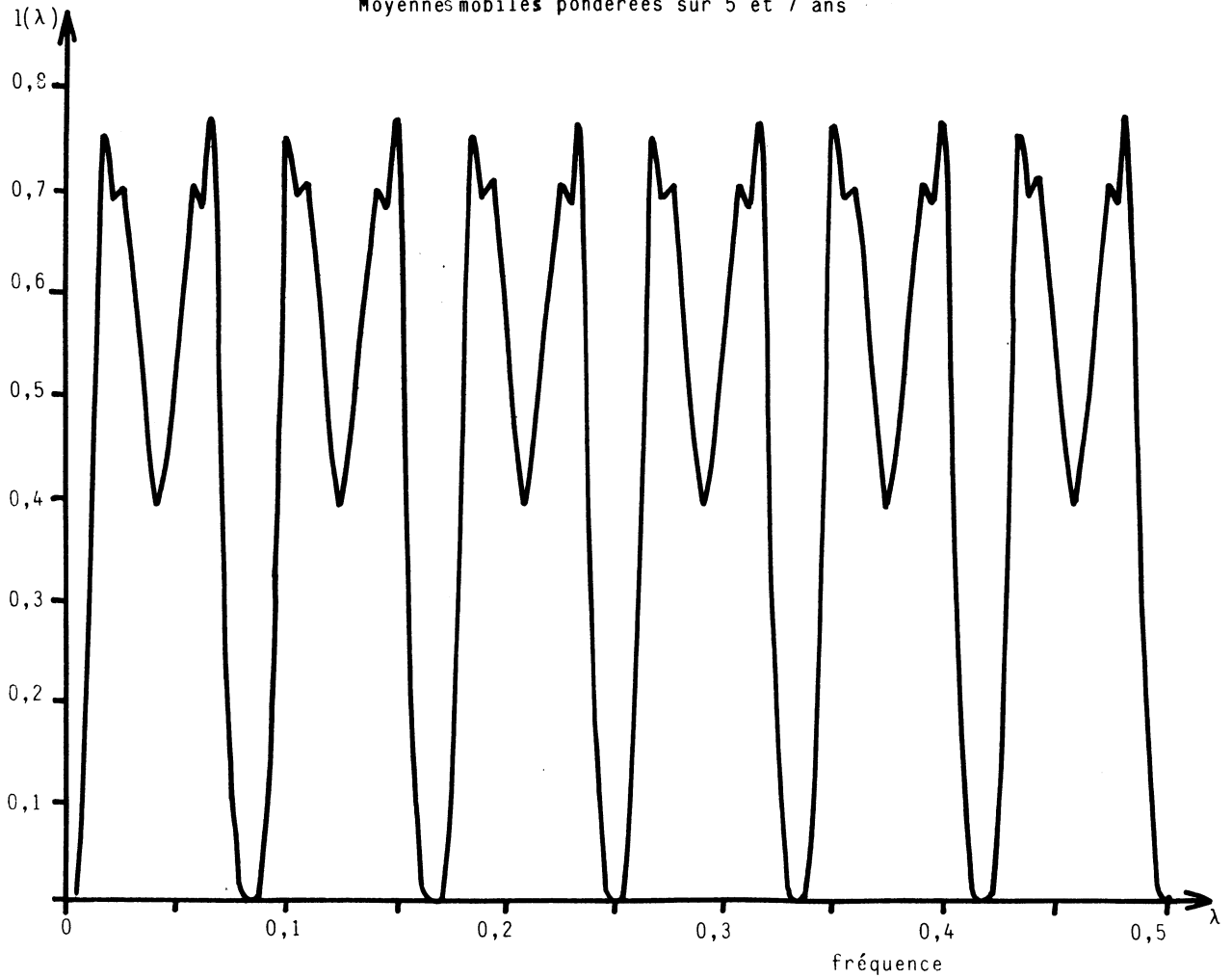
. Effet secondaire sur les autres composantes

L'élimination des variations saisonnières s'accompagne, pour le filtre des différences  $(1-B^{12})$ , d'une accentuation significative des composantes dont la période est comprise entre  $1\text{ an}\frac{1}{2}$  et 5 ans ainsi que de leurs harmoniques secondaires (graphique 10). Cette caractéristique ne se retrouve pas avec le filtre produit des moyennes mobiles. En effet, les valeurs de la fonction de transfert sont constamment égales à l'unité, sauf pour les fréquences saisonnières où elles sont nulles (graphique 9).

GRAPHIQUE 8

FONCTION DE TRANSFERT

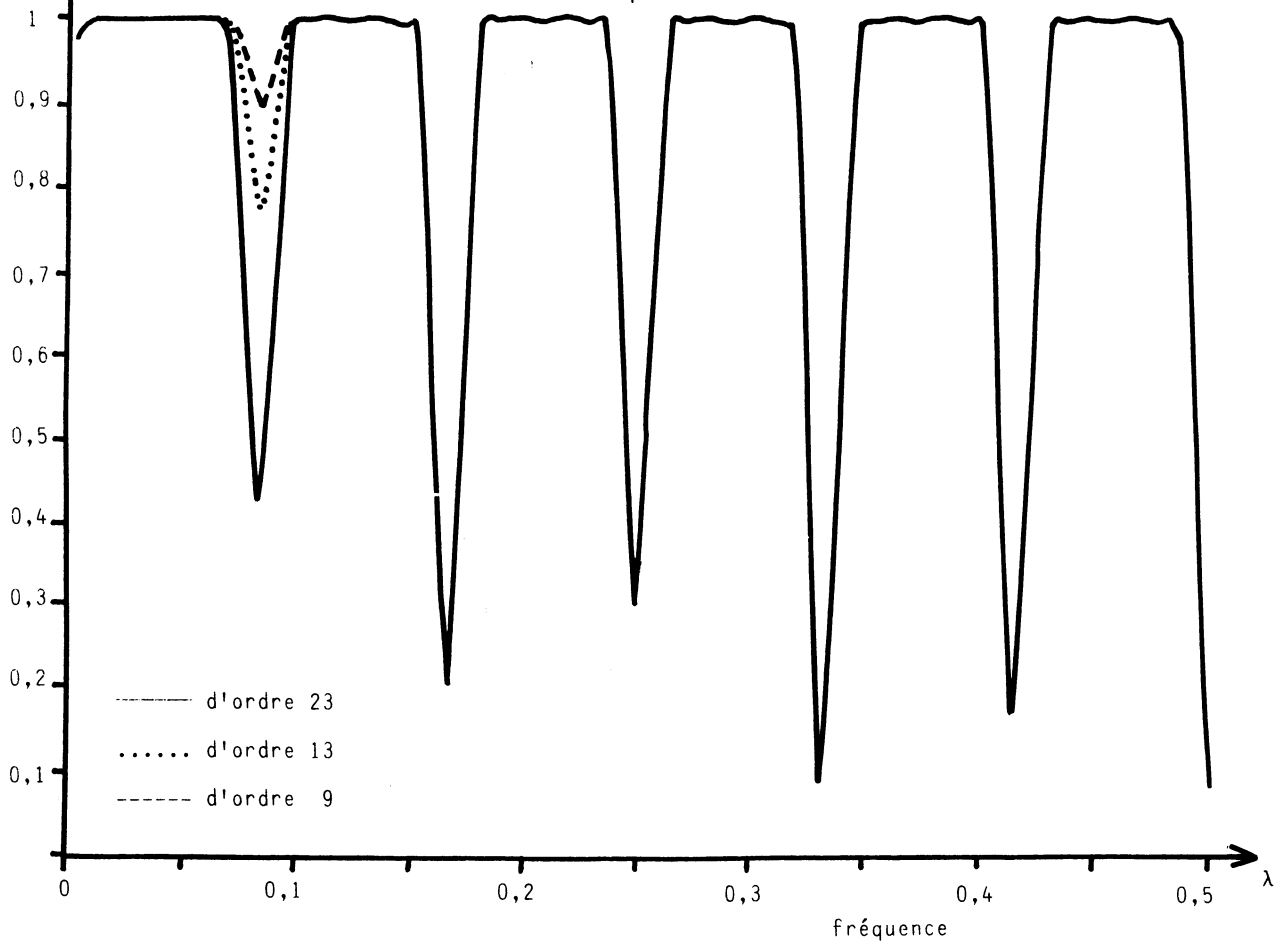
Moyennes mobiles pondérées sur 5 et 7 ans



GRAPHIQUE 9

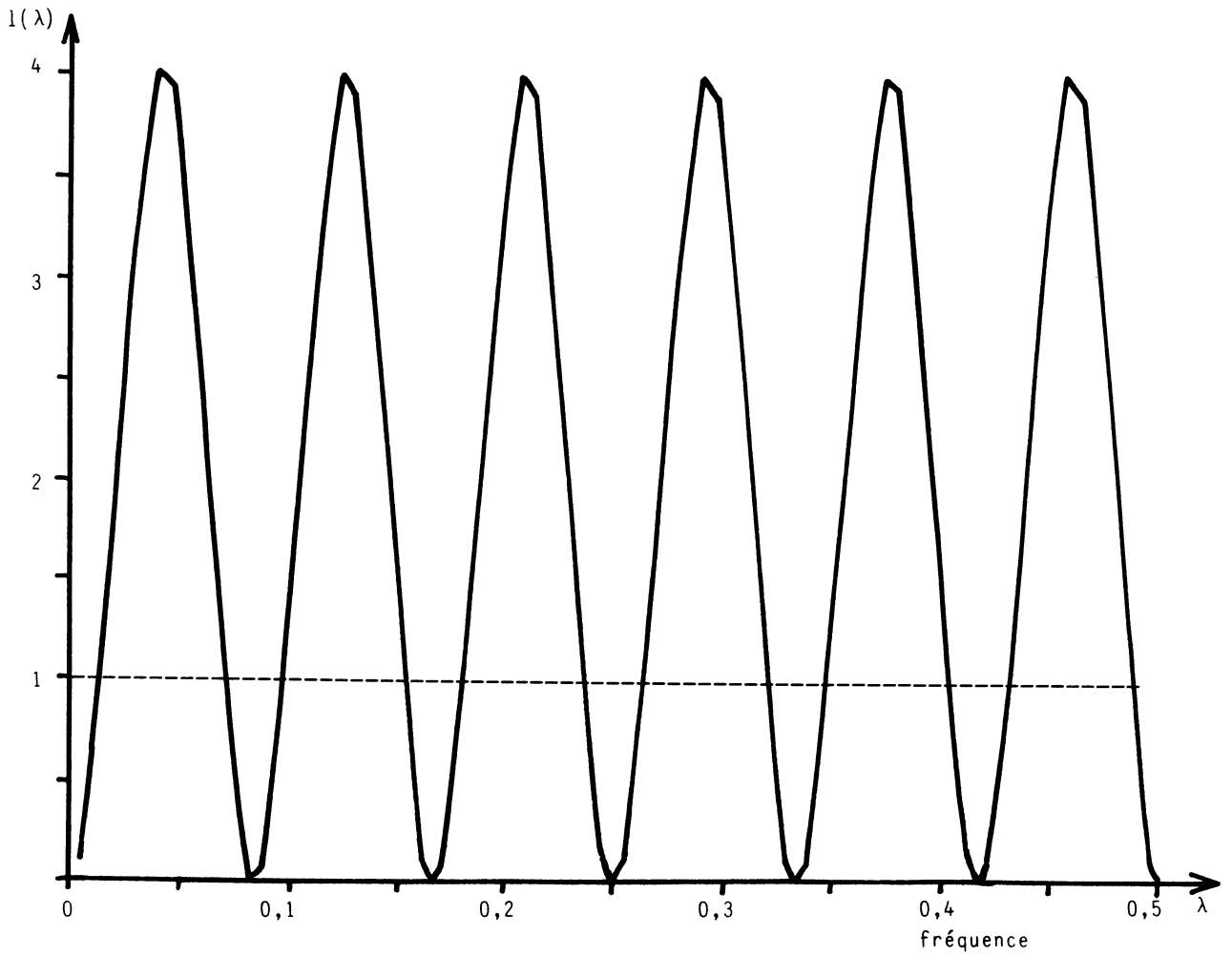
FONCTION DE TRANSFERT

Elimination de la composante saisonnière



GRAPHIQUE 10

FONCTION DE TRANSFERT  
Filtre aux différences d'ordre  $d=12$



A l'allure sinusoïdale de la fonction de transfert du filtre  $(1-B^{12})$  est associée une alternance de décalages positifs puis négatifs, dont l'intensité décroît en fonction de la fréquence, et qui deviennent inférieurs à un mois pour les composantes dont la période est inférieure à 5 mois (graphique 11).

Comme pour le filtre des différences d'ordre  $d=1$ , le décalage positif pour les composantes de long terme est très important, c'est-à-dire de l'ordre de 16 mois.

L'analyse simultanée des fonctions de transfert et de décalage révèle les propriétés suivantes :

- si la fonction de transfert est croissante (pour les composantes dont la période est comprise entre 20 et 25 mois ainsi que leurs harmoniques secondaires), alors le décalage est positif et décroissant ;

- si la fonction de transfert est décroissante (pour les composantes dont la période est comprise entre 20 et 12 mois ainsi que leurs harmoniques secondaires), alors le décalage est négatif et croissant ;

- si les valeurs de la fonction de transfert sont inférieures à l'unité (pour les composantes dont la période est comprise entre 14 et 10 mois ainsi que leurs harmoniques secondaires\*), alors le décalage est d'abord négatif puis positif ; mais le décalage moyen dépend de la bande de fréquences considérée.

---

\* Il s'agit des bandes de fréquences centrées sur la fréquence annuelle et ses harmoniques secondaires.

Enfin, pour les fréquences saisonnières, ce filtre introduit un décalage négatif et croissant :

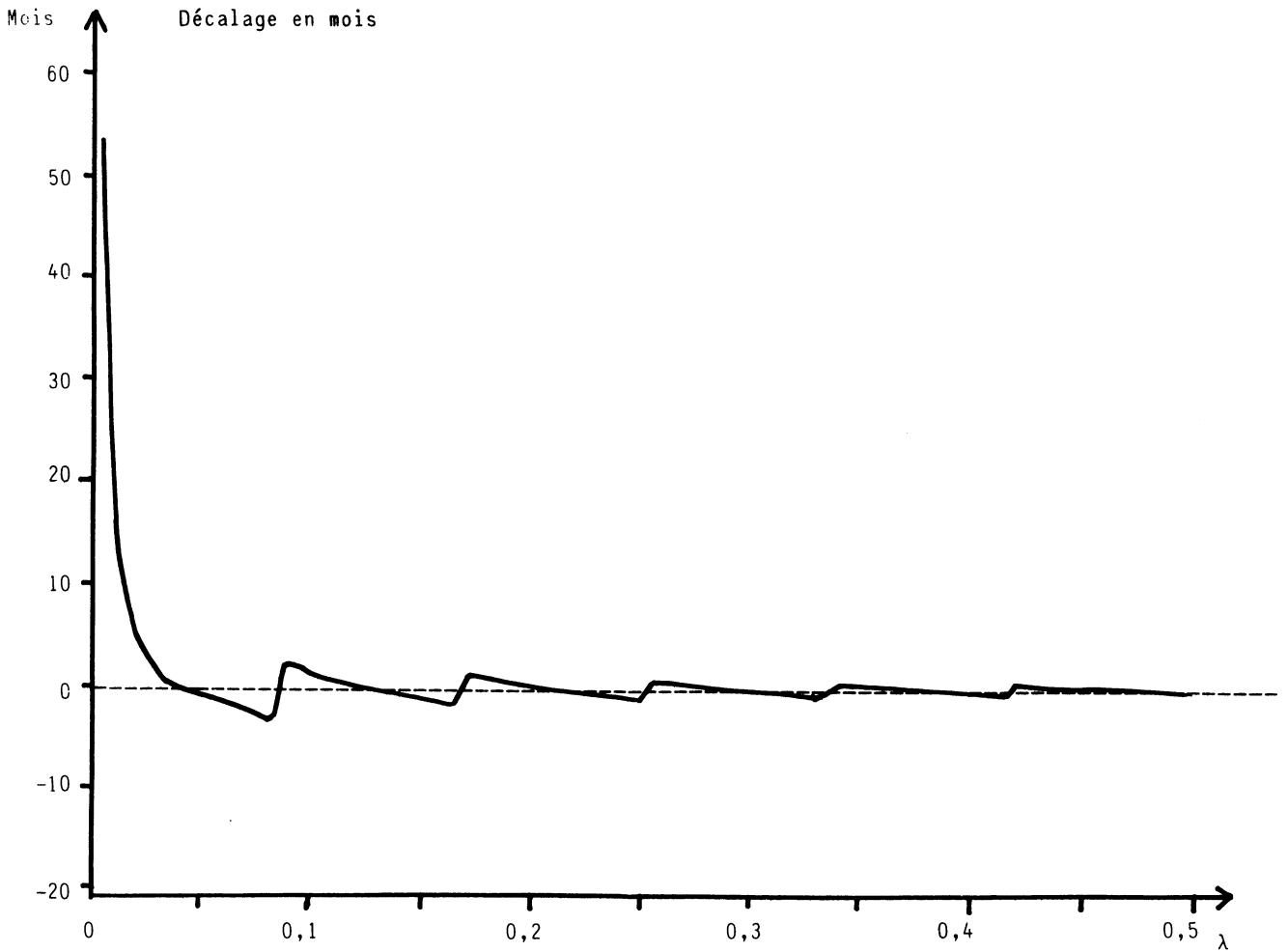
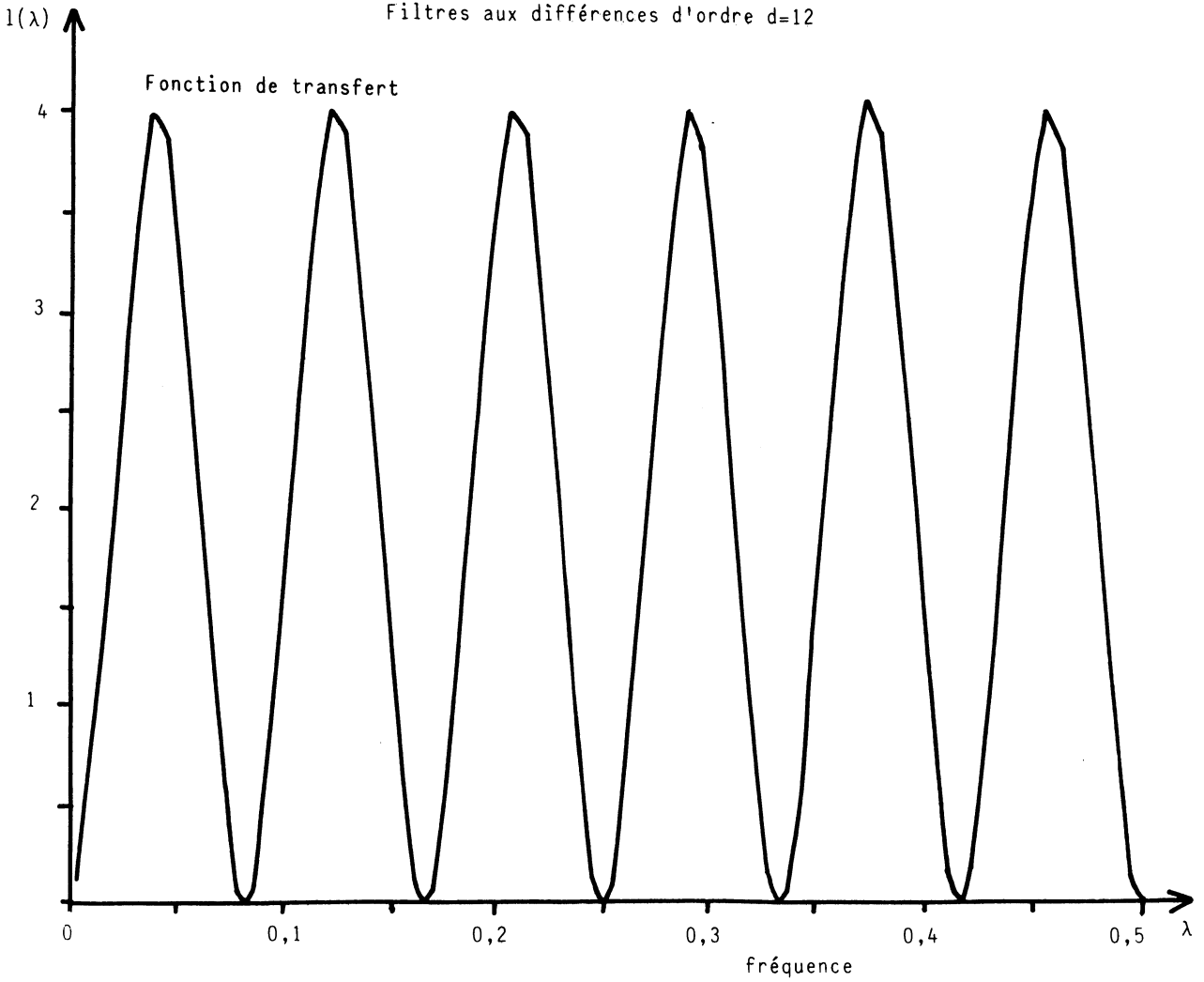
Fréquence	1/12	1/6	1/4	1/3	5/12	1/2
Décalage en mois	-3	-1½	-1	-3/4	-2/3	-1/2

En revanche, ce filtre accentue au maximum ( $G(\lambda) = 4$ ) la composante dont la période est de 2 ans ainsi que ses harmoniques secondaires sans introduire de décalage ( $\psi(\lambda) = 0$ ).

En résumé, le filtre  $(1-B^{12})$  est plus approprié pour l'amplification, et donc pour l'étude, des composantes de 2 ans, que pour l'élimination de la composante annuelle.

GRAPHIQUE 11

FONCTION DE TRANSFERT ET DECALAGE  
Filtres aux différences d'ordre d=12



c) Elimination de la tendance et des variations saisonnières

La fonction de transfert associée au filtre des différences d'ordre  $d=1,12$  retrace bien l'effet combiné des filtres : élimination de la tendance et élimination de la composante annuelle (graphique 12). Mais, comme dans les deux opérations précédentes, le filtre aux différences successives  $(1-B)(1-B^{12})$  accentue de façon significative la contribution des autres composantes, et plus particulièrement celles de très court terme.

La fonction de décalage du filtre  $(1-B)(1-B^{12})$  (graphique 13) présente une alternance de décalages négatifs et positifs, de faible intensité diminuant avec la fréquence. Cependant, ces décalages ne dépendent pas de la croissance ou décroissance de la fonction de transfert de ce filtre.

D'une manière générale, les décalages associés au filtre produit  $(1-B)(1-B^{12})$  (graphique 13) sont très équivalents à ceux qui sont associés à chacun des filtres  $(1-B)$  (graphique 5) et  $(1-B^{12})$  (graphique 11). En effet, l'élimination de la tendance engendre un décalage négatif de l'ordre de 14 mois  $\frac{1}{2}$  pour toutes les composantes dont la période est supérieure à 16 mois\*. En revanche, l'élimination de la composante annuelle engendre un décalage négatif de 1 mois, sauf aux fréquences  $1/12$  et  $1/2$  où ce décalage est nul. Enfin, la composante de période égale à 2 ans est toujours amplifiée mais avec un décalage positif inférieur à un mois au-delà du premier harmonique secondaire.

---

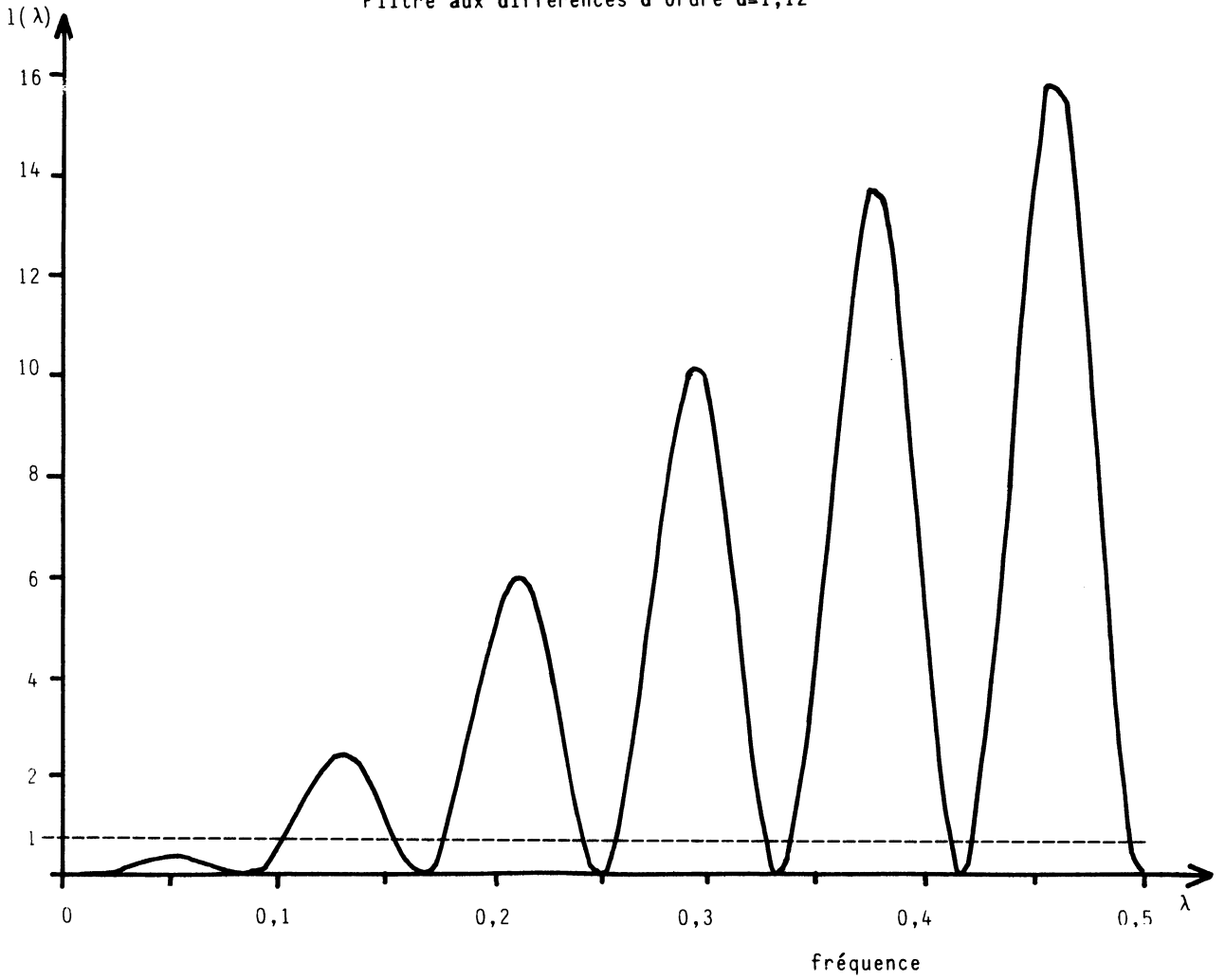
\* Sans tenir compte de la 1ère fréquence.



GRAPHIQUE 12

FONCTION DE TRANSFERT

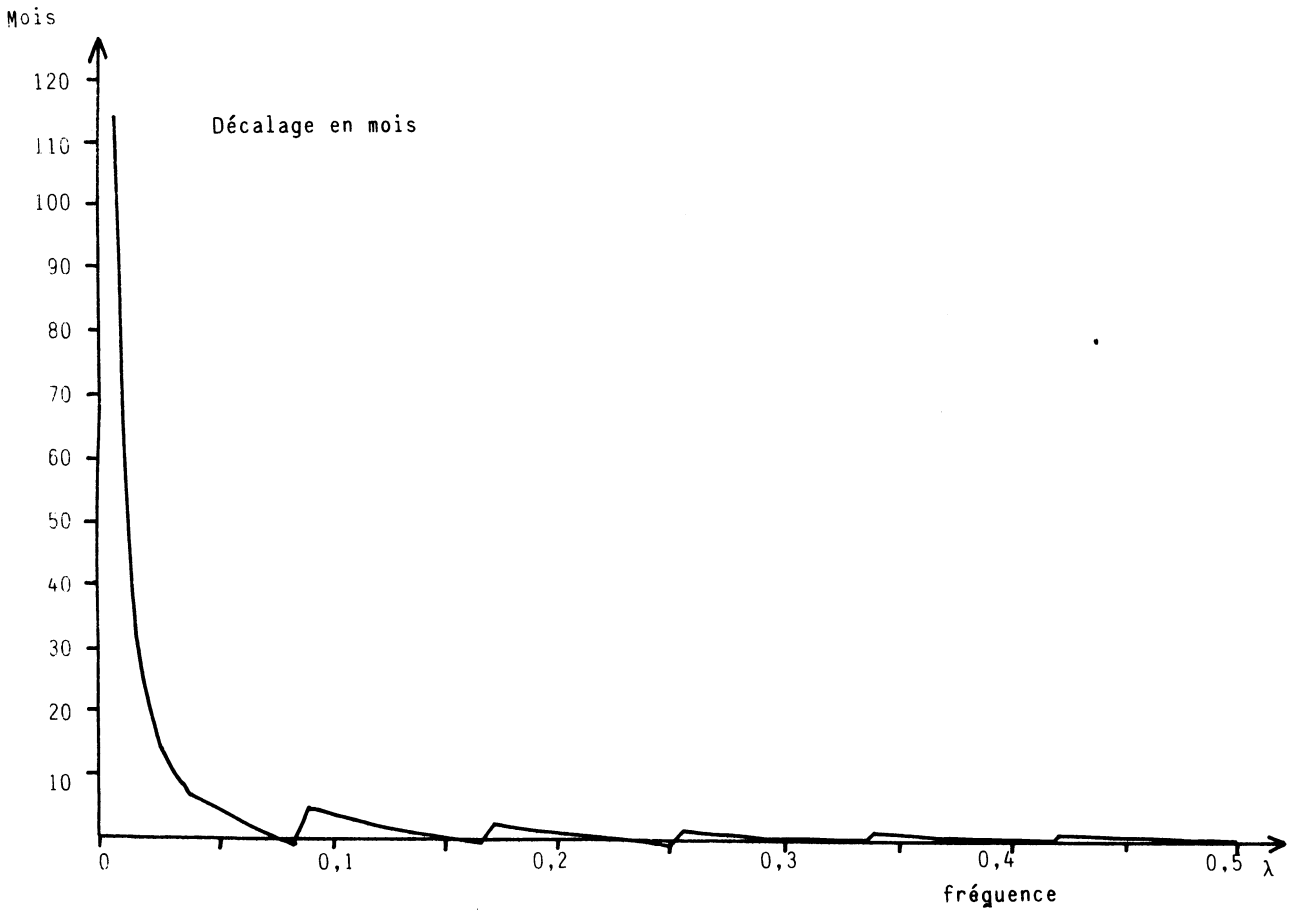
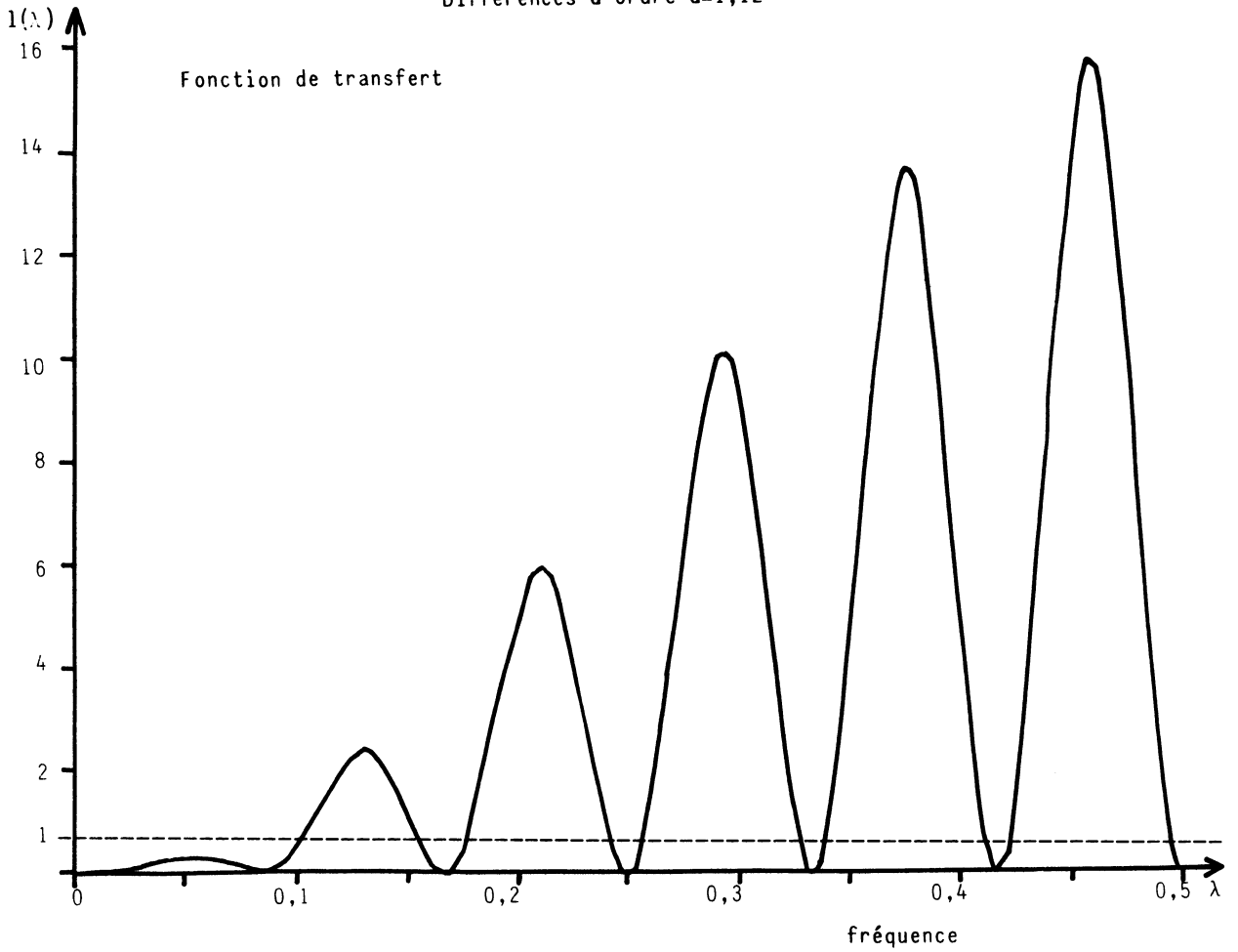
Filtre aux différences d'ordre  $d=1,12$



GRAPHIQUE 13

FONCTION DE TRANSFERT ET DECALAGE

Différences d'ordre d=1,12



Cette comparaison montre que les filtres des moyennes mobiles, et plus particulièrement des moyennes mobiles pondérées sur 7 ans et de Henderson d'ordre 23, apparaissent déjà comme les plus appropriés pour éliminer respectivement la saisonnalité et la tendance. Les filtres des différences d'ordre d effectuent également ces opérations, mais présentent le double inconvénient d'amplifier significativement la contribution des autres composantes, d'autant plus fortement que la fréquence est très élevée, et d'introduire des décalages entre les composantes des séries brute et filtrée. Il semble même que ces filtres soient plus destinés à amplifier certaines composantes qu'à atténuer d'autres composantes.

L'étude théorique de ces filtres est à présent suivie d'une application à quelques chroniques économiques représentatives. Les propriétés de ces filtres seront-elles conservées ? Les décalages entre certaines composantes appartenant à deux chroniques différentes seront-elles modifiées par ces techniques de filtrage ? Ces problèmes sont abordés dans les développements suivants.

### **1.3. - Application des filtres à certains types de chroniques**

#### **1.3.1. - Types de chroniques**

Les chroniques retenues dans cette étude correspondent aux principaux domaines d'observation de la conjoncture économique intérieure décrite par l'activité industrielle, l'emploi et les prix, sur 20 années d'historique au niveau mensuel de 1963 à 1982.

Le tableau 6 précise leurs principales caractéristiques statistiques : moyenne, écart-type et indicateur de tendance. D'après la valeur de cet indice de tendance, le chômage (demandes d'emploi non satisfaites) possède un trend très marqué, alors que la chronique retraçant l'activité du bâtiment et des travaux publics ne présente qu'un trend faible.

INTITULES	CARACTERISTIQUES (1)	TRAITEMENTS (2)	STATISTIQUES SUR (2) : MOYENNE ECART-TYPE (MIN ; MAX) -ANNEE. MOIS ; ANNEE. MOIS- TREND
INDUSTRIE SANS BATIMENT	Indice d'ensemble, base 100 en 1970, Série brute, corrigée des jours normalement ouvrables, 1963 à 1983. Source INSEE : BMS ; Banque SIC (JAN83), NO MIO00J	Moyenne 100 en 1963 1963 à 1982.	153 37 (61 ; 210) -1964.08 ; 1980.02- 0.433
PRODUCTION DU BATIMENT	Indice, base 100 en 1970, Série brute, corrigée des jours normalement ouvrables, 1963 à 1983. Source INSEE : BMS ; Banque SIC (JAN83), NO MIO021J	Moyenne 100 en 1963 1963 à 1982.	130 19 (60 ; 164) -1982.08 ; 1974.06- 0.048
DEMANDES D'EMPLOI NON SATISFAITES	Fin de mois, Série brute en milliers, 1946 à 1983. Source Ministère du Travail. INSEE : BMS ; Banque SIC (JAN83), NO MEO00B.	Moyenne 100 en 1963 1963 à 1982.	488 420 (58 ; 1552) -1967.06 ; 1982.10- 5.606
PRIX DE GROS DES PRODUITS INDUS- TRIELS HORS TAXES	Indice fin de mois, base 100 en 1962, Série brute 1962 à 1983. Source INSEE : BMS ; Banque SIC NO MJ001B.	Moyenne 100 en 1963 1963 à 1982.	177 76 (98 ; 356) -1963.01 ; 1982.12- 1.033
PRIX DE DETAIL DES 295 POSTES	Indice d'ensemble, base 100 en 1970, 1951 à 1983. Source INSEE : BMS ; Banque SIC NO MPO00B.	Moyenne 100 en 1963 1963 à 1982.	193 95 (98 ; 434) -1963.01 ; 1982.12- 1.269

TABLEAU 6 - PRESENTATION DES INDICATEURS CONJONCTURELS

Demandes d'emploi non satisfaites	5,606
Prix de détail	1,269
Prix de gros	1,033
Production industrielle sans bâtiment	0,433
Production du bâtiment et des travaux publics	0,048

Les effets des deux types de filtres sont analysés dans des situations très contrastées comme le montrent les graphiques 14 et 18. Ces situations correspondent à des critères précis qui justifient le choix des chroniques :

\* prédominance de la tendance pour :

- les prix de détail des 295 postes (graphique 18) ;
- les prix de gros hors taxes des produits industriels (graphique 17) ;

\* prédominance de la composante annuelle pour :

- la production industrielle, bâtiment et travaux publics exclu (graphique 14) ;
- la production du bâtiment et des travaux publics (graphique 15) ;

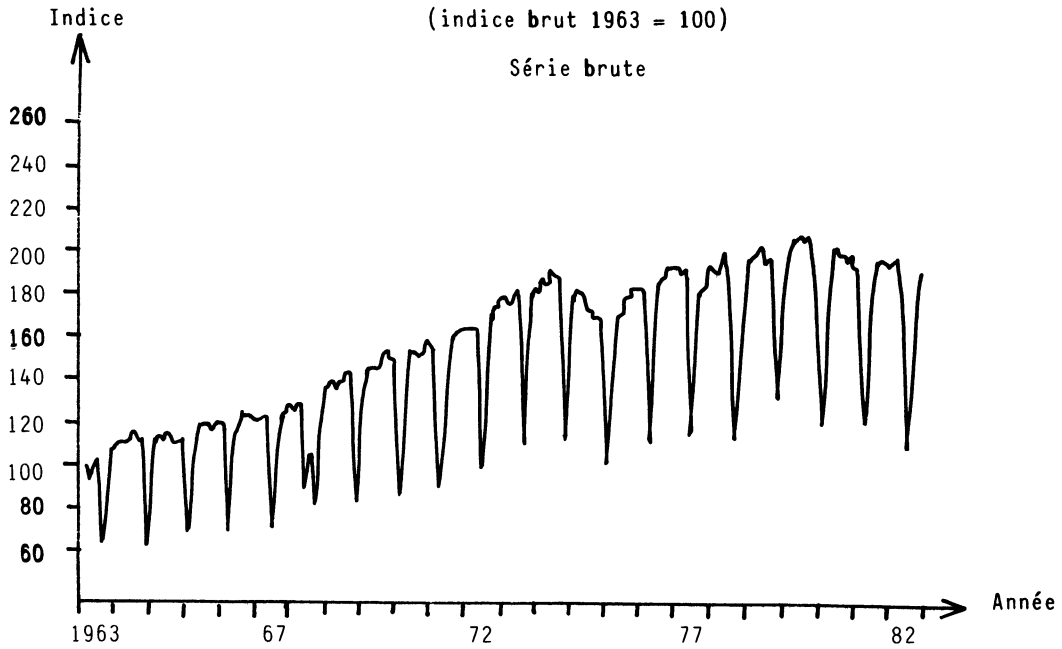
L'évolution de chacune de ces chroniques est faite pour les données brutes, pour les données désaisonnalisées par CENSUS X11, et pour les données filtrées par différentiation.

GRAPHIQUE 14

PRODUCTION INDUSTRIELLE,  
BATIMENT ET TRAVAUX PUBLICS EXCLU

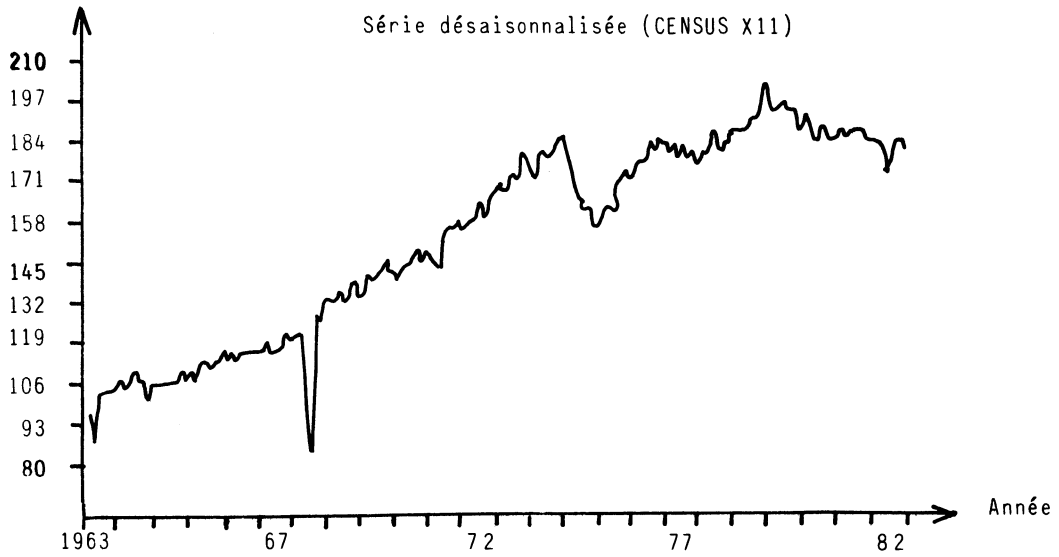
(indice brut 1963 = 100)

Série brute



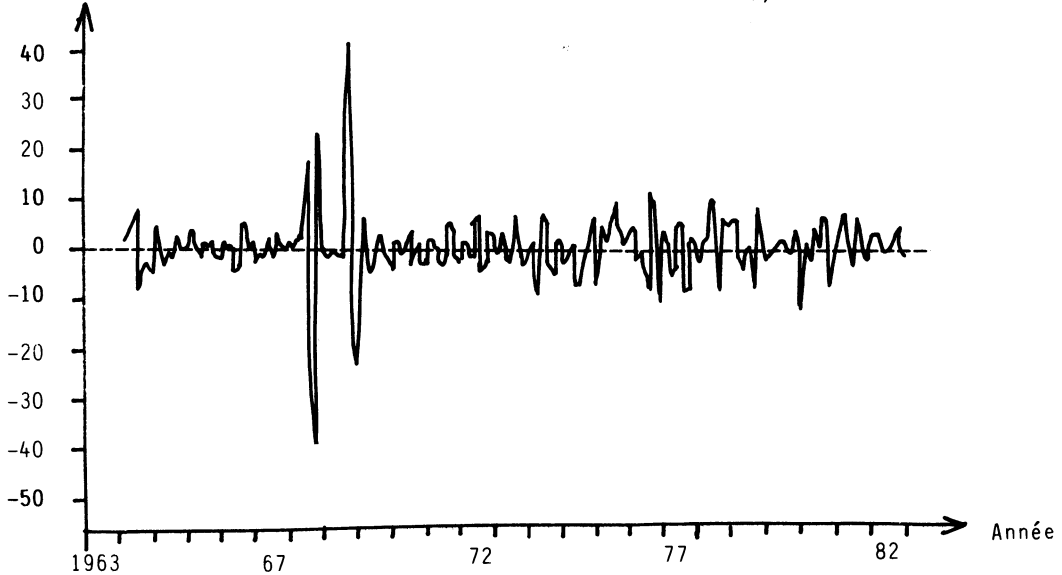
Indice

Série désaisonnalisée (CENSUS X11)



Différence

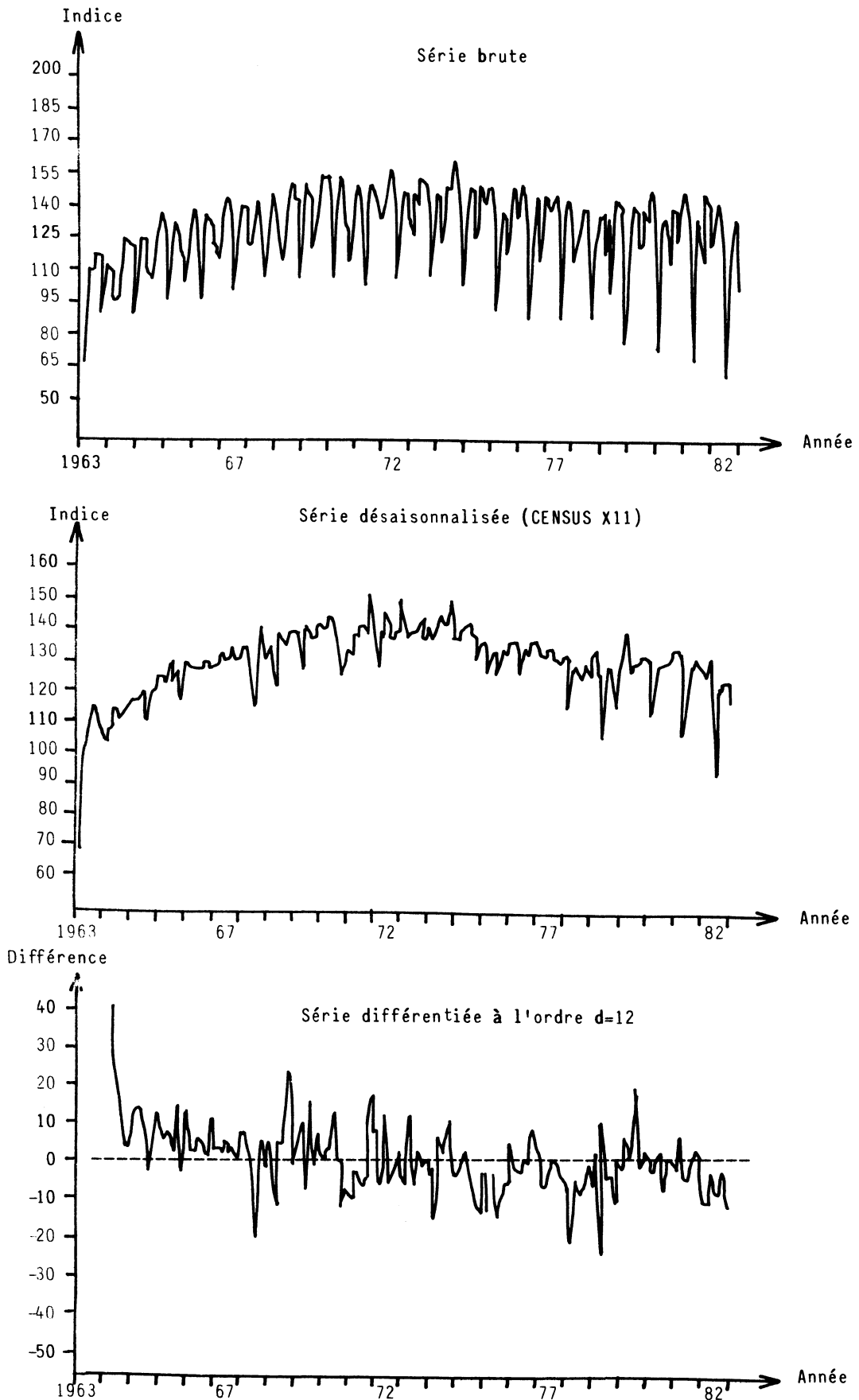
Série différenciée à l'ordre d=1,12



GRAPHIQUE 15

PRODUCTION DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS

(indice brut 1963 = 100)

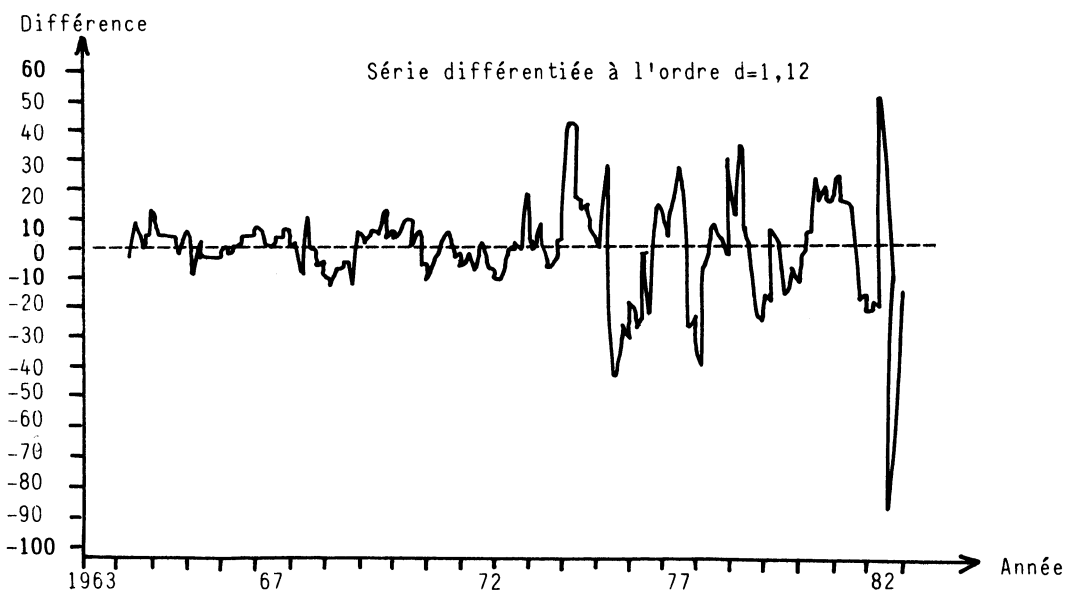
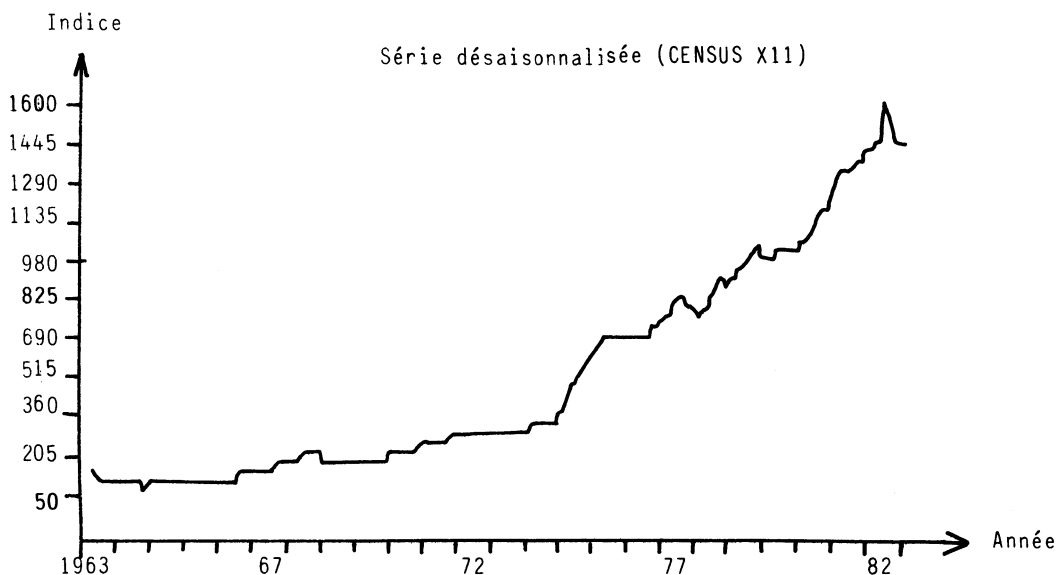
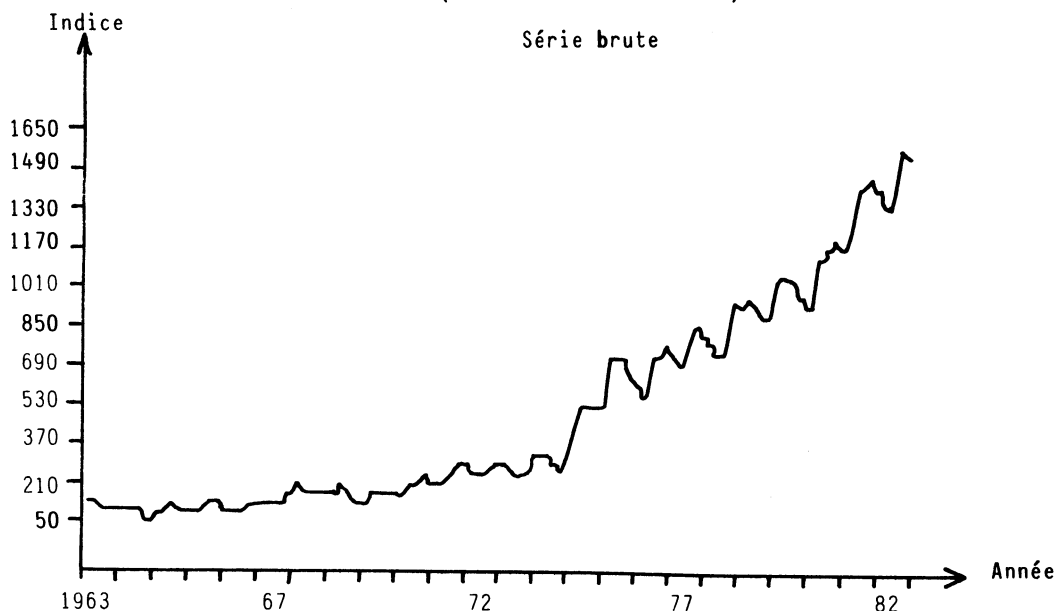




GRAPHIQUE 16

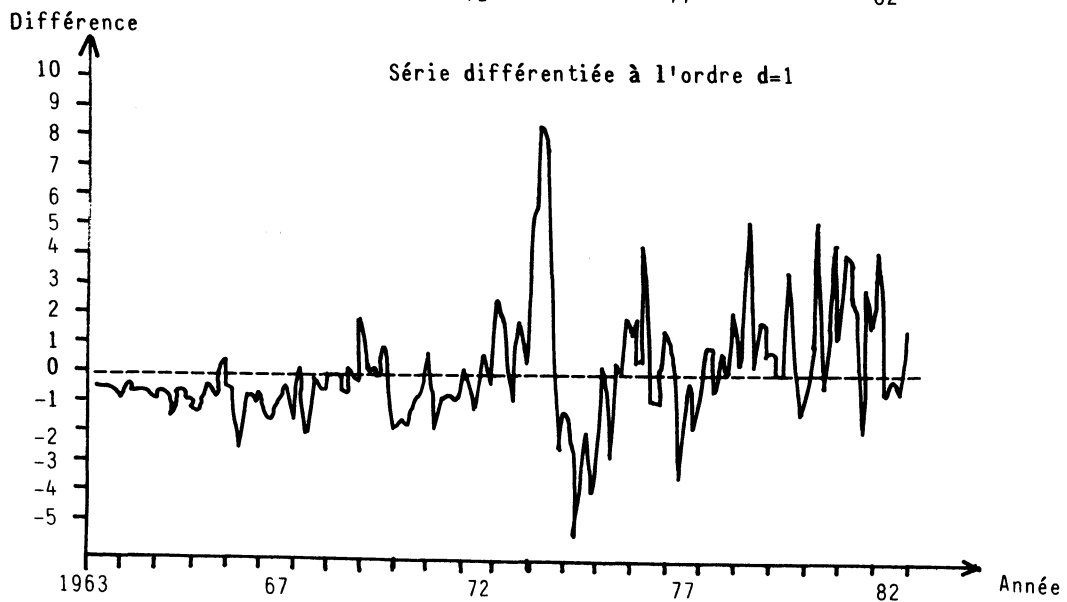
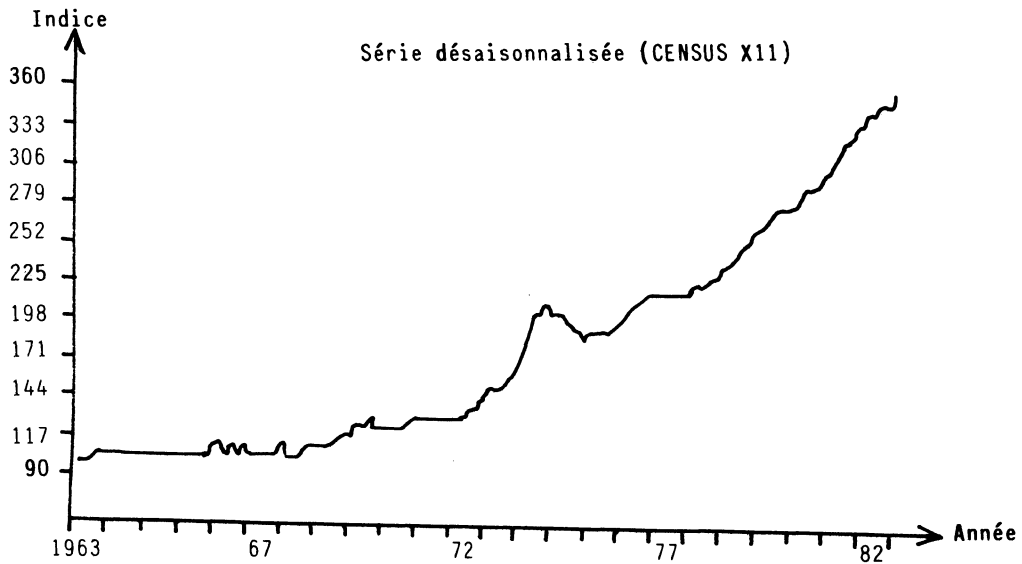
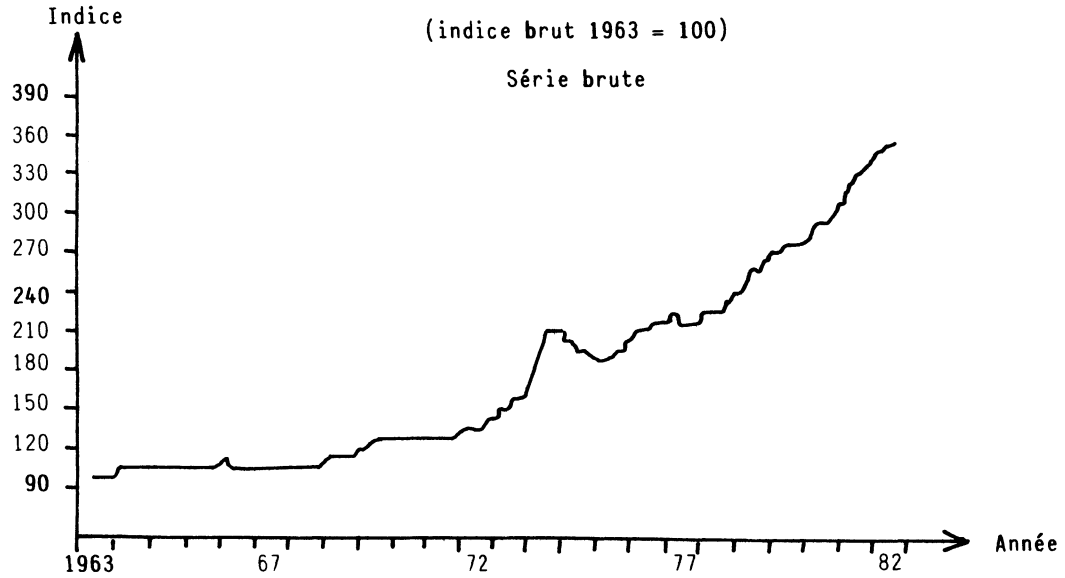
DEMANDES D'EMPLOI NON SATISFAITES

(indice brut 1963 = 100)



GRAPHIQUE 17

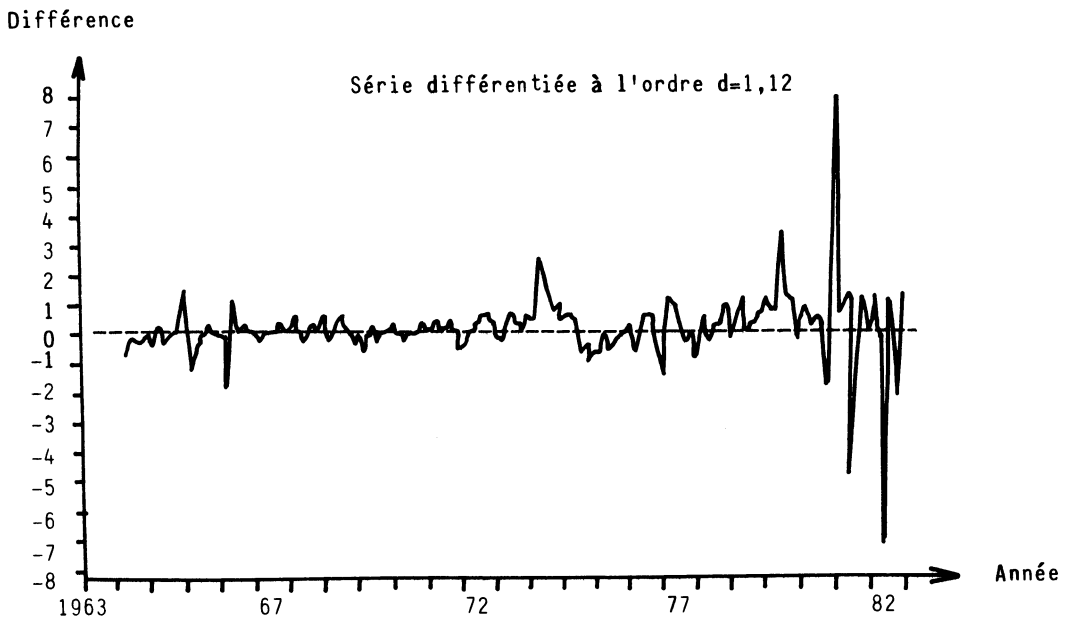
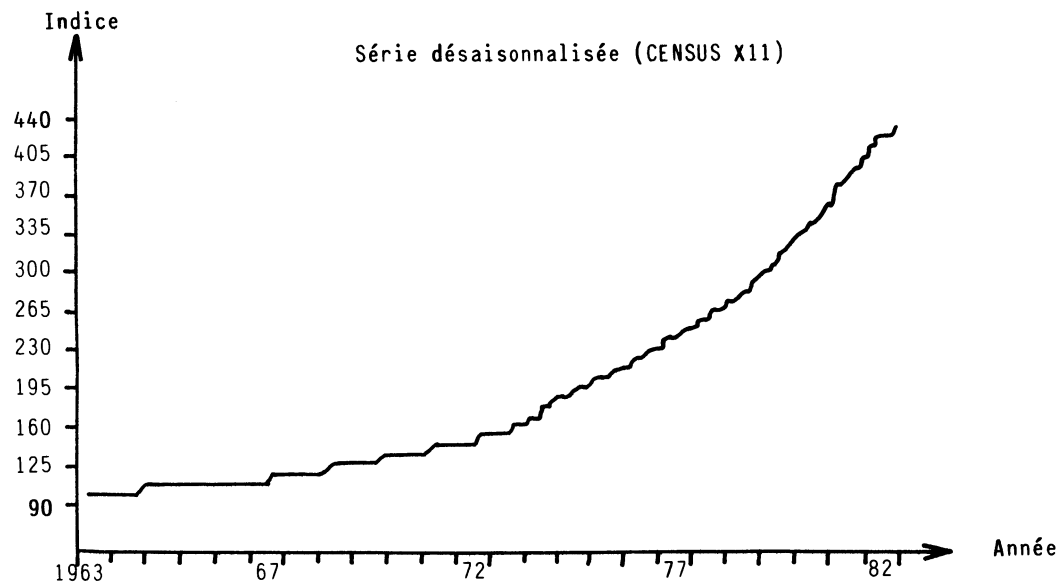
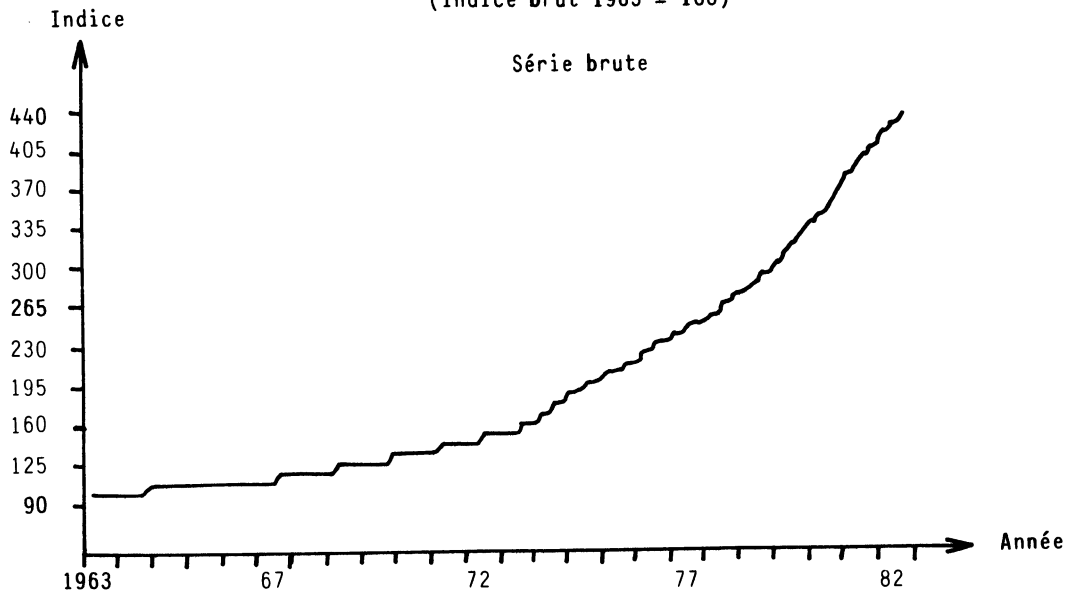
PRIX DE GROS DES PRODUITS INDUSTRIELS



GRAPHIQUE 17

PRIX DE DETAIL DES 295 POSTES

(indice brut 1963 = 100)



### 1.3.2. - Caractéristiques spectrales des séries brutes

La forme des spectres de puissance (graphiques 19 à 23) permet d'identifier la nature des composantes périodiques de chaque chronique.

En effet, la présence d'un mouvement sinusoïdal de période  $P$  se traduit par la présence d'un pic à la fréquence  $\lambda = 1/P$ . Cependant, l'interprétation des pics doit tenir compte du fait que toute fonction périodique, de période  $P$ , peut être représentée par une somme de fonctions sinusoïdales de périodes  $P/2, P/3, \dots$  appelées harmoniques secondaires de la fonction. Ainsi, un pic à la fréquence  $1/12$  ne s'interprète comme composante annuelle que dans la mesure où il existe des pics aux fréquences  $1/6, 1/4, 1/3, 5/12$  et  $1/2$ .

Les estimations effectuées à l'aide du logiciel BMDP utilisent une fenêtre de retards proche de celle de TUKEY-HANNING\* :

$$w(k) = (1 + \cos k) / 2$$

où  $k$  désigne le retard.

Ces estimations sont réalisées pour  $M = 60^{**}$ , donc affectées aux fréquences angulaires  $\omega_j = \pi j/60$  avec  $j = 0, \dots, 60$ , et avec  $3\sqrt[3]{n}^{***}$  degrés de liberté. En revanche, la représentation graphique du logarithme du spectre de puissance (graphiques 10 à 23) est faite en fonction de la fréquence  $\lambda_j = j/120, j = 0, 1, \dots, 60$ . Cette représentation est donnée par série pour chaque type de données : brutes, désaisonnalisées par CENSUS X11, et filtrées par différentiations. Le tableau 7 indique les caractéristiques du spectre de puissance pour chaque chronique.

---

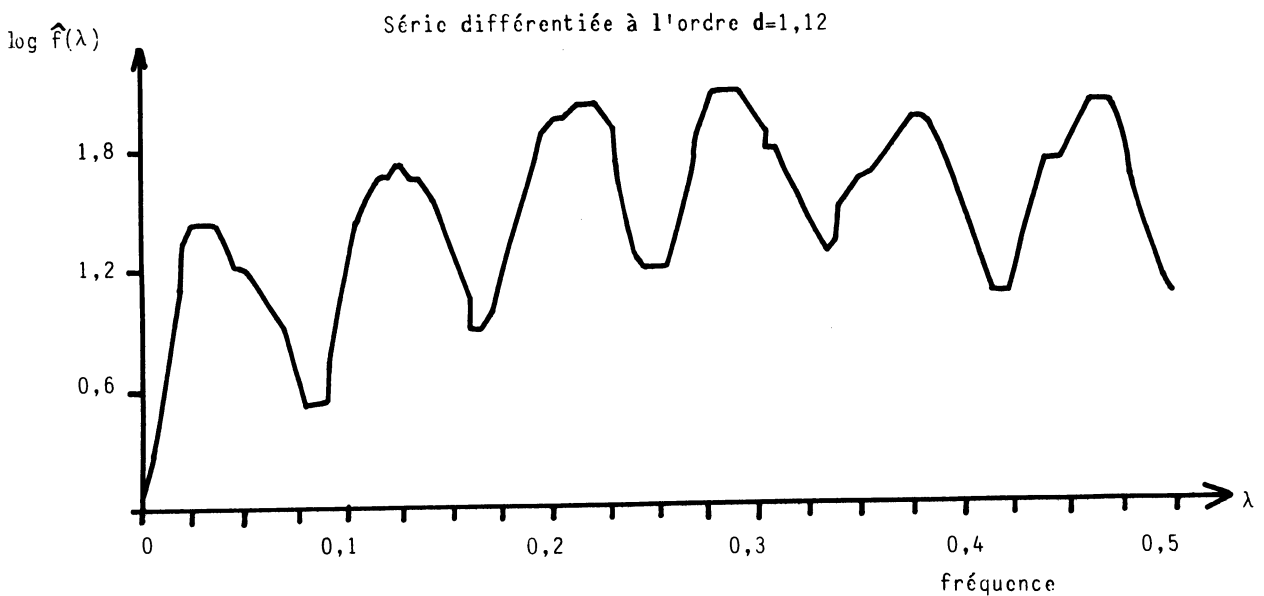
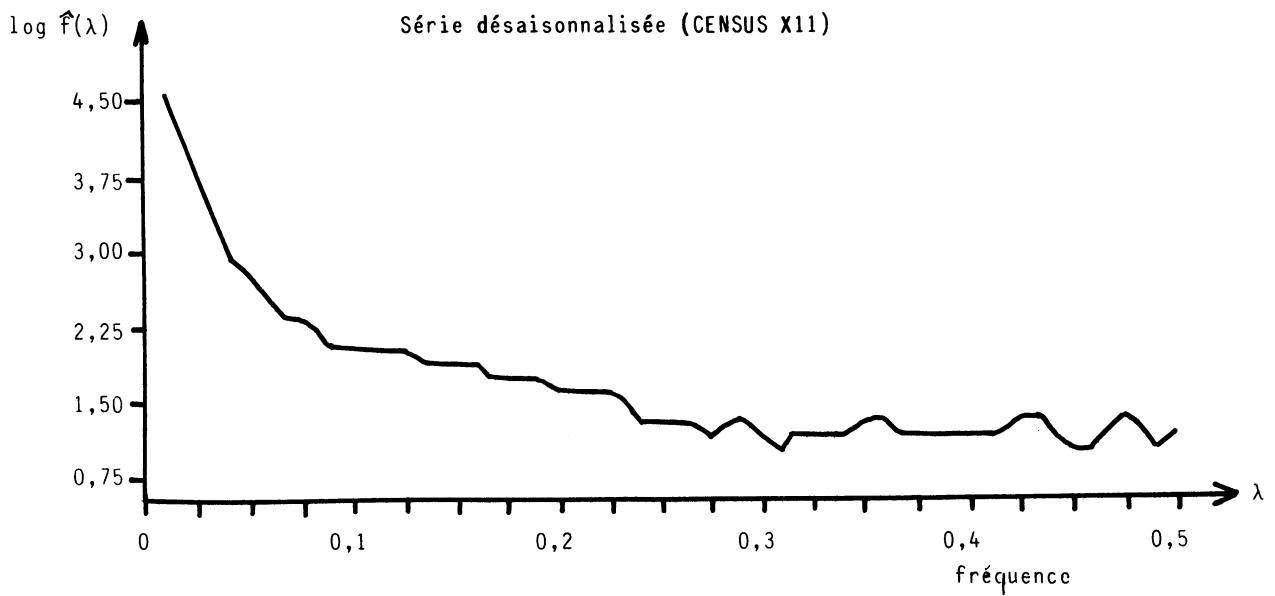
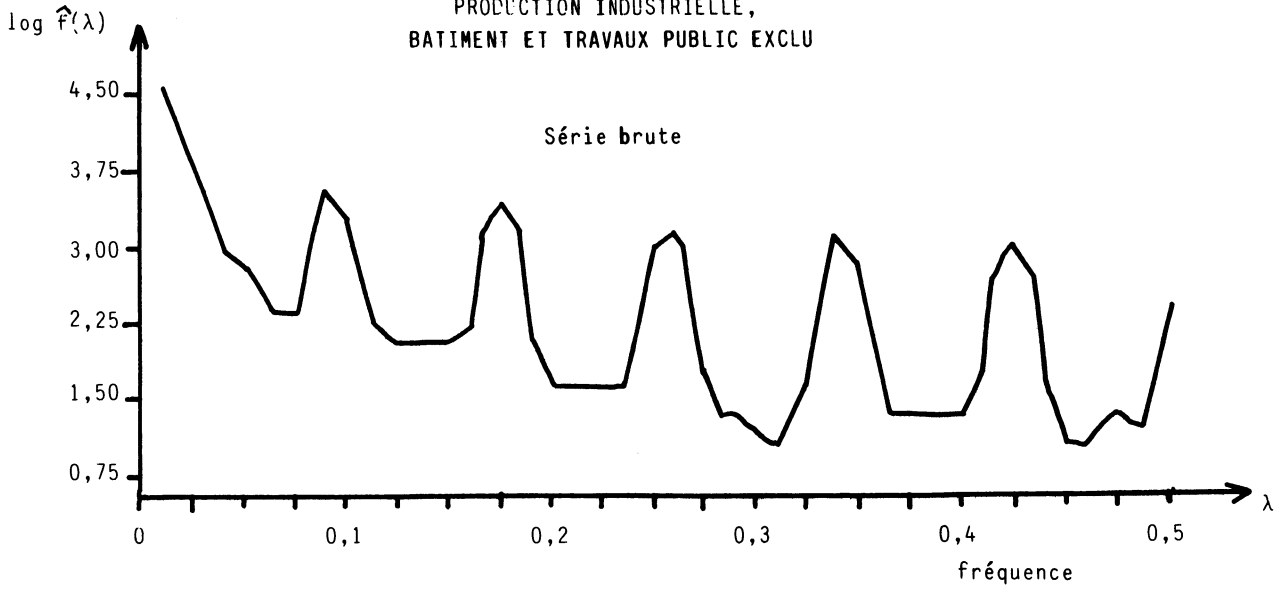
\* Les fenêtres de TUKEY-HANNING et de PARZEN n'étaient pas encore disponibles dans le logiciel BMDP implanté au CIRCE/CNRS lorsque les calculs ont été effectués. Ces programmes le sont depuis fin 1984.

\*\*  $M$  désigne le nombre de retards dans l'estimation de la fonction d'autocovariance.

\*\*\*  $n$  désigne le nombre d'observations. Pour cette étude  $n = 240$ .

GRAPHIQUE 19

SPECTRE DE PUISSANCE  
PRODUCTION INDUSTRIELLE,  
BATIMENT ET TRAVAUX PUBLIC EXCLU

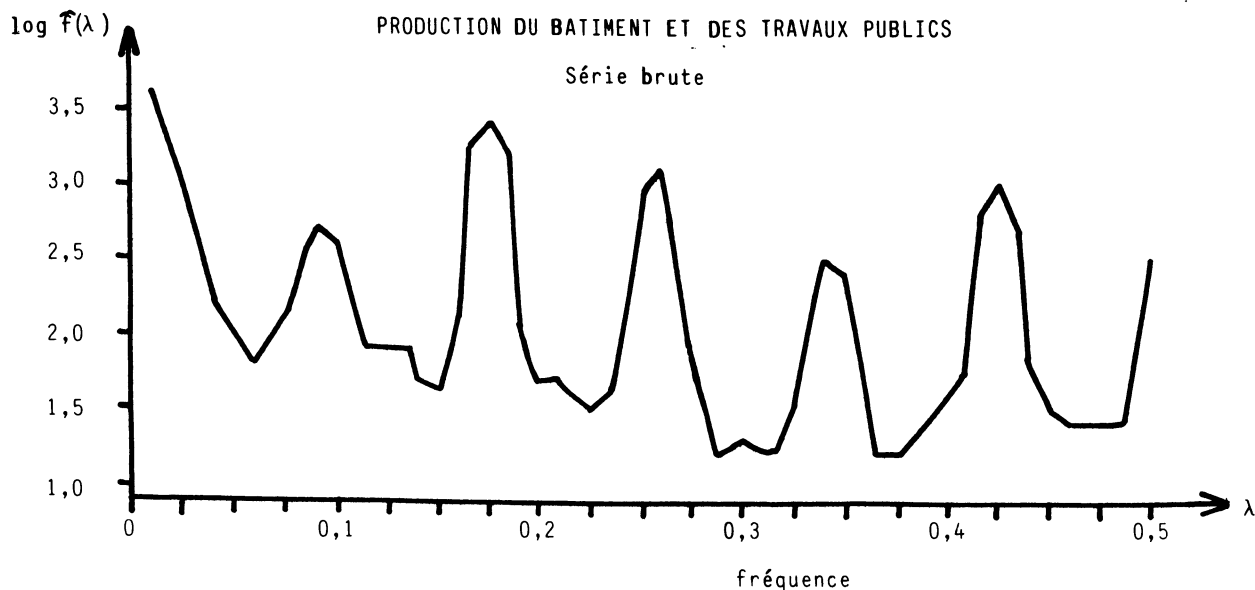


GRAPHIQUE 20

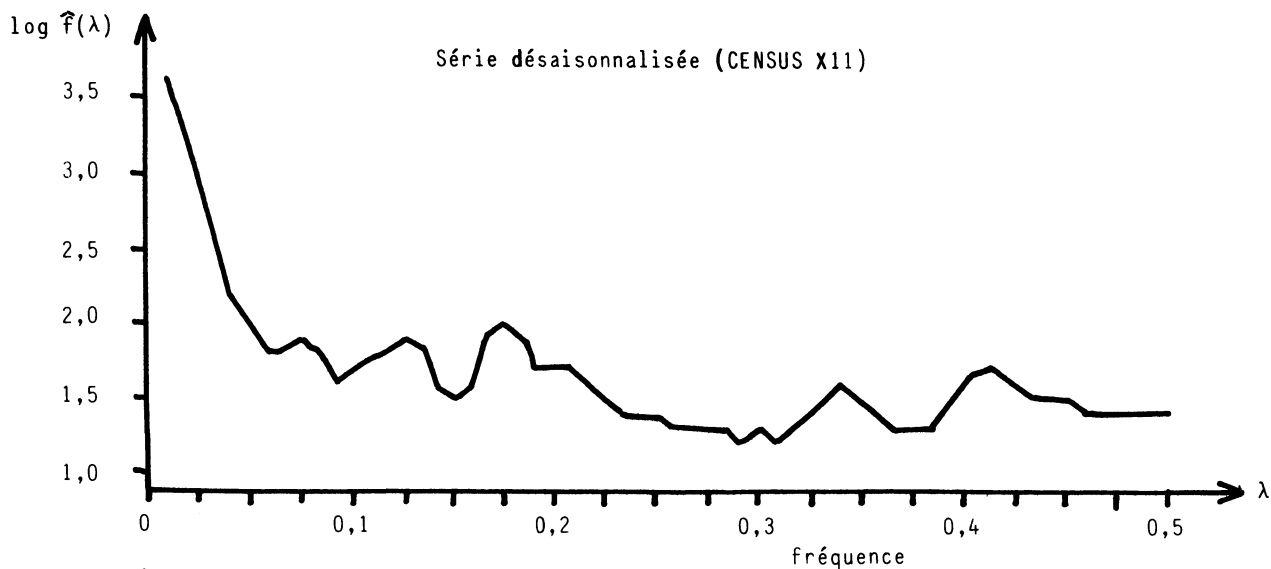
SPECTRE DE PUISSANCE

PRODUCTION DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS

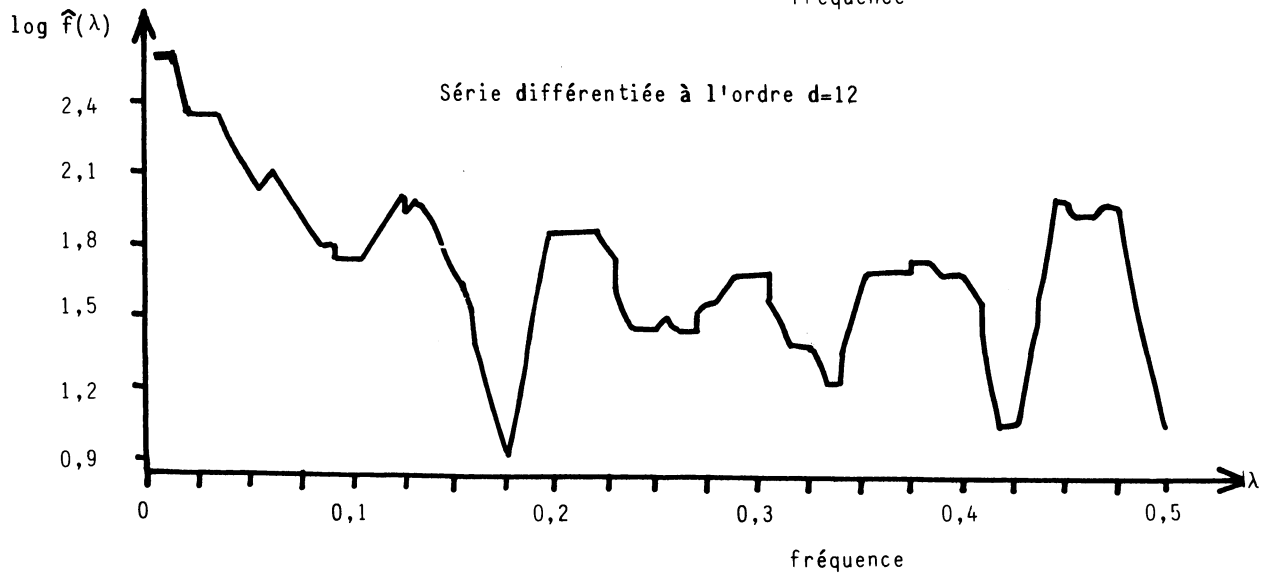
Série brute



Série désaisonnalisée (CENSUS X11)



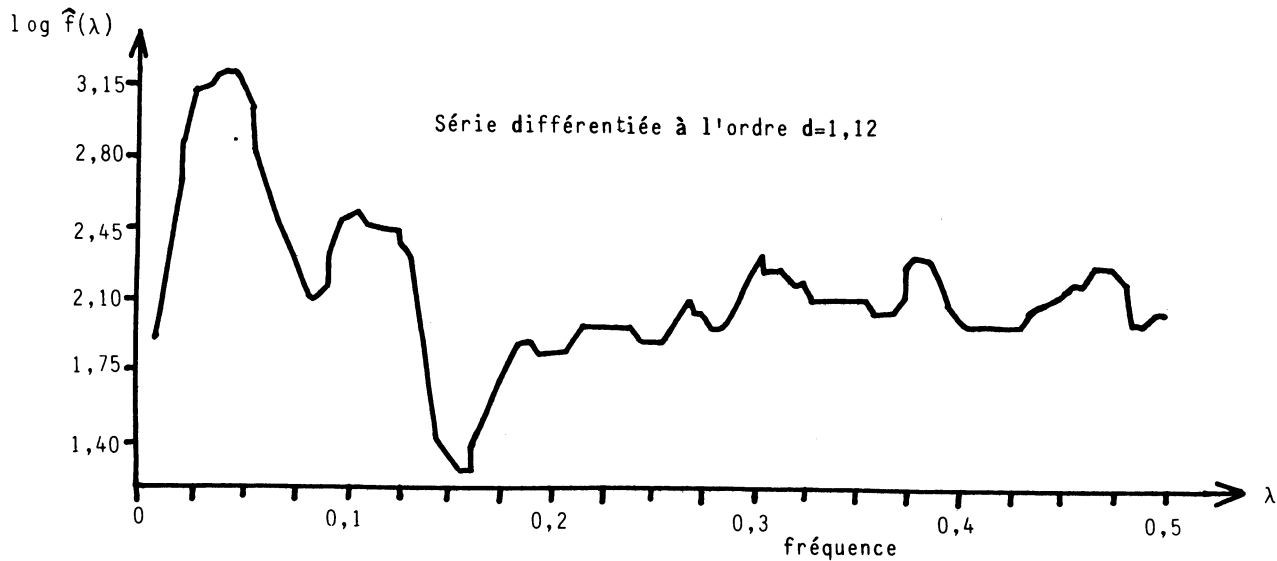
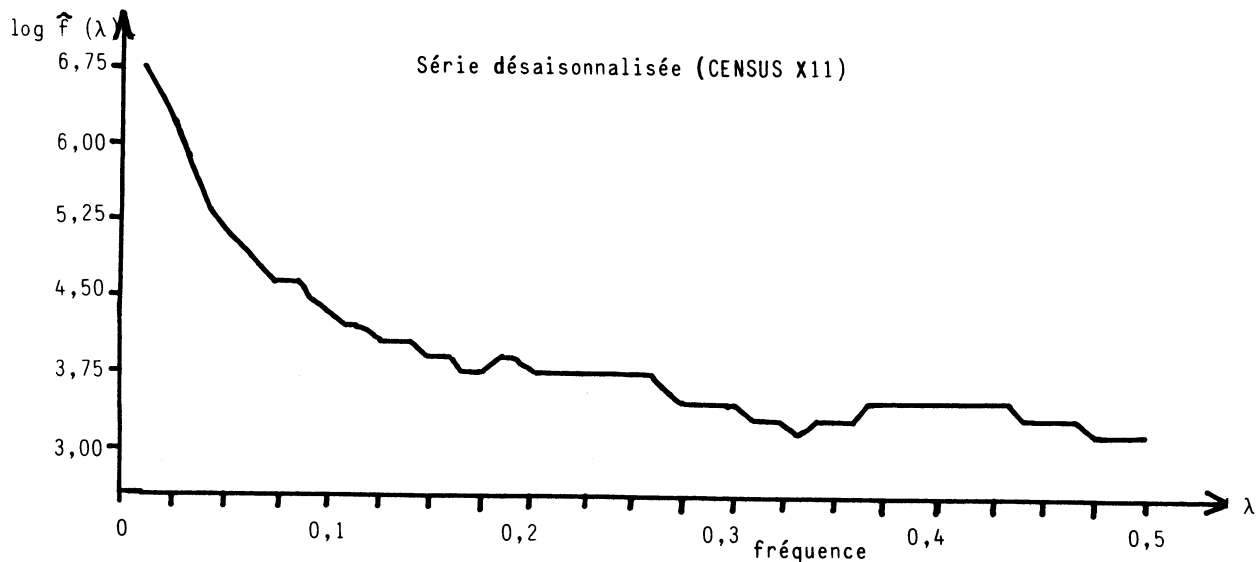
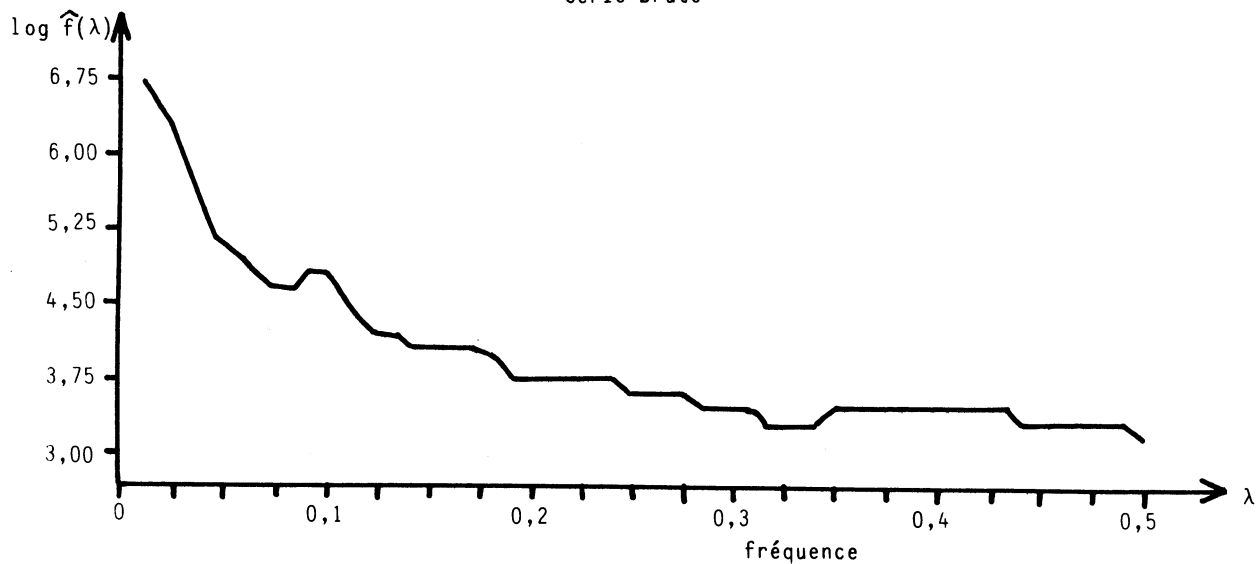
Série différenciée à l'ordre d=12



GRAPHIQUE 21

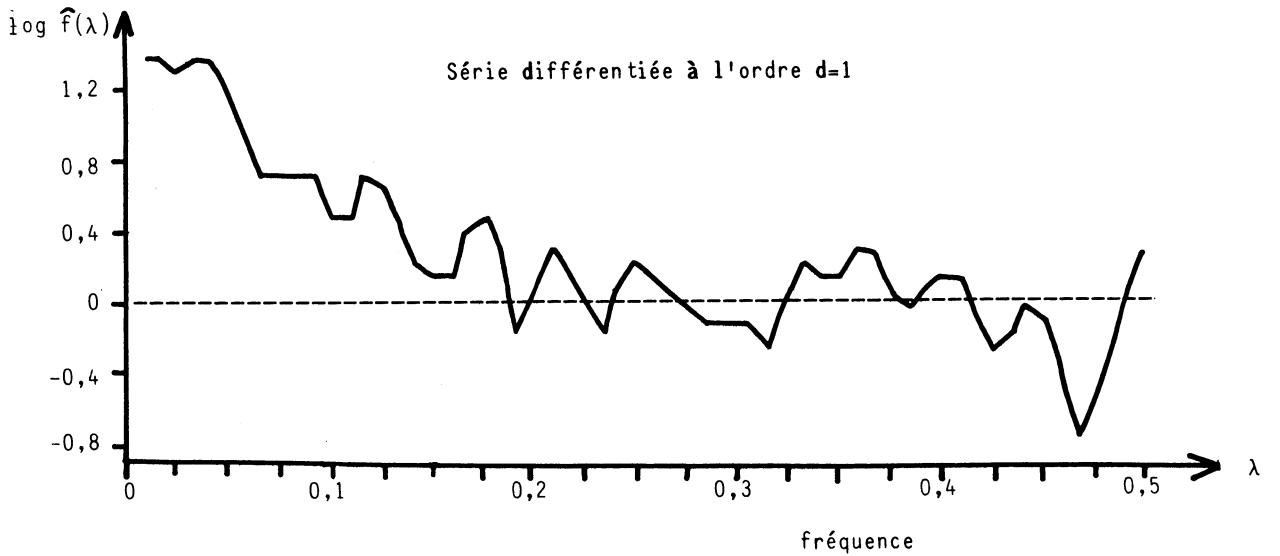
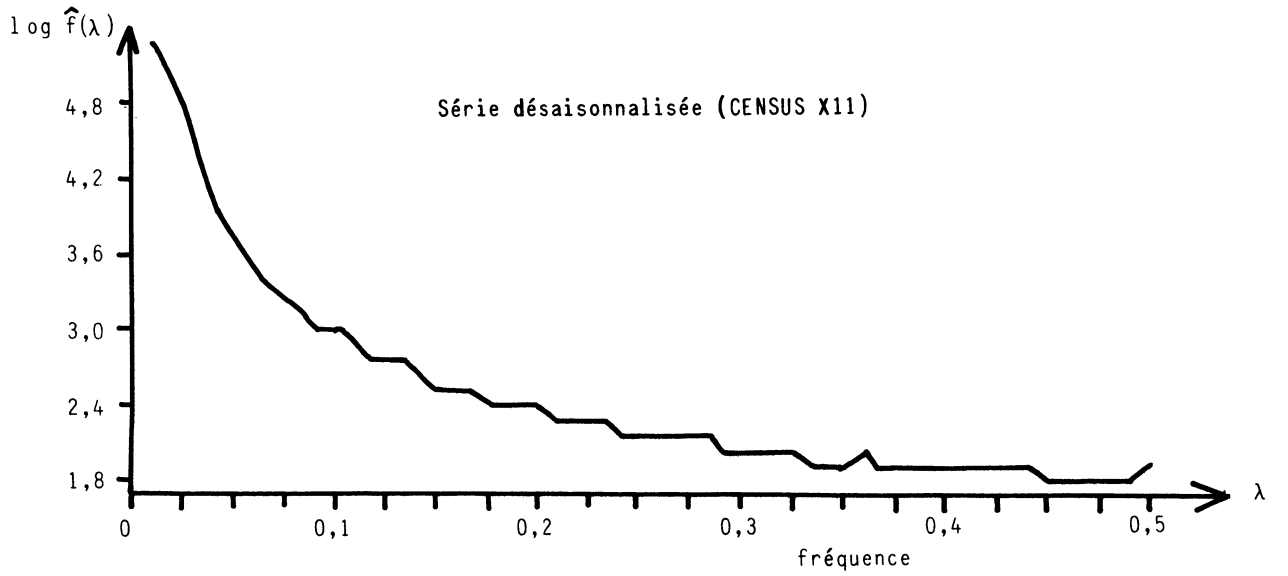
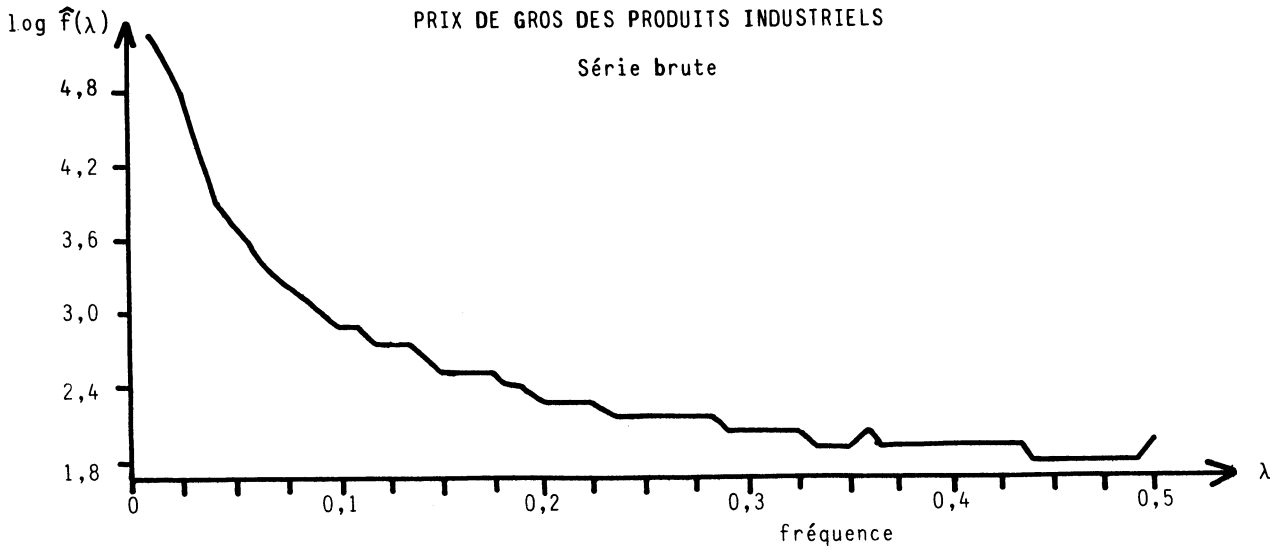
SPECTRE DE PUISSANCE  
DEMANDES D'EMPLOI NON SATISFAITES

Série brute



GRAPHIQUE 22

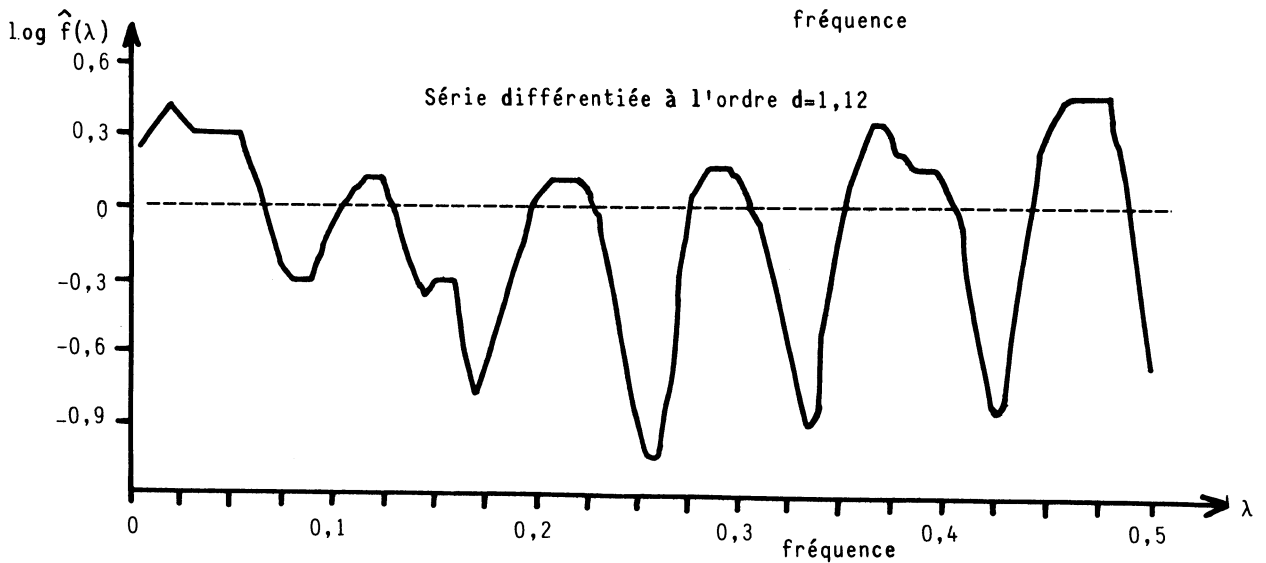
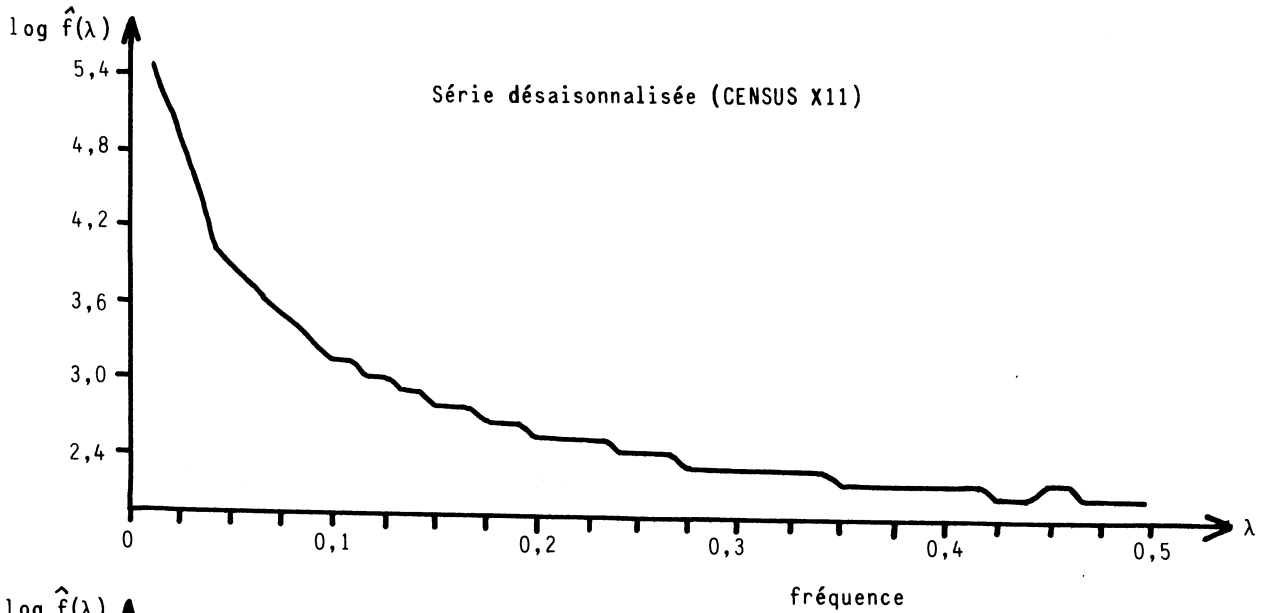
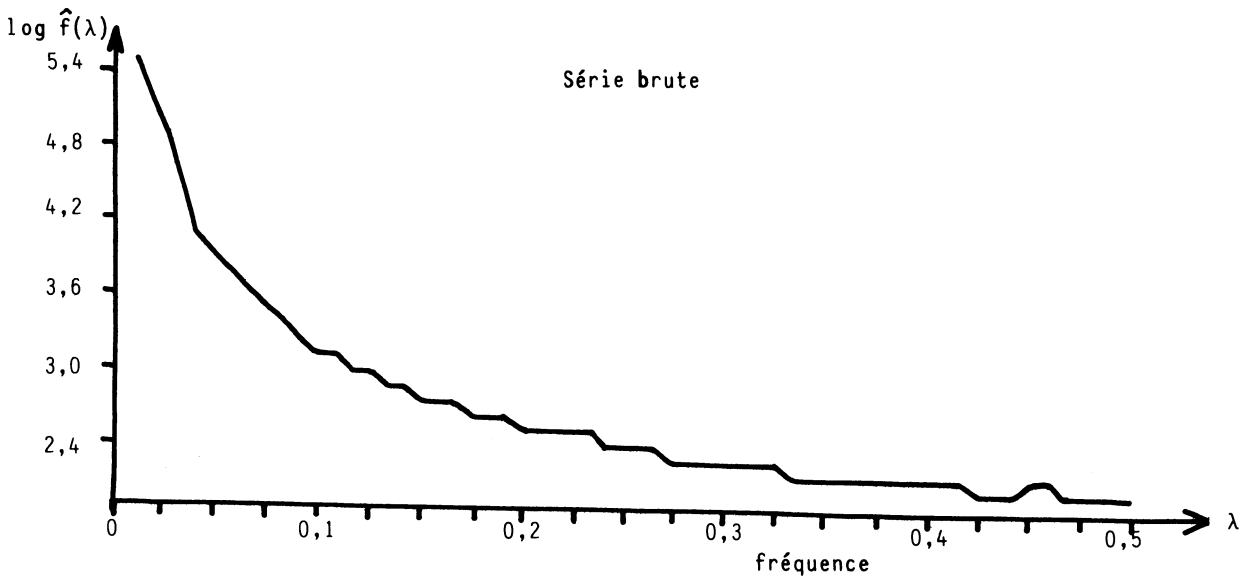
SPECTRE DE PUISSANCE





GRAPHIQUE 23

SPECTRE DE PUISSANCE  
PRIX DE DETAIL DES 295 POSTES



	SERIE BRUTE	SERIE DESAISONNALISEE (CENSUS X11)	SERIE FILTREE PAR DIFFERENTIATION
PRODUCTION INDUSTRIELLE	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Forte contribution de la bande de fréquences [0; 1/60].</li> <li>• Pics aux fréquences :  <math>\lambda_1 = 1/12</math>; <math>\lambda_2 = 1/6</math>; <math>\lambda_3 = 1/4</math>;  <math>\lambda_4 = 1/3</math>; <math>\lambda_5 = 5/12</math>; <math>\lambda_6 = 1/2</math>  (composante annuelle).</li> </ul>	Forte contribution de la bande de fréquences [0 ; 1/40].	Spectre constant, $\forall \lambda$ .
PRODUCTION DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Forte contribution de la bande de fréquences [0; 1/60]</li> <li>• Pics aux fréquences :  <math>\lambda_1 = 1/12</math>; <math>\lambda_2 = 1/6</math>; <math>\lambda_3 = 1/4</math>;  <math>\lambda_4 = 1/3</math>; <math>\lambda_5 = 5/12</math>; <math>\lambda_6 = 1/2</math>  (composante annuelle).</li> </ul>	Forte contribution de la bande de fréquences [0; 1/30].	Forte contribution de la bande de fréquences [0; 1/75].
CHOMAGE	"Forme typique du spectre en économie".	"Forme typique du spectre en économie".	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Faible contribution de la bande de fréquences [0; 1/228] (élimination du trend).</li> <li>• Contribution de la bande de fréquences [1/25 ; 1/46].</li> </ul>
PRIX DE GROS	"Forme typique du spectre en économie".	"Forme typique du spectre en économie".	Spectre constant $\forall \lambda$ .
PRIX DE DETAIL	"Forme typique du spectre en économie".	"Forme typique du spectre en économie".	"Creux" aux fréquences : $\lambda_1 = 1/15$ ; $\lambda_2 = 1/10$ ; $\lambda_3 = 1/8$ ; $\lambda_4 = 1/5$ $\lambda_5 = 1/4$ ; $\lambda_6 = 1/3$ ; $\lambda_7 = 5/12$ .

TABLEAU 7 - CARACTERISTIQUES DU SPECTRE DE PUISSANCE DES SERIES ECONOMIQUES

D'après la forme du spectre de puissance, les chroniques étudiées se répartissent en deux groupes :

. spectre de puissance décroissant avec la fréquence  $\lambda$  , ou "forme typique du spectre en économie" étudiée par Granger (1966), pour les séries du chômage (graphique 21) et de prix (graphiques 22 et 23) ;

. spectre de puissance révélant la présence d'une composante de long terme et d'une composante annuelle pour les séries de production industrielle (graphique 19), et du bâtiment (graphique 20).

La non-stationnarité (en moyenne) de ces chroniques confirme la nécessité de les filtrer afin d'éliminer les composantes de long terme et annuelle, dans l'optique d'une étude de très court terme.

### 1.3.2. - Caractéristiques des séries filtrées

#### a) Séries désaisonnalisées par CENSUS X11

L'estimation des mouvements saisonniers, sur la base des séries brutes, par CENSUS X11 (tableau 8) conduit à l'acceptation de l'hypothèse d'une saisonnalité stable, au sens de la statistique F de Fisher au seuil critique de 1%, pour toutes les séries à l'exception de la série des prix de détail. Cependant, la différence entre les valeurs de la statistique F pour les prix de gros d'une part, et pour la production industrielle, la production du bâtiment et le chômage d'autre part, montre que la saisonnalité pour la série des prix de gros est beaucoup moins significative.

Le spectre de puissance des séries filtrées des prix (graphiques 22 et 23) est identique à celui des séries brutes, en raison de l'absence du mouvement saisonnier.

le spectre de puissance de la série filtrée du chômage (graphique 21) est conforme à celui d'une série désaisonnalisée. Cependant, sa compa-

SERIE	TEST DE STABILITE DE LA COMPOSANTE ANNUELLE	
	AU SEUIL CRITIQUE DE 1%	
Production industrielle	356,669	Hypothèse acceptée
Production du bâtiment	86,246	Hypothèse acceptée
Demandes d'emploi non satisfaites (chômage)	79,355	Hypothèse acceptée
Prix de gros	7,114	Hypothèse acceptée
Prix de détail	1,995	Hypothèse rejetée

Note : Stabilité de la saisonnalité pour  $F > 2,41$  au seuil critique de 1%

Tableau 8 - ESTIMATION DES MOUVEMENTS SAISONNIERS PAR CENSUS X11

raison avec le spectre de puissance de la série brute ne révèle aucune différence significative, alors que la méthode CENSUS X11 conduit à l'acceptation d'une saisonnalité stable pour le chômage. Ce résultat pose le problème de l'efficacité du spectre de puissance dans l'investigation des mouvements sinusoïdaux.

Enfin, la comparaison des spectres de puissance des séries brutes et des séries filtrées pour les séries de production et du bâtiment (graphiques 19 et 20) permet de vérifier l'efficacité de ce type de filtre pour l'élimination de la composante annuelle.

b) Séries filtrées par différentiation d'ordre d

L'analyse des fonctions d'autocorrélation et de corrélation partielle, estimées pour le retard  $k = 0, \dots, 24$ , conduit à retenir les filtres suivants :

- d = 1            pour les prix de gros,
- d = 12          pour la production du bâtiment,
- d = 1, 12      pour la production industrielle, le chômage et les prix de détail.

Les résultats obtenus pour le chômage et les prix de détail révèlent la présence d'un mouvement saisonnier qui n'apparaît ni dans la représentation graphique des séries brutes (graphiques 16 et 18), ni dans la forme de leur spectre de puissance (graphiques 21 et 23).

La saisonnalité qui est généralement admise pour le chômage, nous ramène au problème de l'efficacité du spectre de puissance. Cependant, il convient de noter que cette série est diversement affectée par la composante annuelle plus marquée, il est vrai, à partir de 1973.

Par ailleurs, l'absence de saisonnalité dans les prix de détail conduit à se demander si la méthode de différentiation ne génère pas certains mouvements périodiques.

L'analyse des spectres de puissance des séries filtrées (graphiques 19 à 23) précise l'efficacité des techniques retenues. En effet :

. l'élimination de la tendance est assez bien effectuée comme le montre la réduction de la contribution des premières bandes de fréquences à la variation totale. Cette observation vaut plus particulièrement pour les séries de prix qui sont affectées d'un trend régulier (graphiques 22 et 23).

. l'élimination du mouvement saisonnier nécessite de distinguer deux cas :

1- le filtre paraît efficace pour les séries où la saisonnalité est réelle comme la production industrielle et la production du bâtiment (graphiques 19 et 20) ;

2- le filtre paraît trop puissant pour les séries qui ne possèdent pas de saisonnalité, comme les prix de détail (graphique 23), puisque le spectre de puissance possède des valeurs minimales (creux) aux fréquences correspondantes.

## II. - STABILITE DES COMPOSANTES PERIODIQUES

Les fonctions de transfert des filtres destinés à réduire principalement le trend et la saisonnalité ont montré que leur application pouvait affecter les autres composantes périodiques appelées généralement composantes cycliques. C'est pourquoi, il nous a paru important de connaître les conséquences de l'emploi de ces techniques sur toutes les composantes d'une chronique, c'est-à-dire :

- au niveau de la structure des décalages entre la série brute et la série filtrée,

- au niveau des relations d'avance-retard entre séries brutes d'une part, et entre séries filtrées d'autre part.

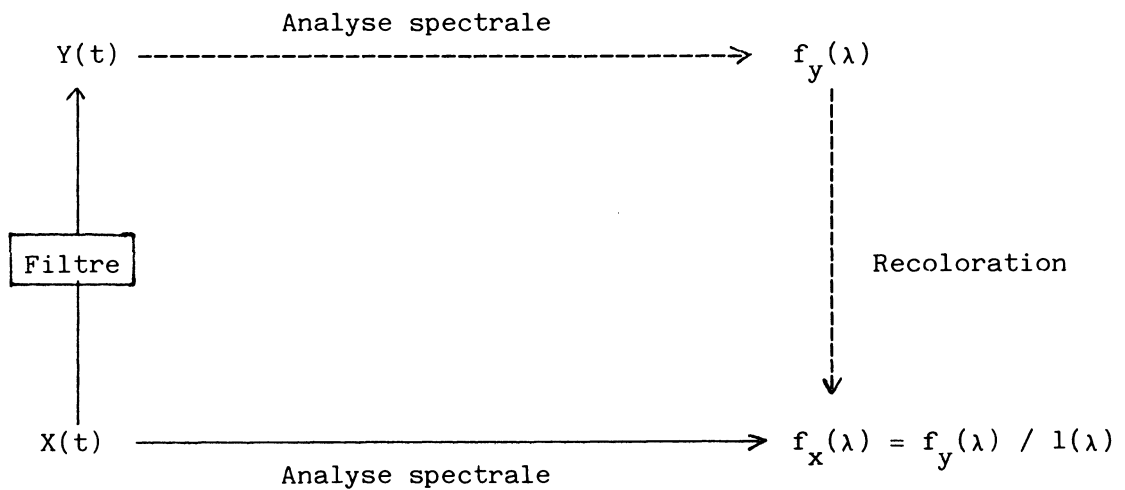
## 2.1. - Instruments d'analyse

Deux procédés peuvent être utilisés pour apprécier cette stabilité : la méthode de "recoloration", et l'analyse spectrale croisée.

### 2.1.1. - La méthode de "recoloration"

Elle consiste à retrouver le spectre de puissance de la série brute à partir du spectre de puissance de la série filtrée. Si l'élimination des composantes a été correctement effectuée, aucune déformation ne doit apparaître dans le spectre de puissance de la série brute ainsi reconstitué.

Cette méthode peut être brièvement décrite par le schéma suivant :



Ce calcul exige, d'après (1.4), que  $l(\lambda) \neq 0 \quad \forall \lambda \in ]0 ; \frac{1}{2} ]$ ,  
En reprenant les expressions des fonctions de transfert des différents filtres utilisés, ce calcul est possible pour toutes les fréquences, sauf pour la fréquence nulle.

Avec le programme utilisé, cette technique de recoloration n'a pu être effectuée que pour les filtres des différences d'ordre d.

### 2.1.2. - L'analyse cospectrale

Cette analyse, qui s'applique à deux chroniques X et Y, permet d'évaluer la cohérence et le déphasage entre leurs composantes respectives, et par conséquent la modification d'une part des composantes de la série filtrée (par rapport à la série brute) et d'autre part, des relations d'avance-retard pour la composante cyclique entre séries brutes et entre séries filtrées.

(i) La cohérence pour chaque fréquence  $\lambda \in [0 ; \frac{1}{2}]$  est égale à :

$$\gamma_{xy}(\lambda) = \frac{|f_{xy}(\lambda)|^2}{f_x(\lambda) f_y(\lambda)}$$

soit, si Y désigne la chronique filtrée\* :

$$\gamma_{xy}(\lambda) = 1.$$

Puisque :

$$0 \leq \gamma_{xy} \leq 1$$

la valeur de la cohérence entre les composantes de même fréquence de la série brute et de la série filtrée, doit être :

- égale à l'unité pour les composantes non affectées par le filtre,
- nulle pour les composantes que le filtre doit éliminer.

---

\* Il suffit de remplacer  $f_{xy}(\lambda)$  et  $f_y(\lambda)$  par leur expression en fonction de  $f_x(\lambda)$  (cf. formules (1.4)).



(ii) Le déphasage est égal à :

$$\psi_{xy}(\lambda) = \text{arc tg} \frac{q_{xy}(\lambda)}{c_{xy}(\lambda)}$$

avec :

$$f_{xy}(\lambda) = c_{xy}(\lambda) + i q_{xy}(\lambda).$$

Sachant que :

$$f_{xy}(\lambda) = \overline{C(\lambda)} f_x(\lambda)$$

$$C(\lambda) = u(\lambda) + iv(\lambda),$$

il vient :

$$\psi_{xy}(\lambda) = -\text{arctg} \frac{v(\lambda)}{u(\lambda)}.$$

Or, le déphasage  $\psi$  associé à un filtre  $\mathcal{F}$  est défini par :

$$\psi(\lambda) = \text{arc tg} \frac{v(\lambda)}{u(\lambda)}$$

D'où :

$$\psi(\lambda) + \psi_{xy}(\lambda) = 0.$$

Ainsi, la somme du déphasage associé au filtre, et du déphasage entre série brute et série filtrée doit être nulle. En conséquence, le déphasage  $\psi_{xy}(\lambda)$  doit être :

- nul pour les composantes non affectées par le filtre, puisque dans ce cas  $f_{xy}(\lambda) = f_x(\lambda)$  ;
- également nul pour les composantes que le filtre doit éliminer, ce qui implique l'emploi d'un filtre symétrique, c'est-à-dire que  $v(\lambda) = 0 \quad \forall \lambda \in ]0; \frac{1}{2}]$ .

(iii) La stabilité des relations d'avance-retard entre chroniques est également analysée à partir de la cohérence et du déphasage.

Si  $X_1$  et  $X_2$  désignent deux chroniques brutes, nous avons :

$$\gamma_{x_1 x_2}(\lambda) = \frac{|f_{x_1 x_2}(\lambda)|^2}{f_{x_1}(\lambda) \cdot f_{x_2}(\lambda)} = \frac{u^2(\lambda) + v^2(\lambda)}{f_{x_1}(\lambda) \cdot f_{x_2}(\lambda)},$$

$$\psi_{x_1 x_2}(\lambda) = \text{arc tg} \frac{v(\lambda)}{u(\lambda)}$$

avec :  $f_{x_1 x_2}(\lambda) = u(\lambda) + i v(\lambda)$ .

Appliquons à chacune de ces chroniques un filtre  $\mathcal{F}_j$  ( $j = 1, 2$ ) dont la fonction de fréquence-réponse est :

$$C_j(\lambda) = u_j(\lambda) + i v_j(\lambda),$$

et dont la fonction de phase est :

$$\psi_j(\lambda) = \text{arc tg} \frac{v_j(\lambda)}{u_j(\lambda)} \quad j = 1, 2.$$

Si  $Y_j$ ,  $j = 1, 2$ , désigne la chronique filtrée, il vient :

$$f_{y_j}(\lambda) = |C_j(\lambda)|^2 f_{x_j}(\lambda) = l_j(\lambda) f_{x_j}(\lambda) \quad j = 1, 2$$

$$f_{y_1 y_2}(\lambda) = C_1(\lambda) \overline{C_2(\lambda)} f_{x_1 x_2}(\lambda) = u'(\lambda) + i v'(\lambda) \quad (2.5)$$

\* La cohérence  $\gamma_{y_1 y_2}(\lambda)$  entre les composantes de même fréquence

et appartenant aux chroniques filtrées est égale à :

$$\gamma_{y_1 y_2}(\lambda) = \frac{|f_{y_1 y_2}(\lambda)|^2}{f_{y_1}(\lambda) \cdot f_{y_2}(\lambda)}$$

soit, en utilisant les relations (2.5) :

$$\gamma_{y_1 y_2}(\lambda) = \gamma_{x_1 x_2}(\lambda).$$

Ainsi, quel que soit le filtre utilisé pour chacune des chroniques l'intensité des liens entre composantes de même fréquence, autres que celles que les filtres doivent éliminer, ne subit aucune modification. Pour les composantes à éliminer, la cohérence doit être nulle ; ces composantes n'existent plus dans les chroniques filtrées.

\* Les déphasages entre composantes correspondantes des séries brutes d'une part, et des séries filtrées d'autre part sont données respectivement par les formules suivantes :

$$\psi_{x_1 x_2}(\lambda) = \text{arc tg } \frac{v(\lambda)}{u(\lambda)}$$

$$\psi_{y_1 y_2}(\lambda) = \text{arc tg } \frac{v'(\lambda)}{u'(\lambda)} .$$

En utilisant les formules (1.3) et (2.5), on démontre que :

$$\psi_{y_1 y_2}(\lambda) = \psi_{x_1 x_2}(\lambda) + [\psi_1(\lambda) - \psi_2(\lambda)] .$$

Si les filtres employés sont symétriques, ou sont identiques, alors :

$$\psi_{y_1 y_2}(\lambda) = \psi_{x_1 x_2}(\lambda)$$

et les relations d'avance-retard demeurent inchangées.

Ces différents instruments ont été appliqués aux deux types de filtres pour chacune des cinq chroniques précédemment présentées.

## 2.2. - La stabilité des propriétés spectrales entre la série brute et la série filtrée

La stabilité des propriétés spectrales est étudiée en distinguant les fréquences à éliminer des autres fréquences, et ce à partir :

- d'une part, de la déformation du spectre de puissance obtenu par recoloration,

- d'autre part, de la comparaison de la valeur de la cohérence aux valeurs nulle et unitaire, et du déphasage à la valeur nulle\*

Cette approche rejoint les propriétés exprimées par Granger et Quinet (1969), et par Nerlove (1964) sur l'opportunité d'utiliser des séries désaisonnalisées sans connaître les effets dus à la méthode de désaisonnalisation utilisée.

### 2.2.1. - Filtre aux moyennes mobiles de type CENSUS X11

Rappelons que la méthode CENSUS X11 est essentiellement une méthode de désaisonnalisation\*\*, bien que des estimations du trend soient effectuées au cours des différentes étapes de calcul.

Les logiciels de calculs disponibles ne permettaient pas la mise en oeuvre de la procédure de recoloration avec ce type de filtre. C'est pourquoi, seuls les cohérences et les décalages seront analysés.

---

\* Calculs effectués à partir de l'estimation du spectre croisé entre la série brute et la série filtrée.

\*\* La valeur de la fonction de transfert est donc égale à l'unité aux basses fréquences.

Pour les séries marquées par une saisonnalité (production industrielle, production du bâtiment et chômage) (graphiques 24 et 26), la valeur de la cohérence est nulle aux fréquences saisonnières, et égale à l'unité pour les autres fréquences. De plus, l'allure de la fonction de transfert estimée\* est semblable à celle de la fonction de cohérence, sauf pour la série de chômage.

Toujours pour ces séries, un décalage compris entre 1 et 2 mois apparaît uniquement à la fréquence 1/12 (harmonique principal de la composante annuelle) entre la série brute et la série filtrée. Il s'agit d'un retard pour les séries de production industrielle et de chômage, et d'une avance pour la série de production du bâtiment et des travaux publics. Ce décalage provient peut-être de la méthode d'estimation du spectre par bandes de fréquences, qui introduit un biais et s'accompagne du phénomène "de fuites entre bandes de fréquences".

Pour les séries de prix de gros et de détail non affectées par la saisonnalité, la fonction de transfert estimée comme la fonction de cohérence ont des valeurs toujours égales à l'unité quelle que soit la fréquence, et aucun déphasage n'apparaît (graphiques 27 et 28).

Ces résultats ne font que renforcer l'efficacité de la méthode CENSUS X11 déjà évoquée au cours de la première partie de cette étude.

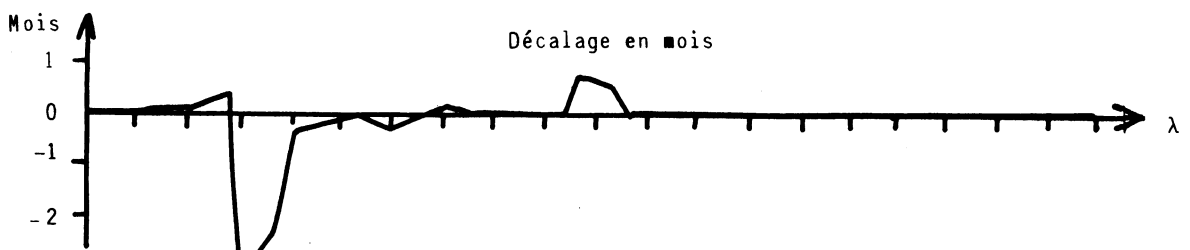
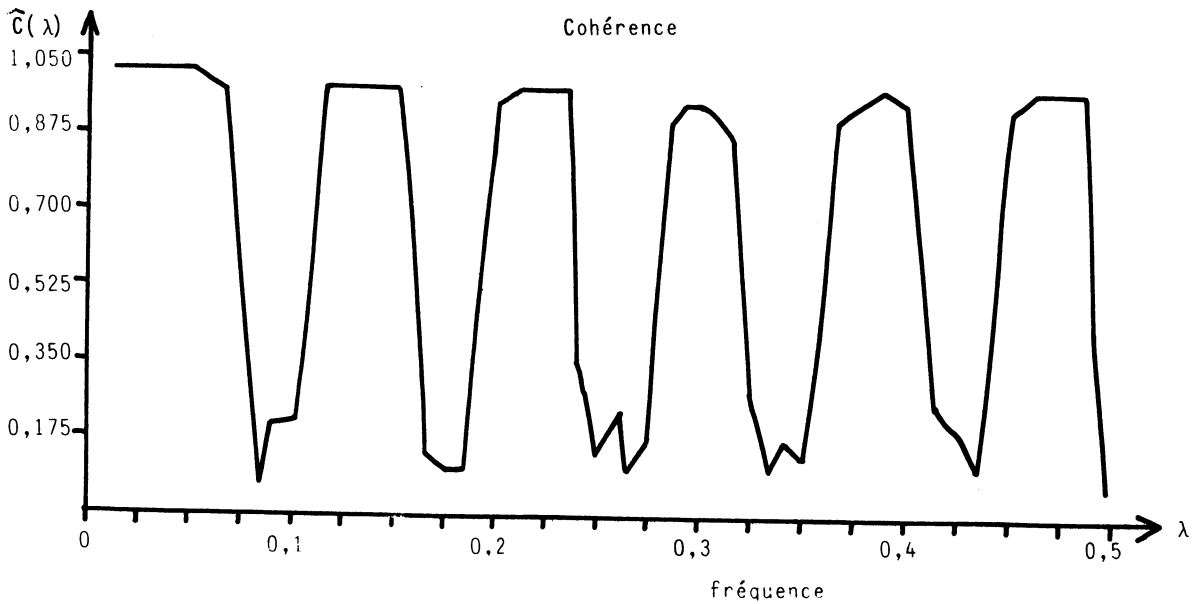
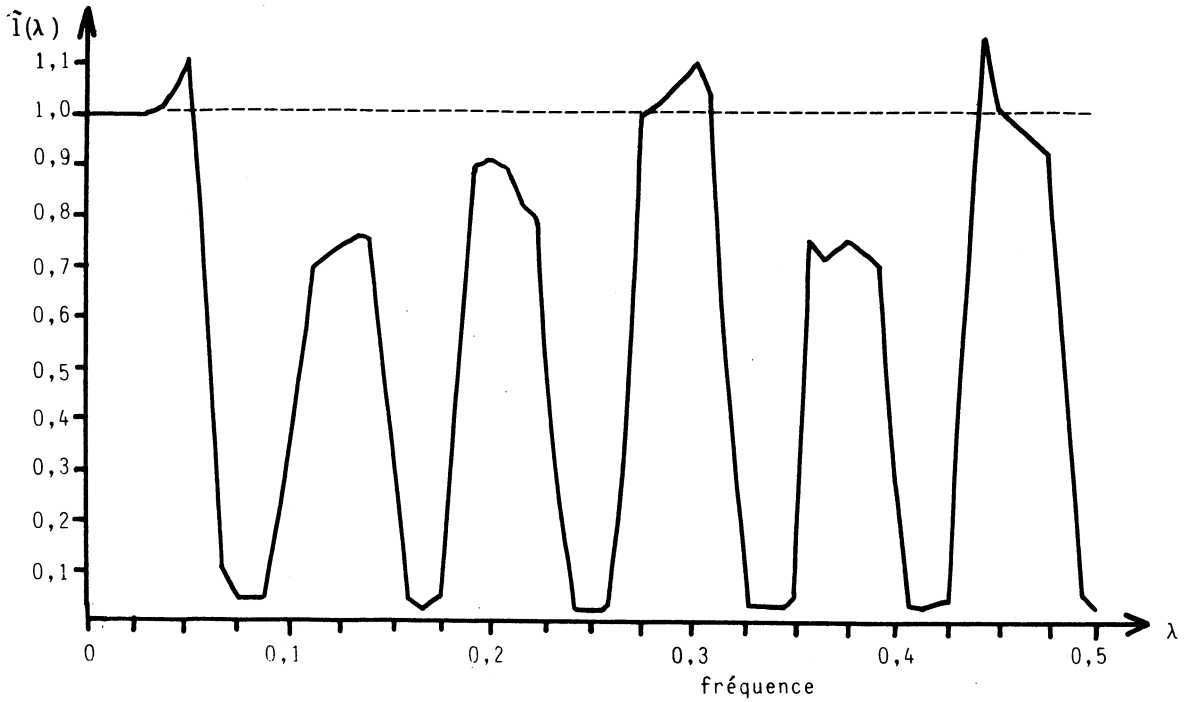
---

\* Obtenue en faisant le rapport entre l'estimation du spectre de puissance de la série filtrée et l'estimation du spectre de puissance de la série brute.

COMPARAISON DES PROPRIETES SPECTRALES DES SERIES  
BRUTE ET DESAISONNALISEE (CENSUS X11)

PRODUCTION INDUSTRIELLE, BATIMENT ET TRAVAUX PUBLICS EXCLU

Fonction de transfert

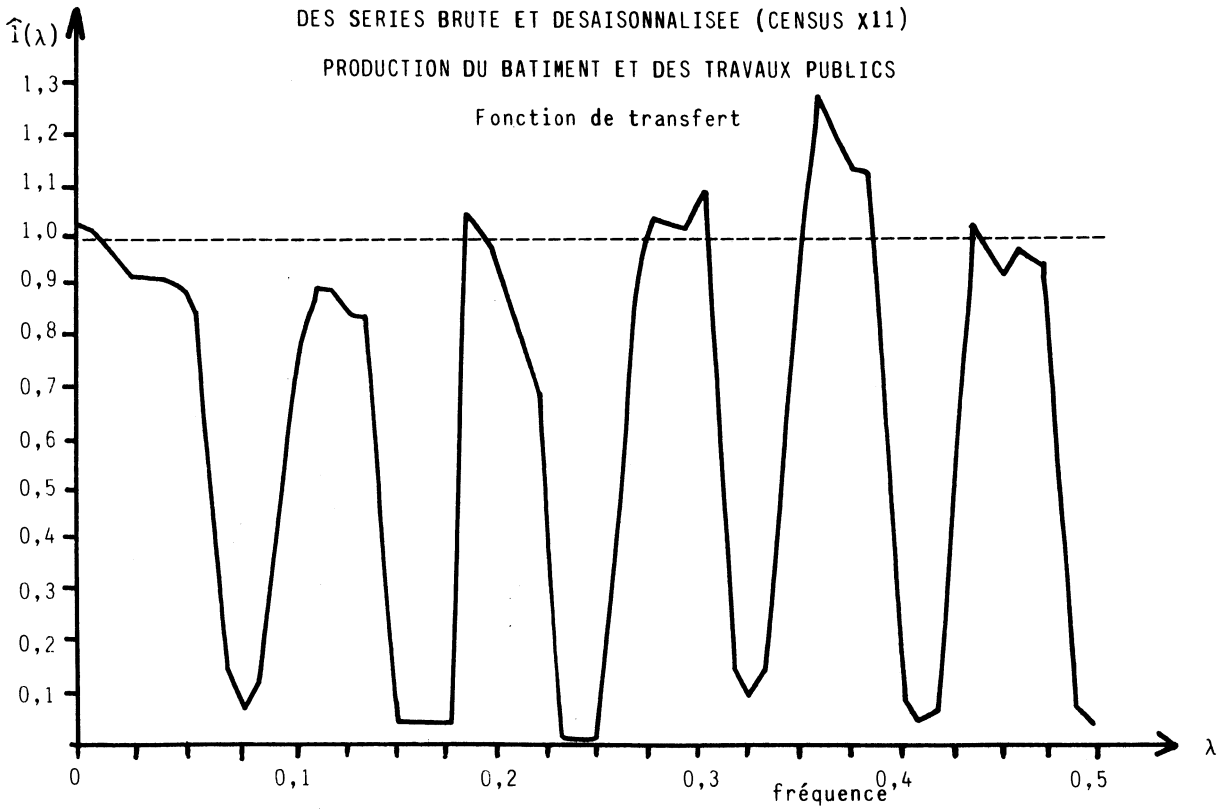


GRAPHIQUE 25

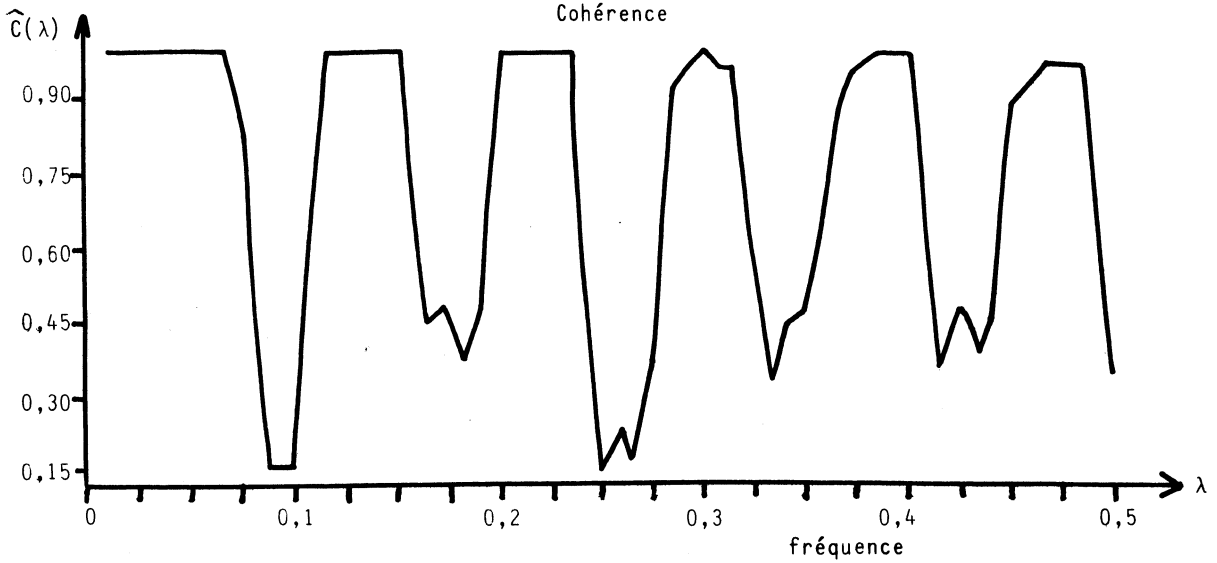
COMPARAISON DES PROPRIETES SPECTRALES  
DES SERIES BRUTE ET DESAISONNALISEE (CENSUS X11)

PRODUCTION DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS

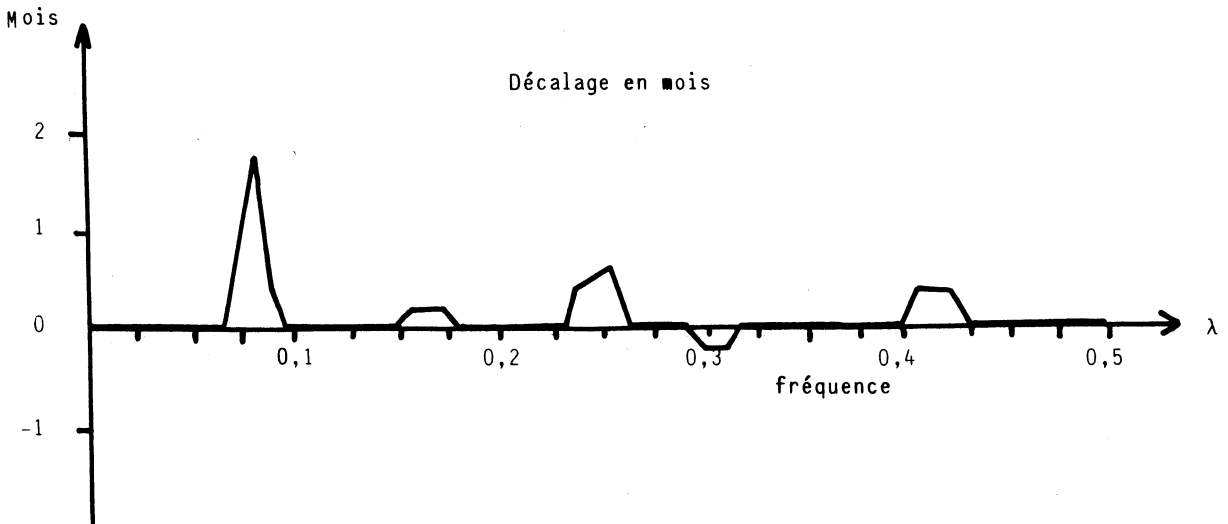
Fonction de transfert



Cohérence



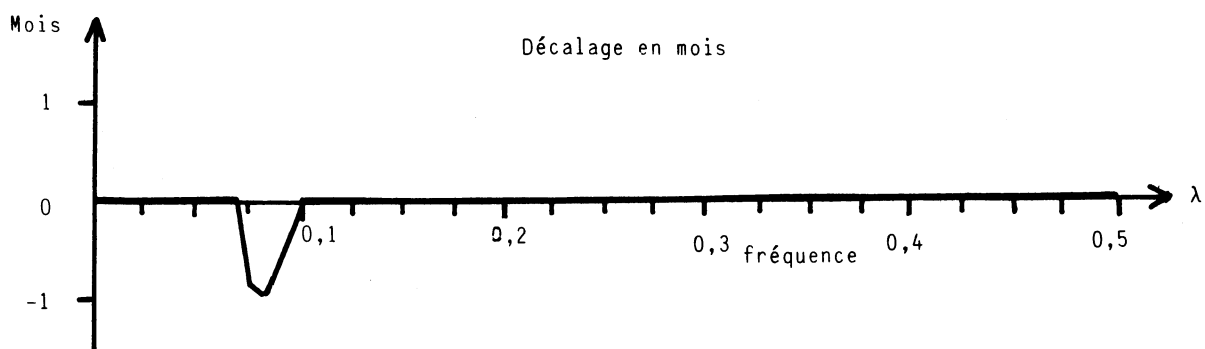
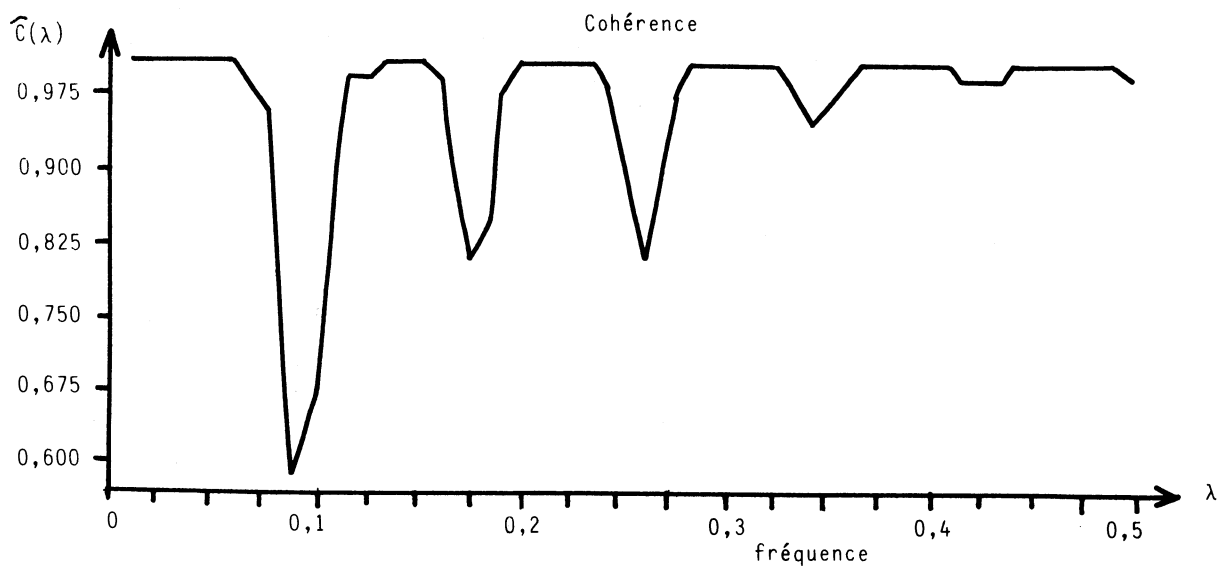
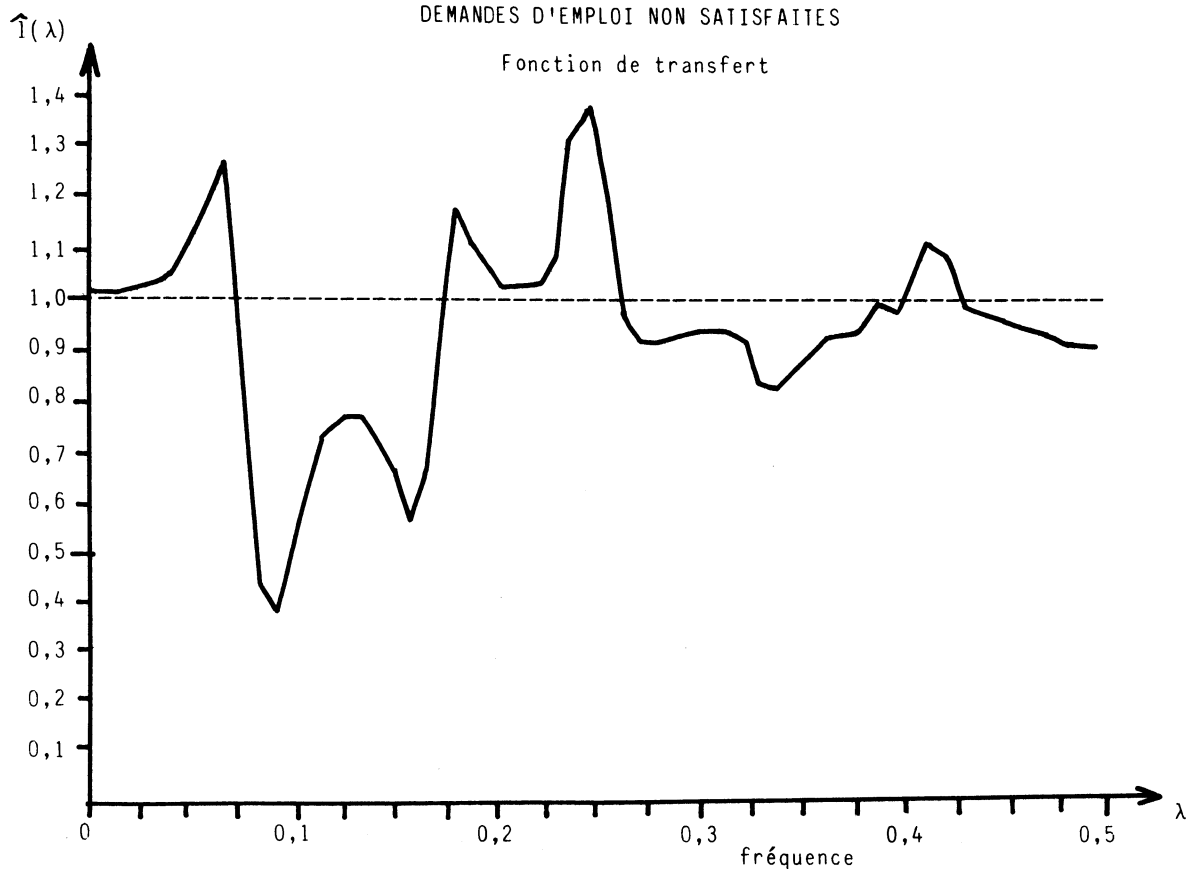
Décalage en mois



GRAPHIQUE 26

COMPARAISON DES PROPRIETES SPECTRALES DES SERIES BRUTE ET DESAISONNALISEE (CENSUS X11)

DEMANDES D'EMPLOI NON SATISFAITES



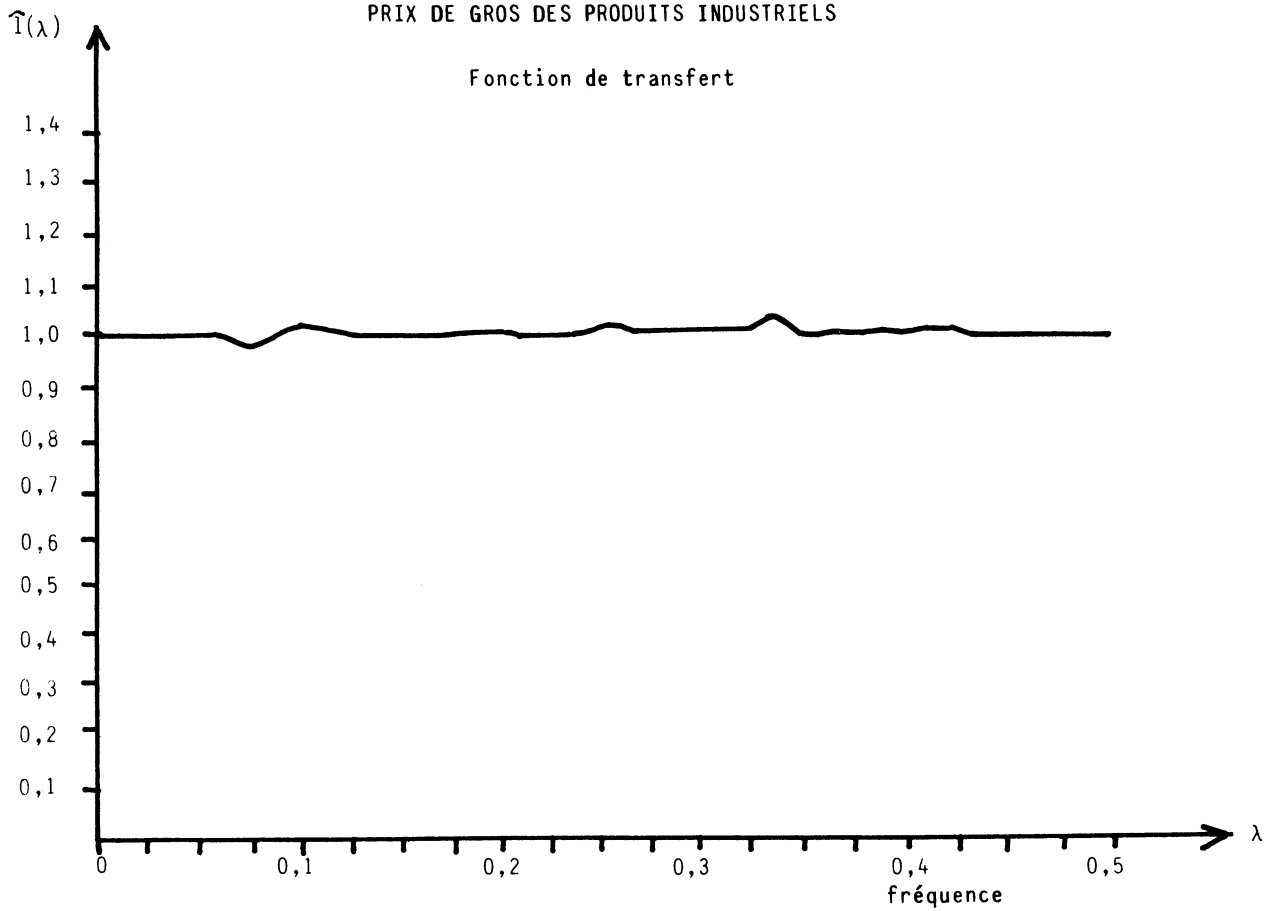


COMPARAISON DES PROPRIETES SPECTRALES DES SERIES  
BRUTE ET DESAISONNALISEE (CENSUS X11)

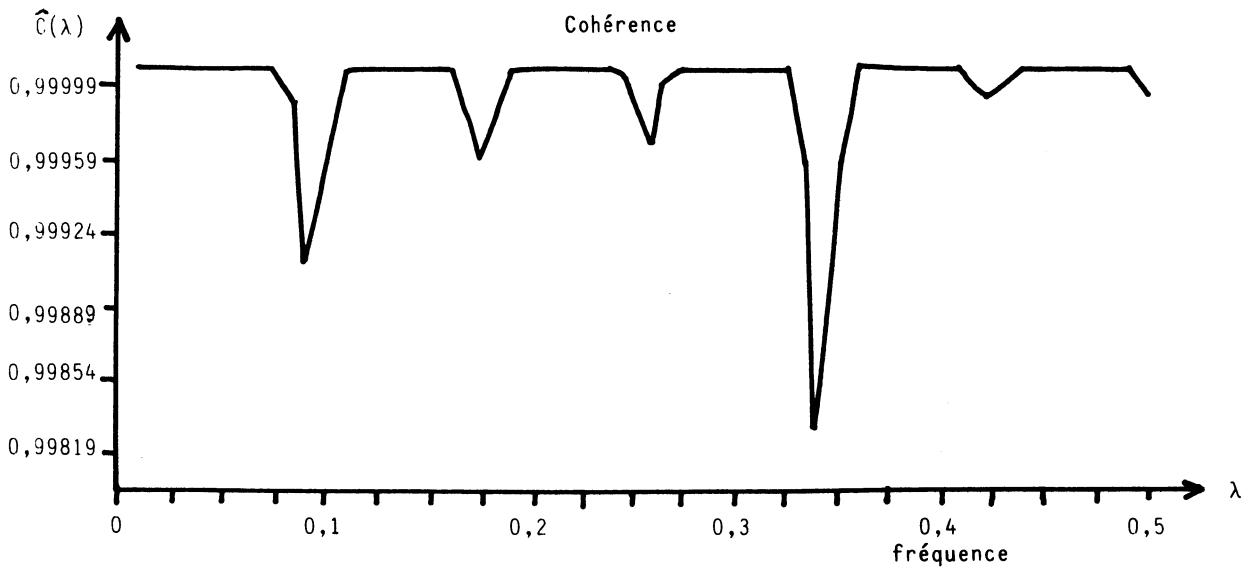
GRAPHIQUE 27

PRIX DE GROS DES PRODUITS INDUSTRIELS

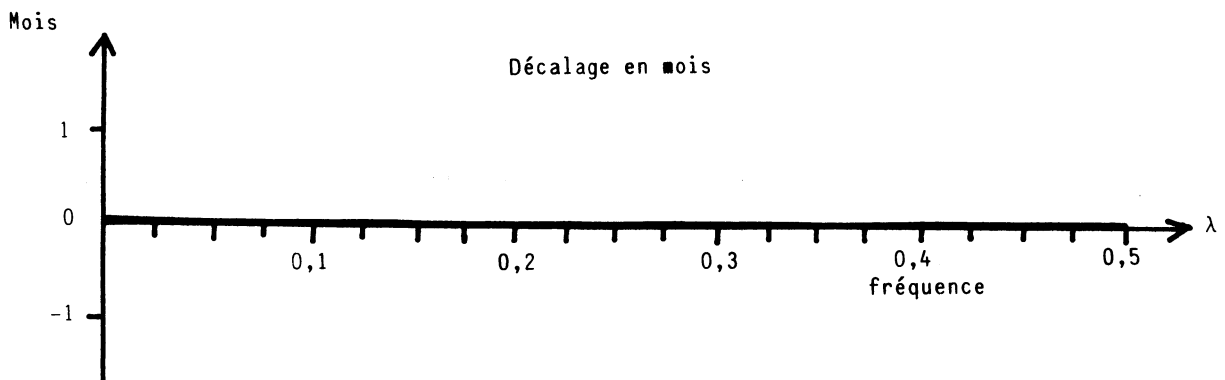
Fonction de transfert



Cohérence



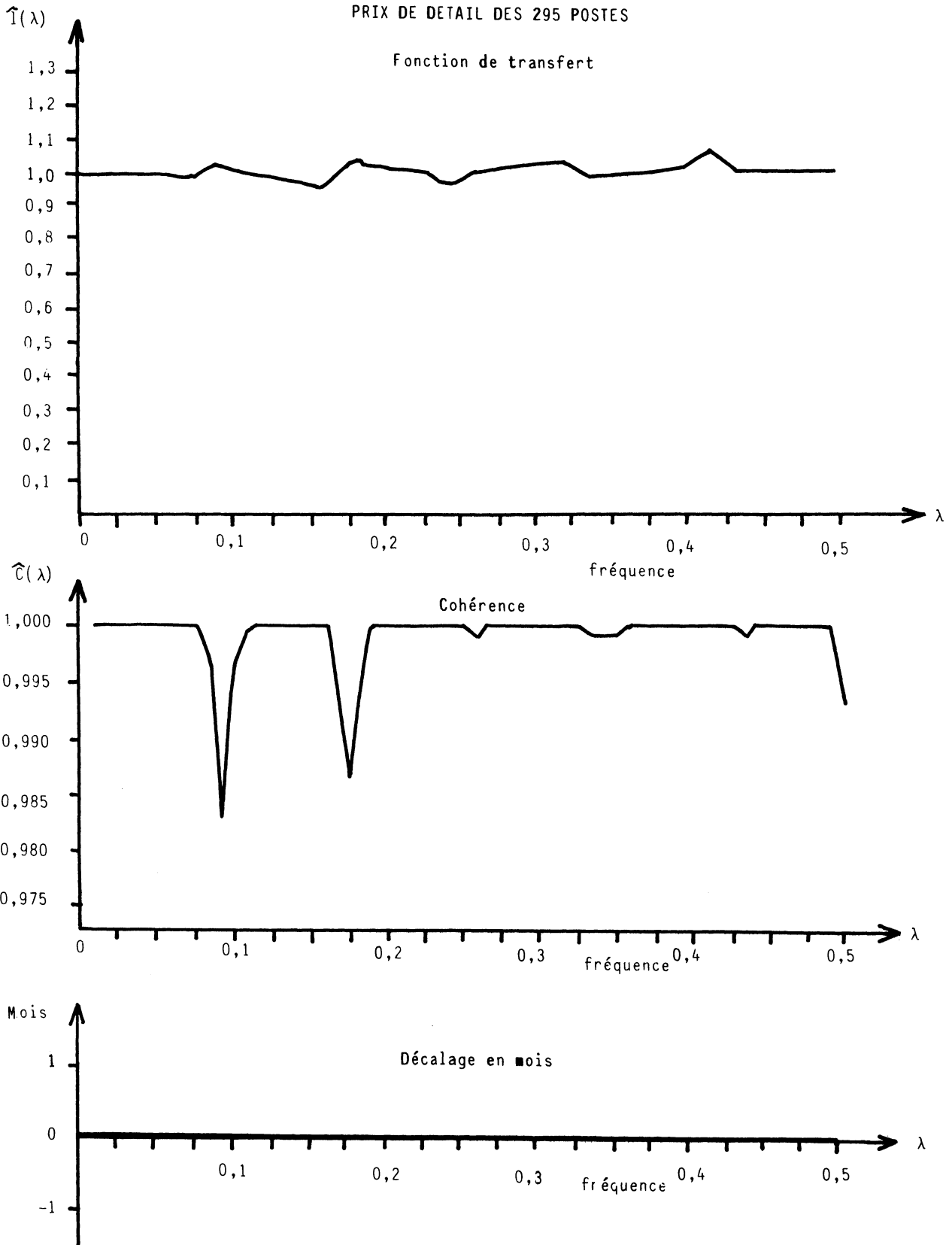
Décalage en mois



GRAPHIQUE 28

COMPARAISON DES PROPRIETES SPECTRALES DES SERIES  
BRUTE ET DESAISONNALISEE (CENSUS X11)

PRIX DE DETAIL DES 295 POSTES



### 2.2.2. - Filtres aux différences d'ordre d

Trois résultats importants doivent être mentionnés à propos de la reconstitution du spectre de puissance des séries brutes par la méthode de "recoloration" (graphiques 29 à 33).

1- Dans l'ensemble, la contribution de la tendance est atténuée, sauf pour la série de production du bâtiment (graphique 30) dont le spectre de la série brute ne présente aucune tendance très marquée. Pour cette chronique, la contribution de la tendance a été accrue de 20%. Pour les autres séries, la reconstitution semble d'autant mieux assurée que la tendance est moins marquée.

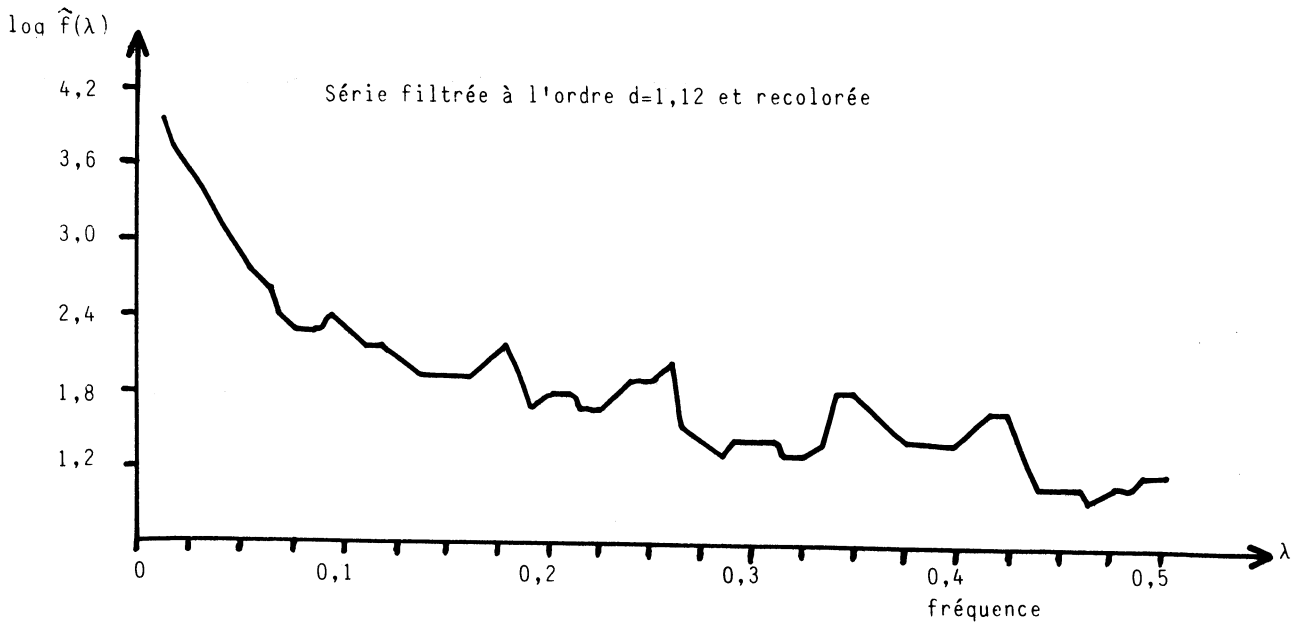
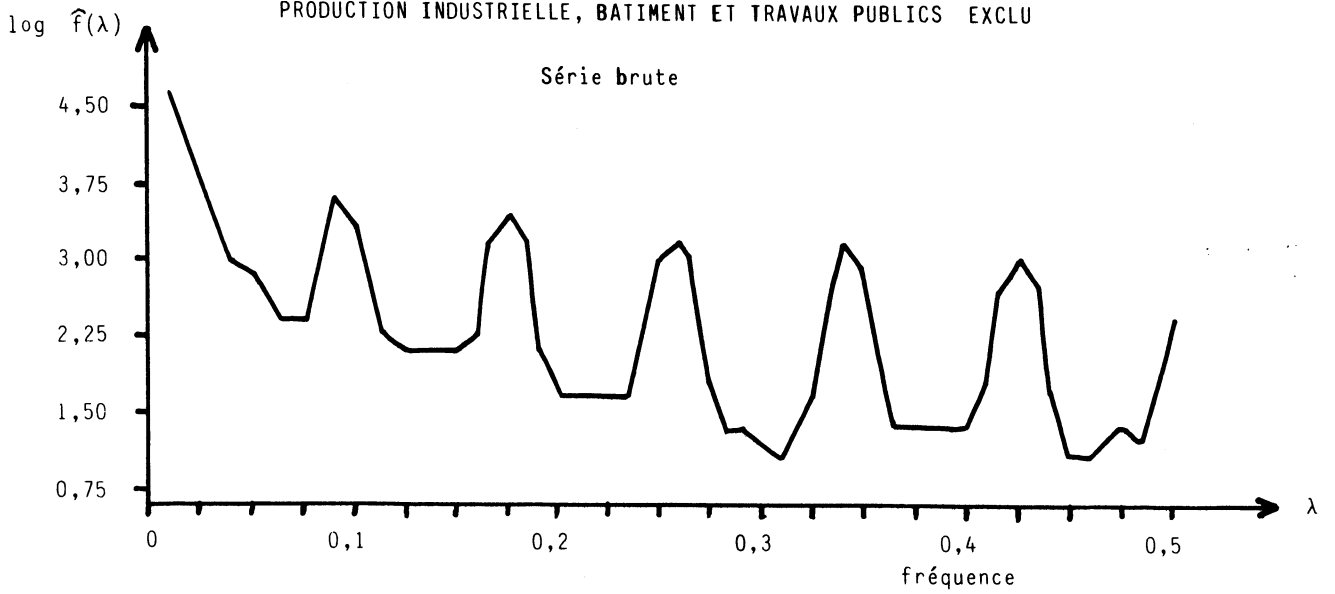
2- Pour les séries dont la saisonnalité est très marquée (production industrielle et du bâtiment ; graphiques 29 et 30), la reconstitution du mouvement annuel n'est pas significative.

3- Enfin, pour les autres séries (séries des prix de gros et de détail ; graphiques 32 et 33), la méthode de recoloration ne produit aucun effet.

GRAPHIQUE 29

COMPARAISON DES SPECTRES DE PUISSANCE DES SERIES  
BRUTE ET FILTRÉE-RECOLORÉE

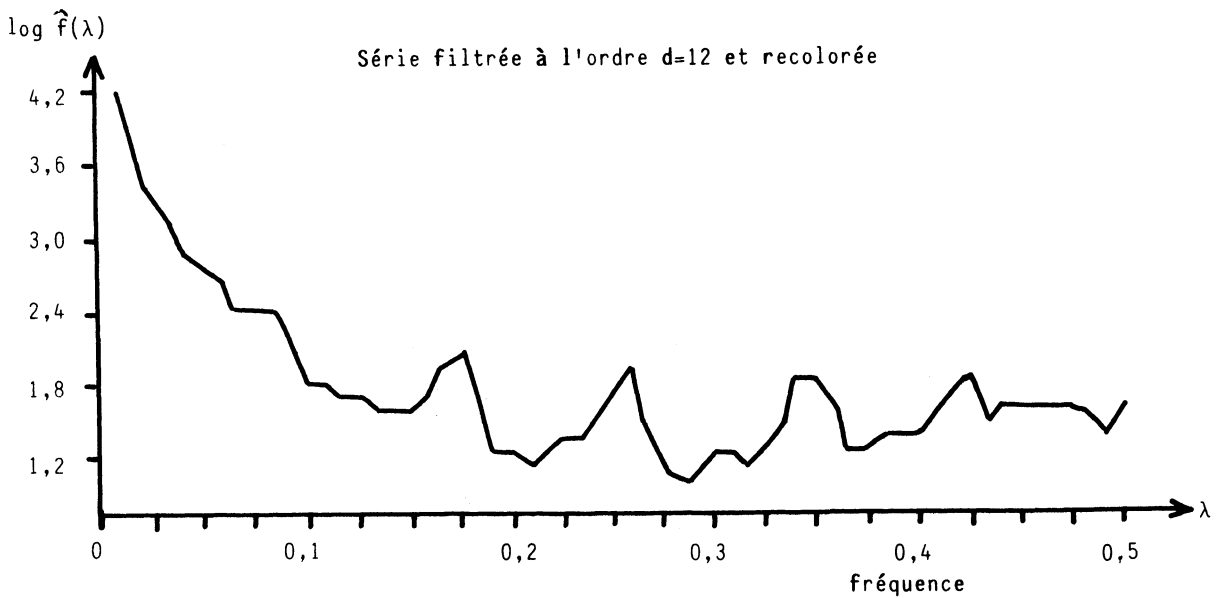
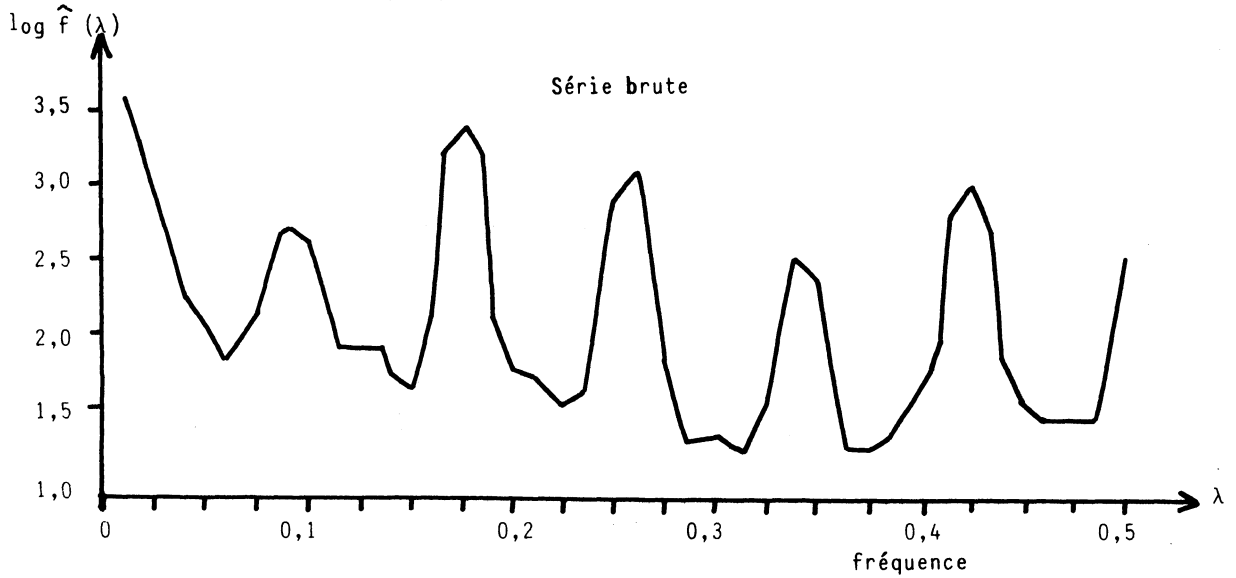
PRODUCTION INDUSTRIELLE, BATIMENT ET TRAVAUX PUBLICS EXCLU



GRAPHIQUE 30

COMPARAISON DES SPECTRES DE PUISSANCE DES SERIES  
BRUTE ET FILTRÉE-RECOLOREE

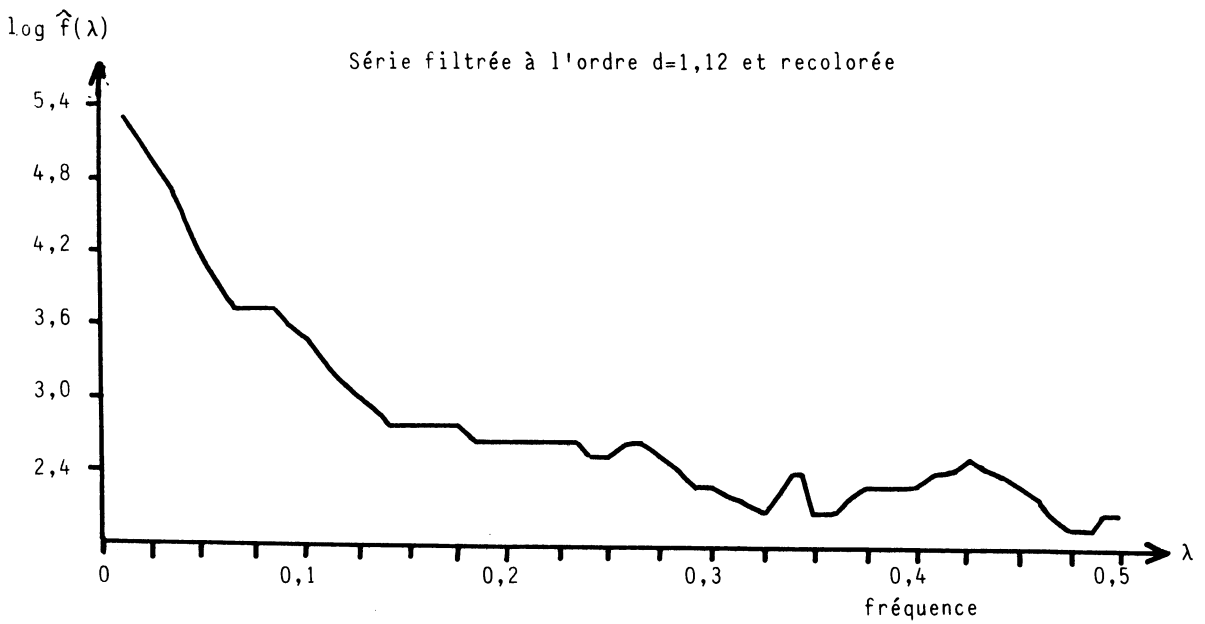
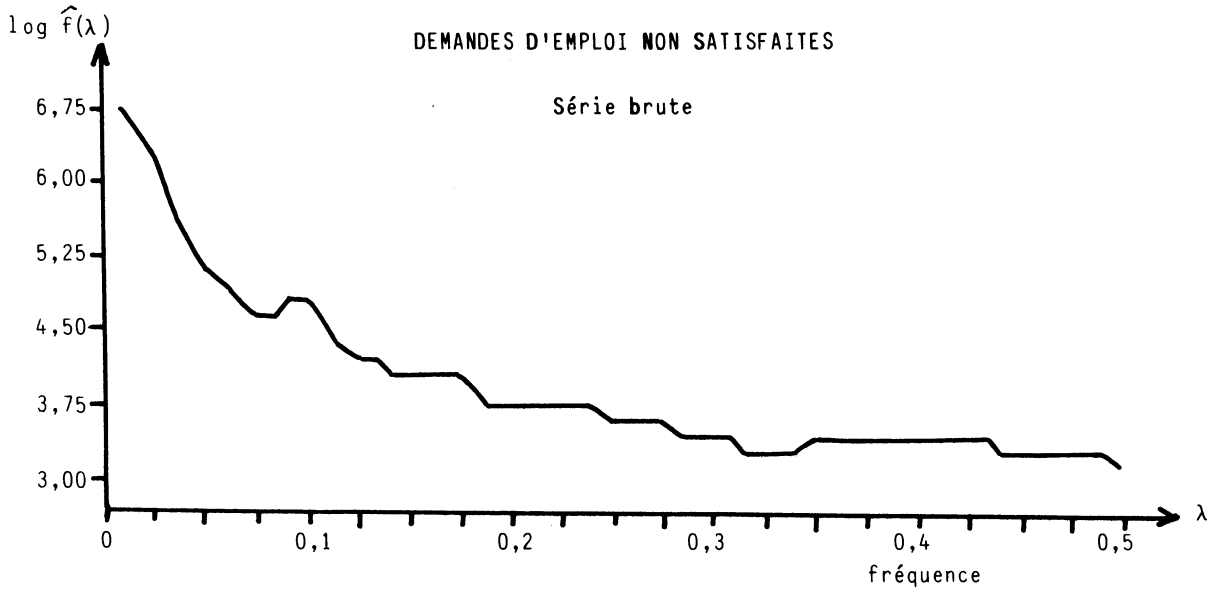
PRODUCTION DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS



GRAPHIQUE 31

COMPARAISON DES SPECTRES DE PUISSANCE DES SERIES  
BRUTE ET FILTRÉE-RECOLOREE

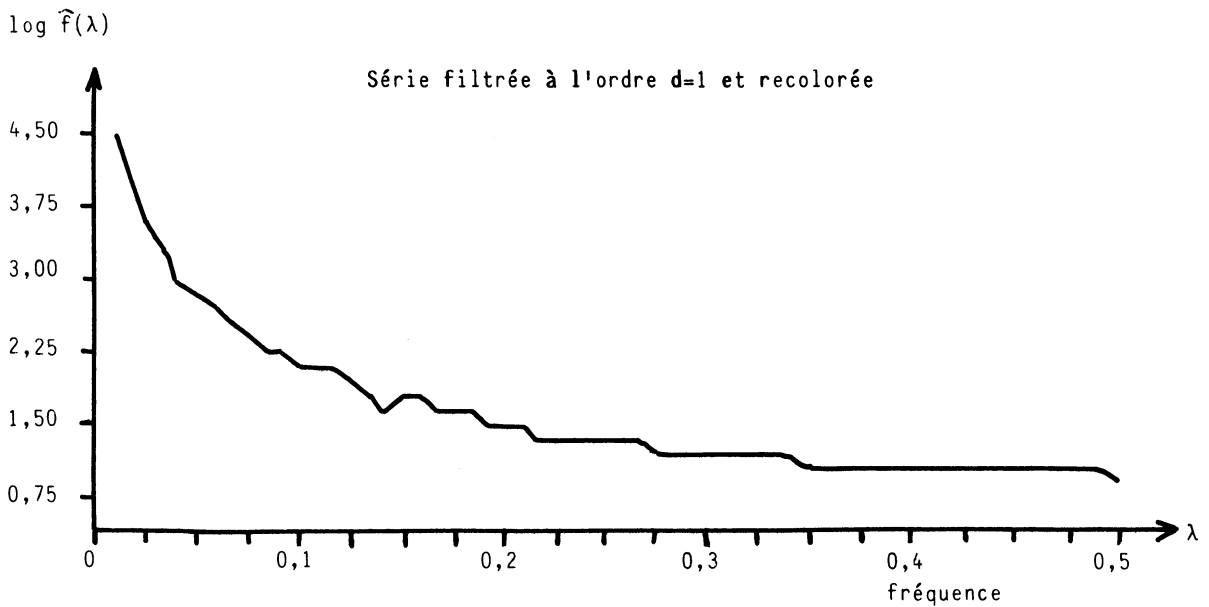
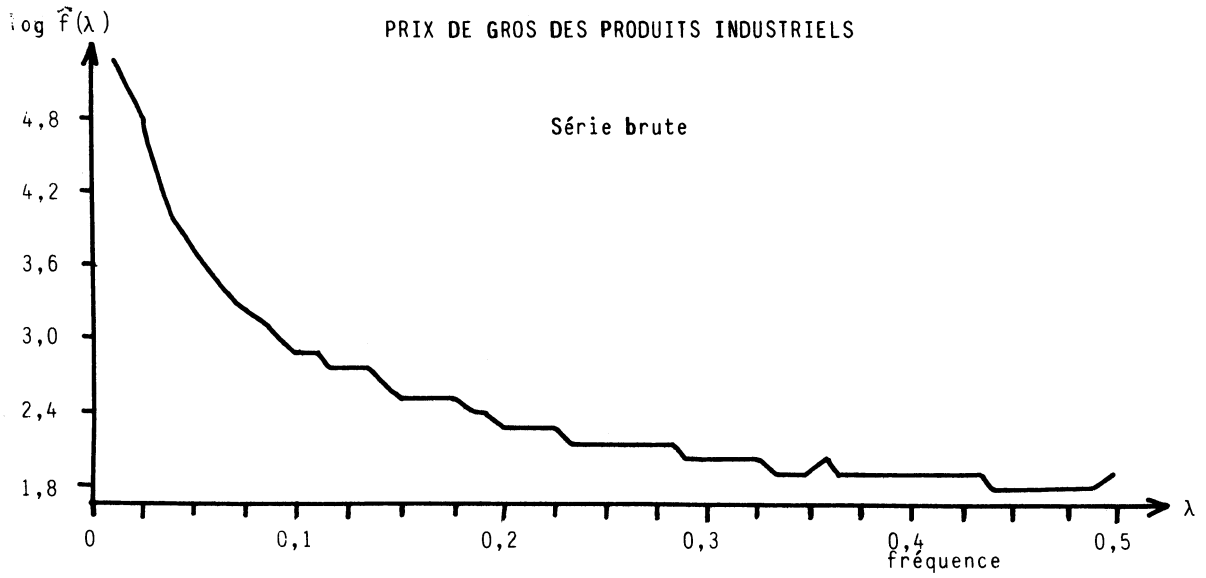
DEMANDES D'EMPLOI NON SATISFAITES



GRAPHIQUE 32

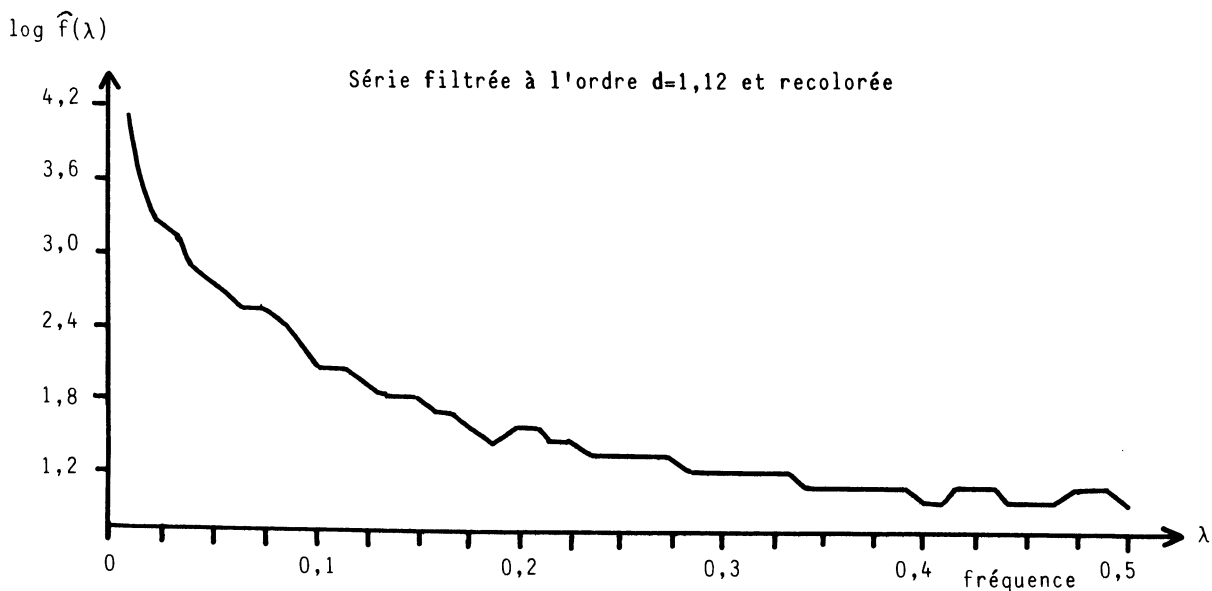
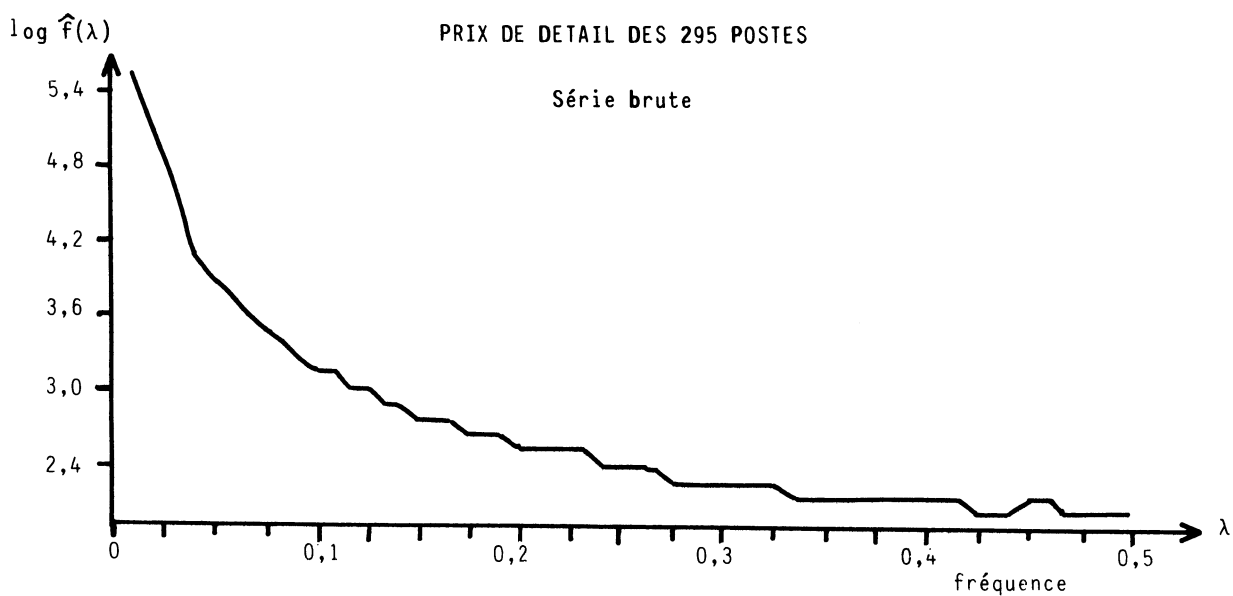
COMPARAISON DES SPECTRES DE PUISSANCE DES SERIES  
BRUTE ET FILTRÉE-RECOLOREE

PRIX DE GROS DES PRODUITS INDUSTRIELS



GRAPHIQUE 33

COMPARAISON DES SPECTRES DE PUISSANCE DES SERIES  
BRUTE ET FILTRÉE-RECOLORÉE





L'application de ce filtre réduit la cohérence pour l'ensemble des fréquences (graphiques 34 et 38).

Pour les fréquences à éliminer, la cohérence est significativement nulle.

Pour les autres fréquences, elle est encore atténuée, alors qu'elle devrait être égale à l'unité. Ainsi, pour la production du bâtiment et des travaux publics dont le trend n'a pas été éliminé (différentiation à l'ordre  $d = 12$ ), la cohérence est pratiquement nulle aux basses fréquences\* (graphique 35). Mais en raison de la similitude de l'allure des fonctions de transfert estimée et de cohérence, cette réduction de la cohérence pour toutes les fréquences n'est guère surprenante. Toutefois, lorsque la fonction de transfert estimée s'apparente à la fonction théorique (pour les séries de production industrielle et du bâtiment)(graphiques 34 et 35), les cohérences aux fréquences non affectées par le filtre sont mieux conservées.

---

\* D'une manière générale, le filtre des différences d'ordre  $d = 12$  réduit aussi la contribution des basses fréquences.

Enfin, ce filtre introduit pour toutes les chroniques et quel que soit l'ordre de différentiation, un retard de la série brute sur la série filtrée pour les composantes dont la période est supérieure à 10 mois. Ce résultat n'est guère surprenant puisque le filtre des différentiations n'est pas un filtre symétrique.

### 2.3. - Stabilité des relations d'avance-retard entre séries brutes et entre séries filtrées

Cette étude de la stabilité s'applique uniquement à la composante cyclique définie par la bande de fréquences  $[(1/60) - \epsilon ; (1/12) + \epsilon]$  \* qui ne devrait pas être affectée par ces filtres, à l'exception toutefois de la fréquence 1/12. De plus, nous avons retenu toutes les fréquences pour lesquelles la cohérence était supérieure à 0,60\*\* dans le cas des séries brutes et désaisonnalisées par CENSUS X11, et supérieure 0,39\*\*\* dans le cas des séries différentiées à l'ordre d.

L'efficacité de chacun des filtres (désaisonnalisation par CENSUS X11, et différentiation à l'ordre d) sera jugée en comparant les relations d'avance-retard obtenues entre séries filtrées avec celles qui ont été obtenues entre séries brutes. L'application porte sur les cinq séries retenues (tableaux 9 à 12).

#### 2.3.1. - Relations d'avance-retard entre séries brutes

Les résultats obtenus s'interprètent du point de vue économique.

La concomitance entre les séries de prix traduit une diffusion rapide des prix de gros vers les prix de détail.

---

\* Des études empiriques réalisées par le N.B.E.R. ont montré que les cycles conjoncturels avaient une durée moyenne de 4 ans.

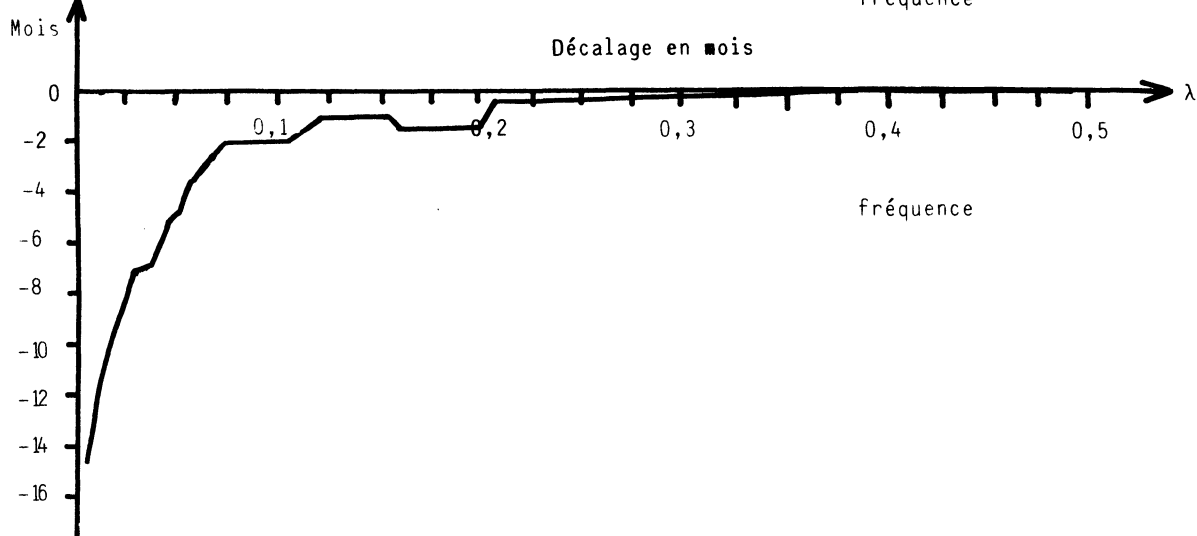
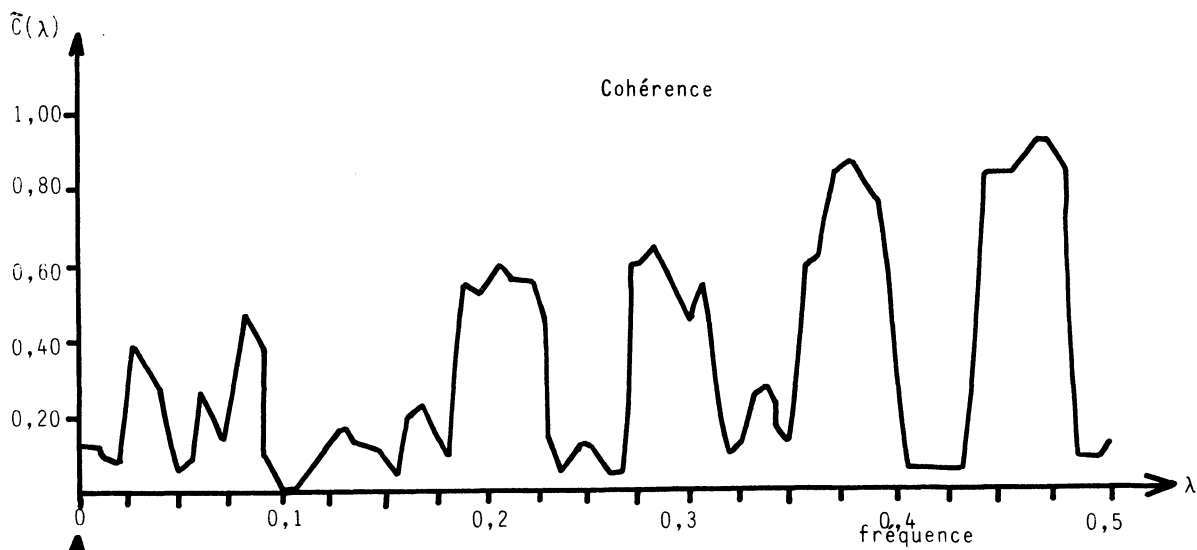
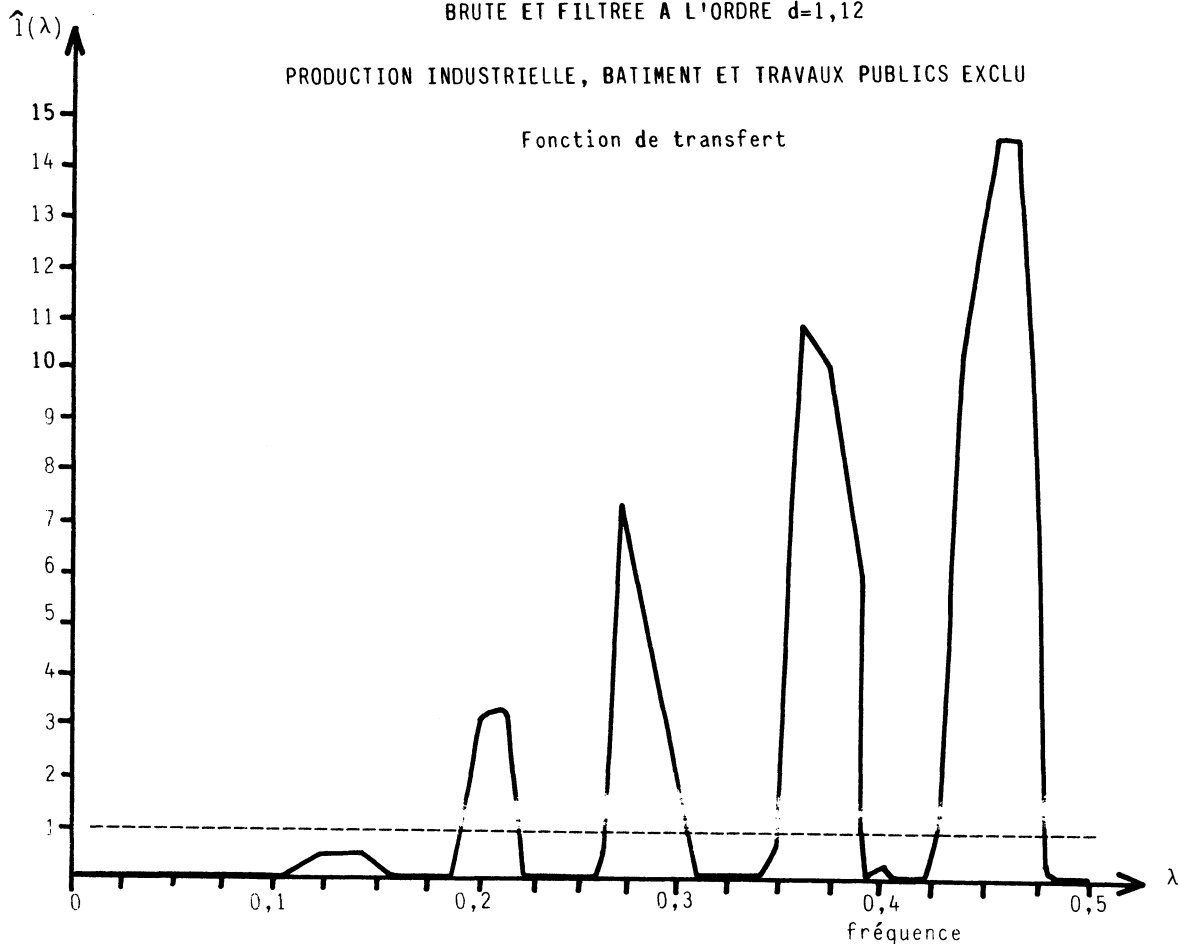
\*\* C'est la valeur habituellement retenue, et qui correspond à un degré de confiance de 95%.

\*\*\* Pour des séries différentiées, la cohérence est significative au seuil de 10% si elle excède 0,32, et au seuil de 5% si elle excède 0,39.

GRAPHIQUE 34

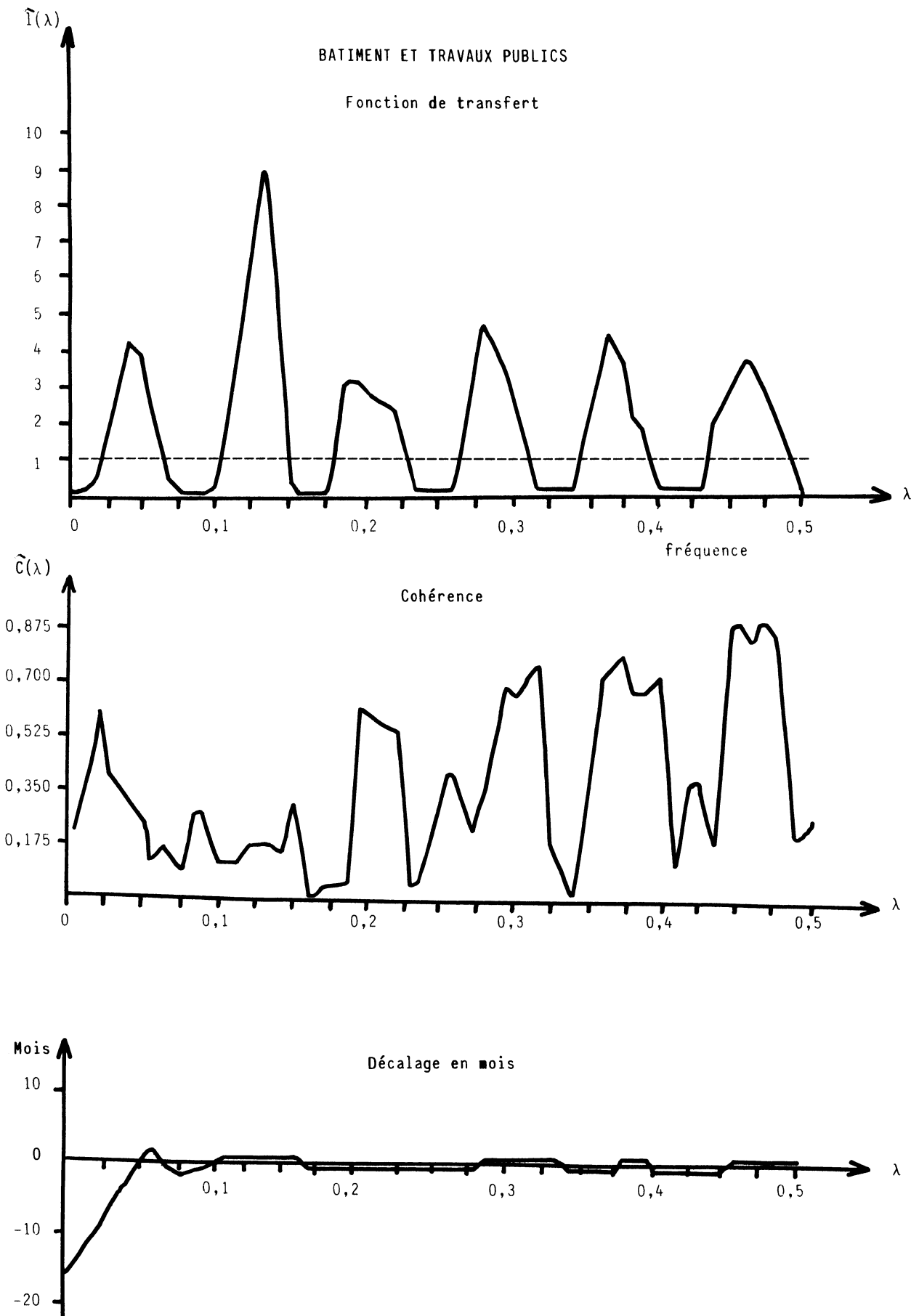
COMPARAISON DES PROPRIETES SPECTRALES DES SERIES  
BRUTE ET FILTREE A L'ORDRE  $d=1,12$

PRODUCTION INDUSTRIELLE, BATIMENT ET TRAVAUX PUBLICS EXCLU



GRAPHIQUE 35

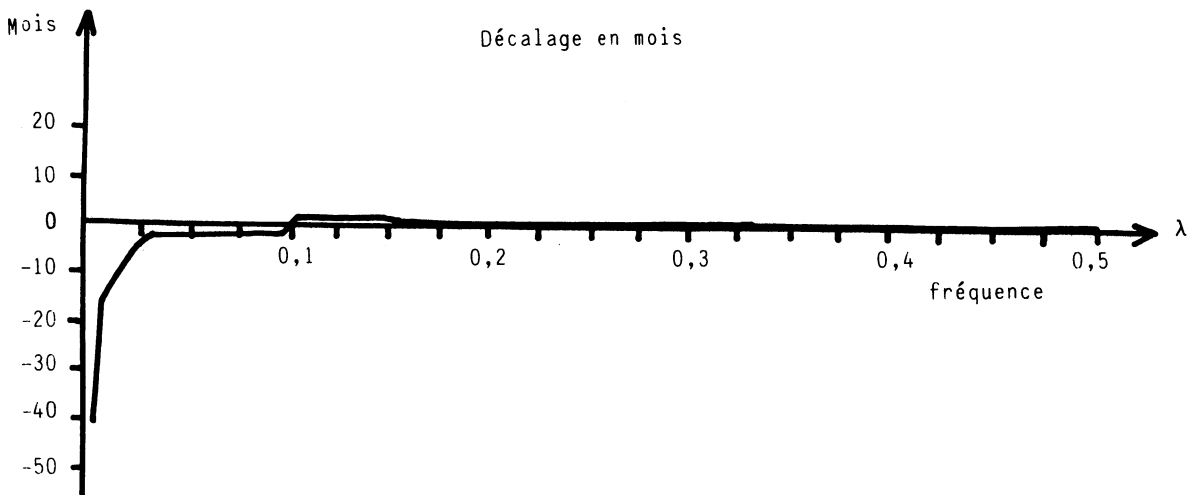
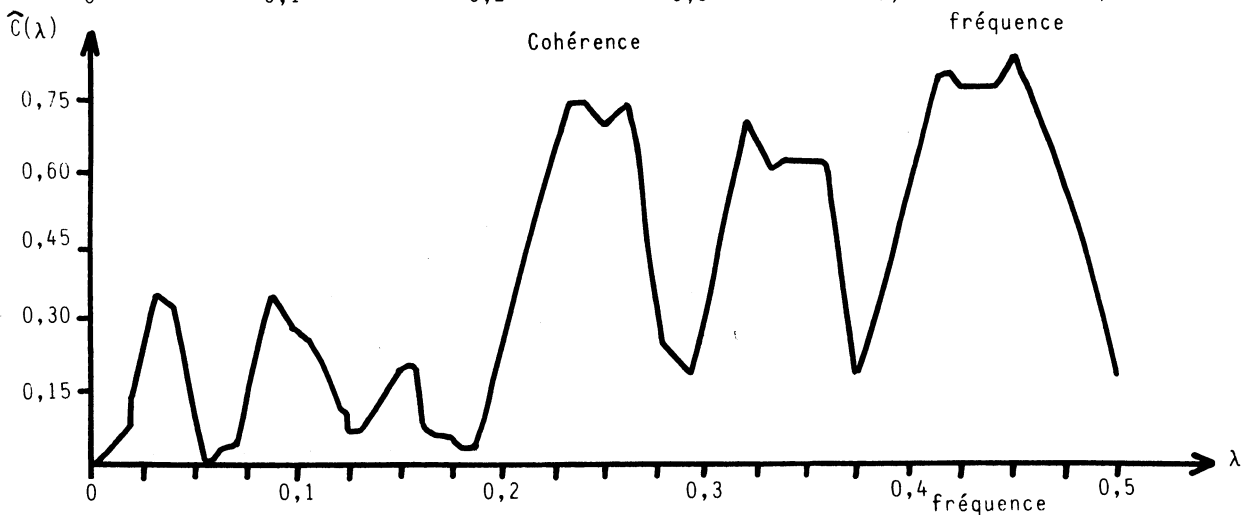
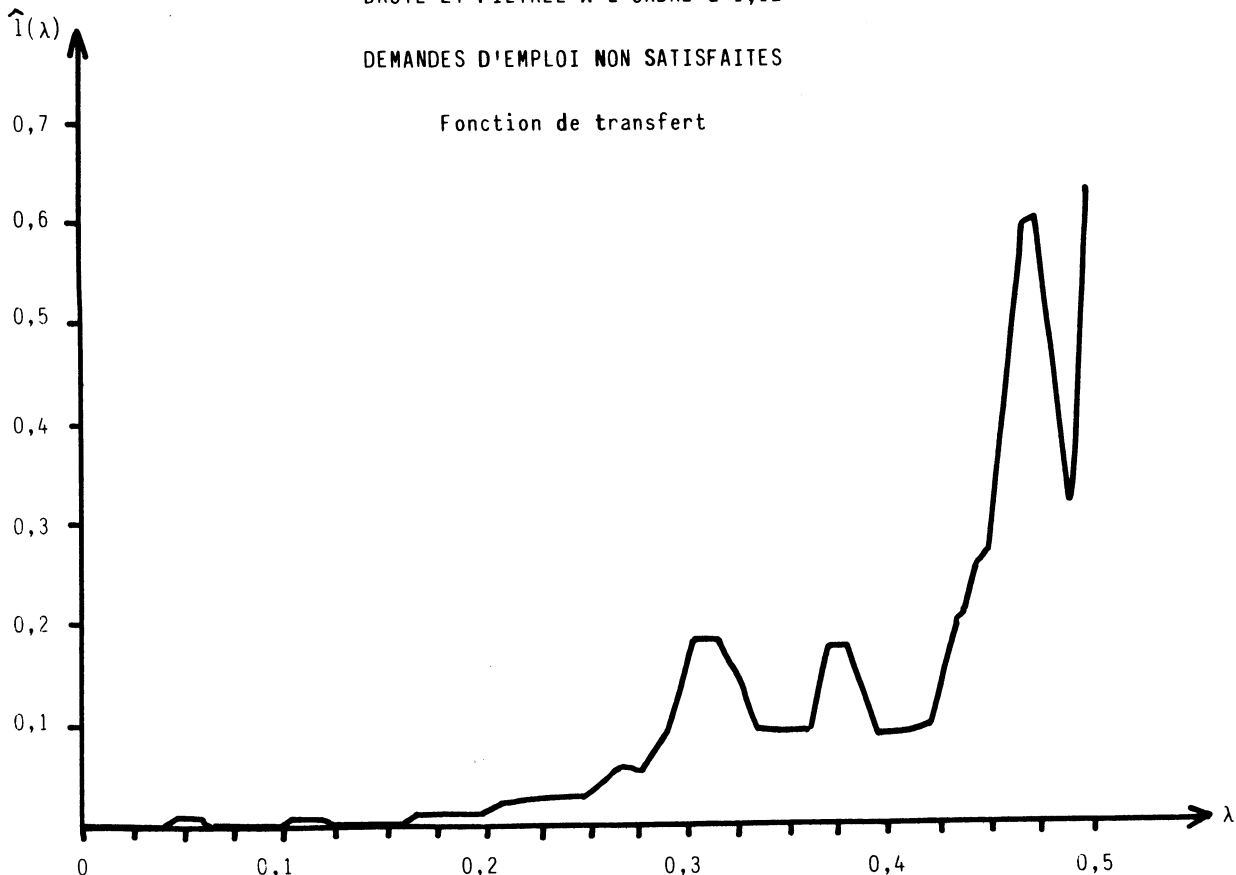
COMPARAISON DES PROPRIETES SPECTRALES DES SERIES  
BRUTE ET FILTREE A L'ORDRE d=12



COMPARAISON DES PROPRIETES SPECTRALES DES SERIES  
BRUTE ET FILTREE A L'ORDRE d=1,12

DEMANDES D'EMPLOI NON SATISFAITES

Fonction de transfert

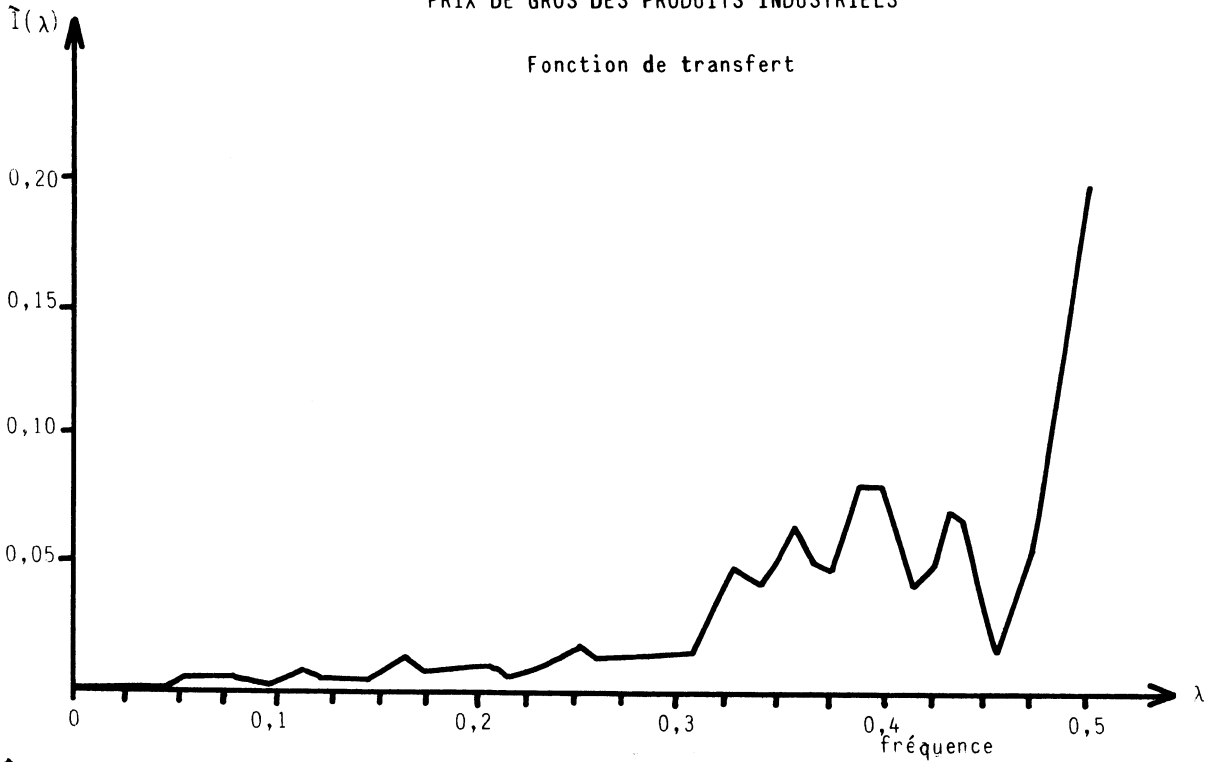


GRAPHIQUE 37

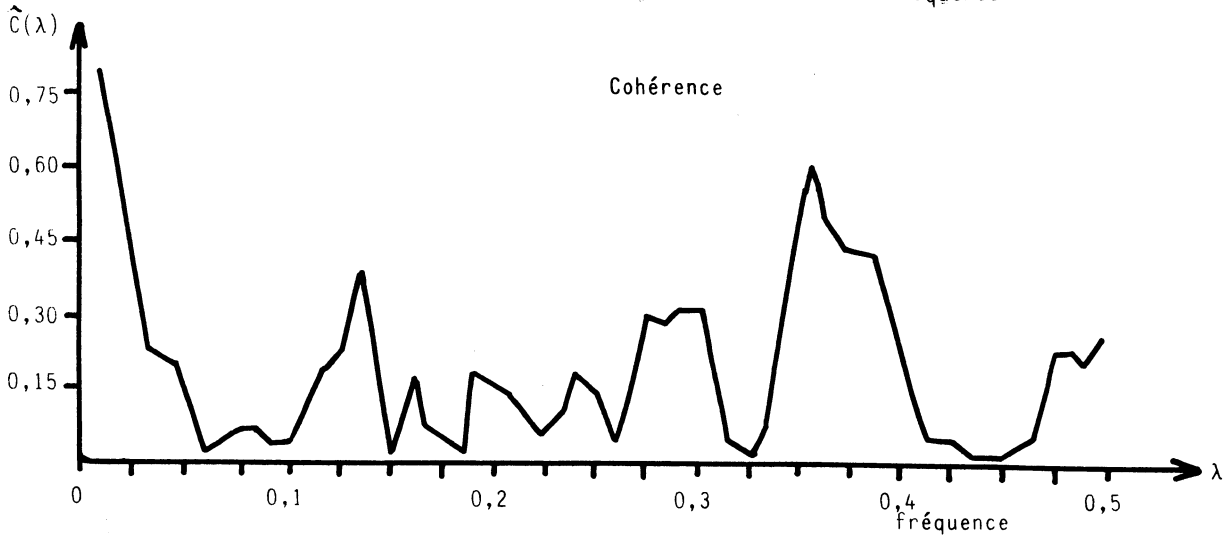
COMPARAISON DES PROPRIETES SPECTRALES DES SERTFS  
BRUTE ET FILTREE A L'ORDRE d=1

PRIX DE GROS DES PRODUITS INDUSTRIELS

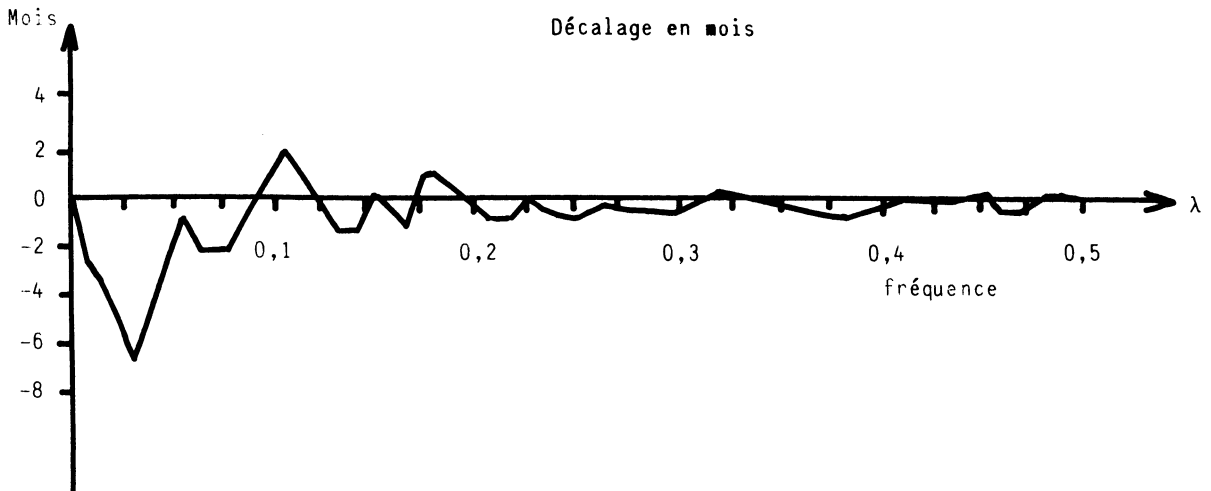
Fonction de transfert



Cohérence

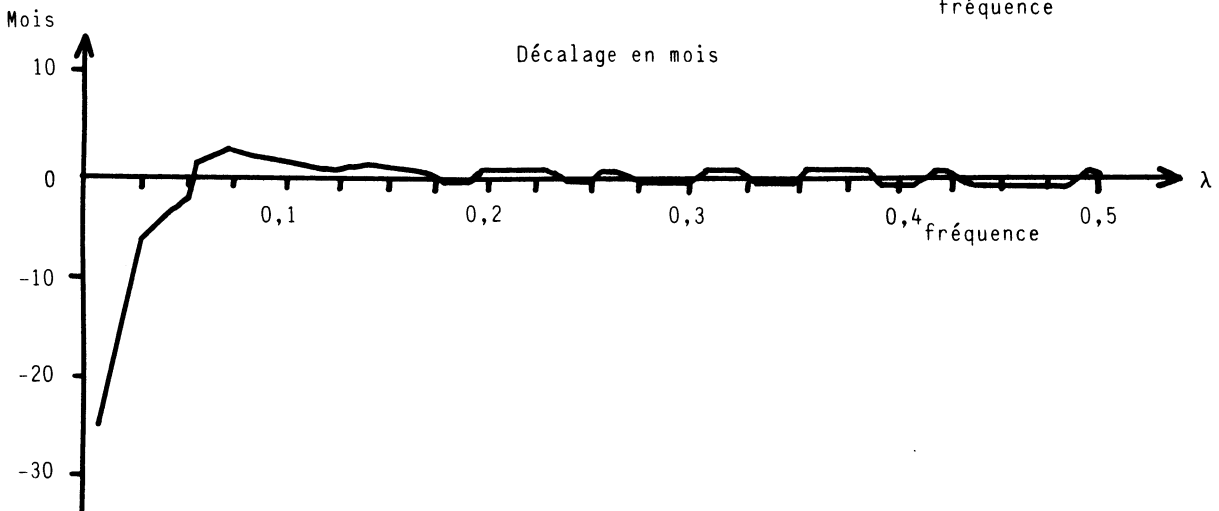
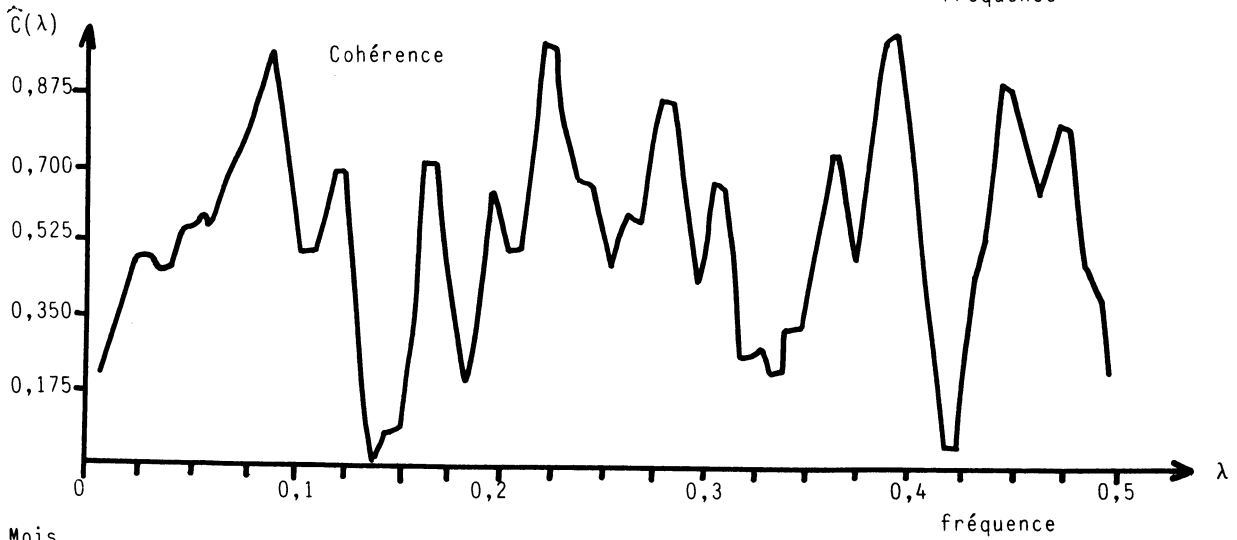
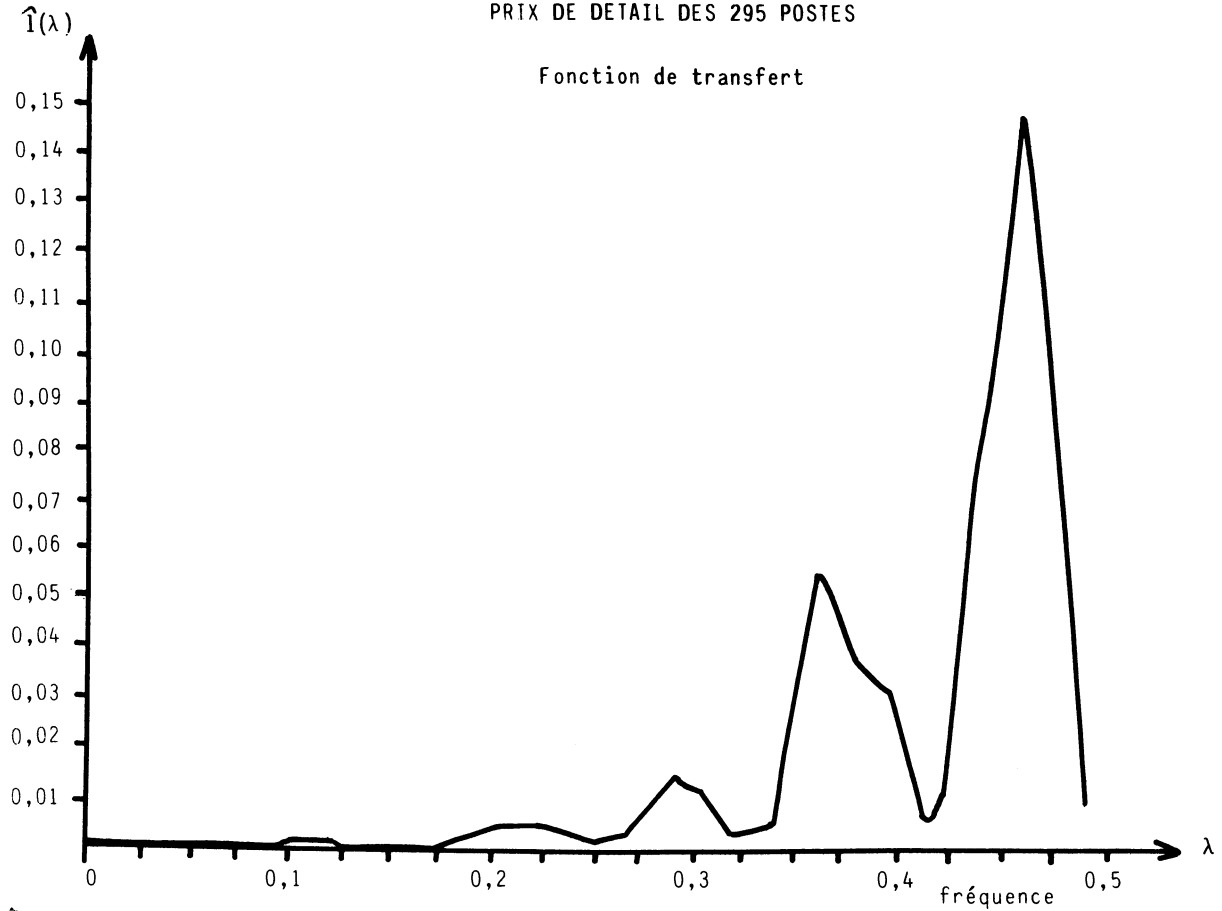


Décalage en mois



PRIX DE DETAIL DES 295 POSTES

Fonction de transfert



L'avance de l'activité sur les prix (de l'ordre de 1 mois  $\frac{1}{2}$  pour la production industrielle, et de 4 mois  $\frac{1}{2}$  pour la production du bâtiment) s'apparente à un processus d'ajustement par les prix\*

Le retard du chômage sur l'activité traduit un retard d'adaptation de l'emploi à l'activité, beaucoup plus important pour la production du bâtiment (de l'ordre de 6 mois  $\frac{1}{2}$ ) que pour la production industrielle (de l'ordre de 1 mois  $\frac{1}{2}$ ). Doit-on établir une relation entre ce retard et le problème actuel de la "flexibilité" de l'emploi ?

### 2.3.2. - Efficacité comparée des deux filtres

Dans l'ensemble, les relations d'avance-retard pour cette composante cyclique sont conservées lorsque les séries sont désaisonnalisées par la méthode CENSUS X11, avec une amplification lorsque la première série est la production du bâtiment (tableau 10). Ce résultat est à rapprocher de l'avance de la série brute sur la série filtrée (graphique 25) résultant de l'application de ce filtre.

En revanche, les relations d'avance-retard, pour cette composante cyclique, sont soit inversées (Production industrielle-chômage), soit amplifiées (Production du bâtiment - chômage, ou prix de gros - prix de détail), soit inexistantes\*\* (Production industrielle - prix de détail) lorsque les séries sont filtrées par la méthode de différentiation. Mais puisque ces filtres introduisent des décalages importants pour les composantes dont la période est supérieure à 10 mois (graphiques 5, 11 et 13), ces résultats ne sont donc guère surprenants. Par ailleurs, la saisonnalité trouvée pour les prix de détail accentue encore la modification des relations d'avance-retard entre séries filtrées faisant intervenir les prix de détail.

Ainsi, lorsque des relations d'avance - retard sont établies entre séries filtrées, il faut tenir compte des décalages propres aux filtres utilisés, surtout lorsqu'il s'agit de filtres aux différences d'ordre d.

---

\* Les relations d'avance-retard dont il est question ne doivent pas s'interpréter en termes de causalité.

\*\* Pour cette bande de fréquences, aucune cohérence n'est supérieure à 0,39.



SECONDE SERIE	SERIE BRUTE			SERIE DESAISONNALISEE (CENSUS X11)			SERIE DIFFERENTIEE		
	Bande de fréquences	Cohérence moyenne	Décalage moyen	Bande de fréquences	Cohérence moyenne	Décalage moyen	Bande de fréquences	Cohérence moyenne	Décalage moyen
Production du Bâtiment et des Travaux Publics	$[\frac{1}{60} - \epsilon ; \frac{1}{20} + \epsilon]$	0,71	Retard 3 mois	1/60	0,64	Retard 9 mois $\frac{1}{2}$	$[\frac{1}{38} - \epsilon ; \frac{1}{15} + \epsilon]$	0,50	Avance 4 mois
	1/12	0,61	Avance 2 mois						
Demandes d'emploi non satisfaites (chômage)	$[\frac{1}{60} - \epsilon ; \frac{1}{17} + \epsilon]$	0,74	Avance 1 mois $\frac{1}{2}$	$[\frac{1}{60} - \epsilon ; \frac{1}{38} + \epsilon]$	0,70	Avance 2 mois	$[\frac{1}{60} - \epsilon ; \frac{1}{22} + \epsilon]$	0,47	Retard 3 mois $\frac{1}{2}$
				$[\frac{1}{32} - \epsilon ; \frac{1}{12} + \epsilon]$	0,70	Retard $\frac{1}{2}$ mois			
Prix de gros des produits industriels	$[\frac{1}{60} - \epsilon ; \frac{1}{17} + \epsilon]$	0,95	Avance 1 mois $\frac{1}{2}$	$[\frac{1}{60} - \epsilon ; \frac{1}{28} + \epsilon]$	0,86	Avance 1 mois $\frac{1}{2}$	$[\frac{1}{60} - \epsilon ; \frac{1}{22} + \epsilon]$	0,58	Avance 6 mois
				$[\frac{1}{25} - \epsilon ; \frac{1}{12} + \epsilon]$	0,85	Retard inf. à $\frac{1}{2}$ mois	$[\frac{1}{16} - \epsilon ; \frac{1}{15} + \epsilon]$	0,46	Retard 3 mois
Prix de détail des 295 postes	$[\frac{1}{60} - \epsilon ; \frac{1}{17} + \epsilon]$	0,84	Avance 1 mois $\frac{1}{2}$	$[\frac{1}{60} - \epsilon ; \frac{1}{38} + \epsilon]$	0,79	Avance 2 mois	N E A N T		
				$[\frac{1}{32} - \epsilon ; \frac{1}{12} + \epsilon]$	0,79	Retard inf. à $\frac{1}{2}$ mois			

TABLEAU 9 - RELATIONS D'AVANCE - RETARD  
PREMIERE SERIE : PRODUCTION INDUSTRIELLE, BATIMENT ET TRAVAUX PUBLICS EXCLU

SECONDE SERIE	SERIE BRUTE			SERIE DESAISONNALISEE PAR CENSUS X11			SERIE DIFFERENTIEE		
	Bande de fréquences	Cohérence moyenne	Décalage moyen	Bande de fréquences	Cohérence moyenne	Décalage moyen	Bande de fréquences	Cohérence moyenne	Décalage moyen
Demandes d'emploi non satisfaites (chômage)	$[\frac{1}{60} - \epsilon; \frac{1}{20} + \epsilon]$	0,72	Avance 6 mois $\frac{1}{2}$	$[\frac{1}{60} - \epsilon; \frac{1}{20} + \epsilon]$	0,71	Avance 6 mois	$[\frac{1}{60} - \epsilon; \frac{1}{32} + \epsilon]$	0,51	Avance 9 mois
Prix de gros des produits industriels	$[\frac{1}{60} - \epsilon; \frac{1}{20} + \epsilon]$	0,78	Avance 4 mois $\frac{1}{2}$	$[\frac{1}{60} - \epsilon; \frac{1}{20} + \epsilon]$	0,77	Avance 5 mois $\frac{1}{2}$	$[\frac{1}{60} - \epsilon; \frac{1}{38} + \epsilon]$	0,45	Retard 11 mois
							$[\frac{1}{25} - \epsilon; \frac{1}{19} + \epsilon]$	0,46	Retard 4 mois
							$[\frac{1}{13} - \epsilon; \frac{1}{12} + \epsilon]$	0,54	Retard 2 mois
Prix de détail des 295 postes	$[\frac{1}{60} - \epsilon; \frac{1}{20} + \epsilon]$	0,77	Avance 4 mois $\frac{1}{2}$	$[\frac{1}{60} - \epsilon; \frac{1}{20} + \epsilon]$	0,76	Avance 6 mois	1/60	0,41	Avance 13 mois
							$[\frac{1}{13} - \epsilon; \frac{1}{12} + \epsilon]$	0,52	Avance 2 mois

TABLEAU 10 - RELATIONS D'AVANCE - RETARD  
PREMIERE SERIE : PRODUCTION DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS

SECONDE SERIE	SERIE BRUTE			SERIE DESAISONNALISEE (CENSUS X11)			SERIE DIFFERENTIEE		
	Bande de fréquences	Cohérence moyenne	Décalage moyen	Bande de fréquences	Cohérence moyenne	Décalage moyen	Bande de fréquences	Cohérence moyenne	Décalage moyen
Prix de gros des produits industriels	$[\frac{1}{60} - \epsilon; \frac{1}{12} + \epsilon]$	0,90	Retard inf. à $\frac{1}{2}$ mois	$[\frac{1}{60} - \epsilon; \frac{1}{20} + \epsilon]$	0,88	Concomitant	N E A N T		
				$[\frac{1}{17} - \epsilon; \frac{1}{12} + \epsilon]$	0,95	Concomitant			
Prix de détail des 295 postes	$[\frac{1}{60} - \epsilon; \frac{1}{12} + \epsilon]$	0,89	Retard inf. à $\frac{1}{2}$ mois	$[\frac{1}{60} - \epsilon; \frac{1}{12} + \epsilon]$	0,97	Concomitant	N E A N T		

TABLEAU 11 - RELATIONS D'AVANCE - RETARD  
PREMIERE SERIE : DEMANDES D'EMPLOI NON SATISFAITES (CHOMAGE)

SECONDE SERIE	SERIE BRUTE			SERIE DESAISONNALISEE PAR CENSUS X11			SERIE DIFFERENTIEE		
	Bande de fréquences	Cohérence moyenne	Décalage moyen	Bande de fréquences	Cohérence moyenne	Décalage moyen	Bande de fréquences	Cohérence moyenne	Décalage moyen
Prix de détail des 295 postes	$[\frac{1}{60}-\epsilon, \frac{1}{12}+\epsilon]$	0,97	Concomitant	$[\frac{1}{60}-\epsilon, \frac{1}{12}+\epsilon]$	0,97	Concomitant	$[\frac{1}{60}-\epsilon, \frac{1}{12}+\epsilon]$	0,44	Avance 2 mois

TABLEAU 12 - RELATIONS D'AVANCE - RETARD  
PREMIERE SERIE : PRIX DE GROS DES PRODUITS INDUSTRIELS

## CONCLUSION

Cette étude apporte une réponse aux questions relatives à l'efficacité des filtres, tout en révélant les limites d'application de ces méthodes.

L'efficacité respective des deux filtres étudiés a nécessité des analyses supplémentaires comme la recherche de propriétés des différentes moyennes mobiles composant la méthode CENSUS X11, et l'identification de l'effet des filtres des différences d'ordre  $d$  dans le déphasage entre chroniques filtrées.

De cette recherche, il résulte que les filtres des moyennes mobiles sont plus adaptés pour l'élimination des composantes saisonnières, et que les filtres des différences d'ordre  $d$  sont plus appropriés pour l'amplification des composantes autres que la composante annuelle et la composante de long terme. Ces conclusions proviennent de la forme des fonctions de transfert et de la valeur des décalages associées à ces deux types de filtres.

Les relations d'avance-retard obtenues sur séries brutes sont conservées avec les filtres des moyennes mobiles, alors que des décalages supplémentaires s'ajoutent dans le cas des filtres aux différences d'ordre  $d$  conduisant soit à une amplification du décalage observé, soit à une modification de la nature du décalage. Ainsi, le décalage entre le chômage et l'activité du bâtiment est augmenté d'environ 2 mois, alors que l'avance d'un mois et demi de l'activité industrielle sur le chômage se transforme en un retard de 3 mois et demi avec des séries différenciées.

Néanmoins, certaines limites apparaissent quant à l'efficacité de chacune de ces méthodes.

D'après les résultats obtenus pour les prix de détail ( $d=1, 12$ ), il semble que la méthode de différentiation génère des mouvements périodiques non justifiés par construction (de l'indice des prix). Des simulations avec chocs aux fréquences saisonnières permettraient d'infirmier ou de confirmer cette conclusion.

En revanche, la saisonnalité admise pour les demandes d'emploi non satisfaites n'est pas révélée par les techniques d'analyse spectrale. Cependant, il convient de noter que cette série est diversement affectée par la saisonnalité, il est vrai plus marquée à partir de 1973.

Du point de vue de la modélisation, la construction d'un filtre à partir de ses caractéristiques spectrales (fonction de transfert et déphasage) présente l'avantage de mieux répondre aux objectifs recherchés comme l'élimination du trend et de la saisonnalité (stationnarité en moyenne), ou de toute autre composante.

La comparaison entre les moyennes mobiles (de type CENSUS X11) et les méthodes de différentiation (de type Box-Jenkins) aboutit à la supériorité de la méthode CENSUS X11 conçue spécialement pour la désaisonnalisation. Cependant, dans la mesure où l'étude des propriétés spectrales permet de préciser l'efficacité réelle des opérations effectuées, cette recherche sera poursuivie avec des méthodes spécifiques à la désaisonnalisation comme les méthodes ASA II\* des Instituts de conjoncture allemands, BV3\*\* de l'Institut de Berlin et de la Deutsche Bundesbank\*\*\* (version modifiée de CENSUS X11).

---

\* Danckwerts, R.F., Goldrian, G., Schäfer, H. und Schüler, K. (1970), "Die Saisonbereinigung nach dem ASA-II Verfahren", I.F.O., Institut für Wirtschaftsforschung, München. Goldrian, G. (1973), "Eine neue Version des ASA-II Verfahrens zur Saisonbereinigung Wirtschaftlicher Zeitreihen", Wirtschaftskonjunktur, Jg, 1973, H4, s 24 ff.

\*\* "B.V.3 gegen X11", Wirtschaftswoche, Nr 5, 21.1. 1977.

\*\*\* Bank Deutscher Länder, (1968), "Saisonbereinigte Wirtschaftszahlen", Statistische Beihefte zu den Monatsberichten der Deutschen Bundesbank, Reihe 4, April.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BLANC-LAPIERRE, A. et R. FORTET (1953). - Théorie des fonctions aléatoires, Masson et Cie, Paris.
- BOX, G.E.P. et JENKINS, G.M. (1976). - Time Series Analysis - Forecasting and Control, Holden Day, San Francisco, Revised Edition.
- GOURIEROUX, Ch. et MONFORT, A. (1983). - Cours de séries temporelles. Economica, Collection Economie et Statistiques Avancées, série : Ecole Nationale de la Statistique et de l'Administration Economique, et Centre d'Etudes et des Programmes Economiques.
- GRANGER, C.W.J. (1966). - "The Typical Spectral Shape of an Economic Variable". Econometrica, January 1966, vol. 34, n° 1, pp. 150-161.
- GRANGER, C.W.J. (1969). - Analyse spectrale des séries temporelles en économie. Dunod, Collection Finance et Economie Appliquée, n° 29, Paris.
- I.N.S.E.E.. - Le programme CENSUS X11 et la correction des variations saisonnières, fascicule n° 1, Service de la Conjoncture, J.P.D. 343/902.
- LAROQUE, G. (1977). - "Analyse d'une méthode de désaisonnalisation : le programme X11, du US Bureau of Census, Version trimestrielle". Annales de l'I.N.S.E.E., Octobre-Décembre 1977, n° 28, pp. 105-127.
- Mac CAULAY, F.R. (1931). - The Smoothing of Time Series. National Bureau of Economic Research, n° 19, New-York.
- MARECHAL, B. (1980). - Identification de la forme de la fonction d'investissement, une analyse par la régression spectrale. Thèse d'Etat, Université de Dijon, 2 volumes.
- NERLOVE, M. (1964). - "Spectral Analysis of Seasonal Adjustment Procedures", Econometrica, July 1964, vol. 32, n° 3, pp. 241-286.
- QUINET, E. (1969). - Séries temporelles et décisions économiques. Dunod, Centre d'Econométrie de la Faculté de Droit et des Sciences Economiques de Paris, Paris, chapitre 6.
- SAS/ETS, USER'S GUIDE (1980). - Econometric and Time Series Library. Sas Institute Inc., North Carolina, pp. 6.1 à 6.23.

- SHISKIN, J., YOUNG, A.H. and MUSGRAVE, J.C. (1965). - "The X-11 Variant of the Census Method II Seasonal Adjustment Program". Technical Paper, n° 15, Bureau of the Census, U.S. Department of Commerce.
- TERRAZA, M. (1977). - Les filtres des différences d'ordre p et des différences de moyennes mobiles simples dans l'analyse spectrale. Laboratoire d'Econométrie, Faculté de Droit et des Sciences Economiques, Université de Montpellier I, Janvier 1977.