



HAL
open science

Traitement de données linguistiques dans un problème de décision multicritère

Bernard Fustier

► **To cite this version:**

Bernard Fustier. Traitement de données linguistiques dans un problème de décision multicritère. [Rapport de recherche] Institut de mathématiques économiques (IME). 1990, 16 p., ref. bib. : 5 ref. hal-01542278

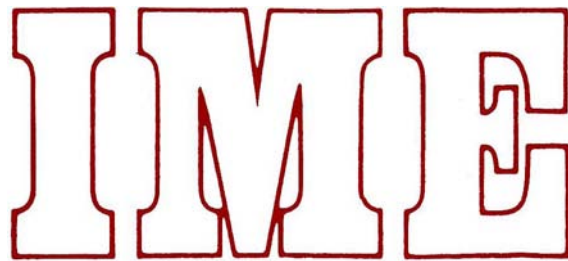
HAL Id: hal-01542278

<https://hal.science/hal-01542278>

Submitted on 19 Jun 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



INSTITUT DE MATHÉMATIQUES ÉCONOMIQUES

LATEC C.N.R.S. URA 342

DOCUMENT de TRAVAIL



UNIVERSITE DE BOURGOGNE

FACULTE DE SCIENCE ECONOMIQUE ET DE GESTION

4, boulevard Gabriel - 21000 DIJON - Tél. 80 39 54 30 - Fax 80 39 56 48

ISSN : 0292-2002

9004

**TRAITEMENT DE DONNEES LINGUISTIQUES
DANS UN PROBLEME DE DECISION MULTICRITERE**

Bernard FUSTIER

Mai 1990

TRAITEMENT DE DONNEES LINGUISTIQUES DANS UN PROBLEME DE DECISION MULTICRITERE

Résumé

Le but de ce travail est de proposer un cadre conceptuel à l'analyse multicritère de données qualitatives. La théorie des sous-ensembles flous est appliquée à ce problème. Mais au lieu d'utiliser l'intervalle $[0, 1]$, les deux méthodes proposées ici utilisent une échelle dont les échelons sont des attributs purement qualitatifs.

Mots-clés

Logique floue, analyse multicritère, données qualitatives, relation de surclassement.

Abstract

The aim of this paper is to provide a conceptual framework to deal with qualitative data in multicriteria analysis. The theory of fuzzy subsets is applied to this problem. But instead of resorting to the usual interval $[0, 1]$, the two proposed methods call in this case for a discrete scale, the degrees of which are linguistic attributs.

Keywords

Fuzzy logic, multicriteria analysis, qualitative data, outranking relation.

INTRODUCTION

Dans un document précédent (Fustier, 1989) on soulignait la qualité et l'opérationnalité des travaux de l'école française en matière d'aide à la décision.

L'apport majeur de cette école fondée par le Professeur Bernard Roy est le concept de relation de surclassement.

Lorsqu'il convient d'effectuer un choix dans un ensemble de solutions possibles, l'objectif général est décomposé en objectifs partiels (ou points de vue).

Dans la très grande majorité des cas, les points de vue sont de nature qualitative. Lorsque certains d'entre eux sont quantitatifs, ils sont rarement mesurables (au sens de la théorie de la mesure). Il suit de là que les procédures de synthèse utilisées habituellement (moyennes, indices, fonction d'utilité ou toute autre fonction algébrique) ne présentent qu'un intérêt nécessairement limité.

C'est là qu'intervient l'originalité de la relation de surclassement multicritère.

Aujourd'hui, nous proposons de résoudre le même problème avec une méthodologie différente (et plus générale).

Une relation de surclassement sera également proposée, mais celle-ci sera "floue". Ce dernier mot est entendu ici dans l'acception qui lui est conférée par la **théorie des sous-ensembles flous** (et de la logique qui lui est associée).

On pourra nous objecter que l'application d'une méthode nouvelle à un problème qui est bien résolu par des méthodes classiques, est une démarche inutile.

Ce n'est pas certain, car la méthode nouvelle est peut être mieux adaptée à la nature du problème et d'une utilisation plus simple que les techniques classiques. Le lecteur jugera.

En tout cas, elle permet de traiter rigoureusement des **données linguistiques** ce que ne fait pas parfaitement l'approche traditionnelle.

Cette démarche s'inscrit dans le cadre méthodologique d'une autre école, l'école du Professeur Claude Ponsard.

1. FONDEMENTS THEORIQUES

1.1 Concepts de base

1.1.1 Echelle de vérité, proposition floue

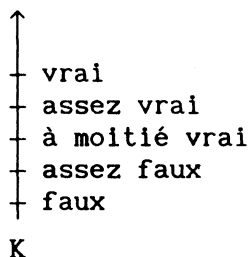
Soit $E = \{1...e...n\}$ un ensemble fini servant de référentiel à un problème donné et \mathcal{P} une propriété définie sur cet ensemble.

La proposition "e possède \mathcal{P} " est notée $P(e)$.

On considère une application p de E vers un second ensemble K :

$$\begin{array}{l} p : E \longrightarrow K \\ e \longrightarrow p(e) \end{array}$$

- L'image de e par p est appelée "niveau de vérité" de $P(e)$.
- L'ensemble K est doté d'une structure d'échelle (Roy, 1966) ; pour cette raison K est appelé "échelle de vérité". Exemple :



Une échelle de vérité doit toujours comporter les échelons "faux" et "vrai". Ces deux éléments permettent d'apprécier la valeur logique des propositions construites à partir de propriétés rigoureusement définies. Par exemple : "... mesure plus de 1,78 m", "... est de sexe masculin", etc...

En effet, de telles propositions traduisent sans ambiguïté des situations qui sont vraies ou fausses. Mais dans le langage courant, il arrive très fréquemment qu'une propriété corresponde à un attribut mal défini, de perception nécessairement vague et subjective. C'est le cas pour les attributs suivants : "... est grand", "est sympathique", "est assez doué", etc... Il suit de là que le tandem {faux, vrai} n'est pas suffisant pour exprimer le niveau de vérité des propositions qui font intervenir ces attributs.

Pour cette raison, une échelle de vérité doit posséder des échelons en nombre suffisamment élevé de telle manière qu'il soit possible

d'affecter à une proposition quelconque un niveau de vérité situé entre le "faux" et le "vrai".

Une proposition incorporant un attribut "mal défini" sera dite "floue".

Remarque :

Le mot "flou" est considéré ici dans le sens qui lui est conféré par la théorie des sous-ensembles flous.

Cette théorie (et la logique qui lui correspond : logique floue) est une extension de la théorie booléenne des ensembles (et de la logique qui lui correspond : logique booléenne). Outre l'acceptation scientifique (et donc rigoureuse) du terme, celui-ci possède une signification très générale.

Tout concept suivi du mot "flou" généralise le concept analogue du cas booléen. Pour retrouver la définition de ce dernier, il suffira de poser $K = \{\text{faux}, \text{vrai}\}$.

1.1.2 Sous-ensemble flou, relation binaire floue, graphe flou

A la propriété \mathcal{P} définie dans E , correspond le *sous-ensemble flou* de E , noté P , et défini par l'ensemble des couples :

$$P = \{(e, p(e)) / e \in E \text{ et } p(e) \in K\}$$

$p(e)$ est le degré d'appartenance de l'élément e de E au sous-ensemble flou P ; il est donné par le niveau de vérité de la proposition floue $P(e)$.

Rappel : Dans le cas particulier $K = \{\text{faux}, \text{vrai}\}$, P est un sous-ensemble au sens booléen du terme.

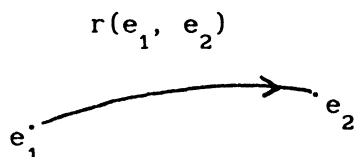
Considérons un second ensemble (non flou) E' et une propriété \mathcal{R} définie dans $E \times E'$, par exemple : "... est plus gentil que...". A cette propriété correspond le sous-ensemble flou de $E \times E'$, noté R , et défini par :

$$R = \{[(e, e'), r(e, e')] / (e, e') \in E \times E' \text{ et } r(e, e') \in K\}$$

$r(e, e')$ est le degré d'appartenance du couple (e, e') à R ; il représente le niveau de vérité de la proposition floue $R(e, e')$.

Ce sous-ensemble flou définit une *relation binaire floue* et E vers E' .

Si $E = E'$, R est une relation binaire floue définie dans un ensemble. Le diagramme sagittal d'une telle relation est appelé *graphe flou* :



A tout arc (e_1, e_2) est associé le niveau de vérité $r(e_1, e_2)$ de la proposition floue $R(e_1, e_2)$. Par convention on ne trace pas les arcs (e_1, e_2) tels que $r(e_1, e_2) = \text{faux}$.

Un graphe au sens de Berge est un cas particulier de graphe flou pour $K = \{\text{faux}, \text{vrai}\}$.

Il est intéressant d'analyser un graphe flou niveau par niveau. Considérant un échelon α de K , on se ramène à un graphe de Berge en traçant seulement les arcs (e_1, e_2) tels que $r(e_1, e_2) \geq \alpha$. Le graphe obtenu est une α -coupure du graphe flou.

1.2 Opérations élémentaires

Les opérations proposées ici sont définies dans le cas le plus général, c'est-à-dire lorsque les concepts considérés -sous-ensembles ou propositions- sont flous. Elles demeurent néanmoins valables pour les concepts non flous du cas particulier $K = \{\text{faux}, \text{vrai}\}$.

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à deux propriétés \mathcal{P} et Q définies dans E . On note :

$P(e)$ et $Q(e)$ les propositions simples (floues ou non) associées à \mathcal{P} et Q ,

P et Q les sous-ensembles (flous ou non) de E obtenus à partir de ces propriétés.

1.2.1 Conjonction ET, intersection

La proposition composée $R(e)$ définie par :

$$R(e) = P(e) \text{ ET } Q(e)$$

signifie :

"e possède \mathcal{P} ET \mathcal{Q} "

Son niveau de vérité $r(e)$ est donné par la relation suivante :

$$r(e) = p(e) \wedge q(e)$$

L'opérateur \wedge (opérateur "minimum") indique qu'il faut prendre le niveau $p(e)$ ou $q(e)$ correspondant à l'échelon de plus bas niveau ; si $p(e) = q(e) = \alpha$ alors $r(e) = \alpha$ (idempotence).

Cet opérateur restitue la table de vérité associée au "ET" du langage booléen :

| ET | faux | vrai |
|------|------|------|
| faux | faux | faux |
| vrai | faux | vrai |

A la conjonction ET du langage flou ou du langage booléen correspond l'opération d'intersection sur les sous-ensembles flous ou booléens.

Posons $R = P \cap Q$, on a :

$$R = \{(e, r(e)) / e \in E \text{ et } r(e) \in K\}$$

où $r(e)$ possède la même signification que précédemment.

1.2.2 Disjonction OU/ET, réunion

La proposition composée :

$$S(e) = P(e) \text{ OU/ET } Q(e)$$

dont la signification est : "e possède \mathcal{P} OU \mathcal{Q} OU \mathcal{P} ET \mathcal{Q} " a pour niveau de vérité :

$$s(e) = p(e) \vee q(e)$$

L'opérateur \vee (opérateur "maximum"), indique qu'il faut prendre le niveau de vérité $p(e)$ ou $q(e)$ correspondant à l'échelon de plus haut niveau ; si $p(e) = q(e) = \alpha$ alors $s(e) = \alpha$ (idempotence).

Dans le cas particulier du langage booléen, cet opérateur

permet de restituer la table de vérité du OU/ET :

| OU/ET | faux | vrai |
|-------|------|------|
| faux | faux | vrai |
| vrai | vrai | vrai |

A la disjonction OU/ET correspond l'opération de réunion sur les sous-ensembles :

$$S = P \cup Q$$

$$S = \{(e, s(e)) / e \in E \text{ et } s(e) \in K\}$$

$s(e)$ possède la même signification que précédemment.

1.2.3 Négation NON, complémentation

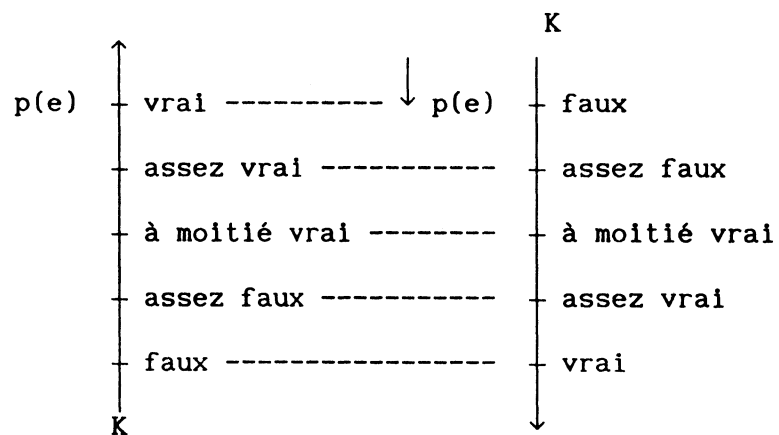
La proposition simple, notée $\bar{P}(e)$, et définie par :

$$\bar{P}(e) = \text{NON} - P(e)$$

signifie : "e NE possède PAS \mathcal{P} ". Son niveau de vérité est donné par :

$$\bar{p}(e) = \downarrow p(e)$$

L'opérateur \downarrow est un connecteur unaire que nous définissons de la façon suivante :



On constate que \downarrow intègre comme cas particulier, la négation d'une proposition booléenne :

$$\text{si } p(e) = \text{vrai} \text{ alors } \bar{p}(e) = \text{faux}$$

$$\text{si } p(e) = \text{faux} \text{ alors } \bar{p}(e) = \text{vrai}$$

A l'opération de négation sur les propositions, correspond l'opérateur de complémentation sur les sous-ensembles :

$$\bar{P} = \{(e, \bar{p}(e)) / e \in E \text{ et } \bar{p}(e)\}$$

$\bar{p}(e)$ possède la même signification que précédemment.

Remarque 1 : Les opérations qui viennent d'être posées pour les sous-ensembles d'un référentiel E, concernent également les relations binaires (une relation binaire est un sous-ensemble d'un produit cartésien).

Remarque 2 : Soit P un sous-ensemble de E :

- si $\forall e \in E : p(e) = \text{faux}$, alors : $P = \emptyset$
- si $\forall e \in E : p(e) = \text{vrai}$, alors $P = E$

Soit Q un second sous-ensemble (flou ou booléien) de E :

- si $\forall e \in E : p(e) \leq q(e)$, alors : $P \subset Q$
- si $\forall e \in E : p(e) = q(e)$, alors : $P = Q$

Remarque 3

- Dans le cas booléien $K = \{\text{faux}, \text{vrai}\}$ on a toujours :

$$\text{ou } \left. \begin{array}{l} p(e) \wedge \bar{p}(e) = \text{faux} \\ P \cap \bar{P} = \emptyset \end{array} \right\} (1) \text{ Principe de non-contradiction}$$

$$\text{ou } \left. \begin{array}{l} p(e) \vee \bar{p}(e) = \text{vrai} \\ P \cup \bar{P} = E \end{array} \right\} (2) \text{ Principe du tiers exclu}$$

- Dans le cas général (K comporte plus de deux échelons), les relations précédentes ne sont pas nécessairement vérifiées.

Les opérations concernant les concepts flous définissent une structure moins forte que la classique algèbre de Boole (voir par exemple Faure, 1968, p. 72) associée aux opérations sur les concepts non flous. Les propriétés autres que (1) et (2) sont néanmoins conservées par les opérations sur les concepts flous (Kaufmann, 1973, p. 193).

2. FORMULATION FLOUE D'UN PROBLEME DE DECISION MULTICRITERE

L'ensemble des actions possibles est noté :

$$I = \{1 \dots i \dots n\}$$

et l'ensemble des points de vue est représenté par :

$$J = \{1 \dots j \dots m\}$$

Un point de vue est une expression que l'on se donne afin de porter un jugement de valeur sur chaque action possible.

Traditionnellement, on associe à chaque point de vue j une échelle d'appréciation K_j (voir par exemple Osgood and al. 1957). L'application δ_j de I vers K_j qui, à toute action i fait correspondre l'échelon $\delta_j(i)$, est appelée *critère*.

Présentement, on suppose que les échelles K_j possèdent la même structure K :

$$\forall j \in J : K_j = K$$

K s'interprète comme une *échelle de vérité*.

On admet l'existence d'une application δ de $I \times J$ vers K :

$$\begin{aligned} \delta : I \times J &\longrightarrow K \\ (i, j) &\longrightarrow \delta(i, j) \end{aligned}$$

$\delta(i, j)$ est le *niveau de vérité* de la proposition $\Delta(i, j)$ dont la signification est la suivante : "i correspond à l'énoncé de j".

$\delta(i, j)$ représente un *jugement* porté sur l'action i en fonction du point de vue j .

Formellement, l'application δ définit une relation binaire floue Δ de I vers J :

$$\Delta = \{(i, j), \delta(i, j)\} / (i, j) \in I \times J \text{ et } \delta(i, j) \in K\}$$

Cette relation est appelée "*relation d'adéquation*".

La seconde composante d'un problème de décision multicritère est donnée par la structure de pondération des points de vue.

Le *poids* d'un point de vue j est défini ici par le *niveau de vérité* de la proposition $P(j)$ dont la signification est la suivante : "j est un point de vue important".

Considérant l'échelle K , on postule l'existence d'une application p traduisant les préférences du décideur quant au rôle tenu par chaque point de vue dans le problème de décision :

$$\begin{aligned} p : J &\longrightarrow K \\ j &\longrightarrow p(j) \end{aligned}$$

$p(j)$ est le niveau de vérité de $P(j)$.

Le sous-ensemble flou de J défini par :

$$P = \{(j, p(j)) / j \in J \text{ et } p(j) \in K\}$$

est appelé "*objectif*".

Dans un problème de décision l'objectif est décomposé en objectifs partiels (ou points de vue) plus ou moins importants.

3. METHODES DE RESOLUTION

A la structure floue complexe (Δ, P) il convient de faire correspondre une structure floue plus simple. Deux méthodes sont proposées.

La première fournit un *sous-ensemble flou de I* . Ce sous-ensemble flou est une *décision* globale dans la mesure où chaque action est appréciée en fonction de sa capacité à satisfaire simultanément les énoncés des points de vue pondérés. Sur la base des jugements ainsi formulés, les actions sont classées par ordre de mérite décroissant.

La seconde méthode conduit à la définition d'une *relation binaire floue* dans I^2 . Cette relation est une relation de *surclassement* flou dont les α -coupures successives feront l'objet d'un traitement classique (mise en évidence du noyau des graphes obtenus).

Une décision peut être représentée dans un contexte flou et, néanmoins, sous une forme *définitive* qui s'impose objectivement au preneur de décision. C'est le cas dans la première méthode. Un sous-ensemble flou de "bonnes" actions est proposé au décideur. Celui-ci est amené à retenir la (ou les) meilleure(s) action(s) sur la base des jugements associés aux échelons de plus hauts niveaux de l'échelle de vérité.

Une décision peut être dérivée d'un contexte flou, faire appel à des définitions non floues (comme le noyau d'un graphe de Berge), mais respecter l'aspect "soft" de toute démarche conduisant à une prise de décision. Tel est l'objectif de la seconde méthode. Le résultat n'est pas

donné une fois pour toutes, il est construit d'une façon *progressive* (à chaque α -coupure pratiquée sur le graphe de surclassement flou, correspond un noyau spécifique) et exige une certaine rigueur d'analyse pour rassembler les résultats partiels dans une décision cohérente.

3.1 Dérivation directe d'une décision

Considérons la proposition composée $\Delta^*(i, j)$ telle que :

$$\Delta^*(i, j) = \Delta(i, j) \text{ ET } P(j)$$

Son niveau de vérité est donné par :

$$\delta^*(i, j) = \delta(i, j) \wedge p(j)$$

La signification de $\Delta^*(i, j)$ étant : "l'action i correspond à l'énoncé de j qui est un point de vue important", on peut interpréter $\delta^*(i, j)$ comme un jugement porté sur i en fonction de l'énoncé de j , compte tenu du rôle tenu par ce point de vue dans le problème de décision.

$\delta^*(i, j)$ est un jugement *pondéré* qui nous amène à constater le résultat suivant :

Une action "bien" jugée selon un point de vue "peu important" est une action "peu importante".

A la relation d'adéquation Δ , on substitue la relation d'adéquation pondérée :

$$\Delta^* = \{(i, j), \delta^*(i, j)\} / (i, j) \in I \times J \text{ et } \delta^*(i, j) \in K\}$$

Δ^* est une relation binaire floue de I vers J ; pour chaque point de vue j on obtient un sous-ensemble flou de I , noté D_j , et appelé "*décision partielle*" :

$$D_j = \{(i, \delta^*(i, j)) / i \in I \text{ et } \delta^*(i, j) \in K\}$$

D_j est une décision associée au point de vue j ; c'est le sous-ensemble flou des "bonnes" actions au sens de j .

Etant donné que $J = \bigcup_{j=1}^m \{j\}$, on définit la "*décision globale*" D par la réunion des décisions partielles, soit :

$$D = \bigcup_{j=1}^m D_j$$

c'est-à-dire :

$$D = \{(i, d(i)) / i \in I \text{ et } d(i) \in K\}$$

avec :

$$d(i) = v[\delta^*(i, j) / j = 1 \dots m]$$

ou d'après ce qui précède :

$$d(i) = v[\delta(i, j) \wedge p(j) / j = 1 \dots m]$$

Les actions sont rangées dans l'ordre décroissant des $d(i)$.

Exemple d'application

Soit $I = \{a, b, c\}$ et $J = \{1, 2, 3\}$. On donne :

| | | | | |
|------------|---|------|------------|---------------|
| | | 1 | 2 | 3 |
| $\Delta =$ | a | vrai | faux | faux |
| | b | vrai | vrai | assez vrai |
| | c | vrai | assez vrai | à moitié vrai |

| | | | | |
|-------|------------|------|---------------|---|
| $P =$ | | 1 | 2 | 3 |
| | assez vrai | vrai | à moitié vrai | |

On déduit :

| | | | | | | | |
|--------------|---|------------|------------|---------------|--|-------|---|
| $\Delta^* =$ | | 1 | 2 | 3 | | $D =$ | |
| | a | assez vrai | faux | faux | | | a |
| | b | assez vrai | vrai | à moitié vrai | | | b |
| | c | assez vrai | assez vrai | à moitié vrai | | | c |
| | | assez vrai | | | | | |

Par conséquent : $b > a = c$

3.2 Construction progressive d'une décision

On considère la relation complémentaire de Δ , soit :

$$\bar{\Delta} = \{(i, j), \bar{\delta}(i, j)\} / (i, j) \in I \times J \text{ et } \bar{\delta}(i, j) \in K\}$$

$\bar{\delta}(i, j)$ est le niveau de vérité de la proposition :

$$\bar{\Delta}(i, j) = \text{NON} - \Delta(i, j)$$

$$\bar{\delta}(i, j) = \downarrow \delta(i, j)$$

$\bar{\delta}(i, j)$ est un jugement concernant la non-adéquation de l'action à l'énoncé du point de vue j.

En composant $\bar{\Delta}$ avec l'objectif P, on obtient une relation de non-adéquation pondérée :

$${}^*\bar{\Delta} = \{[(i, j), {}^*\bar{\delta}(i, j)] / (i, j) \in I \times J \text{ et } {}^*\bar{\delta}(i, j) \in K\}$$

${}^*\bar{\delta}(i, j)$ est le niveau de vérité de la proposition :

$${}^*\bar{\Delta}(i, j) = \bar{\Delta}(i, j) \text{ ET } P(j)$$

$${}^*\bar{\delta}(i, j) = \bar{\delta}(i, j) \wedge p(j)$$

Etant donné deux actions i et i' de I, $i \neq i'$, pour chaque point de vue j on forme la proposition composée :

$$S_j(i, i') = \Delta^*(i, j) \text{ ET } {}^*\bar{\Delta}(i', j)$$

qui signifie : "j étant un point de vue important, l'action i correspond tandis que l'action i' ne correspond pas à l'énoncé de ce point de vue".

En termes plus concis on dira que : "i surclasse i' selon j".

Le niveau de vérité de cette proposition :

$$s_j(i, i') = \delta^*(i, j) \wedge {}^*\bar{\delta}(i', j)$$

exprime le niveau de vérité du surclassement postulé.

Pour chaque couple (i, i') d'actions distinctes, on définit une "relation de surclassement partiel flou" ; la relation associée au point de vue j s'écrit :

$$S_j = \{[(i, i'), s_j(i, i')] / (i, i') \in I^2 \text{ et } s_j(i, i') \in K\}$$

S_j est une relation binaire floue définie dans l'ensemble I.

La synthèse des m relations partielles est donnée par :

$$S = \bigcup_{j=1}^m S_j$$

S est une relation binaire floue définie dans I appelée "relation de surclassement global flou".

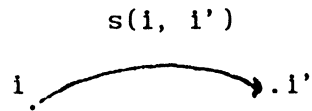
$$\forall (i, i') \in I^2, i \neq i' :$$

$$s(i, i') = v[s_j(i, i') / j = 1 \dots m]$$

ou d'après ce qui précède :

$$s(i, i') = v[\delta^*(i, j) \wedge {}^*\bar{\delta}(i', j) / j = 1 \dots m]$$

Le graphe flou associé à S :



est analysé niveau par niveau, c'est-à-dire en pratiquant des α -coupures. A chaque α -coupure réalisée, on détermine le *noyau* du graphe obtenu (graphe de Berge). On commence avec $\alpha = \text{vrai}$, on poursuit jusqu'à un échelon traduisant un niveau de vérité "acceptable" (par exemple, $\alpha = \text{"assez vrai"}$).

Exemple d'application

Avec les mêmes données que précédemment, on obtient :

| | 1 | 2 | 3 |
|--------------------|------|------------|---------------|
| a | faux | vrai | vrai |
| $\bar{\Delta} =$ b | faux | faux | assez faux |
| c | faux | assez faux | à moitié vrai |

Sachant que :

| | 1 | 2 | 3 |
|-----|------------|------|---------------|
| P = | assez vrai | vrai | à moitié vrai |

alors :

| | 1 | 2 | 3 |
|----------------------|------|------------|---------------|
| a | faux | vrai | à moitié vrai |
| $^*\bar{\Delta} =$ b | faux | faux | assez faux |
| c | faux | assez faux | à moitié vrai |

En rappelant que :

| | 1 | 2 | 3 |
|----------------|------------|------------|---------------|
| a | assez vrai | faux | faux |
| $\Delta^* =$ b | assez vrai | vrai | à moitié vrai |
| c | assez vrai | assez vrai | à moitié vrai |

on obtient :

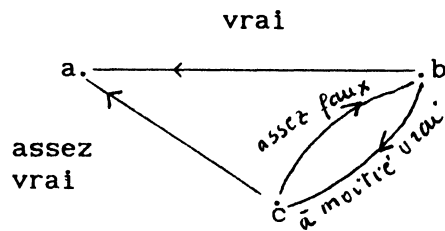
| | | | |
|-----------|------|------|------|
| | a | b | c |
| a | - | faux | faux |
| $S_1 = b$ | faux | - | faux |
| c | faux | faux | - |

| | | | |
|-----------|------------|------|------------|
| | a | b | c |
| a | - | faux | faux |
| $S_2 = b$ | vrai | - | assez faux |
| c | assez vrai | faux | - |

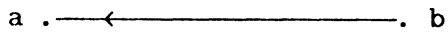
| | | | |
|-----------|---------------|------------|---------------|
| | a | b | c |
| a | - | faux | faux |
| $S_3 = b$ | à moitié vrai | - | à moitié vrai |
| c | à moitié vrai | assez faux | - |

et

| | | | |
|---------|------------|------------|---------------|
| | a | b | c |
| a | - | faux | faux |
| $S = b$ | vrai | - | à moitié vrai |
| c | assez vrai | assez faux | - |



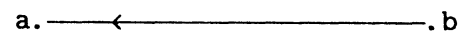
$\alpha = \text{VRAI}$



.c

noyau = {b, c}

$\alpha = \text{ASSEZ VRAI}$



.c

noyau = {b, c}

BIBLIOGRAPHIE

FAURE R. : Eléments de la recherche opérationnelle, Gauthier-Villars, Paris, 1968.

FUSTIER B. : "Aide à la décision en présence de critères non mesurables. Deux approches", Document de Travail de l'I.M.E., n° 115, mai 1989.

KAUFMANN A. : "Introduction à la théorie des sous-ensembles flous", Tome 1, Masson et Cie, Paris, 1975.

OSGOOD C.E., SUCI G.J. and TANNENBAUM P.H. : "The Measurement of Meaning", University of Illinois Press, Urbana, 1957.

ROY B. : " Algèbre moderne et théorie des graphes", Tome 1, Dunod, Paris, 1966.

