



**HAL**  
open science

## Une stratégie de test de la racine unitaire

Cem Ertur

► **To cite this version:**

Cem Ertur. Une stratégie de test de la racine unitaire. [Rapport de recherche] Institut de mathématiques économiques (IME). 1991, 38 p., ref. bib. : 2 p. hal-01542276

**HAL Id: hal-01542276**

**<https://hal.science/hal-01542276>**

Submitted on 19 Jun 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# INSTITUT DE MATHÉMATIQUES ÉCONOMIQUES

LATEC C.N.R.S. URA 342

**DOCUMENT de TRAVAIL**



UNIVERSITE DE BOURGOGNE

FACULTE DE SCIENCE ECONOMIQUE ET DE GESTION

4, boulevard Gabriel - 21000 DIJON - Tél. 80 39 54 30 - Fax 80 39 56 48

ISSN : 0292-2002

9104

UNE STRATEGIE DE TEST DE LA RACINE UNITAIRE

Cem ERTUR\*

*\* Institut de Mathématiques Economiques*

*Nous tenons à remercier M.C. Pichery pour ses nombreux commentaires. L'auteur reste seul responsable des insuffisances et erreurs que pourrait comporter ce texte.*

*Ce document fera l'objet d'une communication au XXIIIème Colloque de l'ARAE : "Structures économiques et économétrie" à Lyon les 23 et 24 mai 1991.*



## UNE STRATÉGIE DE TEST DE LA RACINE UNITAIRE.

### Résumé :

Nous nous proposons dans ce travail de confronter trois stratégies de test de la racine unitaire : celle de DICKEY, BELL et MILLER (1986) élaborée pour la prévision, qui préconise initialement l'estimation d'un modèle sans tendance, contrairement à celle de PERRON (1988) et de HENIN et JOBERT (1990) qui sans doute est opérationnelle sur le plan empirique mais n'intègre pas explicitement les tests joints. Nous suggérons ensuite un cadre général unifié intégrant les deux dernière approches et dictant une règle de conduite qui soit aussi complète et opérationnelle que possible. Les performances des différentes stratégies sont évaluées dans une étude empirique du PIB réel marchand CVS en France et une interprétation économique des résultats obtenus est proposée.

*Mots-Clés : Séries Chronologiques - Non-Stationnarité - Racine Unitaire - Stratégie de Test .*

### Abstract :

This paper compares three approaches of the unit root testing strategy issue : i.e. the DICKEY, BELL and MILLER (1986) approach, elaborated for prevision purposes, which advocates the estimation of a model without trend at the outset, in opposition to the PERRON (1988) and HENIN and JOBERT (1990) testing strategies. The latter is undoubtedly operational in empirical works but it doesn't encompass joint tests explicitly. We then suggest an unified general framework embracing the last two approaches and giving a practical scheme which is as complete and operational as possible. The behaviour of these strategies is assessed in an empirical study of the seasonally adjusted real GDP in France and an economic interpretation of the results is proposed.

*Key Words : Time Series - Non-Stationarity - Unit Root - Testing Strategy.*



### *Introduction.*

Depuis l'étude fondamentale de NELSON et PLOSSER (1982), on admet largement que la présence d'une racine unitaire, dans le processus stochastique engendrant une série chronologique, a des implications majeures en matière de prévision et de modélisation macroéconomique. On distingue deux types de processus dans la classe des processus non stationnaires : les processus TS <sup>1</sup> pouvant s'exprimer comme une fonction déterministe du temps plus un processus stationnaire d'espérance mathématique nulle et de variance constante et les processus DS <sup>2</sup> caractérisés par la présence d'au moins une racine unitaire. Nous restreindrons notre analyse aux processus TS linéaires et aux processus DS du premier ordre (une seule racine unitaire, cf. Tableau A). Il apparaît ainsi que l'incertitude sur les prévisions à long terme est restreinte a priori dans les modèles TS alors que dans les modèles DS il n'en est rien puisque la variance de l'erreur de prévision croît linéairement avec l'horizon. En matière de modélisation macroéconomique la différence entre les deux types de processus a des implications encore plus graves : en effet dans le modèle TS de fluctuations stationnaires autour d'une tendance déterministe, les chocs aléatoires frappant l'économie ne peuvent avoir qu'une influence transitoire sur l'évolution de la série chronologique qui tendra ensuite à rejoindre son sentier de croissance de long terme stable, c'est-à-dire la tendance déterministe. Alors que dans les modèles DS de tendance stochastique impliquant l'accumulation de chocs aléatoires, chacun d'eux a un effet permanent sur la trajectoire future de la série sans que l'on puisse envisager a priori un retour vers la tendance déterministe qui coexiste avec la tendance stochastique dans ce genre de processus.

Par conséquent, s'il s'avère que les séries chronologiques macroéconomiques, en particulier le PIB réel, sont représentées de manière plus adéquate par un processus de type DS que par un processus de type TS, il en résulterait une remise en cause de la décomposition usuelle en analyse conjoncturelle : tendance (croissance) / fluctuations (cycles) et même du concept traditionnel de cycle économique. Croissance et cycles sont alors des phénomènes étroitement liés, qui ne peuvent être étudiés indépendamment l'un de l'autre. En effet, si une série observée est de type DS, sa composante de croissance doit aussi suivre un processus de type DS et non une tendance déterministe comme on le suppose généralement <sup>3</sup>. Au lieu d'attribuer toute la variabilité conjoncturelle d'une série à la variabilité de la composante cyclique, le modèle DS permet aux deux composantes d'y apporter leur contribution. Par conséquent l'analyse empirique des fluctuations fondée sur les résidus d'une régression sur le temps confond les deux sources de variabilité, surestimant en général la durée et l'amplitude de la composante cyclique et sous-estimant l'importance de la composante de croissance. Il semblerait même que la plus grande part de la variabilité conjoncturelle ait en fait son origine dans les réalisations d'un processus de croissance de type DS. Il en découlerait alors une remise en question de la théorie monétariste

<sup>1</sup> Trend Stationary : stationnaires en écarts à une tendance déterministe.

<sup>2</sup> Difference Stationary : stationnaires en différences.

<sup>3</sup> La décomposition en composante de croissance et composante cyclique stationnaire peut alors être formulée en termes d'extraction de signal dans le cadre de modèles à composantes non observables (UC) (NELSON et PLOSSER 1982, p.154-158 ; BEVERIDGE et NELSON 1981).

PROCESSUS TS LINÉAIRES	PROCESSUS DS DU PREMIER ORDRE	
<p>◆ Non stationnaire en espérance math.</p> $y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t \quad A(L)\varepsilon_t = B(L)u_t \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2)$ <p>◆ Exemple : tendance linéaire et bruit blanc.</p> $y_t = \alpha + \beta t + u_t \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2)$ <p><math>E(y_t) = \alpha + \beta t</math> , <math>V(y_t) = \sigma_u^2 \quad \forall t</math>  <math>\text{cov}(y_t, y_s) = 0 \quad \forall t, \forall s, t \neq s</math></p> <p>L'esp. math. suit une tendance linéaire.  La variance est constante.</p> <p>◆ Non stationnarité de nature purement déterministe.</p> <p>◆ Stationnaire en écarts à la tendance linéaire.</p> <p>◆ Prévission : <math>\hat{y}_{T+k} = \alpha + \beta(T+k) = y_T + k\beta</math>  Variance de l'erreur de prévission : <math>\sigma_u^2</math>  ⇒ Incertitude à long terme restreinte.</p> <p>◆ L'effet de chocs aléatoires frappant l'économie est transitoire. La série tendra ensuite à rejoindre son sentier de croissance de long terme.</p>	<p>◆ Non stationnaire en espérance math.  ◆ Non stationnaire en variance.</p> $\Delta y_t = \beta + v_t \quad C(L)v_t = D(L)u_t \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2)$ $y_t = y_0 + \beta t + \sum_{i=1}^t v_i \quad y_0 \text{ fixé}$ <p>◆ Exemple : marche au hasard avec dérive.</p> $\Delta y_t = \beta + u_t \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2)$ $y_t = \beta + y_{t-1} + u_t$ $y_t = y_0 + \beta t + \sum_{i=1}^t u_i$ <p style="text-align: center;">↑ tendance stochastique</p> <p><math>E(y_t) = y_0 + \beta t</math> , <math>V(y_t) = t \sigma_u^2 \quad \forall t</math>  <math>\text{cov}(y_t, y_s) = \sigma_u^2 \min(t, s) \quad \forall t, \forall s, t \neq s</math></p> <p>L'esp. math. suit une tendance linéaire.  La variance suit une tendance linéaire.</p> <p>◆ Non stationnarité de nature mixte : déterministe et stochastique.</p> <p>◆ Stationnaire en différences premières.</p> <p>◆ Prévission : <math>\hat{y}_{T+k} = y_T + k\beta</math>  Variance de l'erreur de prévission : <math>k\sigma_u^2</math>  ⇒ Incertitude à long terme non restreinte.</p> <p>◆ L'effet de chocs aléatoires frappant l'économie est permanent. La série ne retournera pas sur la tendance linéaire déterministe (Mémoire infinie, persistance).</p>	<p>◆ Non stationnaire en variance.</p> $\Delta y_t = v_t \quad C(L)v_t = D(L)u_t \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2)$ $y_t = y_0 + \sum_{i=1}^t v_i \quad y_0 \text{ fixé}$ <p>◆ Exemple : marche au hasard sans dérive.</p> $\Delta y_t = u_t \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2)$ $y_t = y_{t-1} + u_t$ $y_t = y_0 + \sum_{i=1}^t u_i$ <p style="text-align: center;">↑ tendance stochastique</p> <p><math>E(y_t) = y_0</math> , <math>V(y_t) = t \sigma_u^2 \quad \forall t</math>  <math>\text{cov}(y_t, y_s) = \sigma_u^2 \min(t, s) \quad \forall t, \forall s, t \neq s</math></p> <p>L'esp. math. est constante.  La variance suit une tendance linéaire.</p> <p>◆ Non stationnarité de nature purement stochastique</p> <p>◆ Stationnaire en différences premières.</p> <p>◆ Prévission : <math>\hat{y}_{T+k} = y_T</math>  Variance de l'erreur de prévission : <math>k\sigma_u^2</math>  ⇒ Incertitude à long terme non restreinte.</p> <p>◆ L'effet de chocs aléatoires frappant l'économie est permanent. La série ne reprendra pas sa valeur initiale (Mémoire infinie, persistance).</p>

TABLEAU A



croissance de type DS. Il en découlerait alors une remise en question de la théorie monétariste selon laquelle les fluctuations du produit sont dûes essentiellement à des perturbations monétaires supposées avoir des effets transitoires, alors qu'en fait les facteurs réels joueraient un rôle beaucoup plus important dans l'explication de ces fluctuations (NELSON et PLOSSER 1982, p.159). Par ailleurs, comme le souligne HENIN (1989a), si l'on admet que les chocs de demande n'ont qu'une influence temporaire : " il faut interpréter comme chocs d'offre les impulsions permanentes qui dominent la variabilité conjoncturelle." Cette interprétation irait dans le sens de la théorie des cycles réels (RBC) (KYDLAND et PRESCOTT, 1982 ; HENIN 1989b).

La différence entre processus TS et DS et ses implications dans les domaines de la prévision et de la modélisation macroéconomique soulignent donc la nécessité de pouvoir déterminer, dans les travaux empiriques, si une série chronologique donnée admet une représentation de type TS, autrement dit si la non stationnarité qui la caractérise est de nature purement déterministe ou une représentation de type DS, autrement dit si la non stationnarité qui la caractérise est de nature stochastique. De nombreuses procédures de test ont ainsi été présentées : citons celles de DICKEY et FULLER (1979,1981), de SAID et DICKEY (1984) et plus récemment celle de PHILLIPS et PERRON (1988) qui proposent une approche semi paramétrique. Nous les passerons brièvement en revue, avant de confronter différentes stratégies sans lesquelles ces procédures de test ne seraient pas réellement opérationnelles. Nous proposerons finalement un cadre général unifié dictant une règle de conduite qui soit aussi complète et opérationnelle que possible.

## 1. Tests de non stationnarité.

### 1.1 Tests de DICKEY et FULLER (DF) (1979) : erreurs non autocorrélées.

Les tests DF sont fondés sur l'estimation par les MCO de trois modèles autorégressifs d'ordre 1 connu, représentant respectivement trois hypothèses alternatives de stationnarité asymptotique. Nous allons considérer successivement chacun de ces modèles et mettre en évidence leur expression sous l'hypothèse nulle de la racine unitaire  $\rho = 1$  et sous l'hypothèse alternative  $|\rho| < 1$ .

$$\text{Modèle (1)} \quad (1 - \rho L)y_t = u_t \quad |\rho| \leq 1 \quad y_0 = 0 \quad t = 1, \dots, T \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (1)$$

• Sous l'hypothèse nulle de la racine unitaire  $\rho = 1$ , il vient :

$$H_{0A} \quad y_t = y_{t-1} + u_t \quad \text{ou} \quad y_t = y_0 + \sum_{i=1}^t u_i \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (2)$$

Il s'agit d'un processus de marche au hasard sans dérive (DS) caractérisé par une non stationnarité de nature purement stochastique.

• Sous l'hypothèse alternative  $|\rho| < 1$ , il vient :

$$H_{a1} \quad y_t = \rho y_{t-1} + u_t \quad |\rho| < 1 \quad y_0 = 0 \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (3)$$

Il s'agit d'un processus AR(1) (asymptotiquement) stationnaire sans constante.

$$\text{Modèle (2)} \quad (1 - \rho L)(y_t - \mu) = u_t \quad |\rho| \leq 1 \quad y_0 = 0, \mu \neq 0 \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (4)$$

$$y_t = c + \rho y_{t-1} + u_t \quad \text{où } c = (1 - \rho)\mu \quad t = 1, \dots, T \quad (5)$$

et  $\mu$  est la moyenne non nulle de la série chronologique  $y_t$ .

• Sous l'hypothèse nulle de la racine unitaire  $\rho = 1$ , il vient  $c = 0$  et on obtient le modèle nul  $H_{0A}$  : processus de marche au hasard sans dérive (DS) caractérisé par une non stationnarité de nature purement stochastique.

• Sous l'hypothèse alternative  $|\rho| < 1$ , il vient :

$$H_{a2} \quad y_t = c + \rho y_{t-1} + u_t \quad \text{où } c = (1 - \rho)\mu \quad |\rho| < 1, y_0 = 0 \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (6)$$

Il s'agit d'un processus AR(1) (asymptotiquement) stationnaire avec constante ou processus AR(1) (asymptotiquement) stationnaire en écart à une moyenne constante non nulle  $\mu$ .

$$\text{Modèle (3)} \quad y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t \quad (1 - \rho L)\varepsilon_t = u_t \quad |\rho| \leq 1 \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (7)$$

$$y_t = (1 - \rho)\alpha + \rho\beta + (1 - \rho)\beta t + \rho y_{t-1} + u_t \quad \alpha \neq 0, \beta \neq 0 \quad y_0 = 0 \quad t = 1, \dots, T \quad (8)$$

$$y_t = c + bt + \rho y_{t-1} + u_t \quad \text{où } \begin{cases} c = (1 - \rho)\alpha + \rho\beta \\ b = (1 - \rho)\beta \end{cases} \quad (9)$$

• Sous l'hypothèse nulle de la racine unitaire  $\rho = 1$ , il vient  $c = \beta$  et  $b = 0$  :

$$H_{0B} \quad y_t = \beta + y_{t-1} + u_t \quad \text{ou} \quad y_t = y_0 + \beta t + \sum_{i=1}^t u_i \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (10)$$

Il s'agit d'un processus de marche au hasard avec dérive (DS) caractérisé par une non stationnarité de nature mixte : déterministe et stochastique ; les écarts  $\varepsilon_t$  par rapport à la tendance linéaire  $\alpha + \beta t$  sont stationnaires en différences.

• Sous l'hypothèse alternative  $|\rho| < 1$ , il vient :

$$H_{a3} \quad y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t \quad (1 - \rho L)\varepsilon_t = u_t \quad |\rho| < 1 \quad y_0 = 0 \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (11)$$

$$y_t = c + bt + \rho y_{t-1} + u_t \quad \text{où } \begin{cases} c = (1 - \rho)\alpha + \rho\beta & c \neq 0 \\ b = (1 - \rho)\beta & b \neq 0 \end{cases} \quad (12)$$

Il s'agit d'un processus TS caractérisé par une non stationnarité de nature purement déterministe, les écarts  $\varepsilon_t$  par rapport à la tendance linéaire suivent un processus AR(1) stationnaire.

Définissons les estimateurs des MCO et les statistiques  $t$  associées aux coefficients estimés sous les hypothèses nulles correspondantes dans chacun des modèles (1), (2) et (3) lorsque  $|\rho| < 1$ , pour un échantillon de taille finie  $T-1$  :

$$\text{Modèle (1)} \quad y_t = \rho^* y_{t-1} + u_t^* \quad |\rho| < 1 \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (13)$$

$$\text{Modèle (2)} \quad y_t = \hat{c} + \hat{\rho} y_{t-1} + \hat{u}_t \quad y_1 \text{ fixé} \quad t = 2, \dots, T \quad (14)$$

$$\text{Modèle (3)} \quad y_t = \tilde{c} + \tilde{b}t + \tilde{\rho} y_{t-1} + \tilde{u}_t \quad (15)$$

Soient  $\rho^*$ ,  $\hat{\rho}$  et  $\tilde{\rho}$  les estimateurs des MCO de  $\rho$  et  $t_{\rho^*}$ ,  $t_{\hat{\rho}}$  et  $t_{\tilde{\rho}}$  les statistiques  $t$  usuelles du test de l'hypothèse nulle  $\rho = 1$  dans les régressions (1), (2) et (3).

Pour tester les hypothèses jointes, DICKEY et FULLER (1981) utilisent les tests F usuels définis comme suite :

$$\bullet \text{ Pour tester } H_0^1 : (c, \rho) = (0, 1) \text{ dans le modèle (1)} : \Phi_1 = \frac{(SS_{CA} - SS_2)/2}{SS_2/(T-3)} \quad (16)$$

$$\bullet \text{ Pour tester } H_0^2 : (c, b, \rho) = (0, 0, 1) \text{ dans le modèle (3)} : \Phi_2 = \frac{(SS_{CA} - SS_3)/3}{SS_3/(T-4)} \quad (17)$$

$$\bullet \text{ Pour tester } H_0^3 : (c, b, \rho) = (c, 0, 1) \text{ dans le modèle (3)} : \Phi_3 = \frac{(SS_{CB} - SS_3)/2}{SS_3/(T-4)} \quad (18)$$

où  $SS_2$  et  $SS_3$  sont respectivement la somme des carrés des erreurs estimées dans les modèles (2) et (3) qui constituent les modèles non contraints.  $SS_{CA}$  et  $SS_{CB}$  sont respectivement la somme des erreurs calculées dans les modèles contraints  $H_{0A}$  et  $H_{0B}$ .

Notons que nous avons choisi d'exprimer les modèles (1), (2) et (3) sous l'hypothèse alternative de stationnarité asymptotique  $|\rho| < 1$ , le test approprié de l'hypothèse nulle étant dans ce cas un test unilatéral à gauche, mais nous aurions également pu les exprimer sous l'hypothèse alternative explosive  $|\rho| > 1$  (test unilatéral à droite) ou encore sous l'hypothèse alternative  $\rho \neq 1$  (test bilatéral).

Sous l'hypothèse nulle  $\rho = 1$ , l'estimateur des MCO de  $\rho$  dans les modèles (1), (2) et (3) est convergent ; il converge même plus vite vers sa vraie valeur lorsque  $\rho = 1$  que lorsque  $|\rho| < 1$  (FULLER 1976, p.369). Toutefois les estimateurs des MCO de  $\rho$  ne suivent plus asymptotiquement des lois Normales, les statistiques  $t$  et  $\Phi$  ne suivent plus des lois de Student et de Fisher-Snedecor (ou Normale et du  $\chi^2$ ) dans les échantillons de grande taille. Une caractéristique particulière de ces distributions est de dépendre du modèle considéré, i.e. de la présence ou non d'un terme constant et d'une tendance linéaire déterministe. Les procédures d'inférence classiques ne nous permettent donc pas de tester l'hypothèse nulle  $\rho = 1$ .

Cependant DICKEY et FULLER (1979, 1981) ont dérivé les valeurs critiques des distributions asymptotiques, mais aussi des distributions empiriques dans des échantillons de taille finie des statistiques présentées supra par des méthodes de simulation [DICKEY (1976) présente la méthodologie utilisée]. Notons que ces distributions asymptotiques ne requièrent pas l'hypothèse de Normalité des erreurs mais seulement d'erreurs i.i.d. (DICKEY et FULLER 1979, p.430 ; 1981, p.1061).

Les valeurs critiques des estimateurs standardisés  $T(\rho^* - 1)$ ,  $T(\hat{\rho} - 1)$  et  $T(\tilde{\rho} - 1)$  et des statistiques  $t_{\rho^*}$ ,  $t_{\hat{\rho}}$  et  $t_{\tilde{\rho}}$  sous l'hypothèse nulle  $H_{0A}$  sont présentées par FULLER (1976, Section 8.5, tableau 8.5.1 p.371 et tableau 8.5.2 p.373). Toutefois,  $\tilde{\rho}$  et la statistique  $t_{\tilde{\rho}}$  dans le modèle (3) sont invariants par rapport à la constante  $c$ , par conséquent les valeurs critiques tabulées restent identiques sous l'hypothèse nulle  $H_{0B}$ . Il faut noter que les distributions de ces statistiques ne sont pas symétriques : elles présentent en effet une asymétrie à gauche. Les valeurs critiques des statistiques  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  sous l'hypothèse nulle  $H_{0A}$  et de la statistique  $\Phi_3$  sous l'hypothèse nulle  $H_{0B}$  ( $\forall c$ ) sont présentées par DICKEY et FULLER (1981, p.1062-1063, tableaux IV à VI).

Nous pouvons également fonder le test DF sur l'estimation par les MCO des trois modèles suivants obtenus en soustrayant  $y_{t-1}$  à chaque membre des modèles précédents :

$$\text{Modèle (1')} \quad \Delta y_t = r^* y_{t-1} + u_t^* \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (15)'$$

$$\text{Modèle (2')} \quad \Delta y_t = \hat{c} + \hat{r} y_{t-1} + \hat{u}_t \quad y_1 \text{ fixé} \quad t = 2, \dots, T \quad (16)'$$

$$\text{Modèle (3')} \quad \Delta y_t = \tilde{c} + \tilde{b}t + \tilde{r} y_{t-1} + \tilde{u}_t \quad \text{où } r = \rho - 1 \quad |\rho| < 1 \quad (17)'$$

Cette dernière formulation a le mérite de faciliter la mise en œuvre de la procédure de test DF puisque les statistiques  $t$  sont alors directement fournies par le programme des MCO ( $t_{r^*} = t_{\rho^*}$ ,  $t_{\hat{r}} = t_{\hat{\rho}}$ ,  $t_{\tilde{r}} = t_{\tilde{\rho}}$ ).

### 1.2 Tests de DICKEY et FULLER "augmentés" (ADF) (1981), tests de SAID et DICKEY (1984) et tests de PHILLIPS et PERRON (1988) : erreurs autocorrélées.

Il est clair que la procédure de test DF n'est applicable que sous l'hypothèse suivant laquelle les erreurs  $u_t$  sont i.i.d., autrement dit si la série chronologique  $y_t$  suit un processus autorégressif d'ordre 1 connu. Il va sans dire que cette hypothèse est trop restrictive et ad hoc ; en pratique, il est peu vraisemblable qu'elle soit satisfaite. Toutefois DICKEY et FULLER (1981) étendent cette procédure de test à des séries chronologiques admettant une représentation d'ordre  $p$ , i.e. au cas où le terme d'erreurs des trois modèles étudiés précédemment suit un processus AR( $p-1$ ) sous les hypothèses nulle et alternative<sup>4</sup>: il s'agit alors des tests ADF ou tests de DICKEY et FULLER " augmentés ". Cette procédure de test est fondée sur l'estimation par les MCO, sous l'hypothèse alternative, des trois modèles autorégressifs d'ordre  $p$  suivants :

$$\text{Modèle (4)} \quad \Delta y_t = \pi^* y_{t-1} + \sum_{j=2}^p \phi_j^* \Delta y_{t-j+1} + u_t^* \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (18)'$$

$$\text{Modèle (5)} \quad \Delta y_t = \hat{c} + \hat{\pi} y_{t-1} + \sum_{j=2}^p \hat{\phi}_j \Delta y_{t-j+1} + \hat{u}_t \quad (19)$$

$$\text{Modèle (6)} \quad \Delta y_t = \tilde{c} + \tilde{b}t + \tilde{\pi} y_{t-1} + \sum_{j=2}^p \tilde{\phi}_j \Delta y_{t-j+1} + \tilde{u}_t \quad (20)$$

où  $\pi = A_1(1)(\rho - 1)$  et le test de l'hypothèse nulle de la racine unitaire n'est autre que le test de significativité du coefficient  $\pi$  que l'on effectue à l'aide des statistiques  $t$  usuelles  $t_{\pi^*}$ ,  $t_{\hat{\pi}}$  et  $t_{\tilde{\pi}}$  dont les distributions asymptotiques sont identiques, sous l'hypothèse nulle  $\rho = 1$ , à celles des statistiques  $t_{\rho^*}$ ,  $t_{\hat{\rho}}$  et  $t_{\tilde{\rho}}$ . Les statistiques  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  et  $\Phi_3$  définies sur les modèles (5) et (6) suivent les mêmes distributions asymptotiques, que celles définies sur les modèles (2) et (3) et peuvent donc également être utilisées pour tester les hypothèses nulles jointes correspondantes (DICKEY et FULLER, 1981).

<sup>4</sup> Soit  $v_t$  ce terme d'erreur, il vient donc  $A_1(L)v_t = u_t$  ( $u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2)$ ) où  $A_1(L)$  est un polynôme autorégressif d'ordre  $p-1$  satisfaisant les conditions de stationnarité.

SAID et DICKEY (1984) étendent à leur tour cette procédure de test à des séries chronologiques admettant une représentation autorégressive moyenne mobile d'ordre  $p$  et  $q$  inconnus, i.e. au cas où le terme d'erreur des modèles considérés suit un processus ARMA( $p-1, q$ ) stationnaire et inversible sous les hypothèses nulle et alternative<sup>5</sup>. L'extension qu'ils présentent est fondée sur une approximation autorégressive finie dont l'ordre  $k$  croît avec la taille de l'échantillon [ $k = o(T^{1/3})$ ] mais ne s'applique malheureusement pas au modèle avec constante et tendance.

PHILLIPS (1987) et PHILLIPS et PERRON (1988) adoptent d'emblée une méthodologie radicalement différente. Leur approche est fondée sur une correction non paramétrique pour tenir compte de la structure d'autocorrélation des résidus. Les hypothèses faites sur les erreurs  $u_t$  sont ainsi beaucoup moins restrictives : elles peuvent être faiblement dépendantes temporellement et distribuées de manière hétérogène. Leurs résultats asymptotiques sont fondés sur la théorie de la convergence faible fonctionnelle (BILLINGSLEY, 1968) et permettent de généraliser dans un cadre unifié les résultats antérieurs concernant la marche au hasard et des processus ARIMA plus généraux contenant une racine unitaire. Une caractéristique particulièrement intéressante des nouvelles statistiques de tests est que leur distribution asymptotique est identique à celles dérivées par DICKEY et FULLER sous l'hypothèse d'erreurs i.i.d.. Ceci implique que la procédure de test de PHILLIPS et PERRON peut être utilisée en se référant aux valeurs critiques asymptotiques tabulées par DICKEY et FULLER même si elle permet de spécifier de manière beaucoup plus générale les séries chronologiques étudiées.

L'avantage principal de l'approche de PHILLIPS et PERRON est que, même si on peut envisager une grande variété de modèles susceptibles d'engendrer les données, le calcul des statistiques transformées présentées dans le Tableau B requiert seulement :

- l'estimation par les MCO d'un modèle autorégressif du premier ordre (correspondant à l'un des modèles de la procédure de test DF) et le calcul des statistiques DF associées.

- l'estimation d'un facteur de correction fondé sur la structure des résidus de cette régression.

Le Tableau B appelle un certain nombre de commentaires :

- notons d'abord que  $\sigma_u^{2*}$ ,  $\widehat{\sigma}_u^2$  et  $\widetilde{\sigma}_u^2$  sont des estimateurs convergents de :  $\sigma_u^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^T E(u_t^2)$  dans les modèles (1), (2) et (3) respectivement.

-  $\sigma_{TI}^{2*}$ ,  $\widehat{\sigma}_{TI}^2$  et  $\widetilde{\sigma}_{TI}^2$  sont des estimateurs convergents de :  $\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} E(S_T^2)$  où  $S_T = \sum_{t=1}^T u_t$  dans les modèles (1), (2) et (3) respectivement. De nombreux estimateurs sont envisageables, mais PHILLIPS et PERRON optent pour celui proposé par NEWEY et WEST (1987), défini de la manière suivante :

<sup>5</sup> Soit  $v_t$  ce terme d'erreur, il vient donc  $A_1(L)v_t = B(L)u_t$  ( $u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2)$ ) où  $A_1(L)$  et  $B(L)$  sont des polynômes de retards d'ordre  $p-1$  et  $q$  satisfaisant les conditions de stationnarité et d'inversibilité.

Hypothèses nulles testées	Statistiques transformées
<b>Modèle (1)</b>	
(1) $\rho = 1$	$Z(\rho^*) = T(\rho^* - 1) - (1/2)(\sigma_{T1}^{2*} - \sigma_u^{2*}) \left( T^{-2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 \right)^{-1}$
(2) $\rho = 1$	$Z(t_{\rho^*}) = (\sigma_u^* / \sigma_{T1}^*) t_{\rho^*} - (1/2)(\sigma_{T1}^{2*} - \sigma_u^{2*}) \left[ \sigma_{T1}^* \left( T^{-2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 \right)^{1/2} \right]^{-1}$
<b>Modèle (2)</b>	
(3) $\rho = 1$	$Z(\hat{\rho}) = T(\hat{\rho} - 1) - (1/2)(\widehat{\sigma}_{T1}^2 - \widehat{\sigma}_u^2) \left[ T^{-2} \sum_{t=1}^T (y_{t-1} - \bar{y}_{(-1)}) \right]^{-1}$
(4) $\rho = 1$	$Z(t_{\hat{\rho}}) = (\widehat{\sigma}_u / \widehat{\sigma}_{T1}) t_{\hat{\rho}} - (1/2 \widehat{\sigma}_{T1}) (\widehat{\sigma}_{T1}^2 - \widehat{\sigma}_u^2) \left[ T^{-2} \sum_{t=1}^T (y_{t-1} - \bar{y}_{(-1)})^2 \right]^{-1/2}$
(5) $c = 0, \rho = 1$	$Z(\Phi_1) = (\widehat{\sigma}_u^2 / \widehat{\sigma}_{T1}^2) \Phi_1 - (1/2 \widehat{\sigma}_{T1}^2) (\widehat{\sigma}_{T1}^2 - \widehat{\sigma}_u^2) \left\{ T(\hat{\rho} - 1) - (1/4) (\widehat{\sigma}_{T1}^2 - \widehat{\sigma}_u^2) \left[ T^{-2} \sum_{t=1}^T (y_{t-1} - \bar{y}_{(-1)})^2 \right]^{-1} \right\}$
<b>Modèle (3)</b>	
(6) $\rho = 0$	$Z(\tilde{\rho}) = T(\tilde{\rho} - 1) - (T^6 / 24 D_X) (\widetilde{\sigma}_{T1}^2 - \widetilde{\sigma}_u^2)$
(7) $\rho = 0$	$Z(t_{\tilde{\rho}}) = (\widetilde{\sigma}_u / \widetilde{\sigma}_{T1}) t_{\tilde{\rho}} - (T^3 / 4\sqrt{3} D_X^{1/2}) (\widetilde{\sigma}_{T1}^2 - \widetilde{\sigma}_u^2)$
(8) $c = 0, b = 0, \rho = 0$	$Z(\Phi_2) = (\widetilde{\sigma}_u^2 / \widetilde{\sigma}_{T1}^2) \Phi_2 - (1/3 \widetilde{\sigma}_{T1}^2) (\widetilde{\sigma}_{T1}^2 - \widetilde{\sigma}_u^2) [T(\tilde{\rho} - 1) - (T^6 / 48 D_X) (\widetilde{\sigma}_{T1}^2 - \widetilde{\sigma}_u^2)]$
(9) $b = 0, \rho = 0$	$Z(\Phi_3) = (\widetilde{\sigma}_u^2 / \widetilde{\sigma}_{T1}^2) \Phi_3 - (1/2 \widetilde{\sigma}_{T1}^2) (\widetilde{\sigma}_{T1}^2 - \widetilde{\sigma}_u^2) [T(\tilde{\rho} - 1) - (T^6 / 48 D_X) (\widetilde{\sigma}_{T1}^2 - \widetilde{\sigma}_u^2)]$

où :  $D_X = \det(X'X) = (T^2 / (T^2 - 1) / 12) \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 - T \left( \sum_{t=1}^T t y_{t-1} \right)^2 + T(T+1) \sum_{t=1}^T t y_{t-1} \sum_{t=1}^T y_{t-1} - (T(T+1)(2T+1) / 6) \left( \sum_{t=1}^T y_{t-1} \right)^2$

**Tableau B : Statistiques transformées de PHILLIPS et PERRON**

Source : PERRON 1988, p.308-309

$$\sigma_{T1}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T u_t^2 + 2T^{-1} \sum_{\tau=1}^1 \omega(\tau, 1) \sum_{t=\tau+1}^T u_t u_{t-\tau}$$

où  $\omega(\tau, 1) = 1 - [\tau / (1+1)]$  et les  $u_t$  sont les résidus du modèle alternatif estimé ( $u_t^*$ ,  $\hat{u}_t$  ou  $\tilde{u}_t$ ). Les pondérations affectées aux autocovariances estimées assurent que la variance estimée soit positive.  $\sigma_{T1}^2$  a une interprétation naturelle pour  $u_t$  stationnaires : il s'agit de  $2\pi$  fois l'estimateur de la densité spectrale de  $\sigma^2$  pour la fréquence zéro où on a utilisé une fenêtre spectrale triangulaire. Nous aurions pu aussi bien utiliser une fenêtre de PARZEN. PHILLIPS et PERRON suggèrent, comme SAID et DICKEY, que le paramètre de troncature  $l$  soit une fonction croissante de la taille de l'échantillon [en fait  $l = o(T^{1/4})$ ] mais ne donnent aucune indication précise sur la valeur qu'il faut lui attribuer en pratique. Une procédure fréquemment utilisée est alors de contrôler la sensibilité des résultats des tests lorsqu'on fait varier ce paramètre.

Les statistiques  $Z(\dots)$  de PHILLIPS et PERRON présentées dans le Tableau B sont donc des transformations des statistiques initiales de la procédure de test de DICKEY et FULLER, et nous permettent d'envisager des erreurs autocorrélées et distribuées de manière hétérogène. Les écarts types estimés  $\sigma_u^*$ ,  $\hat{\sigma}_u$ ,  $\tilde{\sigma}_u$  intervenant dans les statistiques  $t$  sont maintenant remplacés par les écarts types estimés généralisés  $\sigma_{T1}^*$ ,  $\hat{\sigma}_{T1}$ ,  $\tilde{\sigma}_{T1}$ . Chaque statistique transformée contient, en outre, un terme de correction additif dont la taille dépend de la différence entre les variances estimées correspondantes  $\sigma_{T1}^{2*} - \sigma_u^{2*}$ ,  $\hat{\sigma}_{T1}^2 - \hat{\sigma}_u^2$ , ou  $\tilde{\sigma}_{T1}^2 - \tilde{\sigma}_u^2$ . *Ces transformations sont conçues de manière à éliminer asymptotiquement les effets de l'autocorrélation et de la distribution hétérogène des erreurs.*

Les distributions asymptotiques de ces statistiques transformées sont identiques à celles des statistiques initiales non transformées lorsque  $\sigma^2 = \sigma_u^2$ . Par conséquent les valeurs critiques asymptotiques dérivées par DICKEY et FULLER sous l'hypothèse d'erreurs i.i.d. peuvent être utilisées dans la procédure de test de PHILLIPS et PERRON qui cependant impose des conditions beaucoup moins contraignantes sur les erreurs.

Toutefois, pour que toutes ces procédures de test soit réellement opérationnelles sur le plan empirique, il faut élaborer une stratégie globale de test indiquant le choix du modèle de régression et des statistiques appropriés, étant donné les règles de décision et leurs implications, et la puissance des différents tests constituant ces procédures.

## 2. Stratégies de test.

Une stratégie de test comprend : le choix du modèle de régression adéquat, des statistiques appropriées et quand c'est possible, le choix de l'échantillon de données à analyser. Il nous est possible de distinguer trois approches dans la littérature sur les tests de la racine unitaire : celle de DICKEY, BELL et MILLER (1986) élaborée pour la prévision et qui n'intègre pas les tests joints, celle de PERRON (1988)<sup>6</sup> et celle de HENIN et JOBERT (1990)<sup>7</sup> qui sans doute, est opérationnelle sur le plan de la recherche empirique mais n'intègre pas explicitement les tests joints (en particulier, le test joint fondé sur la statistique  $\Phi_2$  qui joue un rôle important dans la procédure de test DF) ; elle a, cependant, l'avantage d'explicitement " le caractère séquentiel et conditionnel " de la procédure de test DF (HENIN et JOBERT 1990, Annexe 1).

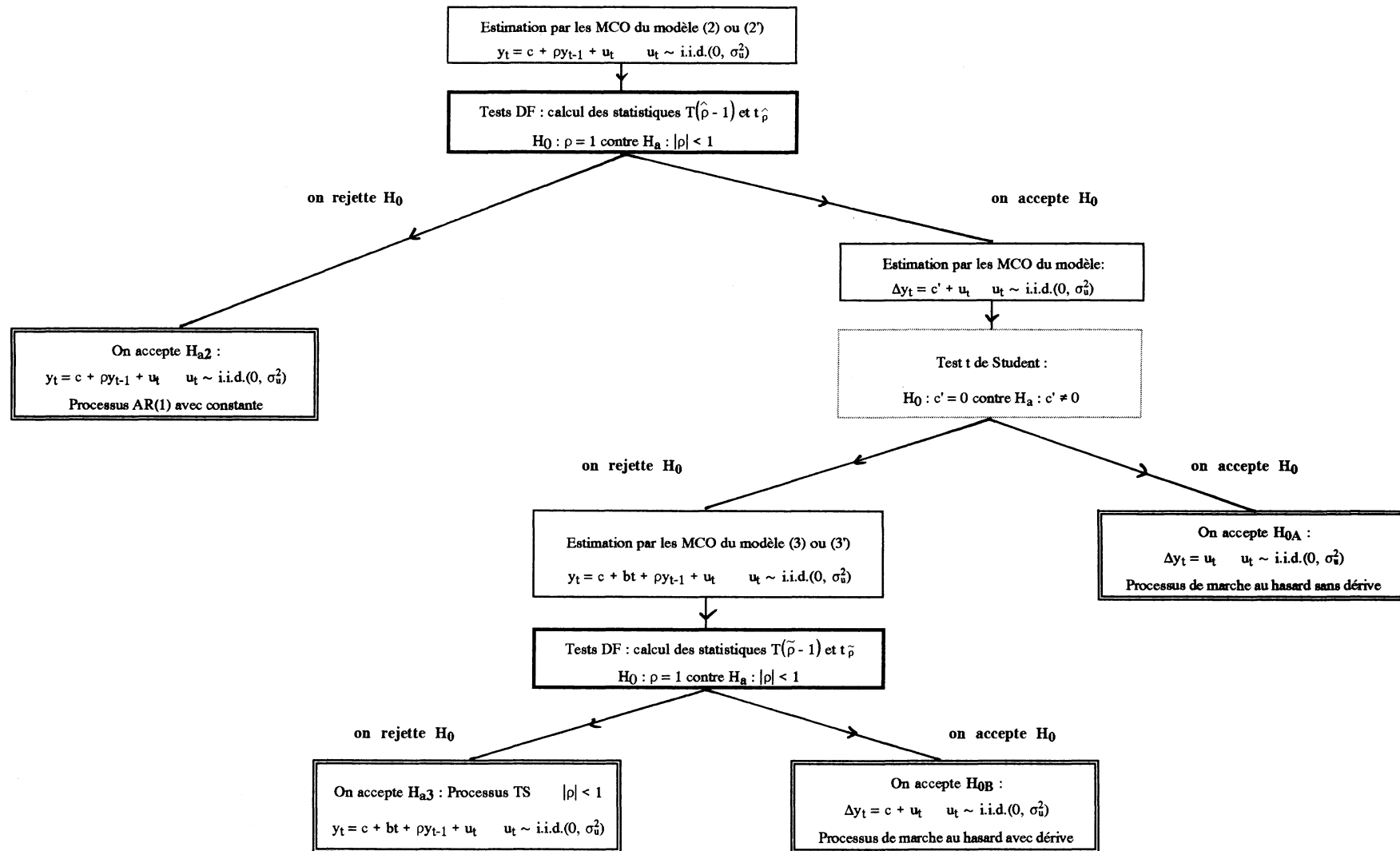
### 2.1 Une critique de la stratégie de DICKEY, BELL et MILLER (1986).

DICKEY, BELL et MILLER (1986, p.14-16, cf. Organigramme 1) proposent ainsi de commencer la procédure de test par l'estimation du modèle (2) et l'utilisation des statistiques  $T(\hat{\rho} - 1)$  et  $t_{\hat{\rho}}$ , en prétextant le fait que le modèle nul dans lequel les différences premières de la série  $y_t$  ont une moyenne nulle ( $H_{0A}$ ) et le modèle alternatif dans lequel la série  $y_t$  a une moyenne non nulle ( $H_{a2}$ ) est " le cas le plus courant en pratique " (1986, p.14 et p.18) ce qui nous semble, pour le moins, être une hypothèse ad hoc. Si les tests fondés sur ces statistiques nous permettent de rejeter l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  au profit de l'hypothèse alternative  $H_a : |\rho| < 1$  ( $\rho \neq 0$ ), la série  $y_t$  suit un processus AR(1) avec constante asymptotiquement stationnaire. Sinon elle suit un processus de marche au hasard sans dérive ( $H_{0A}$ ) caractérisé par une non stationnarité de nature purement stochastique. Dans ce dernier cas, on pourrait se demander si la dérive du processus de marche au hasard (la moyenne de  $\Delta y_t$ ) est effectivement nulle. DICKEY, BELL et MILLER suggèrent alors de tester le processus de marche au hasard sans dérive ( $H_{0A}$ ) contre un processus de marche au hasard avec dérive  $\Delta y_t = c' + u_t$  ( $c' \neq 0$ ), i.e. d'estimer ce modèle et de tester la significativité du coefficient  $c'$  par les procédures d'inférence traditionnelles. Si  $c'$  est significativement différent de zéro la série  $y_t$  suit un processus de marche au hasard avec dérive caractérisé par une non stationnarité de nature mixte : déterministe et stochastique, processus qui permet la présence d'une tendance linéaire dans la série  $y_t$  en niveaux. Une alternative à ce modèle est alors constitué par le modèle TS ( $H_{a3}$ ). DICKEY, BELL et MILLER proposent donc d'effectuer le test de la racine unitaire sur le modèle (3) en utilisant les statistiques  $T(\tilde{\rho} - 1)$  et  $t_{\tilde{\rho}}$ . Si l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  peut être rejetée, la série  $y_t$  suit un processus TS caractérisé par une non stationnarité de nature purement déterministe ( $H_{a3}$ ) ; sinon la série  $y_t$  suit un processus de marche au hasard avec dérive ( $H_{0B}$ ) et  $c' = \beta$ .

<sup>6</sup> PERRON développe en fait sa stratégie pour la procédure de test de PHILLIPS et PERRON. Il est toutefois possible de l'adapter à la procédure de test DF en effectuant quelques modifications évidentes.

<sup>7</sup> HENIN et JOBERT développent en fait leur stratégie pour la procédure de test ADF. Cette stratégie peut néanmoins être appliquée à la procédure de test DF sous réserve de quelques modifications mineures que nous effectuerons.





ORGANIGRAMME 1 : La stratégie de DICKEY, BELL et MILLER (1986) pour la procédure de test DF.

Toutefois DICKEY, BELL et MILLER (1986, p.14 et p.16) recommandent avec insistance de ne pas commencer la procédure de test DF par l'estimation du modèle (3) et l'utilisation des statistiques relatives à ce modèle. Il faut noter que l'objectif qu'ils poursuivent est de déterminer s'il faut ou non différencier la série  $y_t$  de manière à pouvoir ensuite formuler des prévisions fiables sur l'évolution de la série considérée. Dans ce contexte particulier ils expriment, avec raison, une préférence marquée pour les modèles différenciés par rapport au modèle TS et plus généralement par rapport aux modèles incluant un facteur autorégressif  $(1 - \rho L)$  où  $\rho$  est strictement inférieur, mais proche de 1. En effet, en matière de prévision il semblerait que la sous-différenciation aient des conséquences beaucoup plus graves que la sur-différenciation. Par conséquent, ils tendent à accepter la différenciation à moins que les données considérées ne présentent une preuve statistiquement significative du contraire (position qu'ils partagent avec BOX et JENKINS 1976).

Dans ce contexte particulier, DICKEY, BELL et MILLER soutiennent ainsi que de commencer la procédure de test par l'estimation du modèle (2) et l'utilisation des statistiques qui s'y rattachent, permet d'éviter la faible puissance des statistiques  $T(\tilde{\rho} - 1)$  et  $t_{\tilde{\rho}}$  dérivées du modèle (3) lorsque  $\alpha \neq 0$  et  $\beta = 0$  et des statistiques  $T(\rho^* - 1)$  et  $t_{\rho^*}$  dérivées du modèle (1) lorsque la moyenne de la série chronologique  $y_t$  est non nulle ( $\mu \neq 0$ ). Ils reconnaissent toutefois que les statistiques  $T(\hat{\rho} - 1)$  et  $t_{\hat{\rho}}$  peuvent avoir une faible puissance quand le vrai processus engendrant la série  $y_t$  admet une tendance linéaire déterministe [modèle (3),  $\beta \neq 0$ ], mais ils soutiennent que : " puisque la différenciation élimine une tendance linéaire, la faible puissance de  $t_{\hat{\rho}}$  peut dans ce cas être plus réconfortante qu'alarmante " (DICKEY, BELL et MILLER 1986, p.18). La non stationnarité de la série  $y_t$  serait ainsi, d'après eux, de toute manière détectée ; la différenciation pouvant être ensuite appliquée pour la stationnariser.

*Il nous semble que cette approche ne fournit pas une solution appropriée au problème fondamental de la détermination de la nature effective de la non stationnarité (TS ou DS) caractérisant la série chronologique  $y_t$  parce qu'elle ne permet de conclure qu'in extremis de par sa construction même. Les choses s'aggravent si on tire une conclusion prématurée des tests fondés sur le modèle (2).*

Il est en effet clair que, dans le cas considéré par DICKEY, BELL et MILLER, le test fondé sur la statistique  $T(\hat{\rho} - 1)$  et/ou  $t_{\hat{\rho}}$  nous conduirait à accepter à tort l'hypothèse nulle de la racine unitaire et par conséquent à penser que la série  $y_t$  est caractérisée par une non stationnarité de nature stochastique (la méthode de stationnarisation par différenciation étant alors appropriée), alors que la vraie nature de la non stationnarité caractérisant la série  $y_t$  est purement déterministe et qu'il aurait fallu opter pour la méthode de stationnarisation en écarts à une tendance linéaire déterministe.

S'il est exact que la différenciation élimine une tendance linéaire et que l'on peut s'en contenter lorsque l'objectif principal est la prévision, l'utilisation des statistiques  $T(\hat{\rho} - 1)$  et  $t_{\hat{\rho}}$  exclut par contre, a priori, tout test de l'hypothèse nulle de la racine unitaire (processus DS : non stationnarité de nature stochastique) contre l'hypothèse alternative suivant laquelle la série est

stationnaire autour d'une tendance linéaire déterministe (processus TS : non stationnarité de nature purement déterministe). Cette manière de procéder nous paraît donc " alarmante " contrairement à DICKEY, BELL et MILLER (1986), d'autant plus que PERRON (1988, p.316, démonstration : Annexe 1, p.325-328) démontre le théorème suivant dans le contexte de la procédure DF<sup>8</sup> :

**Théorème :**

Si  $\{y_t\}_0^\infty$  est une série stationnaire autour d'une tendance linéaire déterministe, alors quand  $T \rightarrow \infty$  :

$$\text{a) } T(\hat{\rho} - 1) \xrightarrow{p} 0 \quad \text{b) } t_{\hat{\rho}} \xrightarrow{p} 0$$

Ce théorème montre que le biais standardisé  $T(\hat{\rho} - 1)$  et la statistique  $t_{\hat{\rho}}$  convergent en probabilité vers zéro. La conséquence en est que l'utilisation des statistiques  $T(\hat{\rho} - 1)$  et  $t_{\hat{\rho}}$  dans la procédure de test ne permet pas de distinguer un processus stationnaire en écarts à une tendance linéaire (TS) d'un processus admettant une racine unitaire (DS). Le rejet de l'hypothèse nulle d'une racine unitaire est donc peu vraisemblable lorsque la série est stationnaire en écarts à une tendance linéaire et devient impossible lorsque la taille de l'échantillon tend vers l'infini. *Par conséquent, le modèle (2) est impropre à effectuer le test de l'hypothèse nulle de la racine unitaire si une alternative plausible est que la série  $y_t$  suit un processus TS.*

PERRON (1988, p.316) donne de ce résultat une interprétation intuitive : supposons que la moyenne d'une série  $y_t$  tende nettement à croître dans le temps (processus TS) et qu'on estime un modèle ne comprenant qu'une constante et la variable explicative retardée [modèle (2)]. La seule manière dont ce modèle puisse tenir compte de cette croissance est que la constante devienne un terme de dérive, ce qui ne survient que quand le paramètre autorégressif est égal à 1, autrement dit lorsque le processus admet une racine unitaire et qu'il s'agit d'un processus de marche au hasard avec dérive.

Le théorème formalise donc cette idée intuitive et montre, en outre, que la convergence du paramètre autorégressif vers 1 est suffisamment rapide pour que les tests fondés sur les statistiques  $T(\hat{\rho} - 1)$  et  $t_{\hat{\rho}}$  ne permettent pas de rejeter l'hypothèse nulle de la racine unitaire, même asymptotiquement (PERRON 1988, p.316). Nous devrions, par conséquent, commencer la procédure de test DF par l'utilisation des statistiques  $T(\tilde{\rho} - 1)$ ,  $t_{\tilde{\rho}}$  et  $\Phi_3$  dérivées du modèle (3). C'est la stratégie suggérée par PERRON (1988) ainsi que par HENIN et JOBERT (1990).

Notre objectif étant de développer une stratégie réellement opérationnelle dans une étude empirique, nous essayerons d'intégrer l'approche de PERRON (1988) et celle de HENIN et JOBERT (1990). Rappelons que dans le contexte de la théorie macroéconomique dans lequel nous nous situons, l'hypothèse alternative présentant le plus d'intérêt est celle de la stationnarité en écarts par rapport à une tendance linéaire de la série  $y_t$  : par conséquent, nous privilégierons, autant que possible, le test de l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  contre l'hypothèse alternative  $H_a : |\rho| < 1$  (test unilatéral à gauche).

<sup>8</sup> WEST (1987) démontre un théorème analogue dans le contexte de la procédure de test ADF.

## 2.2 La stratégie de PERRON (1988).

Cette stratégie peut être décomposée en trois étapes, une version étendue en est présentée dans l'Organigramme 2.

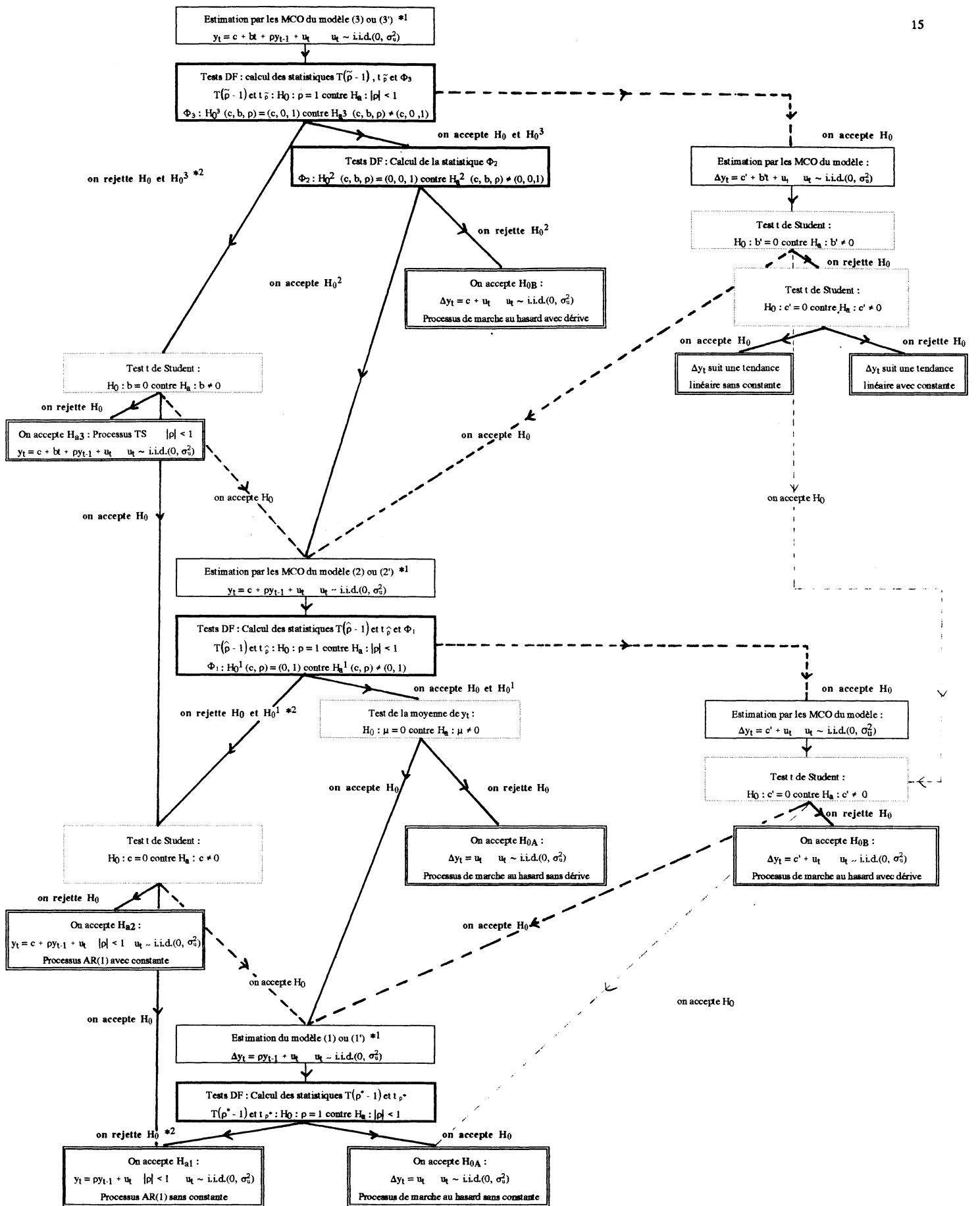
**Etape 1** : Nous commençons la procédure de test DF en estimant le modèle (3) ou (3') et calculons les statistiques  $T(\tilde{\rho} - 1)$ ,  $t_{\tilde{\rho}}$  et  $\Phi_3$  ; nous effectuons les tests unilatéraux fondés sur  $T(\tilde{\rho} - 1)$  et  $t_{\tilde{\rho}}$  et le test joint fondé sur  $\Phi_3$ .

♦ Si nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  et l'hypothèse nulle jointe  $H_0^3 : (c, b, \rho) = (c, 0, 1)$  dans le modèle (3) ou (3'), nous pouvons effectuer les tests de significativité individuelle des paramètres  $\rho$ ,  $c$  et  $b$  par les procédures d'inférence traditionnelles (loi de Student ou asymptotiquement loi Normale).

♦ Si l'hypothèse nulle  $\rho = 0$  peut être acceptée et si  $b = \beta \neq 0 \forall c = \alpha$ , nous avons un modèle de tendance linéaire et bruit blanc centré ; si  $\rho = 0$ ,  $c = \alpha \neq 0$  et  $b = \beta = 0$ , on revient au modèle (2) qui se réduit à un processus de bruit blanc non centré et si  $\rho = 0$ ,  $c = \alpha = 0$  et  $b = \beta = 0$ , on revient au modèle (1) qui se réduit à un processus de bruit blanc centré.

♦ Si l'hypothèse nulle  $\rho = 0$  est rejetée, i.e. si  $\rho$  est effectivement différent de zéro et si  $b \neq 0 (\Rightarrow c \neq 0 \forall \alpha)$  : la série  $y_t$  suit un processus TS caractérisé par une non stationnarité de nature purement déterministe, elle est stationnaire en écarts à la tendance linéaire déterministe ( $H_{a3}$ ). Si  $\rho \neq 0$ ,  $b = 0$  et  $c \neq 0$  : la série  $y_t$  suit un processus AR(1) avec constante asymptotiquement stationnaire ( $H_{a2}$ ). Si  $\rho \neq 0$ ,  $b = 0$  et  $c = 0$  : la série  $y_t$  suit un processus AR(1) sans constante asymptotiquement stationnaire ( $H_{a1}$ ).

Si l'hypothèse nulle  $b = 0$  est acceptée sous l'hypothèse alternative  $H_a : |\rho| < 1$  (et  $\rho \neq 0$ ), HENIN et JOBERT (1990) proposent de tester l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  dans le modèle (2) ou (2'), et dans le cas où celle-ci peut être rejetée, de tester l'hypothèse nulle  $c = 0$ . Si cette hypothèse nulle est acceptée dans le modèle (2), ils concluent que la série  $y_t$  suit un processus AR(1) sans constante asymptotiquement stationnaire ( $H_{a1}$ ). Par contre, si cette hypothèse nulle est rejetée, ils concluent que la série  $y_t$  suit un processus AR(1) avec constante asymptotiquement stationnaire ( $H_{a2}$ ). Le supplément de précaution pris par HENIN et JOBERT s'explique par les puissances respectives des tests dans les modèles (2) et (3). En effet si  $b = 0 (\Rightarrow \beta = 0$  pour  $\rho \neq 0)$  dans le modèle (3), nous savons que la puissance des tests effectués sur ce modèle est inférieure à celle des tests effectués sur le modèle (2) (DICKY, 1984). Nous pourrions d'ailleurs pousser cette logique à son terme, dans un souci de cohérence, en suggérant de tester l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  dans le modèle (1) si l'hypothèse nulle  $c = 0$  est acceptée dans le modèle (2). Dans le cas où l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  serait rejetée dans le modèle (1), nous pourrions conclure que la série  $y_t$  suit bien un processus AR(1) sans constante asymptotiquement stationnaire ( $H_{a1}$ ). En effet, si  $b = 0 (\Rightarrow \beta = 0)$  et  $c = 0 (\Rightarrow \alpha = \mu = 0)$  dans le modèle (3), nous savons que la puissance des tests effectués sur ce modèle est inférieure à celle des tests effectués dans le modèle (1) (DICKY, 1984).



ORGANIGRAMME 2 : Les stratégies de PERRON (1988) et de HENIN et JOBERT (1990) pour la procédure de test DF. (Pour \*1 et \*2 cf. p.38).

Notons que si l'on a pu rejeter l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  dans le modèle (3) malgré la faible puissance des tests, il est vraisemblable qu'il en sera de même, avec plus de vigueur, dans le modèle (2) ou le modèle (1). Par conséquent, il est peu vraisemblable dans cette configuration que l'on soit confronté à des conclusions contradictoires (rejet puis acceptation de l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$ ). Cependant il est toujours utile, dans les travaux empiriques, d'essayer d'avoir le maximum de confirmation possible.

♦ Si nous acceptons l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  et l'hypothèse nulle jointe  $H_0^3 : (c, b, \rho) = (c, 0, 1)$  dans le modèle (3) ou (3'), il nous faut tester si la dérive  $c = \beta$  est effectivement non nulle. Nous suggérons à ce propos d'utiliser la statistique  $\Phi_2$ .

♦ Si nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle jointe  $H_0^2 : (c, b, \rho) = (0, 0, 1)$ , la série  $y_t$  suit un processus de marche au hasard avec dérive ( $H_{0B}$ ) caractérisé par une non stationnarité de nature mixte : déterministe et stochastique. Sinon, elle suit un processus de marche au hasard sans dérive ( $H_{0A}$ ) caractérisé par une non stationnarité de nature purement stochastique.

Toutefois, si nous n'avons pas pu rejeter l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  et l'hypothèse nulle jointe  $H_0^3 : (c, b, \rho) = (c, 0, 1)$  dans le modèle (3), ceci peut être dû à la faible puissance des tests fondés sur les statistiques du modèle (3) par rapport aux tests fondés sur les statistiques du modèle (2) lorsque  $c = 0$  ( $\Rightarrow \beta = 0$  pour  $\rho = 1, \forall \alpha$ ). Par conséquent si nous pouvons accepter l'hypothèse nulle jointe  $H_0^2 : (c, b, \rho) = (0, 0, 1)$ , on a, sous l'hypothèse nulle de la racine unitaire,  $c = \beta = 0$  et nous suggérons alors de passer à l'étape (2) avant de conclure.

**Etape 2** : Nous estimons le modèle (2) ou (2') et calculons les statistiques  $T(\hat{\rho} - 1)$  et  $t_{\hat{\rho}}$  et  $\Phi_1$  ; nous effectuons les tests unilatéraux fondés sur  $T(\hat{\rho} - 1)$  et  $t_{\hat{\rho}}$  et le test joint fondé sur  $\Phi_1$ .

♦ Si nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  et l'hypothèse nulle jointe  $H_0^1 : (c, \rho) = (0, 1)$  dans le modèle (2) ou (2'), nous pouvons effectuer les tests de significativité individuelle des paramètres  $\rho$  et  $c$  par les procédures d'inférence traditionnelles (loi de Student ou asymptotiquement loi Normale).

♦ Si l'hypothèse nulle  $\rho = 0$  peut être acceptée et si  $c = \mu \neq 0$ , le modèle (2) qui se réduit à un processus de bruit blanc non centré et si  $\rho = 0, c = \mu = 0$ , on se ramène au modèle (1) qui se réduit à un processus de bruit blanc centré.

♦ Si l'hypothèse nulle  $\rho = 0$  est rejetée, i.e. si  $\rho$  est effectivement différent de zéro et  $c = \mu \neq 0$  : la série  $y_t$  suit un processus AR(1) avec constante asymptotiquement stationnaire ( $H_{a2}$ ). Si  $\rho \neq 0$  et  $c = \mu = 0$  : la série  $y_t$  suit un processus AR(1) sans constante asymptotiquement stationnaire ( $H_{a1}$ ).

Si l'hypothèse nulle  $c = 0$  est acceptée sous l'hypothèse alternative  $H_a : |\rho| < 1$  (et  $\rho \neq 0$ ), nous pourrions suggérer de tester l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  dans le modèle (1) ou

(1') pour confirmer ce résultat. Toutefois, comme nous l'avons remarqué supra, l'intérêt de cette démarche nous semble limité.

♦ Si nous acceptons l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  et l'hypothèse nulle jointe  $H_0^1 : (c, \rho) = (0, 1)$  dans le modèle (2) ou (2') : la série chronologique  $y_t$  suit un processus de marche au hasard sans dérive ( $H_{0A}$ ) caractérisé par une non stationnarité de nature purement stochastique.

Toutefois, si nous n'avons pas pu rejeter cette hypothèse nulle et l'hypothèse nulle jointe  $H_0^1 : (c, \rho) = (0, 1)$  dans le modèle (2) ou (2'), ceci peut être dû à la faible puissance des tests fondés sur les statistiques du modèle (2) par rapport aux tests fondés sur les statistiques du modèle (1) lorsque  $c = \mu = 0$ . Par conséquent si l'hypothèse nulle  $H_0 : \mu = 0$  peut être acceptée dans le modèle (2), nous suggérons de passer à l'étape (3).

**Etape 3** : Nous estimons le modèle (1) ou (1') et calculons les statistiques  $T(\rho^* - 1)$  et  $t_{\rho^*}$  ; nous effectuons les tests unilatéraux fondés sur  $T(\rho^* - 1)$  et  $t_{\rho^*}$ .

♦ Si nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  dans le modèle (1) ou (1'), nous pouvons effectuer le test de significativité de  $\rho$  par les procédures d'inférence traditionnelles. Si l'hypothèse nulle  $\rho = 0$  est acceptée, le modèle (1) se réduit à un processus de bruit blanc centré. Sinon, la série  $y_t$  suit un processus AR(1) sans constante asymptotiquement stationnaire ( $H_{A1}$ ).

♦ Si l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  est acceptée, la série  $y_t$  suit un processus de marche au hasard sans dérive ( $H_{0A}$ ) caractérisé par une non stationnarité de nature purement stochastique.

### *2.3 La stratégie de HENIN et JOBERT (1990) et une approche générale unifiée.*

Comparons maintenant la stratégie proposée par HENIN et JOBERT (1990) à celle exposée supra et essayons d'en apprécier la spécificité. Cette stratégie est également présentée dans l'Organigramme 2.

♦ Si l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  est acceptée<sup>9</sup> dans le modèle (3) ou (3') (Etape 1), HENIN et JOBERT (1990) proposent de tester l'hypothèse nulle  $b' = 0$  en appliquant les procédures d'inférence traditionnelles (loi de Student ou asymptotiquement loi Normale) dans le modèle suivant :

$$\Delta y_t = c' + b't + u_t \quad c' \neq 0, b' \neq 0 \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (21)$$

Notons que ce modèle peut s'interpréter comme la forme estimable sous l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  d'une variante du modèle (3) dans laquelle  $y_t$  suivrait une tendance quadratique.

En effet, considérons le modèle suivant :

$$y_t = \alpha + \beta t + \gamma t^2 + \varepsilon_t \quad (1 - \rho L)\varepsilon_t = u_t \quad |\rho| \leq 1 \quad t = 1, \dots, T \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (22)$$

<sup>9</sup> Rappelons que HENIN et JOBERT n'intègrent pas explicitement les tests joints dans leur stratégie de test, notamment le test fondé sur la statistique  $\Phi_2$ . La conséquence en est, en l'occurrence, que nous n'avons aucune information sur la dérive  $c = \beta$  du processus de marche au hasard.

$$y_t = (1 - \rho)\alpha + \rho(\beta - \gamma) + [(1 - \rho)\beta + 2\rho\gamma]t + (1 - \rho)\gamma t^2 + \rho y_{t-1} + u_t \quad \alpha \neq 0, \beta \neq 0 \text{ et } \gamma \neq 0 \quad (23)$$

$$y_t = c' + b't + a't^2 + \rho y_{t-1} + u_t \quad \text{où : } \begin{cases} c' = (1 - \rho)\alpha + \rho(\beta - \gamma) \\ b' = (1 - \rho)\beta + 2\rho\gamma \\ a' = (1 - \rho)\gamma \end{cases} \quad y_0 = 0 \quad (24)$$

• Sous l'hypothèse nulle de la racine unitaire  $\rho = 1$ , il vient  $c' = \beta - \gamma$ ,  $b' = 2\gamma$  et  $a' = 0$  :

$$H_0 \quad y_t = c' + b't + y_{t-1} + u_t \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (25)$$

qui n'est autre que le modèle (21) proposé par HENIN et JOBERT (1990). Rappelons, toutefois que la justification macroéconomique d'un tel modèle est peu séduisante : en effet, le taux de variation de la série  $y_t$  (transformée en logs) serait alors toujours croissant ou décroissant (NELSON et PLOSSER 1982, p.144 note 8).

Il s'agit d'un processus DS particulier dont l'espérance mathématique suit une tendance quadratique et la variance une tendance linéaire pour  $y_0$  fixé<sup>10</sup>. Il est, par conséquent caractérisé par une non stationnarité de nature mixte : déterministe et stochastique. Les écarts  $\varepsilon_t$  par rapport à la tendance quadratique déterministe  $\alpha + \beta t + \gamma t^2$  sont stationnaires en différences.

• Sous l'hypothèse alternative  $|\rho| < 1$ , il vient :

$$H_a \quad y_t = \alpha + \beta t + \gamma t^2 + \varepsilon_t \quad (1 - \rho L)\varepsilon_t = u_t \quad |\rho| < 1 \quad y_0 = 0 \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (24)'$$

$$y_t = c' + b't + a't^2 + \rho y_{t-1} + u_t \quad \text{où : } \begin{cases} c' = (1 - \rho)\alpha + \rho(\beta - \gamma) & c' \neq 0 \\ b' = (1 - \rho)\beta + 2\rho\gamma & b' \neq 0 \\ a' = (1 - \rho)\gamma & a' \neq 0 \end{cases} \quad (25)'$$

Il s'agit d'un processus TS caractérisé par une non stationnarité de nature purement déterministe, les écarts par rapport à la tendance quadratique suivent un processus AR(1) stationnaire.

Toutefois, il est clair que la procédure de test DF ne nous permet pas de tester directement l'hypothèse nulle de la racine unitaire  $H_0 : \rho = 1$  dans le modèle (22). En effet, nous ne connaissons pas les distributions asymptotiques des statistiques du test sous cette hypothèse nulle<sup>11</sup>. Nous pouvons, cependant tester le processus de marche au hasard  $\Delta y_t = \beta + u_t$  ( $\forall \beta$ ) contre le modèle (21) en utilisant les procédures d'inférence traditionnelles comme le proposent HENIN et JOBERT (1990) : ces modèles sont, en effet, emboîtés. *Il suffit, par conséquent, d'estimer le modèle (21) par les MCO, en se plaçant a priori sous l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$ , et tester la significativité des paramètres  $c'$  et  $b'$ .*

♦ Si l'hypothèse nulle  $b' = 0$  peut être rejetée dans le modèle (21) :  $\Delta y_t$  suit une tendance linéaire. Par ailleurs, il vient  $\gamma \neq 0$  ( $b' = 2\gamma$ ), ce qui nous permet de conclure que  $y_t$  est intégré d'ordre 1 et suit une tendance quadratique (pour le moins, le coefficient de  $t^2$  est significativement différent de zéro :  $y_t$  est  $I(1) + T^2$  dans la notation de HENIN et JOBERT). Les écarts  $\varepsilon_t$  par rapport à cette tendance quadratique sont stationnaires en différences.

<sup>10</sup>  $E(y_t) = y_0 + \beta t + \gamma t^2 \quad \forall t$ ,  $V(y_t) = t\sigma_u^2 \quad \forall t$ ,  $\text{Cov}(y_t, y_s) = \sigma_u^2 \min(t, s) \quad \forall t, \forall s, t \neq s$

<sup>11</sup> Notons que la procédure de test de OULIARIS, PARK, et PHILLIPS (1990) permet de détecter formellement la racine unitaire tout en maintenant une tendance polynomiale sous l'hypothèse nulle et pourrait donc être appliquée en l'occurrence.



Nous pouvons ensuite tester la significativité du paramètre  $c'$ .

♦ Si l'hypothèse nulle  $c' = 0$  est acceptée dans le modèle (21) :  $\Delta y_t$  suit une tendance linéaire sans constante. Par ailleurs, il vient  $\gamma = \beta \neq 0$  (puisque  $c' = \gamma - \beta$ ) et  $b' = 2\gamma$  : par conséquent, nous pouvons conclure que les paramètres de la tendance quadratique sont égaux, ce qui est peu vraisemblable :

$$\Delta y_t = b't + u_t \quad \text{ou} \quad \Delta y_t = 2\gamma t + u_t \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (26)$$

♦ Si l'hypothèse nulle  $c' = 0$  est rejetée dans le modèle (21) :  $\Delta y_t$  suit une tendance linéaire avec constante. Par ailleurs, il vient  $\gamma \neq \beta$  ( $\forall \beta$ ) : par conséquent,  $y_t$  est intégré d'ordre 1 et suit une tendance quadratique dont les paramètres sont différents mais  $\beta$  peut être nul. La notation de HENIN et JOBERT :  $I(1) + T + T^2$  nous paraît, dans ce cas, un peu prématurée :

$$\Delta y_t = c' + b't + u_t \quad \text{où } c' = \beta - \gamma \quad (\forall \beta) \text{ et } b' = 2\gamma \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2)$$

♦ Si l'hypothèse nulle  $b' = 0$  est acceptée dans le modèle (21), il vient  $\gamma = 0$  et  $c' = c = \beta$  ( $\forall \beta$ ) :

$$\Delta y_t = \beta + u_t \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (27)$$

Il est clair que, dans ce cas, nous ne disposons pas d'assez d'information pour conclure : il peut s'agir d'un processus de marche au hasard avec ou sans dérive suivant la valeur de  $\beta$  (différent de zéro ou nul). HENIN et JOBERT (1990) proposent alors d'effectuer le test de l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  dans le modèle (2) ou (2') (Etape 2).

♦ Si l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  est acceptée dans le modèle (2) ou (2') (Etape 2), ils proposent de tester l'hypothèse nulle  $c' = 0$  par les procédures d'inférence traditionnelles (loi de Student ou asymptotiquement loi Normale) dans le modèle suivant :

$$\Delta y_t = c' + u_t \quad c' \neq 0 \quad u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (28)$$

♦ Si l'hypothèse nulle  $c' = 0$  peut être rejetée dans le modèle (28), alors on peut conclure que la série  $y_t$  suit un processus de marche au hasard avec dérive ( $H_{0B}$ ) caractérisé par une non stationnarité de nature mixte : déterministe et stochastique. Nous aurions pu, toutefois, effectuer le test de l'hypothèse nulle  $c' = 0$  à la suite de l'acceptation de l'hypothèse nulle  $b' = 0$  dans le modèle (21) sans recourir à l'étape 2 dont la justification nous semble ambiguë.

♦ Si l'hypothèse nulle  $c' = 0$  est acceptée dans le modèle (28), HENIN et JOBERT (1990) proposent d'effectuer le test de l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  dans le modèle (1) ou (1') (Etape 3). Nous pourrions toutefois conclure, dans ce cas, que  $y_t$  suit un processus de marche au hasard sans dérive ( $H_{0A}$ ) sans recourir à l'étape 3 qui, comme supra, nous semble injustifiée.

Le problème majeur de la stratégie proposée par HENIN et JOBERT (1990) est, à notre sens, le fait qu'aucun test de la dérive  $c = \beta$  n'est effectué, une fois acceptée l'hypothèse nulle  $\rho = 1$  dans le modèle (3). Ainsi, si on accepte l'hypothèse nulle  $b' = 0$  dans le modèle (21), la conclusion à laquelle on parvient est ambiguë car on ne peut préciser s'il s'agit d'un processus de marche au hasard avec ou sans dérive. La discrimination entre les deux processus de marche au

hasard potentiels est alors différée jusqu'à l'estimation du modèle (28) une fois acceptée l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 1$  dans le modèle (2). Ce qui, sans conteste, alourdit la procédure de test tout en augmentant la probabilité de parvenir à des conclusions contradictoires.

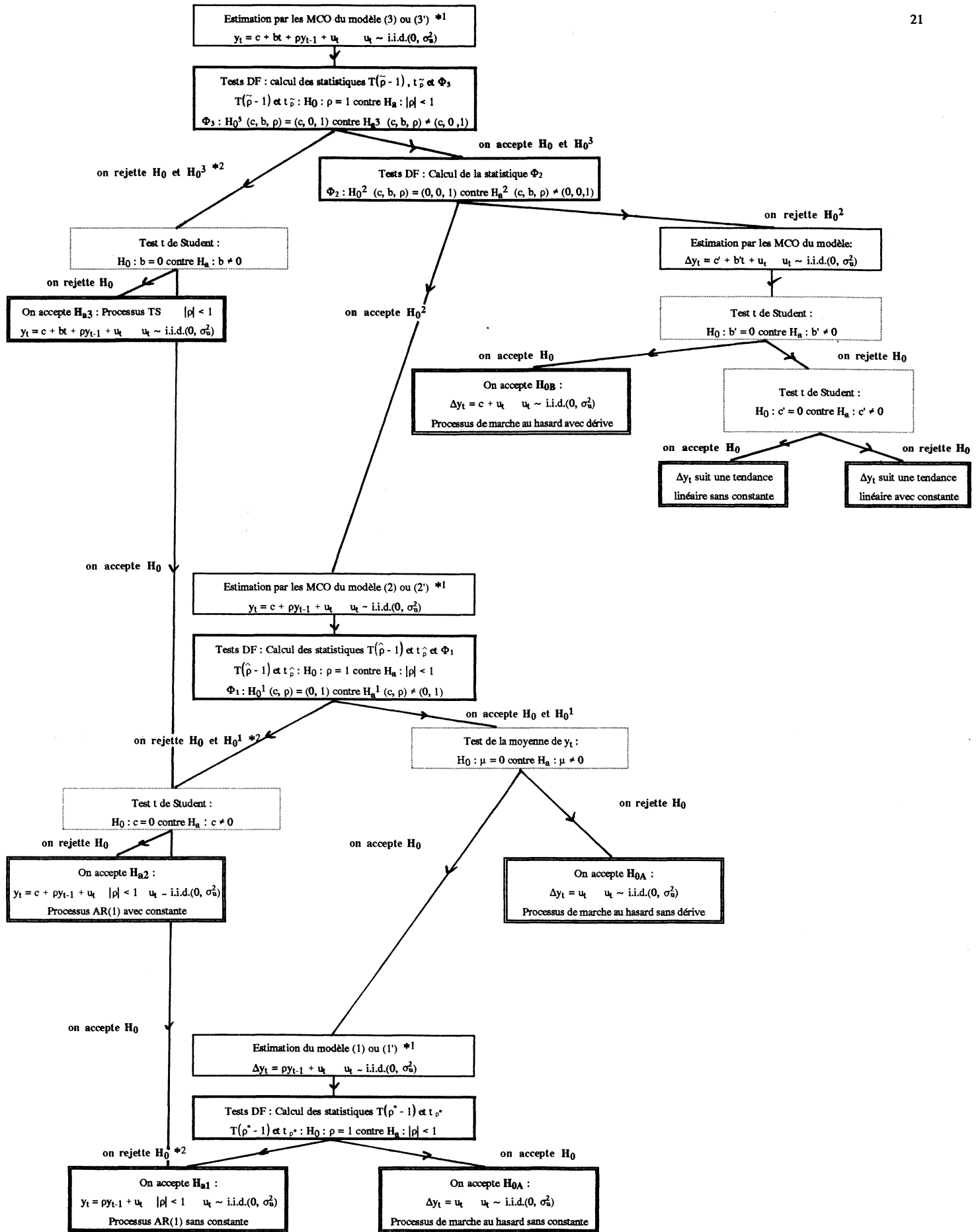
*Nous suggérons donc la modification suivante de la stratégie de HENIN et JOBERT qui, à notre sens, a l'avantage d'éviter certaines étapes ambiguës tout en préservant sa cohérence (cf. Organigramme 3).*

Nous proposons l'estimation du modèle (21) dans le cas où l'hypothèse nulle jointe  $H_0^2$  est rejetée ; par conséquent si la dérive  $c = \beta$  est effectivement différente de zéro. Si l'hypothèse nulle  $b' = 0$  est acceptée, nous sommes alors en présence d'un processus de marche au hasard avec dérive ( $H_{0B}$ ) et ceci sans aucune ambiguïté. Si l'hypothèse nulle  $b' = 0$  est rejetée et si  $c' \neq 0$ , il vient  $\gamma \neq \beta \neq 0$  et  $y_t$  est alors intégré d'ordre 1 et suit sans ambiguïté une tendance quadratique [ $I(1) + T + T^2$  dans la notation de HENIN et JOBERT]. Par conséquent l'estimation du modèle (28), dont le but était de discriminer les processus de marche au hasard avec et sans dérive, n'a plus lieu d'être.

Rappelons que la procédure de test DF n'est applicable que si les erreurs  $u_t$  dans les modèles (1), (2) et (3) sont identiquement et indépendamment distribuées, d'espérance mathématique nulle et de variance  $\sigma_u^2$ . Par conséquent, quelque soit le modèle estimé, il faut tester l'hypothèse suivant laquelle les résidus estimés suivent un processus de bruit blanc. Nous suggérons à cet égard l'utilisation de la statistique  $h$  ou  $t$  de DURBIN (1970) de même que l'inspection des autocorrélations estimées de la série des résidus et l'utilisation de la statistique  $Q_K$  de BOX-PIERCE (1970) ou LJUNG-BOX (1978). Si cette hypothèse est rejetée et que les erreurs estimées sont autocorrélées, nous ne pouvons plus appliquer la procédure de test DF. Il nous faut alors appliquer la procédure de test ADF, si les erreurs estimées admettent une représentation purement autorégressive, ou plus généralement la procédure de PHILLIPS et PERRON qui requiert une hypothèse beaucoup moins restrictive sur les erreurs.

Il est clair que la stratégie présentée supra s'applique, sous réserve de quelques modifications mineures, dans le cas de la procédure ADF ou de la procédure de PHILLIPS et PERRON. Dans le premier cas, il suffit de remplacer les modèles (1), (2) et (3) par les modèles (4), (5) et (6) en ayant soin de vérifier que les erreurs estimées dans ces derniers modèles sont bien i.i.d. par l'utilisation de la statistique  $Q_K$  de BOX-PIERCE (1970) ou LJUNG-BOX (1978) ou de déterminer l'ordre du processus autorégressif en utilisant les critères d'information d'AKAIKE (1974) ou de SCHWARZ (1978). Dans le cas de la procédure de PHILLIPS et PERRON, il suffit de fonder les tests sur les statistiques transformées  $Z(\dots)$ .

Rappelons enfin que la puissance des tests de l'hypothèse nulle de la racine unitaire est faible lorsque  $\rho$  est strictement inférieur, mais proche de 1. Une racine proche de 1 implique que la persistance des chocs aléatoires frappant l'économie est élevée : le retour de la série à son espérance mathématique requiert une période beaucoup plus longue que celle traditionnellement admise pour les cycles d'affaires (3 ou 4 ans) (STULZ et WASSERFALLEN 1985, p.24), par conséquent l'approximation de la racine unitaire semble, de prime abord, acceptable dans ce contexte.



ORGANIGRAMME 3 : Une stratégie unifiée pour la procédure de test DF.  
(Pour \*1 et \*2 cf. p.38).

### 3. Une application au PIB réel marchand CVS en France.

Nous avons comparé les performances de ces différentes stratégies dans une étude empirique sur le PIB réel marchand CVS (transformé en logs) en France sur la période 1963:3-1985:4 (base 1970) et 1974:4-1989:4 (base 1980) en appliquant la procédure de test DF et celle de PHILLIPS et PERRON (PP). Nous avons estimé dans un premier temps le modèle (3) de DICKEY et FULLER et effectué les tests fondés sur les statistiques  $T(\tilde{\rho} - 1)$ ,  $t_{\tilde{\rho}}$  et  $\Phi_3$ , mais nous avons également effectué les tests fondés sur les statistiques transformées de PHILLIPS et PERRON :  $Z(\tilde{\rho})$ ,  $Z(t_{\tilde{\rho}})$  et  $Z(\Phi_3)$  qui nous permettent d'éviter l'hypothèse trop restrictive d'erreurs i.i.d. imposée par la procédure DF sur le modèle (3). Par ailleurs, d'après un résultat de PHILLIPS et PERRON (PERRON 1988, p.313), l'utilisation des statistiques transformées, lorsqu'en fait on n'en a pas besoin (erreurs i.i.d.), ne conduit à aucune perte de puissance asymptotique locale. Nous pouvons donc effectuer les tests fondés sur ces statistiques transformées même s'il s'avère que les résidus estimés suivent un processus de bruit blanc. Nous présenterons dans ce document quelques exemples de résultats ainsi que leurs interprétations économiques pour illustrer notre approche unifiée intégrant la stratégie de PERRON et celle de HENIN et JOBERT (cf. Annexe 1, Tableaux 1 à 6).

#### 3.1 Comparaison des différentes stratégies de test de la racine unitaire.

Les résultats obtenus sur la période globale 1963:3-1985:4 (base 1970) sont présentés dans le Tableau 1. Considérons dans un premier temps la stratégie de PERRON : notons d'abord que les résidus estimés du modèle (3) semblent suivre un processus de bruit blanc au seuil de 5%, nous pouvons par conséquent appliquer la procédure de test DF. Nous constatons que les tests unilatéraux à gauche fondés sur les statistiques  $T(\tilde{\rho} - 1)$  et  $t_{\tilde{\rho}}$  ne permettent pas de rejeter l'hypothèse nulle d'une racine unitaire même au seuil de 10%. Cette conclusion est confirmée par les tests fondés sur les statistiques transformées  $Z(\tilde{\rho})$  et  $Z(t_{\tilde{\rho}})$  qui ne paraissent pas affectées par la variation du paramètre de troncature  $l$  ainsi que par le choix de la fenêtre de retard : fenêtre triangulaire ou fenêtre de Parzen, indiquant ainsi la robustesse des résultats. Par contre, les tests joints fondés sur la statistique  $\Phi_3$  et la statistique transformée  $Z(\Phi_3)$  conduisent à rejeter l'hypothèse nulle  $H_0^3 : (c, b, \rho) = (c, 0, 1)$  au seuil de 1% [quelque soit la valeur du paramètre de troncature et la fenêtre de retard utilisée en ce qui concerne  $Z(\Phi_3)$ ]. La contradiction est donc flagrante entre les résultats obtenus à l'aide des tests individuels et ceux obtenus à l'aide des tests joints et ne peut être résolue, dans le contexte des tests de la racine unitaire, en ayant recours à la justification traditionnelle suivant laquelle il suffit qu'au moins un des paramètres ne satisfasse l'égalité précédente pour que l'hypothèse nulle jointe soit rejetée. En effet,  $b = (1 - \rho)\beta$  ne peut être différent de zéro pour  $\rho = 1$ . Par conséquent la conclusion à laquelle on parvient dans cette première étape est pour le moins ambiguë, d'autant que  $\tilde{\rho} = 0,994$  est proche de 1 et que la puissance des tests est dans ce cas extrêmement faible. Ecartons pour l'instant les résultats contradictoires délivrés par ces tests joints et testons l'hypothèse nulle jointe  $H_0^2 : (c, b, \rho) = (0, 0, 1)$  à l'aide de la statistique  $\Phi_2$  et de la statistique transformée  $Z(\Phi_2)$  : nous constatons que

nous pouvons rejeter très largement, au seuil de 1%, cette hypothèse nulle jointe. Par conséquent il semblerait que le PIB réel suive un processus de marche au hasard avec dérive sur la période 1963:3-1985:4.

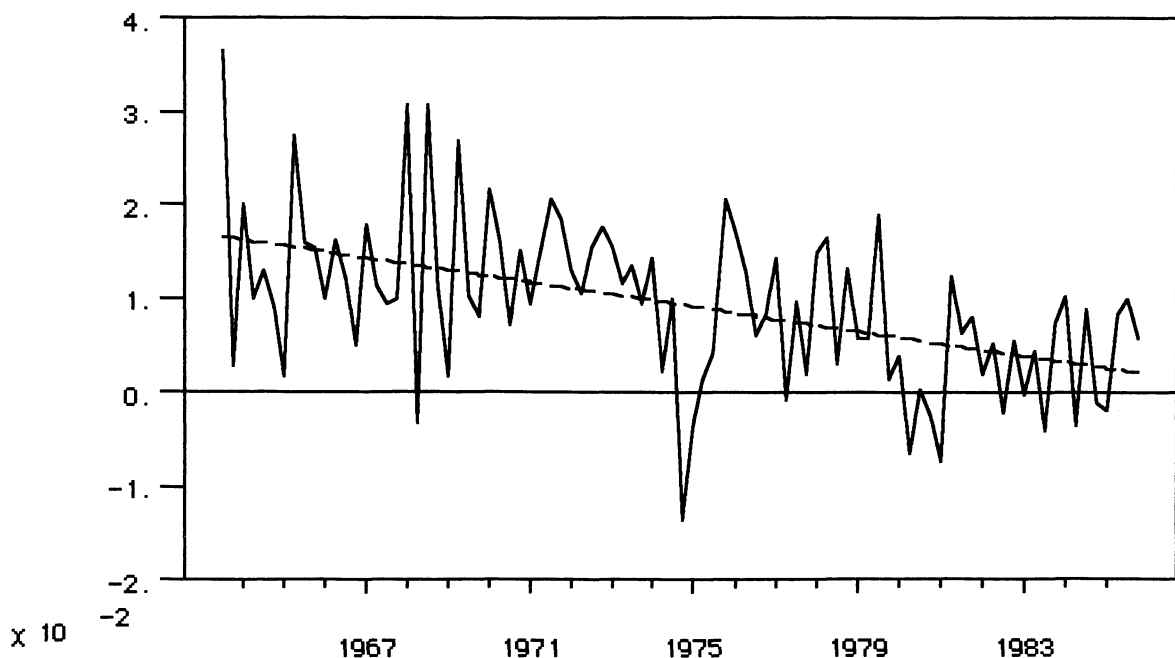
Mais revenons aux résultats contradictoires des tests joints fondés sur les statistiques  $\Phi_3$  et  $Z(\Phi_3)$  : le rejet de l'hypothèse nulle jointe  $H_0^3$  au seuil de 1% malgré la très faible puissance du test contre l'alternative de stationnarité autour d'une tendance peut *s'interpréter comme le rejet de l'hypothèse de linéarité contre, par exemple, une alternative de non linéarité de la tendance*, alternative pour laquelle nous ne disposons pas d'indication sur la puissance du test (HALDRUP 1990, p.26-27). Il est en effet évident sur le Graphique 1 que l'hypothèse suivant laquelle le log du PIB réel suivrait une tendance linéaire sur la période considérée est manifestement irréaliste, l'hypothèse d'une tendance polynomiale semble plus vraisemblable. Il est donc clair que la stratégie de PERRON nous délivre une conclusion pour le moins ambiguë. Considérons maintenant la stratégie de HENIN et JOBERT.

HENIN et JOBERT préconisent l'estimation du modèle (21) et le test de l'hypothèse nulle  $b' = 0$  par les procédures d'inférence traditionnelle si l'hypothèse nulle  $\rho = 1$  est acceptée dans le modèle (3). Le résultat est le suivant (cf. Graphique 1) :

$$\Delta \hat{y}_t = 0,01703 - 0,000162t$$

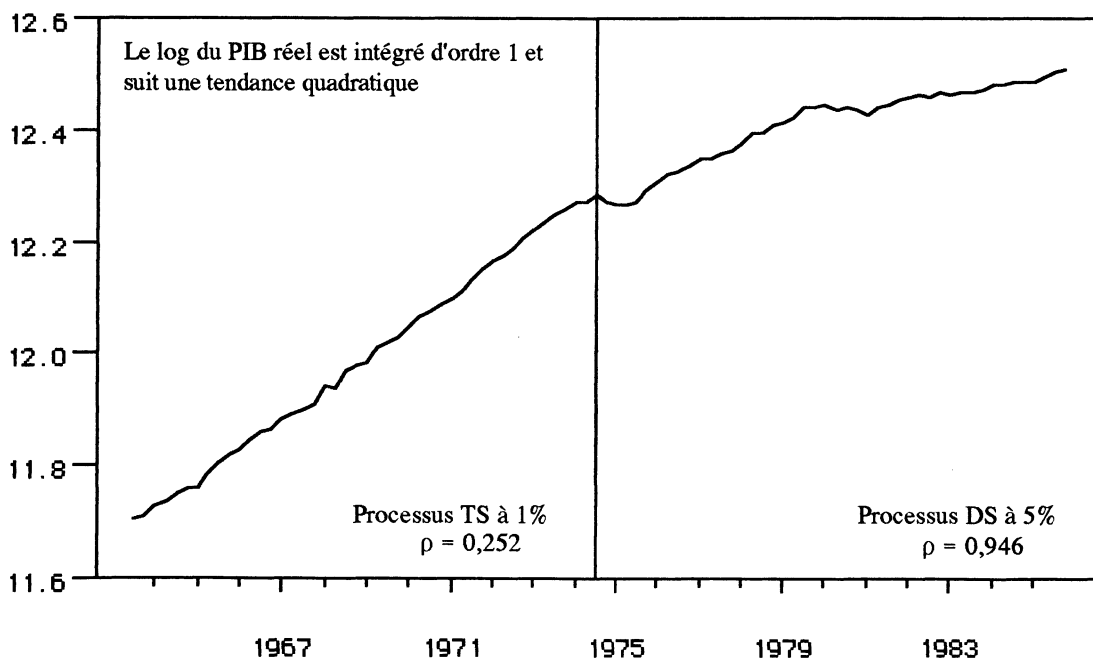
(9,95)            (-5,12)

où les statistiques t usuelles associées au test des hypothèses nulles correspondantes figurent entre parenthèses. Nous constatons que l'hypothèse nulle  $b' = 0$  peut être rejetée au seuil de 1% ainsi que l'hypothèse nulle  $c' = 0$ . Il vient alors  $\gamma \neq 0$  et  $\gamma \neq \beta$  ( $\forall \beta$ ) mais  $\beta$  peut être nul. Par conséquent, la conclusion suivant laquelle le PIB réel est intégré d'ordre 1 et suit une tendance quadratique nous semble un peu prématurée.



**Graphique 1** : Différences premières du log du PIB réel marchand CVS et estimation d'une tendance linéaire déterministe sur la période 1963:3-1985:4.

La modification que nous proposons, à savoir effectuer ces tests sur le modèle (21) si l'hypothèse nulle jointe  $H_0^2$  est rejetée, par conséquent si la dérive  $c = \beta$  est effectivement différente de zéro, permet de conclure dans le même cas, sans aucune ambiguïté, *que le PIB réel est intégré d'ordre 1 et suit une tendance quadratique, ou encore que les écarts par rapport à une tendance quadratique déterministe sont stationnaires en différences premières, conclusion à laquelle la stratégie de PERRON ne permet évidemment pas de parvenir.* L'interprétation économique de ce résultat est alors que le taux de croissance du PIB réel est toujours décroissant sur la période considérée (le coefficient de la tendance est significativement négatif), en d'autres termes l'hypothèse nulle acceptée est celle de *la décélération constante de la croissance.* Notons toutefois que l'estimation d'une tendance polynomiale d'ordre supérieur (4, par exemple) semble rendre ce résultat caduc, les résidus de cette estimation paraissent en effet stationnaires à première vue, suggérant ainsi un *dilemme éventuel entre flexibilité de la tendance et racine unitaire.* Tous ces résultats restent cependant à confirmer en utilisant la procédure de test de OULIARIS, PARK et PHILLIPS (1990) qui permet de détecter formellement une racine unitaire tout en maintenant une tendance polynomiale sous l'hypothèse nulle. La spécificité de la stratégie de HENIN et JOBERT réside donc dans l'introduction d'une certaine flexibilité de la tendance qui, dans la procédure de test DF aussi bien que dans celle de PHILLIPS et PERRON, est postulée linéaire. Nous garderons cet élément dans notre approche générale unifiée.



**Graphique 2 : Log du PIB réel marchand CVS aux prix de 1970 sur la période 1963:3-1985:4**

Etant donné que l'hypothèse d'une tendance linéaire pour le PIB réel sur la période globale semble invraisemblable, nous avons découpé cette période en deux sous-périodes, en retenant comme date de rupture le premier choc pétrolier ou plutôt celle de sa manifestation sur l'évolution du PIB réel : 1974:3. Il s'avère que sur la sous-période 1963:3-1974:3, l'hypothèse

nulle d'une racine unitaire peut être rejetée au seuil de 1% ; on note par ailleurs que  $\tilde{\rho} = 0,252$ , la puissance des tests est alors tout à fait satisfaisante (cf. Graphique 2 et Tableau 2). *Il semblerait donc que sur cette sous-période le PIB réel soit stationnaire en écart à une tendance linéaire déterministe (processus TS). La non stationnarité caractérisant le PIB réel serait par conséquent de nature purement déterministe.*

Considérons plus en détail les résultats concernant la seconde sous-période 1974:4-1985:4 pour illustrer l'apport de notre approche unifiée. Appliquons d'abord la stratégie de PERRON : signalons d'abord que l'hypothèse suivant laquelle les résidus estimés du modèle (3) suivent un processus de bruit blanc semble plus difficile à accepter dans cette sous-période : la procédure de PHILLIPS et PERRON prend alors toute sa signification. Nous constatons que les tests unilatéraux à gauche fondés sur les statistiques  $T(\tilde{\rho} - 1)$  et  $t_{\tilde{\rho}}$  ne permettent pas de rejeter l'hypothèse nulle d'une racine unitaire même au seuil de 10% (cf. Graphique 2 et Tableau 3). Cette conclusion est confirmée par les tests fondés sur les statistiques transformées  $Z(\tilde{\rho})$  et  $Z(t_{\tilde{\rho}})$  qui ne paraissent pas affectées par la variation du paramètre de troncature  $l$  ainsi que par le choix de la fenêtre de retard : fenêtre triangulaire ou fenêtre de Parzen, indiquant ainsi la robustesse des résultats. Par ailleurs, les tests joints fondés sur la statistique  $\Phi_3$  et la statistique transformée  $Z(\Phi_3)$  conduisent à accepter l'hypothèse nulle  $H_0^3 : (c, b, \rho) = (c, 0, 1)$  au seuil de 5% [quelque soit la valeur du paramètre de troncature et la fenêtre de retard utilisée en ce qui concerne  $Z(\Phi_3)$ ]. On constate que  $\tilde{\rho} = 0,946$  est proche de 1, par conséquent la puissance des tests est extrêmement faible, il faut donc rester très prudent dans l'interprétation des résultats obtenus. Nous effectuons ensuite le test de l'hypothèse nulle  $H_0^2 : (c, b, \rho) = (0, 0, 1)$  à l'aide de la statistique  $\Phi_2$  et de la statistique transformée  $Z(\Phi_2)$  : nous constatons que nous pouvons la rejeter au seuil de 5% . *Par conséquent le PIB réel suivrait sur cette sous-période un processus de marche au hasard avec dérive (processus DS), autrement dit les écarts par rapport à la tendance linéaire déterministe seraient stationnaires en différences premières. La non stationnarité caractérisant le PIB réel serait par conséquent de nature mixte : déterministe et stochastique.*

Considérons maintenant la stratégie de HENIN et JOBERT (1990) : après avoir accepté l'hypothèse nulle d'une racine unitaire dans le modèle (3) nous estimons le modèle (21) et testons l'hypothèse nulle  $b' = 0$  par les procédures d'inférence traditionnelle. Nous obtenons le résultat suivant :

$$\Delta \hat{y}_t = 0,0106 - 0,0000794t$$

(1,74)            (-0,94)

Il est clair que nous acceptons largement l'hypothèse nulle  $b' = 0$ . Il vient alors  $\gamma = 0$  et  $c' = c = \beta$ . Mais nous ne disposons pas assez d'information pour conclure : en effet, il peut s'agir d'un processus de marche au hasard avec ou sans dérive suivant la valeur de  $\beta$ .

HENIN et JOBERT proposent alors d'effectuer le test de l'hypothèse nulle de la racine unitaire dans le modèle (2) ou (2'). Le résultat est le suivant :

$$\Delta \hat{y}_t = 0,232 - 0,0183y_{t-1}$$

(1,22)    (-1,19)

les tests unilatéraux à gauche fondés sur les statistiques  $T(\tilde{\rho} - 1)$  et  $t_{\tilde{\rho}}$  ne permettent pas de rejeter l'hypothèse nulle d'une racine unitaire même au seuil de 10%. Il faut cependant relever que  $\tilde{\rho} = 0,981$  et que la puissance des tests est faible. Nous estimons alors le modèle (28) et nous testons l'hypothèse nulle  $c' = 0$  par les procédures d'inférence traditionnelle :

$$\Delta \hat{y}_t = 0,00501$$

(4,55)

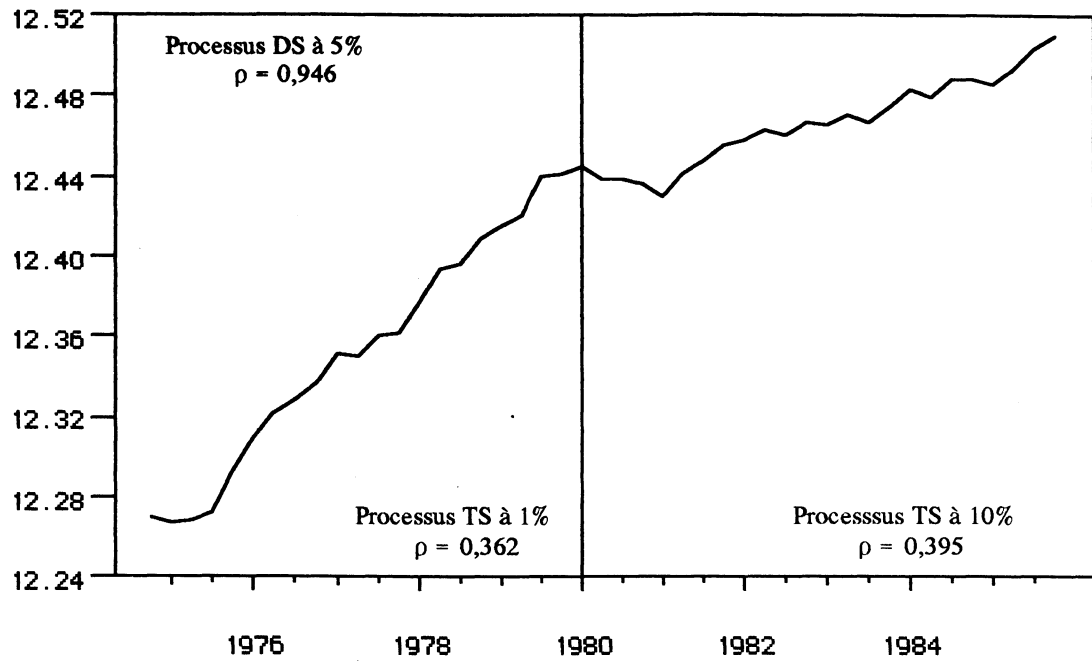
la constante est significativement différente de zéro et nous pouvons alors conclure que *le PIB réel suit un processus de marche au hasard avec dérive (DS) caractérisé par une non stationnarité de nature mixte : déterministe et stochastique.*

Dans notre approche unifiée, nous proposons d'utiliser le résultat du test joint fondé sur la statistique  $\Phi_2$  pour discriminer les processus de marche au hasard potentiels avec ou sans dérive avant même l'estimation du modèle (21). Ce qui nous permet d'atteindre, sans aucune ambiguïté, la même conclusion que précédemment une fois l'hypothèse nulle  $b' = 0$  acceptée dans ce modèle. Cette approche permet donc, dans ce cas de figure, de conclure plus rapidement sans perte d'accuité (cf. Graphique 2).

### 3.2 Une tentative d'interprétation économique.

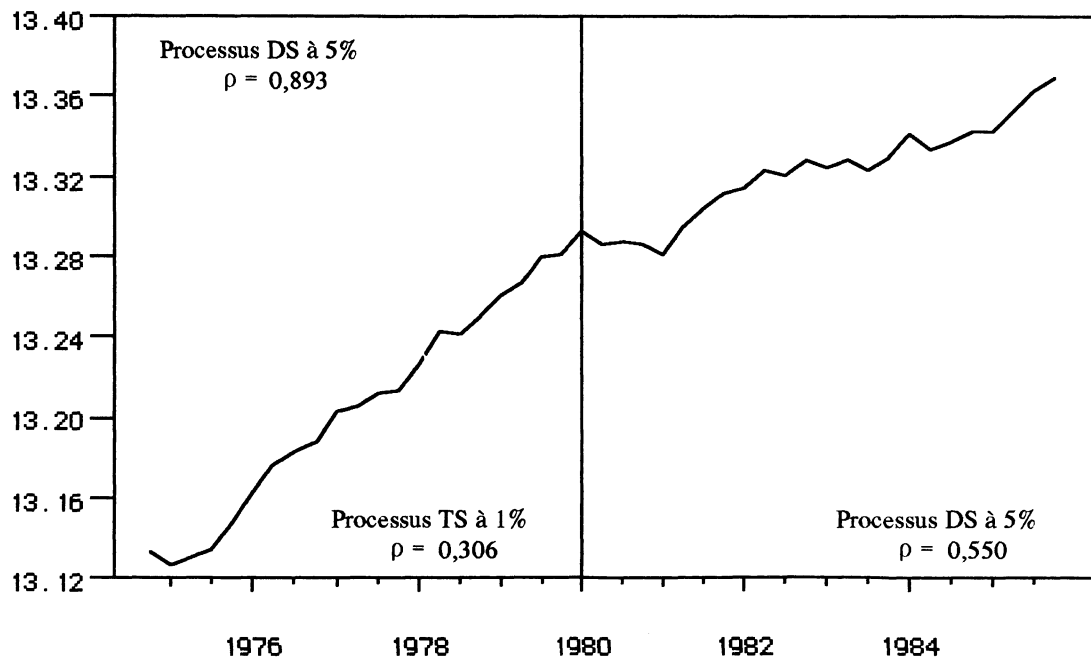
Récapitulons les résultats que nous avons obtenus jusqu'à présent : nous avons accepté l'hypothèse suivant laquelle le PIB réel serait intégré d'ordre 1 et suivrait une tendance quadratique sur la période globale. Ce premier résultat nous a donc permis de remettre en question l'hypothèse de linéarité de la tendance déterministe imposée par les procédures de test DF et PP. Nous avons alors découpé la période globale en deux sous-périodes de part et d'autre de la manifestation du premier choc pétrolier sur l'évolution du PIB réel. Dans la première sous-période, nous avons rejeté l'hypothèse nulle d'une racine unitaire au profit de l'hypothèse alternative de stationnarité en écarts à la tendance linéaire déterministe (TS), tandis que dans la seconde sous-période nous avons accepté cette hypothèse nulle et conclu que le PIB réel suivait un processus de marche au hasard avec dérive (DS). Il est toutefois possible de découper à son tour cette seconde sous-période en deux sous-périodes en retenant comme date de rupture la manifestation du second choc pétrolier sur l'évolution du PIB réel : 1980:1. Il s'avère alors que nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle de la racine unitaire au seuil de 1% ( $\tilde{\rho} = 0,362$ ) sur la sous-période 1974:4-1980:1, mais seulement au seuil de 10% ( $\tilde{\rho} = 0,395$ ) sur la sous-période 1980:2-1985:4 en effectuant les tests unilatéraux à gauche fondés sur la statistique  $t_{\tilde{\rho}}$  (cf. Graphique 3 et Tableaux 4 et 5). Le test joint fondé sur la statistique  $\Phi_3$  nous conduit à rejeter l'hypothèse nulle jointe correspondante dans les deux sous-périodes, au moins au seuil de 5%. Signalons que ces résultats sont confirmés par les tests de la procédure PP. Notons que la taille des échantillons dans ces deux sous-périodes est très réduite, de l'ordre d'une vingtaine d'observations, par conséquent la puissance des tests est faible et ceci peut justifier la différence de seuil constatée ainsi que les résultats contradictoires délivrés par les tests fondés sur les statistiques  $T(\tilde{\rho} - 1)$  et  $Z(\tilde{\rho})$ .





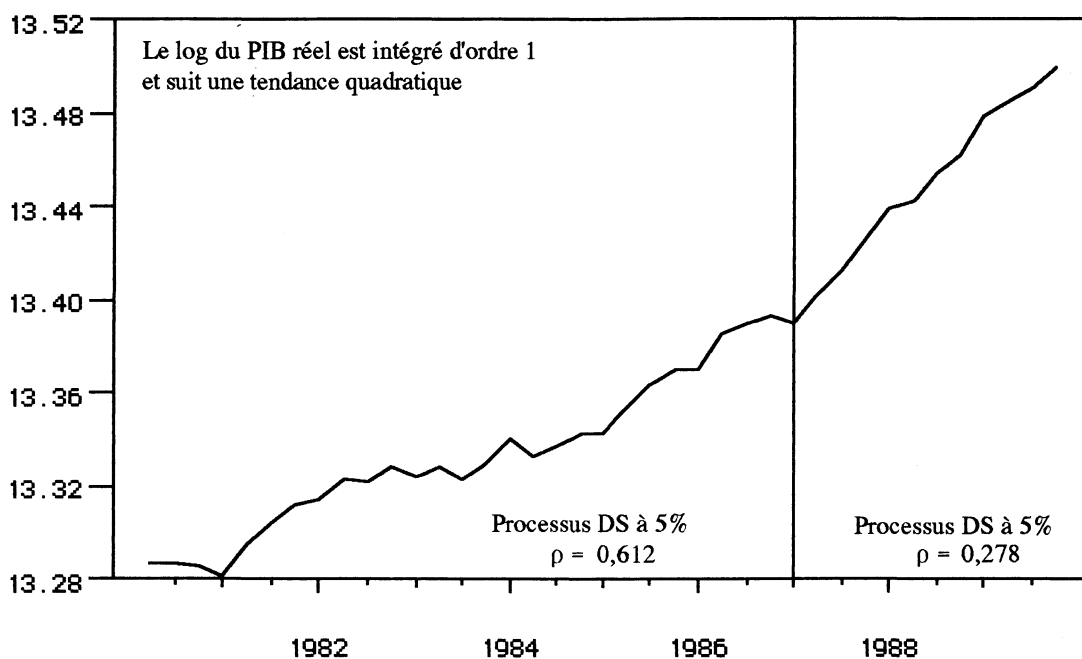
**Graphique 3 : Log du PIB réel marchand CVS aux prix de 1970 sur la période 1974:4-1985:4**

Il nous faut cependant souligner le fait que les tests effectués en estimant le modèle (3) sur cette dernière sous-période mais à l'aide de la série en base 1980 délivrent une réponse contradictoire : en effet nous sommes conduits à accepter très nettement l'hypothèse nulle d'une racine unitaire même au seuil de 10% ( $\tilde{\rho} = 0,550$ ) (cf. Graphique 4 et Tableau 6). Les techniques de calcul utilisées pour obtenir ces séries influeraient-elles sur les résultats des tests de la racine unitaire ?



**Graphique 4 : Log du PIB réel marchand CVS aux prix de 1980 sur la période 1974:4-1985:4**

Il est également intéressant de noter que sur la période 1980:2-1989:4, nous soyons de nouveau conduits à accepter l'hypothèse nulle suivant laquelle le PIB réel est intégré d'ordre 1 et suit une tendance quadratique, i.e. les écarts par rapport à la tendance déterministe quadratique sont stationnaires en différences. Toutefois, en l'occurrence, l'interprétation économique est que le taux de croissance du PIB réel est toujours croissant sur la période considérée (la série des différences premières suit une tendance dont le coefficient est significativement positif), en d'autres termes l'hypothèse nulle acceptée est celle d'une *accélération constante de la croissance* contrairement à ce que l'on avait observé sur la période 1963:3-1985:4 en base 1970. Les découpages effectués sur cette période de part et d'autre du contre-choc pétrolier (entre 1985:1 et 1987:1) ne permettent pas de rejeter l'hypothèse nulle de la racine unitaire comme cela avait été le cas sur la période globale en base 1970 (cf. Graphique 5). Notons toutefois que la taille de la sous-période finale est dans tous les cas extrêmement faible, ne permettant pas de tirer de conclusion fiable des tests effectués.



Graphique 5 : Log du PIB réel marchand CVS aux prix de 1980 sur la période 1980:2-1989:4

Une constatation s'impose au vu de ces premiers résultats : le découpage de la période globale 1963:3-1985:4 en base 1970 en sous-périodes nous a permis d'introduire une certaine flexibilité de la tendance déterministe et l'on peut noter qu'à chaque fois il en a résulté une baisse importante du coefficient estimé  $\tilde{\rho}$ . On est ainsi passé de 0,994 sur la période globale à 0,252 ; 0,362 et 0,395 respectivement sur les trois sous-périodes. Nous avons ainsi pu rejeter l'hypothèse nulle de la racine unitaire sur chacune de ces sous-périodes à des seuils relativement satisfaisants étant donné la faible puissance des tests sur des échantillons de petites taille. *La présence d'une racine unitaire pourrait donc paraître "naturelle" dans une série sur longue période dans la mesure où la probabilité de chocs majeurs et de non linéarité de la tendance est plus forte que sur courte période. Le résultat "intrigant" serait donc de trouver une racine unitaire sur courte période ou de ne pas en trouver une sur longue période* (par exemple NELSON et PLOSSER

pour le taux de chômage aux Etats-Unis sur la période 1890-1970). Nous pourrions déduire de cette constatation : **(a)** qu'il existe un dilemme entre flexibilité de la tendance et racine unitaire et **(b)** que ce sont les chocs pétroliers qui sont responsables de la racine unitaire détectée dans le PIB réel sur la période globale en base 1970. Les résultats obtenus sur la période 1974:4-1985:4 en base 1980 nous conduisent toutefois à modérer notre propos : en effet le découpage effectué sur cette période ne nous a pas permis de rejeter l'hypothèse nulle de la racine unitaire sur la sous-période 1980:2-1985:4 contrairement à celui effectué sur la même sous-période en base 1970. Par ailleurs, les découpages effectués sur la période 1974:4-1989:4 ne nous permettent pas non plus de rejeter cette hypothèse nulle, en attirant de plus notre attention sur une non linéarité éventuelle de la tendance déterministe due à la reprise de la croissance suite, vraisemblablement, pour le moins en partie au contre-choc pétrolier et à la chute du dollar. Seulement, la prise en compte de ce phénomène par un nouveau découpage ne nous permet toujours pas de rejeter l'hypothèse nulle de la racine unitaire sur les sous-périodes débutant en 1980:2 et s'étendant jusqu'en 1987:1 ainsi que sur les sous-périodes finales correspondantes, alors que les valeurs estimées de  $\rho$  sont manifestement inférieures à 1. Doit-on incriminer la faible puissance des tests lié à la faible taille des échantillons ? C'est vraisemblablement l'explication pour la sous-période finale, mais cela est moins sûr pour celle qui précède.

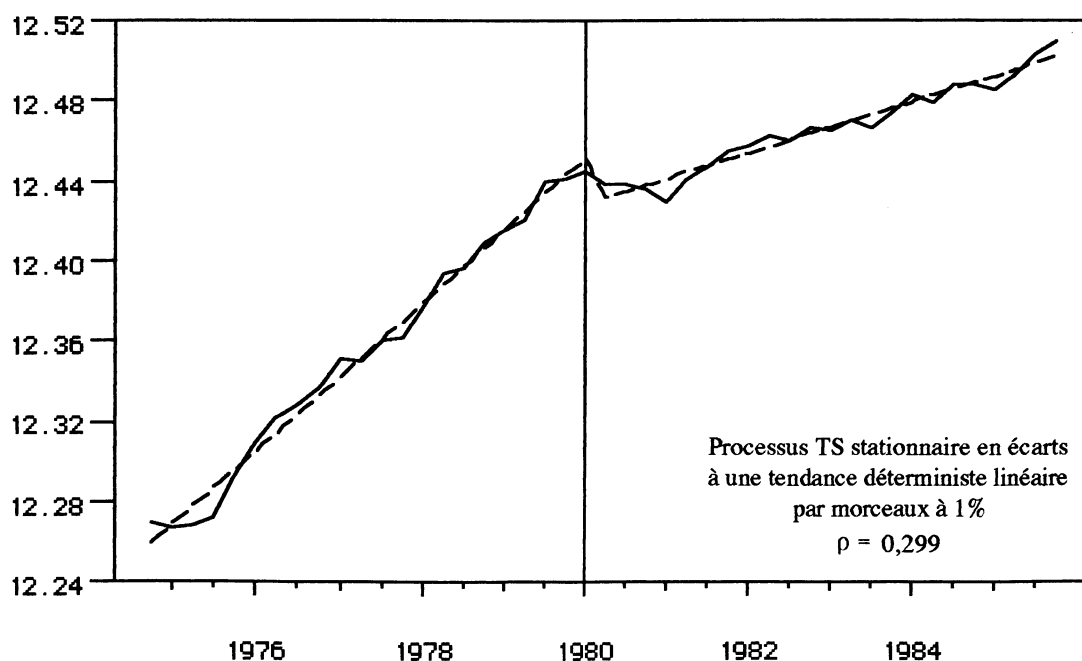
Une approche qui se propose d'éviter la faible puissance des différentes procédures de test de la racine unitaire dans des échantillons de petite taille tout en intégrant explicitement l'effet de chocs majeurs tels que la Grande Crise de 1929 et le premier choc pétrolier a été élaborée par PERRON (1989). La procédure de test qu'il propose lui a permis de conclure dans une étude empirique que la plupart des séries chronologiques macroéconomiques aux Etats-Unis ne seraient pas caractérisées par la présence d'une racine unitaire et que, par conséquent, l'effet des chocs aléatoires frappant ces variables ne serait que transitoire. Seuls deux chocs majeurs auraient eu un effet permanent sur les différentes séries considérées : la Grande Crise de 1929 et le choc pétrolier de 1973. Il va sans dire que cette conclusion va à l'encontre de toute la littérature empirique sur la racine unitaire, y compris l'étude fondamentale de NELSON et PLOSSER (1982) ; elle mérite donc que l'on s'y attache quelque peu.

Notons tout de suite que l'approche de PERRON est fondée sur un postulat particulier qui la différencie de toutes les études antérieures : en effet, il suppose que la Grande Crise et le premier choc pétrolier ne sont pas des réalisations du processus stochastique sous-jacent engendrant les données. Il considère que ces chocs sont donc exogènes. Cette hypothèse d'exogénéité ne doit cependant pas être considérée comme un élément permettant de spécifier un modèle descriptif pour les séries étudiées, mais seulement comme un outil permettant de soustraire l'effet de ces chocs de la fonction de bruit. L'objectif poursuivi par PERRON est de montrer que la plupart des séries macroéconomiques sont stationnaires en écarts à une tendance déterministe si l'on permet une variation de la constante et/ou de la pente de la fonction de tendance suite à un choc majeur. Son approche s'apparente à "l'analyse des interventions" suggérée par BOX et TIAO (1975). D'après cette méthodologie, des phénomènes "aberrants" ou "points extrêmes" peuvent être retirés de la fonction de bruit et modélisés comme des variations ou "interventions" dans la composante déterministe de la série chronologique. Ces "interventions"

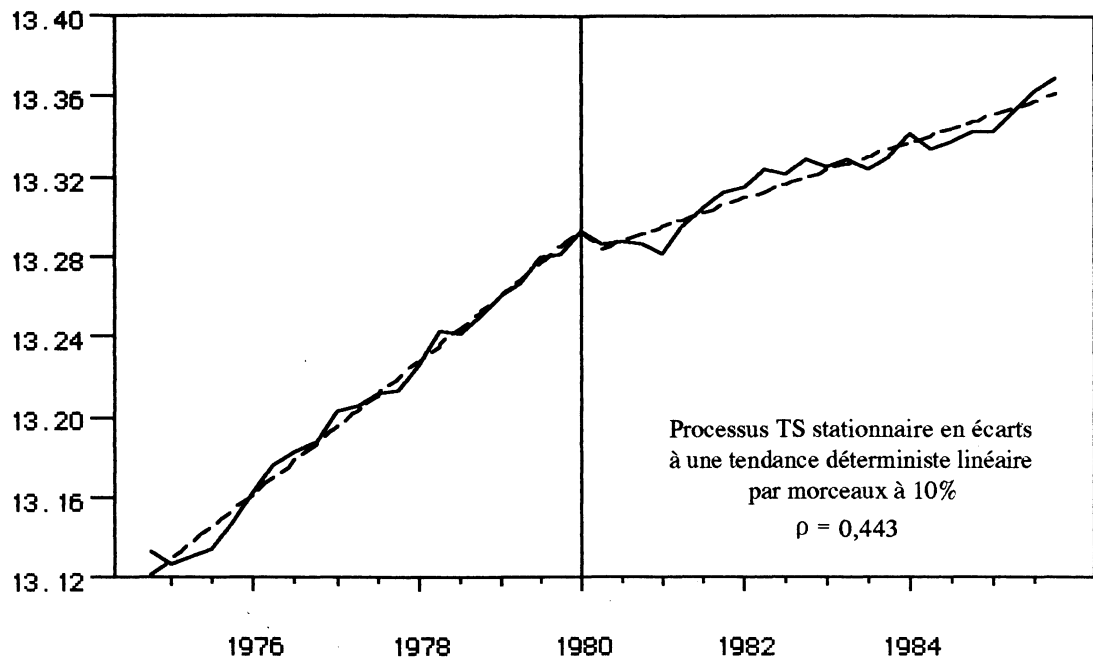
sont supposées survenir à des dates connues ; de manière analogue PERRON suppose que les dates de rupture de la fonction de tendance sont fixes et ne constituent pas une variable aléatoire devant être estimée.

Etant donné la nature des résultats empiriques que nous avons présentés supra, il nous a paru intéressant d'appliquer la procédure de test de PERRON au PIB réel marchand CVS en France. Nous nous limiterons dans ce travail à donner quelques résultats obtenus à l'aide de cette procédure sans en approfondir la formalisation. Notons cependant que la procédure de PERRON ne permet de traiter qu'un seul choc exogène par série, nous avons donc découpé nos séries de manières à n'avoir qu'un seul choc à la fois (il est en effet apparu que l'hypothèse d'un seul choc exogène - le premier choc pétrolier - ne nous permette pas de rejeter l'hypothèse nulle de la racine unitaire sur la période globale en base 1970 par exemple).

Il semblerait ainsi que, si l'on suppose que les deux chocs pétroliers ne sont pas des réalisations stochastiques du processus stochastique sous-jacent engendrant la série du PIB réel et sont donc exogènes, nous puissions rejeter, au seuil de 1%, l'hypothèse nulle de la racine unitaire au profit de l'hypothèse alternative suivant laquelle le PIB réel est stationnaire en écarts à une tendance déterministe linéaire par morceaux sur les périodes 1963:3-1980:1 (rupture 1974:3) et 1974:4-1985:4 (rupture 1980:1) en base 1970 (cf. Graphique 6). Il semblerait même que sur cette dernière sous-période en base 1980 (rupture 1980:1), nous puissions également rejeter l'hypothèse nulle de la racine unitaire même si ce n'est qu'au seuil de 10% (cf. Graphique 7). La contradiction qui était précédemment apparue entre les résultats obtenus sur les séries dans les deux bases est donc résorbée. L'interprétation économique de ces résultats est alors la suivante : *la non stationnarité caractérisant le PIB réel est de nature purement déterministe, l'effet des chocs aléatoires frappant l'économie est généralement transitoire, seuls les deux chocs pétroliers majeurs ont un effet permanent sur l'évolution du PIB réel sur les périodes considérées.*



**Graphique 6** : Log du PIB réel marchand CVS aux prix de 1970 sur la période 1974:4-1985:4 (rupture 1980:1) et estimation d'une tendance linéaire par morceaux.



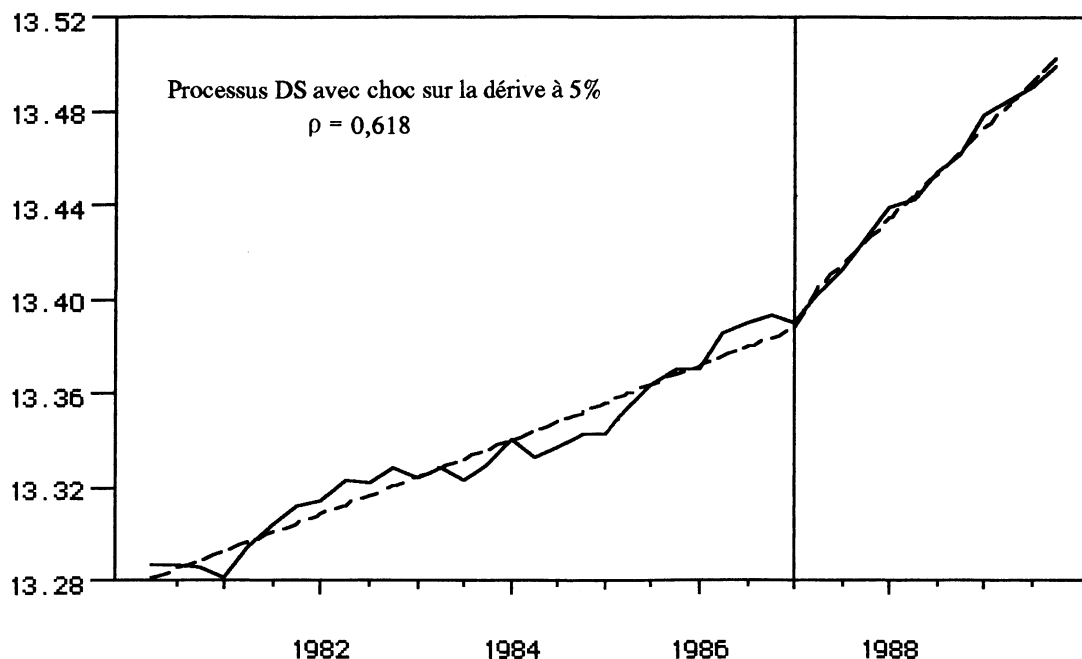
**Graphique 7 :** Log du PIB réel marchand CVS aux prix de 1980 sur la période 1974:4-1985:4 (rupture 1980:1) et estimation d'une tendance linéaire par morceaux.

Par contre il semble que nous puissions accepter l'hypothèse nulle de la racine unitaire sur la période 1974:4-1989:4 (rupture 1980:1 / base 1980) au seuil de 5%. Le PIB réel admettrait, par conséquent, une racine unitaire sur cette période et suivrait un processus de marche au hasard avec choc sur la dérive.

En outre, il s'avère que *même si nous supposons que le contre-choc pétrolier est exogène*, nous ne puissions rejeter, même au seuil de 10%, l'hypothèse nulle de la racine unitaire au profit de l'hypothèse alternative suivant laquelle le PIB réel est stationnaire en écarts à une tendance déterministe linéaire par morceaux sur la période 1980:2-1989:4 (rupture 1985:1 à 1987:1 / base 1980) (cf. Graphique 8).

Ces résultats peuvent être dus à la faible puissance des tests, par conséquent, il faut rester très prudent quant à l'interprétation qu'il faut leur donner sur le plan économique. Il semblerait tout de même que la non stationnarité caractérisant le PIB réel sur ces périodes est de nature mixte : déterministe et stochastique ; l'effet de tous les chocs aléatoires frappant l'économie est permanent et non uniquement l'effet de chocs majeurs tels que le second choc pétrolier.

*Notre conclusion générale est alors la suivante : il semblerait que l'on soit passé, vers le milieu des années 80, d'une non stationnarité de nature déterministe (TS), caractérisant le PIB réel jusque là, à une non stationnarité de nature mixte : déterministe et stochastique (DS). L'implication majeure de ce changement structurel profond serait que les chocs aléatoires frappant l'économie ont désormais un effet permanent sur la trajectoire future du PIB réel, alors que leur effet n'était que transitoire jusque là. Ce résultat semble cohérent avec l'instabilité générale observée sur cette période et la prédominance des résultats rapportant la présence de racines unitaires pour de nombreuses variables dans la littérature empirique.*



**Graphique 8** : Log du PIB réel marchand CVS aux prix de 1980 sur la période 1980:2-1989:4 (rupture 1987:1) et estimation d'une tendance linéaire par morceaux.

Rappelons que la procédure de test de PERRON ne permet de traiter qu'un seul choc exogène par série : ceci peut se justifier intuitivement par le fait que les modèles à tendance linéaire par morceaux constituent un cas intermédiaire entre les modèles TS à tendance linéaire n'intégrant aucun choc et les modèles DS qui peuvent s'interpréter comme intégrant un choc pour tout  $t$  (REICHLIN et RAPPOPORT 1989). La multiplication des chocs exogènes nous rapprocherait donc artificiellement d'un modèle DS et réduirait l'intérêt de cette approche. Nous avons néanmoins supposé dans notre étude que trois chocs pouvaient être considérés comme exogènes et effectué les découpages requis pour pouvoir appliquer la procédure de PERRON. Il nous semble que cette démarche, sans être très rigoureuse sur le plan théorique, nous a tout de même permis de dégager certains résultats descriptifs, certes conditionnés par l'hypothèse d'exogénéité de chocs survenant à des dates connues. Notre étude ne peut être considérée que comme une étape exploratoire donnant un éclairage particulier au problème plus fondamental de la modélisation suivant un schéma explicatif des séries chronologiques macroéconomiques.

Signalons pour finir que tous les tests effectués n'ont qu'une justification asymptotique, nous disposons certes des valeurs critiques des distributions empiriques dans des échantillons de taille finie des statistiques de DICKEY et FULLER mais nous avons vu que seules les valeurs critiques des distributions asymptotiques de ces statistiques pouvaient être utilisées dans la procédure de test PP (PERRON 1988, p.307). Nous ne disposons de même, que des valeurs critiques asymptotiques des statistiques utilisées dans la procédure de test de PERRON (1989). Par conséquent l'utilisation de ces procédures de test dans des échantillons de taille finie, avec relativement peu d'observations, demande une grande prudence quant à l'interprétation des résultats obtenus en l'absence de plus amples informations sur leur comportement effectif dans de tels échantillons.

### **Conclusion.**

Nous avons donc développé une stratégie cohérente intégrant les approches de PERRON (1988) et de HENIN et JOBERT (1990) qui dicte une règle de conduite qui nous semble opérationnelle et efficace dans les travaux empiriques. Elle permet dans certain cas de figure de conclure plus rapidement sans perte d'acuité. Une caractéristique importante de cette stratégie est qu'elle permet éventuellement d'attirer l'attention sur la présence simultanée d'une tendance quadratique et d'une racine unitaire dans le processus engendrant la série chronologique, caractéristique qu'elle doit à la stratégie de HENIN et JOBERT.

Nous avons fait une étude comparative de ces trois stratégies de test dans une étude empirique sur le PIB réel marchand CVS en France sur la période 1963:3 -1985:4 (base 1970) et 1974:4 -1989:4 (base 1980) : il apparaît qu'en appliquant la stratégie proposée sur la période globale en base 1970, nous pouvons "accepter l'hypothèse nulle" suivant laquelle le PIB réel est intégré d'ordre 1 et suit une tendance quadratique, conclusion à laquelle on ne peut évidemment parvenir à l'aide de la stratégie de PERRON qui dans ce même cas de figure délivre une réponse pour le moins ambiguë (on accepte l'hypothèse nulle unilatérale à gauche, on rejette l'hypothèse nulle jointe  $H_0^3$  : processus de marche au hasard avec dérive ?). L'interprétation économique de ce résultat est alors que le taux de croissance du PIB réel est toujours décroissant sur la période considérée (décélération constante de la croissance). Notons cependant que l'estimation d'une tendance polynomiale d'ordre supérieur (4, par exemple) semble rendre ce résultat caduc (les résidus paraissent stationnaires à première vue), faisant ainsi apparaître un dilemme entre flexibilité de la tendance et racine unitaire.

Cette flexibilité de la tendance peut aussi être introduite à l'aide de modèles à tendances segmentées (PERRON, 1989) tenant pour exogènes certains chocs majeurs (chocs pétroliers). Le fait que nous ayons pu accepter l'hypothèse suivant laquelle le PIB réel serait stationnaire autour d'une tendance déterministe sur certaines sous-périodes délimitées par ces chocs, nous a conduit à considérer cette dernière approche. Il semblerait ainsi que si l'on suppose que les deux chocs pétroliers ne sont pas des réalisations du processus stochastique engendrant la série du PIB réel et sont donc exogènes, nous puissions accepter l'hypothèse suivant laquelle le PIB réel est en fait stationnaire autour d'une tendance déterministe segmentée. Par contre, il s'avère que même si nous supposons que le contre-choc pétrolier est exogène, nous ne puissions accepter cette hypothèse sur la période 1980:2-1989:4 (base 1980). Ceci peut être dû à la faible puissance du test, par conséquent, il faut rester très prudent quant à l'interprétation qu'il faut donner à ce résultat sur le plan économique. *Il semblerait néanmoins que vers le milieu des années 80, on soit passé d'une non stationnarité de nature purement déterministe (TS), caractérisant le PIB réel jusque là, à une non stationnarité de nature mixte : déterministe et stochastique (DS). L'implication majeure de ce changement structurel profond serait que les chocs aléatoires frappant l'économie ont désormais un effet permanent sur la trajectoire future du PIB réel, alors que leur effet n'était que transitoire jusque là.* Ce résultat semble cohérent avec l'instabilité générale observée sur cette période (perturbations de la sphère financière) et la prédominance des résultats rapportant la présence de racines unitaires pour de nombreuses variables dans la littérature empirique.

Echantillon 1963:3 1985:4		Nb. d'observations : 90													
Modèle (3)		$\tilde{\rho} = 0,994$													
DF		PP	1=1	1=2	1=3	1=4	1=5	1=6	1=7	1=8	1=9	1=10	1=11	1=12	
$T(\tilde{\rho} - 1)$	-0,57	<b>a</b> $Z(\tilde{\rho})$	-0,43	-0,47	-0,54	-0,51	-0,49	-0,46	-0,44	-0,41	-0,40	-0,39	-0,38	-0,37	
		<b>b</b> $Z(\tilde{\rho})$	-0,54	-0,48	-0,44	-0,45	-0,48	-0,50	-0,51	-0,50	-0,49	-0,47	-0,46	-0,44	
$t_{\tilde{\rho}}$	-0,44	<b>a</b> $Z(t_{\tilde{\rho}})$	-0,36	-0,39	-0,42	-0,41	-0,40	-0,38	-0,37	-0,35	-0,34	-0,34	-0,33	-0,33	
		<b>b</b> $Z(t_{\tilde{\rho}})$	-0,44	-0,39	-0,37	-0,37	-0,39	-0,40	-0,41	-0,40	-0,40	-0,39	-0,38	-0,37	
$\Phi_3$	13,12	<b>a</b> $Z(\Phi_3)$	15,56	14,68	13,59	14,03	14,37	15,01	15,41	16,09	16,36	16,59	16,69	16,93	
		<b>b</b> $Z(\Phi_3)$	13,56	14,49	15,44	15,19	14,55	14,17	14,05	14,15	14,39	14,71	15,06	15,42	
$\Phi_2$	51,46	<b>a</b> $Z(\Phi_2)$	16,21	57,70	53,37	55,13	56,48	59,04	60,62	63,34	64,43	65,34	65,75	66,69	
		<b>b</b> $Z(\Phi_2)$	53,23	56,94	60,73	59,75	57,20	55,68	55,20	55,58	56,53	57,82	59,24	60,66	

TABLEAU 1

Echantillon 1963:3 1974:3		Nb. d'observations : 45													
Modèle (3)		$\tilde{\rho} = 0,252$													
DF		PP	1=1	1=2	1=3	1=4	1=5	1=6	1=7	1=8	1=9	1=10	1=11	1=12	
$T(\tilde{\rho} - 1)$	-33,64	<b>a</b> $Z(\tilde{\rho})$	-32,79	-35,43	-39,00	-40,24	-40,88	-41,25	-41,38	-41,19	-41,60	-41,33	-41,19	-40,87	
		<b>b</b> $Z(\tilde{\rho})$	-32,06	-32,43	-33,41	-35,19	-37,37	-39,22	-40,61	-41,55	-42,14	-42,48	-42,68	-42,78	
$t_{\tilde{\rho}}$	-4,89	<b>a</b> $Z(t_{\tilde{\rho}})$	-4,85	-4,96	-5,12	-5,17	-5,20	-5,21	-5,22	-5,21	-5,23	-5,22	-5,21	-5,20	
		<b>b</b> $Z(t_{\tilde{\rho}})$	-4,82	-4,84	-4,88	-4,95	-5,05	-5,13	-5,19	-5,23	-5,25	-5,27	-5,27	-5,28	
$\Phi_3$	12,30	<b>a</b> $Z(\Phi_3)$	12,13	12,62	13,13	13,27	13,34	13,38	13,40	13,38	13,42	13,39	13,38	13,34	
		<b>b</b> $Z(\Phi_3)$	11,98	12,06	12,26	12,58	12,91	13,15	13,31	13,42	13,48	13,51	13,53	13,54	
$\Phi_2$	73,58	<b>a</b> $Z(\Phi_2)$	75,89	69,20	62,07	59,99	58,98	58,42	58,22	58,50	57,90	58,29	58,51	58,99	
		<b>b</b> $Z(\Phi_2)$	78,03	76,94	74,20	69,75	65,10	61,69	59,40	57,96	57,11	56,62	56,35	56,22	

TABLEAU 2

Notes : Tests effectués sur le PIB réel marchand CVS aux prix de 1970.

(a) : Utilisation de la fenêtre triangulaire dans l'estimation de  $\tilde{\sigma}_{T1}^2$ . (b) : Utilisation de la fenêtre de PARZEN dans l'estimation de  $\tilde{\sigma}_{T1}^2$ .

En gras : on rejette l'hypothèse nulle correspondante au seuil de 5%.

Les valeurs critiques se trouvent dans FULLER (1976) et DICKEY et FULLER (1981).

Les tests de la procédure PP sont effectués à l'aide des valeurs critiques asymptotiques.



Echantillon 1974:4 1985:4		Nb. d'observations : 45													
Modèle (3)		$\tilde{\rho} = 0,946$													
DF		PP	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10	l=11	l=12	
$T(\tilde{\rho} - 1)$	-2,43	<sup>a</sup> $Z(\tilde{\rho})$	-2,73	-3,21	-3,45	-3,32	-3,22	-3,03	-2,92	-2,82	-2,72	-2,75	-2,74	-2,71	
		<sup>b</sup> $Z(\tilde{\rho})$	-2,24	-2,49	-2,86	-3,18	-3,41	-3,51	-3,51	-3,44	-3,35	-3,24	-3,13	-3,03	
$t_{\tilde{\rho}}$	-1,01	<sup>a</sup> $Z(t_{\tilde{\rho}})$	-1,08	-1,19	-1,23	-1,21	-1,19	-1,15	-1,13	-1,10	-1,08	-1,09	-1,09	-1,08	
		<sup>b</sup> $Z(t_{\tilde{\rho}})$	-0,97	-1,03	-1,11	-1,18	-1,23	-1,25	-1,25	-1,23	-1,21	-1,19	-1,17	-1,15	
$\Phi_3$	0,95	<sup>a</sup> $Z(\Phi_3)$	0,98	1,01	1,02	1,01	1,01	1,00	0,99	0,98	0,98	0,98	0,98	0,97	
		<sup>b</sup> $Z(\Phi_3)$	0,93	0,96	0,99	1,00	1,02	1,02	1,02	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00	
$\Phi_2$	7,53	<sup>a</sup> $Z(\Phi_2)$	6,90	6,11	5,78	5,95	6,09	6,38	6,56	6,74	6,92	6,87	6,88	6,94	
		<sup>b</sup> $Z(\Phi_2)$	8,01	7,41	6,67	6,15	5,83	5,71	5,70	5,78	5,91	6,06	6,22	6,37	

TABLEAU 3

Echantillon 1974:4 1980:1		Nb. d'observations : 22													
Modèle (3)		$\tilde{\rho} = 0,362$													
DF		PP	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10	l=11	l=12	
$T(\tilde{\rho} - 1)$	-14,04	<sup>a</sup> $Z(\tilde{\rho})$	-14,18	-14,38	-14,35	-13,87	-13,56	-13,04	-12,43	-12,03	-11,84	-11,83	-11,79	-11,65	
		<sup>b</sup> $Z(\tilde{\rho})$	-13,42	-13,80	-14,46	-14,48	-14,34	-14,11	-13,81	-13,46	-13,09	-13,09	-12,74	-12,44	
$t_{\tilde{\rho}}$	-4,64	<sup>a</sup> $Z(t_{\tilde{\rho}})$	-4,62	-4,59	-4,59	-4,67	-4,74	-4,88	-5,10	-5,31	-5,42	-5,43	-5,46	-5,56	
		<sup>b</sup> $Z(t_{\tilde{\rho}})$	-4,77	-4,68	-4,60	-4,57	-4,57	-4,59	-4,63	-4,68	-4,76	-4,86	-4,97	-5,10	
$\Phi_3$	11,99	<sup>a</sup> $Z(\Phi_3)$	11,85	11,66	11,69	12,19	12,59	13,46	14,91	16,28	17,09	17,13	17,34	18,06	
		<sup>b</sup> $Z(\Phi_3)$	12,80	12,27	11,78	11,59	11,57	11,70	11,92	12,26	12,74	13,36	14,08	14,89	
$\Phi_2$	19,72	<sup>a</sup> $Z(\Phi_2)$	19,27	18,70	18,78	20,30	21,50	24,00	28,01	31,75	33,93	34,05	34,61	36,52	
		<sup>b</sup> $Z(\Phi_2)$	22,11	20,56	19,05	18,48	18,43	18,81	19,50	20,52	21,93	23,70	25,74	27,96	

TABLEAU 4

Notes : Tests effectués sur le PIB réel marchand CVS aux prix de 1970.

(a) : Utilisation de la fenêtre triangulaire dans l'estimation de  $\tilde{\sigma}_{T1}^2$ . (b) : Utilisation de la fenêtre de PARZEN dans l'estimation de  $\tilde{\sigma}_{T1}^2$ .

En gras : on rejette l'hypothèse nulle correspondante au seuil de 5%. En italique : on rejette l'hypothèse nulle correspondante au seuil de 10%.

Les valeurs critiques se trouvent dans FULLER (1976) et DICKEY et FULLER (1981).

Les tests de la procédure PP sont effectués à l'aide des valeurs critiques asymptotiques.

Echantillon 1980:2 1985:4		Nb. d'observations : 23													
Modèle (3)		$\tilde{\rho} = 0,395$													
DF		PP	1=1	1=2	1=3	1=4	1=5	1=6	1=7	1=8	1=9	1=10	1=11	1=12	
$T(\tilde{\rho} - 1)$	-13,91	<sup>a</sup> $Z(\tilde{\rho})$	-12,88	-12,43	-11,50	-10,53	-9,66	-9,21	8,91	-8,49	-8,07	-7,89	-7,75	-7,36	
		<sup>b</sup> $Z(\tilde{\rho})$	-12,83	-12,86	-12,78	-12,46	-11,92	-11,27	-10,58	-9,96	-9,43	-8,97	-8,57	-8,23	
$t_{\tilde{\rho}}$	-3,43	<sup>a</sup> $Z(t_{\tilde{\rho}})$	-3,39	-3,38	-3,37	-3,38	-3,42	-3,46	-3,50	-3,58	-3,69	-3,75	-3,80	-4,00	
		<sup>b</sup> $Z(t_{\tilde{\rho}})$	-3,39	-3,39	-3,39	-3,38	-3,37	-3,37	-3,38	-3,40	-3,44	-3,49	-3,56	-3,64	
$\Phi_3$	7,59	<sup>a</sup> $Z(\Phi_3)$	7,71	7,80	8,10	8,61	9,38	9,98	10,49	11,39	12,67	13,37	13,99	16,33	
		<sup>b</sup> $Z(\Phi_3)$	7,72	7,72	7,73	7,80	7,94	8,20	8,57	9,07	9,67	10,37	11,19	12,12	
$\Phi_2$	7,97	<sup>a</sup> $Z(\Phi_2)$	8,47	8,76	9,52	10,68	12,27	13,43	14,41	16,08	18,45	19,71	20,84	25,04	
		<sup>b</sup> $Z(\Phi_2)$	8,50	8,48	8,53	8,73	9,14	9,75	10,60	11,64	12,83	14,18	15,73	17,44	

TABLEAU 5

Tests effectués sur le PIB réel marchand CVS aux prix de 1970.

Echantillon 1980:2 1985:4		Nb. d'observations : 23													
Modèle (3)		$\tilde{\rho} = 0,550$													
DF		PP	1=1	1=2	1=3	1=4	1=5	1=6	1=7	1=8	1=9	1=10	1=11	1=12	
$T(\tilde{\rho} - 1)$	-10,34	<sup>a</sup> $Z(\tilde{\rho})$	-9,91	-10,80	-11,55	-11,62	-11,12	-10,52	-9,75	-8,75	-7,62	-6,67	-5,81	-4,89	
		<sup>b</sup> $Z(\tilde{\rho})$	-9,17	-9,54	-10,13	-10,76	-11,31	-11,65	-11,74	-11,61	-11,30	-10,84	-10,27	-9,62	
$t_{\tilde{\rho}}$	-2,44	<sup>a</sup> $Z(t_{\tilde{\rho}})$	-2,40	-2,49	-2,56	-2,57	-2,52	-2,46	-2,38	-2,28	-2,16	-2,05	-1,95	-1,85	
		<sup>b</sup> $Z(t_{\tilde{\rho}})$	-2,32	-2,36	-2,42	-2,48	-2,54	-2,57	-2,58	-2,57	-2,54	-2,49	-2,44	-2,37	
$\Phi_3$	3,84	<sup>a</sup> $Z(\Phi_3)$	3,78	3,91	4,03	4,04	3,96	3,87	3,76	3,64	3,56	3,55	3,64	3,89	
		<sup>b</sup> $Z(\Phi_3)$	3,68	3,73	3,81	3,90	3,99	4,05	4,07	4,04	3,99	3,92	3,83	3,74	
$\Phi_2$	5,35	<sup>a</sup> $Z(\Phi_2)$	5,45	5,26	5,15	5,14	5,21	5,32	5,49	5,82	6,38	7,10	8,06	9,72	
		<sup>b</sup> $Z(\Phi_2)$	5,67	5,55	5,40	5,27	5,18	5,14	5,13	5,14	5,18	5,26	5,37	5,53	

TABLEAU 6

Tests effectués sur le PIB réel marchand aux prix de 1980.

Notes : (a) : Utilisation de la fenêtre triangulaire dans l'estimation de  $\tilde{\sigma}_{T1}^2$ . (b) : Utilisation de la fenêtre de PARZEN dans l'estimation de  $\tilde{\sigma}_{T1}^2$ .

En gras : on rejette l'hypothèse nulle correspondante au seuil de 5%. En italique : on rejette l'hypothèse nulle correspondante au seuil de 10%.

Les valeurs critiques se trouvent dans FULLER (1976) et DICKEY et FULLER (1981).

Les tests de la procédure PP sont effectués à l'aide des valeurs critiques asymptotiques.

**Références bibliographiques.**

- Akaike, H. (1974) "A New Look at the Statistical Model Identification." *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-19, p.716-723.
- Beveridge, S. et C.R. Nelson (1981) "A New Approach to the Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transient Components with Particular Attention to Measurement of the Business Cycle." *Journal of Monetary Economics*, 7, p.151-174.
- Billingsley, P. (1968) *Convergence of probability measures*. John Wiley, New-York, 253 p.
- Box, G.E.P. et G.M. Jenkins (1976) *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. Holden Day, San Francisco (édition révisée).
- Box, G.E.P. et D.A. Pierce (1970) "Distribution of Residual Autocorrelation in ARIMA Time Series Models." *Journal of the American Statistical Association*, 65, p.1509-1526.
- Box, G.E.P. et G.C. Tiao (1975) "Intervention Analysis with Applications to Economic and Environmental Problems." *Journal of the American Statistical Association*, 70, p.70-79.
- Dickey, D.A. (1976) *Estimation and Hypothesis Testing for Non Stationary Time Series*. Ph.D. Thesis, Iowa State University, Ames.
- Dickey, D.A. (1984) "Powers of Unit Root tests." in *Proceedings of the Business and Economic Statistics Section, American Statistical Association*, p. 489-493.
- Dickey, D.A. et W.A. Fuller (1979) "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root." *Journal of the American Statistical Association*, 74, p. 427-431.
- Dickey, D.A. et W.A. Fuller (1981) "Likelihood Ratio Tests for Autoregressive Time Series with a Unit Root." *Econometrica*, 49, p.1057-1072.
- Dickey, D.A., W.R. Bell et R.B. Miller (1986) "Unit Roots in Time Series Models : Tests and Implications." *The American Statistician*, 40, p.12-26.
- Durbin, J. (1970) "Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression when some of the Regressors are Lagged Dependant Variables." *Econometrica*, 38, p.410-421.
- Fuller W.A. (1976) *Time Series*. John Wiley, New-York.
- Haldrup, N. (1990) *Tests for Unit Roots with a Maintained Trend when the True Data Generating Process is a Random Walk with Drift*. Document de travail n°1990-22, Institute of Economics, University of Aarhus, 53 p.
- Henin P.Y. (1989a) "Bilans et essais sur la non-stationnarité des séries macroéconomiques : tendances, cycles et persistance." *Revue d'Economie Politique*, n°5, p.661-691.
- Henin P.Y. (1989b) "Une macroéconomie sans monnaie pour les années 90 ? Revue critique des travaux théoriques et empiriques sur les cycles réels." *Revue d'économie politique*, n°4, p.531-596.
- Henin P.Y. et T. Jobert (1990) "Persistance du chômage et hystérèse : une étude économétrique comparative." in : *Modélisation du marché du travail, Actes du Colloque I*, Association d'Econométrie Appliquée, Strasbourg, décembre 1990, p.235-250.
- Kydland , F. et E.C. Prescott (1982) "Time to build and Aggregate Fluctuations." *Econometrica*, 50, p. 1345-1370.

- Ljung, G.M. et G.E.P. Box (1978) "On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models." *Biometrika*, 65, p.297-303.
- Nelson C.R. et C.I. Plosser (1982) "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series : Some Evidence and Implications." *Journal of Monetary Economics*, 10, p.139-162.
- Newey, N.K. et K.D. West (1987) "A Simple Positive Definite Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix." *Econometrica*, 55, p.703-708.
- Ouliaris, S., Park, J.Y. et P.C.B. Phillips (1990) "Testing for a unit root in the presence of a maintained trend." in *Advances in Econometrics and Modelling*, B. Raj eds., Kluwer Academic Publishers, Londre 1990.
- Perron, P. (1988) "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series : Further Evidence from a New Approach." *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, p.297-332.
- Perron, P. (1989) "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis." *Econometrica*, 57, p.1361-1401.
- Phillips, P.C.B. (1987) "Time Series Regression with a Unit Root." *Econometrica*, 55, p.277-301.
- Phillips, P.C.B. et P. Perron (1988) " Testing for a Unit Root in Time Series Regression." *Biometrika*, 75, p.347-353.
- Rappoport, P. et L. Reichlin (1989) "Segmented Trends and Non Stationnary Time Series." *Economic Journal*, 99, p.168-177, (Conference 1989).
- Said, S.E et D.A. Dickey (1984) "Testing for Unit Roots in ARMA Models of Unknown Order." *Biometrika*, 71, p.599-607.
- Schwarz, G. (1978) "Estimating the Dimension of a Model." *Annals of Statistics*, 6, p.461-464.
- Stulz, R.M. et W. Wasserfallen (1985) "Macroeconomic Time Series, Business Cycles and Macroeconomic Policies." in *Understanding Monetary Regimes*, Karl Brunner et Allan H. Meltzer, eds. Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, 22, p.9-54.
- West, K.D (1987) "A Note on the Power of Least Squares tests for a Unit Root." *Economic Letters*, 24, p.249-252.

### **Notes des Organigrammes :**

\*1 : Quelque soit le modèle estimé, il faut tester l'hypothèse suivant laquelle les résidus estimés suivent un processus de bruit blanc. Nous suggérons à cet égard l'utilisation de la statistique  $h$  ou  $t$  de DURBIN (1970), l'inspection des autocorrélations estimées de la série des résidus et l'utilisation de la statistique  $Q_K$  de BOX-PIERCE (1970) ou LJUNG-BOX (1978). Si cette hypothèse est rejetée et que les erreurs estimées sont autocorrélées, nous ne pouvons plus appliquer la procédure de test DF. Il nous faut alors appliquer la procédure de test ADF, si les erreurs estimées admettent une représentation purement autorégressive, ou de PHILLIPS et PERRON (1988).

\*2 : Dans le cas où l'hypothèse nulle  $H_0$  et l'hypothèse nulle jointe relative au modèle considéré ont pu être rejetées, il nous faut vérifier que  $\rho$  est bien différent de zéro pour écarter les cas triviaux décrits dans le texte.

