



HAL
open science

Distances, espaces et représentations (une revue)

Jean-Marie Huriot, Jacky Perreur

► **To cite this version:**

Jean-Marie Huriot, Jacky Perreur. Distances, espaces et représentations (une revue). [Rapport de recherche] Institut de mathématiques économiques (IME). 1990, 35 p., ref. bib.: 5 p.1/4. hal-01541305

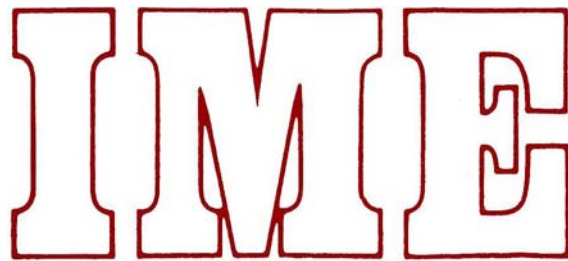
HAL Id: hal-01541305

<https://hal.science/hal-01541305v1>

Submitted on 19 Jun 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



INSTITUT DE MATHÉMATIQUES ÉCONOMIQUES

LATEC C.N.R.S. URA 342

DOCUMENT de TRAVAIL



UNIVERSITE DE BOURGOGNE

FACULTE DE SCIENCE ECONOMIQUE ET DE GESTION

4, boulevard Gabriel - 21000 DIJON - Tél. 80 39 54 30 - Fax 80 39 56 48

ISSN : 0292-2002

9002

DISTANCES, ESPACES ET REPRESENTATIONS

Une revue

Jean-Marie HURIOT et Jacky PERREUR

DISTANCES, ESPACES ET REPRESENTATIONS

UNE REVUE¹

Par Jean-Marie Huriot² et Jacky Perreur³

Université de Bourgogne.

"Si nous pouvions mesurer la distance qui nous sépare de ceux que nous croyons le plus proche, nous aurions peur."

(Cocteau, La difficulté d'être.)

"Localiser un objet, cela veut dire simplement se représenter les mouvements qu'il faudrait faire pour l'atteindre."

"Mais, étant donné un objet, on peut concevoir plusieurs séries différentes de mouvements qui permettent également de l'atteindre".

(Poincaré, La valeur de la science.)

INTRODUCTION.

La distance est la conséquence de la multiplicité. C'est ce qui établit la séparation entre soi et les autres, c'est ce qui permet de distinguer des objets coexistants indépendamment de leurs qualités intrinsèques (Bergson, 1898, 70-71). Deux points sont distincts dès qu'ils sont séparés par une distance. En géographie, la distance est la relation qui permet de distinguer les différents éléments de l'ensemble des lieux. C'est à ce titre qu'elle apparaît comme un élément essentiel de la définition axiomatique de l'espace géographique (Beguin et Thisse, 1979).

La distance est ce qui sépare, elle est donc obstacle. D'un point de vue économique, les mouvements qu'elle engendre impliquent des dépenses en temps et en monnaie. De même que les comportements sociaux dépendent de la distance sociale qui sépare les individus, les comportements économiques sont fortement liés aux distances que doivent franchir les

¹ Certaines erreurs ont été corrigées grâce aux conseils de C. Michelot que nous remercions. Les auteurs sont seuls responsables de celles qui pourraient subsister.

² Institut de Mathématiques Economiques, Université de Bourgogne.

³ Institut d'Economie Régionale, Université de Bourgogne.

hommes, les biens et les informations. Comme les distances interpersonnelles évoquées par Cocteau, les distances entre les éléments d'une organisation économique peuvent être différentes de ce que nous croyons ou de ce que nous attendons, si toutefois on peut les mesurer sans ambiguïté. En réalité, cette mesure est loin d'être unique: en quels termes exprimer cette mesure, le long de quel itinéraire l'évaluer? A quoi correspond notre attente: est-ce une représentation simplifiée et abstraite, sous la forme d'une distance mathématique? Est-ce une perception sensorielle, une distance perçue, ou bien une connaissance combinant une pluralité d'informations, une distance cognitive? Selon que l'on privilégie telle ou telle distance, l'espace présente telle ou telle forme, telle ou telle propriété, ce qui est vrai aussi bien pour l'espace réel, observé, que pour l'espace modélisé, instrument d'analyse, outil de connaissance de l'espace réel.

L'objet de cet article est de donner un aperçu de la manière dont la littérature traite ce rapport entre la forme de la distance et les propriétés de l'espace. Il existe un grand nombre de travaux dans ce domaine et, malgré le volume de ce texte, nous ne pouvons en rendre compte complètement.

La section 1 présente les formes de distances les plus connues et montre les déformations qu'elles impliquent par rapport à l'espace réel, observé, ainsi que par rapport à sa représentation la plus commune: l'espace euclidien muni d'une distance euclidienne.

La section 2 porte le débat au niveau des modèles de l'économie spatiale. Il y a plusieurs façons de modéliser une même réalité: la représentation de la distance détermine souvent d'autres aspects de la modélisation: techniques quantitatives utilisables, procédures de recherche d'un optimum, propositions finales.

Dans la section 3, la distance-économique apparaît elle-même comme le résultat d'un choix de la part des agents qui prennent des décisions relatives aux réseaux de transport, ou qui définissent les principes d'une politique tarifaire: ce choix détermine lui aussi certaines propriétés des espaces étudiés.

1 DISTANCES ET PROPRIÉTÉS TOPOLOGIQUES DE L'ESPACE.

Une analyse des conséquences de l'utilisation d'une forme particulière de distance passe par le préalable d'une réflexion sur l'espace dans lequel on se situe. Philosophes et spécialistes des sciences humaines s'accordent généralement pour distinguer l'espace absolu et l'espace relatif.

L'espace absolu, sorte de contenant universel, vide et indifférencié, ce "milieu homogène et vide, infini et infiniment divisible, se prêtant indifféremment à n'importe quel mode de décomposition" (Bergson, 1907), n'est pas une intuition immédiate et universelle. Bergson lui-même (1889) considère que sa conception met en oeuvre les mécanismes de l'intelligence. Piaget montre par quel processus lent et laborieux le jeune enfant prend conscience de cette idée d'espace (Piaget et Inhelder, 1947). Les anthropologues décrivent des sociétés où les conceptions de l'espace sont parfois très différentes de notre espace absolu. Le seul examen des mentalités populaires dans nos sociétés révèle des représentations de l'espace marquées par la religion, la superstition, l'astrologie, voire la magie.

Notre vision actuelle de l'espace absolu est héritée de Newton (1687): "l'espace absolu, sans relation aux choses externes, demeure

toujours similaire et immobile." C'est un cadre qui peut être occupé par la matière ou être complètement vide sans que ses propriétés en soient affectées. On retrouve chez Kant l'idée que l'espace a une existence indépendante de son contenu: "On ne peut jamais se représenter qu'il n'y ait pas d'espace, quoique l'on puisse bien penser qu'il n'y ait pas d'objets dans l'espace." (Kant, 1787). Bien qu'abandonnant l'intuition pure pour l'acte de l'esprit, Bergson formule la définition d'un espace d'une certaine manière absolu: "Car il n'y a guère d'autre définition possible de l'espace: c'est ce qui nous permet de distinguer l'une de l'autre plusieurs sensations identiques et simultanées; c'est donc un principe de différenciation autre que celui de la différenciation qualitative, et, par suite, une réalité sans qualité." (Bergson, 1889).

L'espace relatif, par nature inséparable de son contenu, est présent chez Leibnitz: "L'espace n'est rien d'autre que l'ordre de l'existence simultanée des possibles"; "Les parties de l'espace ne sont déterminées et distinguées que par les choses qui y sont..."; "... j'ai marqué plus d'une fois que je tenais l'espace comme quelque chose de purement relatif..." (1704, 1716). Il semble que l'on s'intéresse aujourd'hui beaucoup plus à l'espace (ou aux espaces) relatif(s), en sciences sociales comme en physique depuis que la théorie de la relativité a montré que la nature et les propriétés de l'espace dépendent de la répartition de son contenu.

De l'espace à la distance, il n'y a qu'un pas, que nous aide à franchir l'axiomatique de Beguin et Thisse (1979, et, pour une présentation simplifiée: Bailly et Beguin, 1982, 62-66) appliquée à l'espace géographique. Schématiquement, un cadre de référence ou espace absolu est défini par trois éléments de base: un **ensemble de lieux** (unités spatiales élémentaires), noté L; une mesure des positions relatives des lieux: c'est une **distance**, d; enfin, une mesure de la **superficie** des lieux, qui peut d'ailleurs être nulle. Un espace relatif peut alors être formé sur cette base par l'introduction d'**attributs** ou caractéristiques des lieux qui peuvent être simples ou composés entre eux et concerner des stocks ou des flux.

Le concept de distance est-il pour autant suffisamment clair?

1.1. Distance et distances: les concepts.

Il est paradoxal de constater qu'un concept aussi central de l'analyse spatiale est très souvent non défini ou mal défini, ce qui peut être source de la plus grande confusion. Le langage courant a tendance à assimiler différents termes comme distance et éloignement. L'analyse spatiale utilise le terme distance pour désigner des grandeurs aussi différentes que la longueur du segment de droite qui joint deux points et le temps mis par un individu pour aller de son domicile à son lieu de travail. On rencontre en mathématiques les termes distance, métrique, norme, écart. Quelques clarifications s'imposent.

En mathématiques, la définition de la distance la plus couramment admise est liée à celle de métrique:

soit un ensemble quelconque L de lieux; une fonction réelle d définie sur L^2 est une **fonction distance**, ou **métrique**, si et seulement si elle satisfait les quatre conditions suivantes quels que soient a, b, c appartenant à L (Lipschutz, 1965; Pitts, 1972):

(C1) non négativité: $d(a,b) \geq 0$,

- (C2) identité: $d(a,b) = 0 \Leftrightarrow a = b$,
 (C3) symétrie: $d(a,b) = d(b,a)$,
 (C4) inégalité triangulaire: $d(a,c) \leq d(a,b) + d(b,c)$.

Le nombre réel $d(a,b)$ est appelé **distance** de a à b . Dans la suite nous utiliserons le terme distance pour désigner aussi bien la fonction que le nombre.

Si la condition (C3) n'est pas satisfaite, d est une **quasi-métrie**.

Si la condition (C4) n'est pas satisfaite, d est une **semi-métrie**, ou **pseudo-métrie**.

Si d satisfait les conditions (C1) et (C4) précédentes ainsi que la condition (C5) suivante:

$$(C5) \quad d(a,b) = 0 \text{ si } a = b ,$$

d est une **métrie faible**.

Par convention, nous associons respectivement aux termes quasi-métrie, semi-métrie et métrie faible les termes **quasi-distance**, **semi-distance** et **distance faible** (Ribeiro, 1943).

Ces définitions ne font pas l'unanimité des spécialistes. On parle parfois de distance dès que la fonction d satisfait les conditions (C1) et (C2) (Smith, 1987; Huriot, Smith et Thisse, 1989), ce qui correspond à la définition d'une **prémétrie** (Auray, Brissaud, Duru et Lamure, 1990): d'après les conventions précédentes, il s'agit d'une **prédistance**.

Les conditions (C1) à (C5) s'interprètent très facilement. Une attention particulière doit être portée à l'inégalité triangulaire dont le rôle est de garantir une interdépendance entre les distances qui permet une cohérence spatiale et la représentation cartographique sur un plan.

Une **norme** est définie dans un espace vectoriel réel linéaire V (où les opérations d'addition des vecteurs et de multiplication des vecteurs par un scalaire obéissent aux propriétés habituelles des opérations sur les réels). C'est une fonction réelle définie dans V et satisfaisant les trois conditions suivantes $\forall v, w \in V$ et $k \in \mathbb{R}$:

$$\|v\| \geq 0 , \text{ et } \|v\| = 0 \text{ ssi } v = 0 .$$

$$\|v+w\| \leq \|v\| + \|w\| .$$

$$\|kv\| = |k| \|v\| .$$

On démontre alors que la fonction d définie $\forall v, w \in V$ par

$$d(v,w) = \|v-w\|$$

est une métrie (Lipschutz, 1965).

Bourbaki définit l'**écart** comme une métrie faible symétrique (Witzgall, 1964, p.84).

Sur un graphe orienté, la longueur d'un chemin est donnée par le nombre d'arcs qu'il contient. L'**écart** de a à b est alors défini comme la longueur du plus court chemin allant de a à b (Harary, Norman et Cartwright, 1968; Kaufmann, 1968). C'est une quasi-distance au sens précédent, et une distance si le graphe est symétrique (Kaufmann, 1968, II, 324). A chaque arc peut être associée une valeur non négative (cette valeur est aussi parfois appelée longueur généralisée, ou longueur pondérée, ou longueur de l'arc): la longueur d'un chemin peut alors être définie comme la somme des valeurs des arcs qu'il contient. Contrairement à ce qu'affirme Berge (1970), la longueur minimale des chemins de a à b n'a en général que les propriétés d'une métrie

faible.

Sur un graphe non orienté, la longueur (nombre d'arêtes) de la plus courte chaîne entre a et b est une distance.

En analyse spatiale, nous utiliserons des expressions indécomposables comme distance-itinéraire, distance-fonctionnelle ou distance-mentale pour désigner des notions qui s'apparentent à l'une des notions mathématiques précédentes, mais qui n'ont pas forcément toutes les propriétés d'une distance mathématique, c'est-à-dire d'une métrique. Nous les regroupons sous le terme de **distance-générale**. Toute distance-générale est reliée à la notion d'itinéraire (on parle aussi de chemin ou de déplacement) dont la définition utilise le concept d'arc (Huriot et Thisse, 1985).

En termes intuitifs, un arc est un continuum à une dimension orienté (Whyburn, 1942). Un **itinéraire** est alors un arc correspondant à un déplacement réalisable. En d'autres termes, un itinéraire de a à b est l'ensemble ordonné des points successivement rencontrés lors d'un mouvement réalisable de a vers b. Soit une application quelconque ω de l'ensemble des itinéraires vers \mathbb{R}^+ permettant d'attribuer une valeur réelle non négative à chaque itinéraire. Une **distance-générale** est alors une fonction qui à tout couple (a,b) de L^2 fait correspondre la valeur minimale des itinéraires de a à b.

Par convention, si l'application ω donne les longueurs (en mètres, km, etc...) des itinéraires, on définit une **distance-itinéraire** comme la longueur minimale des itinéraires de a à b.

La longueur d'un itinéraire peut toujours se mesurer par la limite d'une somme de longueurs de segments de droite lorsque ces longueurs tendent vers zéro. Chacun de ces segments est le support d'un étalon de mesure - en l'occurrence une distance euclidienne - appelée **distance-abstraite** (Huriot et Thisse, 1985).

On obtient une **distance-fonctionnelle**, généralement, quand la valeur des itinéraires est exprimée en termes d'efforts exercés, c'est-à-dire en termes de temps, de monnaie dépensée, d'énergie, de fatigue, de stress, etc... (Muller, 1982). Ce concept englobe notamment ceux de distance-coût de transport, ou "minimum-cost distance" (Huriot, Smith et Thisse, 1989), et de distance-temps (Huriot et Thisse, 1985). Le qualificatif "fonctionnelle" ne doit pas faire penser que cette distance est nécessairement une fonction de la distance-itinéraire. En particulier, Huriot et Thisse (1986,1987) définissent une "distance-économique avec congestion" qui, à cause des effets externes de congestion du trafic, est en général non reliée à la distance-itinéraire correspondante.

Distance-itinéraire et distance-fonctionnelle peuvent toutes deux être soit approchées directement dans l'espace observé soit représentées par une application mathématique dans l'espace modélisé, soit encore perçues ou représentées mentalement par les individus. Les paragraphes suivants sont consacrés aux représentations de la distance et à leurs **conséquences immédiates**, d'abord dans un espace absolu, sans qualités autres que celles que lui confère une géométrie et le choix même d'une distance, puis dans un espace relatif où l'on tient compte explicitement des attributs des lieux.

1.2. Les distances dans un espace absolu.

Sans entrer dans un débat approfondi sur la question, signalons un problème concernant les relations entre distance et géométrie. "... what is chosen as the distance between two points determines the geometry that results." (Kline, 1964, p.67). Par exemple, la distance entre deux

points de la terre peut être représentée par la longueur du "segment de droite ordinaire": il en résulte la géométrie euclidienne; ou bien on choisit la distance le long de la surface de la terre, c'est-à-dire le long d'un "grand cercle", et on définit la géométrie sphérique. Cependant, la mesure de ces distances suppose l'existence de corps rigides pouvant jouer le rôle d'étalon de mesure et défini par l'invariance de leur forme et de leur dimension: "It seems, therefore, that measurement presupposes geometry" (Russel, 1948, p.299). On se trouve alors face à un cercle vicieux qui n'est pas sans rappeler le problème classique de la mesure de la valeur. En physique, Russel résoud le problème en évoquant un processus d'action-réaction entre les instruments de mesure et les lois qu'ils permettent d'établir: on fait d'abord l'hypothèse d'un instrument conduisant à une mesure grossière; on en déduit des lois approximatives; on modifie les instruments de mesure pour trouver des lois plus exactes (Russel, 1948, pp.300-301). En analyse spatiale, le critère de choix d'une "bonne" distance est donc la validité empirique des lois spatiales qu'on peut en déduire.

On dispose aujourd'hui de plusieurs géométries pour décrire les propriétés d'un espace absolu. Géométries euclidienne et non euclidiennes partent d'axiomes différents et établissent des théorèmes différents grâce à des constructions logiques tout aussi cohérentes, ce qui tendrait à montrer que l'espace absolu est une construction mentale purement conventionnelle, et non un concept universel.

1.2.1. Espace absolu et géométrie euclidienne.

"Euclidean geometry, because of its successful systematic treatment of space, became the model of strict deduction in mathematics, a model used even far away from mathematics, as in Spinoza's (1632-77) theory of ethics." (MacLane, 1980, p.184). On assiste, en analyse économique spatiale comme ailleurs, à une domination de la géométrie euclidienne, dont les concepts et théorèmes sont conservés même lorsqu'on utilise d'autres représentations de la distance. Pourquoi un tel succès? "Une géométrie ne peut pas être plus vraie qu'une autre; elle peut seulement être *plus commode*. Or la géométrie euclidienne est et restera la plus commode." (Poincaré, 1902, rééd. 1968, p.76). Russel s'oppose à cette vision et évoque plutôt l'expérience que les commodités de calcul. c'est le conventionnalisme contre l'empirisme géométrique. Le premier point de vue est encore développé notamment par Reichenbach (1958) qui démontre la relativité de toute géométrie et discute différents arguments traditionnellement en faveur de la géométrie euclidienne. Par exemple l'avantage qu'elle présente pour la visualisation est limité à des espaces finis; de plus, d'autres géométries peuvent aussi bien être visualisées. L'avantage de simplicité n'est pas plus acceptable: "simplicity is not a criterium for truth." (Reichenbach, 1958, p.34). Si cet aspect conventionnel n'est plus à démontrer, il ne nous donne néanmoins aucune explication de la domination exercée par la géométrie euclidienne, et il faut bien pour y remédier faire appel d'une part à la simplicité de ses axiomes et concepts, à sa puissance logique de prédiction - la formidable productivité des trois axiomes d'Euclide - et d'autre part à l'apparente évidence expérimentale de ses résultats, au moins à l'échelle humaine, éloignée de l'infiniment petit comme de l'infiniment grand.

La géométrie euclidienne est fondée sur trois axiomes explicites:

- (1) par deux points passe une droite et une seule;
- (2) la ligne droite est le plus court chemin d'un point à un

autre;

- (3) par un point, on peut faire passer une parallèle et une seule à une droite donnée.

Ce dernier axiome, dit "postulat d'Euclide", est peut-être moins évident que les autres. Des démonstrations ont été tentées, jusqu'à ce que Lobatchewsky et Bolyai aient prouvé que c'était impossible. L'abandon de cet axiome a donné naissance aux géométries non euclidiennes. Poincaré a mis en lumière quelques axiomes implicites, en particulier l'idée qu'il est possible de déplacer une figure sans la déformer (Poincaré, 1902). De plus, le concept de ligne droite n'est défini que par analogie avec le rayon de lumière ou avec l'ensemble des points fixes d'un corps solide en rotation sur lui-même: cela est peu rigoureux et présuppose l'idée de ligne droite.

1.2.1.I. Dans le cadre de la géométrie euclidienne, on peut définir une **distance euclidienne** de a à b comme la longueur du plus court chemin allant de a à b, c'est-à-dire comme la longueur du segment [ab].

Dans un système d'axes orthogonaux à deux dimensions (O, \vec{i}, \vec{j}) où (x_a, y_a) représente les coordonnées du point a et où:

$$X_{ab} = |x_a - x_b| \text{ et } Y_{ab} = |y_a - y_b| ,$$

l'expression de la distance euclidienne de a à b est:

$$d_e(a, b) = \left[(X_{ab})^2 + (Y_{ab})^2 \right]^{1/2} .$$

C'est une métrique, et c'est la norme du vecteur \vec{ab} .

L'argument de simplicité de la géométrie euclidienne est ici au moins mis en défaut. Cette formule est relativement difficile à utiliser, par exemple dans des calculs d'optimisation (section 2), ce qui gêne souvent l'analyse théorique.

La représentation d'un espace observé par un espace euclidien muni de cette distance confère à l'espace représenté des propriétés particulières qui le simplifient et le déforment. Ce sont d'abord celles de continuité, d'homogénéité et d'isotropie.

Un espace E est **continu** si $\forall a, b \in L$ au moins un itinéraire réalisable de a vers b est entièrement contenu dans L. Dans un espace euclidien à deux dimensions muni de la distance euclidienne, l'ensemble des lieux, L, est confondu avec le plan, R^2 . E est donc continu pour tout itinéraire. Puisqu'on n'emprunte que des itinéraires en ligne droite, un sous-espace continu de E est **connexe**⁴. Si E n'est continu pour aucun type d'itinéraire, il est non connexe⁴.

Un espace est **homogène** pour une propriété P si et seulement si P est vraie en tout lieu de E. Il est important de noter que l'homogénéité est toujours relative à une ou à un ensemble bien défini de propriété(s). L'homogénéité pour toute propriété signifierait que tous les points de l'espace sont identiques et non distinguables, donc que tout est ramené au même point et qu'il n'y a plus d'espace (Thisse, 1975). L'homogénéité de l'espace pour un ensemble de propriétés joue le rôle de l'hypothèse "toutes choses égales d'ailleurs" dans le raisonnement scientifique.

L'**isotropie** est une propriété locale de l'espace. Il y a isotropie

⁴ Pour une définition mathématique de la connexité, consulter Lipschutz (1965, Chap. 13), Pitts (1972, Chap. 6) ou, dans le cas d'une prétopologie: Auray, Brissaud, Duru et Lamure (1990).

en un lieu a de L et pour une propriété P si et seulement si P est vraie dans toutes les directions à partir de a . L'espace E peut être dit isotrope pour P si et seulement si il est isotrope en chacun de ses lieux pour P .

Il apparaît que pour toute propriété P , sauf celle de non-isotropie, l'homogénéité implique l'isotropie. La réciproque n'est généralement pas vraie sauf si la propriété P s'exprime par une fonction dont la valeur est indépendante de la distance à chacun des lieux de L (Thisse, 1975).

L'utilisation de la métrique euclidienne implique en outre que chaque itinéraire est représenté par un segment de droite, donc que tout déplacement se fait "à vol d'oiseau". Définissons une **sphère** de centre $l \in L$ et de rayon $r > 0$ associée à une fonction distance d comme l'ensemble des lieux $m \in L$ situés à une distance r de l (Thisse, 1975; Gérard-Varet, Prévot et Thisse, 1976):

$$Sd(l,r) = \{m; m \in L \text{ et } d(l,m) = r\}.$$

Les mathématiciens parlent aussi d'**isodistance** et les économistes d'**isovecteur** lorsque d est une distance-coût de transport (Ponsard, 1983, p. 158).

Il résulte immédiatement de la définition que toute sphère associée à la distance euclidienne dans le plan est un cercle.

Bien qu'encore largement utilisés en analyse spatiale, distance et espace euclidiens présentent de graves limitations, de plus en plus dénoncées (Ponsard, 1969; Schärliig, 1973; Perreur, 1974; Thisse, 1975).

La continuité implique qu'il est possible de se localiser en tout point du plan euclidien, indépendamment des contraintes de la géographie physique aussi bien que des institutions ou de l'occupation de l'espace déjà réalisée. L'homogénéité se traduit par l'uniformité spatiale des fonctions de comportement (fonctions de production, fonctions d'utilité, etc...) et de nombreuses variables techniques ou économiques (par exemple la fertilité des terres). L'isotropie concerne généralement les coûts de transport et les rend indépendants de la direction empruntée à partir d'un point.

L'utilisation de la distance euclidienne néglige l'existence des réseaux de transport et des contraintes de tous ordres qui les modèlent: elle suppose l'ubiquité du transport.

L'application des théorèmes de la géométrie euclidienne permet évidemment de produire des lois géométriques, dont la signification est en grande partie indépendante du contenu de l'espace. Les plus connues sont la configuration hexagonale de Christaller-Lösch et la structure radio-concentrique des localisations agricoles et intra-urbaines.

On démontre que dans un espace de type euclidien où règnent les conditions de la concurrence compatibles avec la dispersion spatiale et où la demande est uniformément répartie, la configuration optimale des aires de marché est hexagonale (notamment, parmi la littérature récente: Beguin, 1988; Basaille-Gahitte, 1989).

L'espace radioconcentrique thünenien comporte un unique lieu remarquable c tel que les déplacements n'ont lieu qu'entre chaque point de l'espace et ce centre. l'espace formé par l'ensemble de lieux $\{L-c\}$ est homogène pour les attributs locaux des lieux. Muni de la distance euclidienne, l'espace (L, d_e) est isotrope en c relativement au coût de transport. Le critère de rente maximum en chaque lieu détermine alors une structure parfaitement concentrique des activités agricoles ou urbaines selon le contexte (notamment: Huriot, 1988; Zoller, 1988). Ce résultat est tautologique: dans un tel espace monocentrique, isotrope pour le coût de transport, où ce coût est la seule grandeur spatialement

différenciée, les activités ne peuvent que se répartir de façon isotrope autour de c , c'est-à-dire former des couronnes concentriques ou se mélanger uniformément.

De telles formes géométriques ne se rencontrent jamais dans la réalité, ce qui ne signifie pas qu'il faille les rejeter. Elles sont un point de départ nécessaire en analyse spatiale, dans une démarche vers plus de réalisme, l'étape suivante étant l'introduction d'attributs différenciés. Mais elles sont aussi un moyen d'approcher les effets purs de l'existence de l'espace, en séparant les effets de la dispersion spatiale de ceux des particularités locales: c'est ainsi que Desrousseaux (1981) justifie ses hypothèses d'un monde "*géographiquement homogène*" et "*humainement homogène*". Il montre en particulier que l'existence de l'espace implique que l'optimum économique de Pareto ne correspond plus à la réalisation du coût moyen minimum et s'accompagne généralement de rendements croissants. Lantner et Thisse (1974) établissent le même résultat d'une manière simple: un établissement vend son produit à un prix p constant en tout point d'une aire où la demande est uniformément répartie; les coûts total et marginal de transport sont indépendants de la direction et fonctions strictement croissantes de la quantité q vendue. Si $c(q)$ est le coût de production et $t(q)$ le coût de transport, les conditions de profit maximum:

$$p - c'(q) - t'(q) = 0, \text{ et } -c''(q) - t''(q) < 0,$$

peuvent être satisfaites avec un coût marginal décroissant, pourvu qu'il décroisse moins vite que ne croît le coût marginal de transport.

Tout en restant dans le cadre d'un espace absolu, la modélisation peut soit abandonner la seule distance euclidienne, soit recourir à une géométrie totalement différente.

1.2.1.II. Dans la cadre d'une géométrie euclidienne, on peut utiliser une distance non euclidienne, pour des raisons de commodité. D'après le principe rappelé plus haut, une distance absolue de nature euclidienne peut servir d'étalon pour mesurer une distance-itinéraire non euclidienne. Nous donnerons ici le seul exemple de la distance rectilinéaire dont l'expression, selon les conventions définies plus haut, prend la forme:

$$d_r(a, b) = X_{ab} + Y_{ab}$$

Cette distance a les propriétés d'une métrique. Plus généralement, si l'angle formé par les axes est quelconque, on a une métrique obliquilinéaire.

Nous sommes contraints de nous déplacer parallèlement aux axes d'un repère. L'expression de la distance étant du premier degré, son utilisation dans le calcul économique est souvent plus simple (Huriot et Perreur, 1973a). Nous verrons plus loin qu'en plus, on ne perd pas forcément en réalisme.

Une conséquence immédiate est le changement de forme des sphères associées à cette métrique: elles sont maintenant représentées par des carrés euclidiens dont les côtés sont parallèles aux bissectrices du système d'axes. Il n'est pas tout-à-fait exact de dire qu'on a perdu l'isotropie. Ce n'est vrai que si l'on juge cette isotropie en termes de distance euclidienne, ce qui manque de cohérence. En termes de distance rectilinéaire, l'espace reste isotrope. Cette ambiguïté vient du fait qu'on a du mal à abandonner la référence euclidienne et que l'on juge toujours ce qui est différent par référence à ce qui est habituel.

1.2.2. Espace absolu et géométries non euclidiennes.

La géométrie de Rieman à courbure constante positive est la généralisation à trois dimensions de la géométrie sphérique. Rieman abandonne le postulat d'Euclide et suppose que par un point on ne peut mener aucune parallèle à une "droite" donnée. On comprend bien ce que cela signifie dans deux dimensions, où la "droite" est représentée par le grand cercle de la sphère euclidienne. Comme pour une sphère, l'espace de Rieman est fini mais sans borne. La géométrie hyperbolique de Lobatchewsky, à courbure constante négative, est basée sur la possibilité de mener par un point plusieurs parallèles à une "droite" donnée. Ces deux géométries ne sont que des cas particuliers des espaces riemaniens à courbure variable. Interprété en termes d'espace euclidien, un espace à courbure variable à deux dimensions présente des extensions et des rétrécissements dans certaines zones; les distances sont allongées ou raccourcies selon les régions concernées. Ces géométries sont utilisables pour représenter des espaces relatifs résultant de déformations irrégulières d'un espace euclidien, par exemple des espaces perçus ou cognitifs (Golledge and Hubert, 1982; Tobler, 1976).

1.3. Les distances dans un espace relatif.

L'espace absolu défini plus haut (Beguin et Thisse, 1979) par les trois composantes fondamentales: ensemble de lieux, distance et étendue est maintenant doté d'attributs; Dans un espace relatif, l'espace est pris avec son contenu et devient, comme pour Leibnitz, indissociable de ce contenu.

Le rôle de l'espace et de la distance en sciences sociales s'interprète de deux manières: l'action par contact et l'action à distance. Mais seule la première est scientifiquement justifiée, la seconde n'étant que le constat de notre ignorance. Le principe de l'action par contact est le suivant: "if x influences y, x must either be in contact with y directly, by being physically in touch with it, or, if x and y are physically apart, the influence of x on y must travel through intervening substances (i.e., a, b, c,..., n) which form a medium, a path, or network of substances linking x to y." (Sack, 1980, p.9). Il en découle que la distance entre deux lieux n'a de sens que relativement aux moyens qui permettent de la franchir. L'interaction spatiale passe toujours par un support physique et dépend donc des propriétés de ce support et de la façon dont il est utilisé. Une bonne représentation de la distance observée devrait donc tenir compte des caractéristiques des réseaux ainsi que des difficultés spécifiques des déplacements, en termes de temps ou de coût de transport (Huriot, 1983).

L'action à distance, conçue comme une action sans contact direct ou sans véhicule intermédiaire, n'est pas scientifiquement concevable. Elle est pourtant utilisée par défaut, lorsqu'on ignore les liaisons causales intermédiaires ou les moyens de propagation des effets spatiaux, par exemple dans certaines formes élémentaires du principe de gravité dans la théorie de l'interaction spatiale.

La prise en compte du contenu de l'espace dans la représentation de la distance peut se faire par plusieurs procédures emboîtées ou hiérarchiques.

1.3.1. Distance-itinéraire et réseaux.

1.3.1.I. Distance-réseau et espace-réseau.

"On appelle réseau tout ensemble X du plan qui est d'un seul tenant

et qui est formé par la réunion d'un nombre fini de courbes simples qui ne peuvent s'intersecter qu'en leurs extrémités." (Hanjoul, Thisse et Zoller, 1983). Un réseau peut avoir une forme quelconque. La **distance-réseau** est définie à partir d'itinéraires entièrement compris dans un réseau et exprimée en unités de longueur. C'est une quasi-métrie, mais elle n'a pas d'expression analytique générale.

1.3.1.II. Recherche d'approximations analytiques adéquates de la distance-réseau.

Le problème est de choisir une fonction distance-itinéraire qui représente convenablement les caractéristiques spécifiques du réseau étudié. On peut soit utiliser les bases de la géométrie euclidienne, soit adopter une autre géométrie.

a) Dans le cadre de la géométrie euclidienne.

Un inventaire complet des possibilités de représentation peut être trouvé dans un récent papier de Perreur (1989). Comme dans ce qui précède, nous nous limiterons à quelques principes généraux.

La classe de distances le plus souvent utilisées est celle des **distances "l_p"** que nous appelons par la suite **p-distances**. L'expression d'une p-distance est:

$$d_p(a,b) = \left[(X_{ab})^p + (Y_{ab})^p \right]^{1/p}, \text{ avec } p \geq 1.$$

C'est une distance de Minkowsky, donc une norme.

Elle est généralement utilisée avec $p \in [1,2]$. Deux cas particuliers ont déjà été rencontrés: si $p = 2$, c'est une distance euclidienne; si $p = 1$, c'est une distance rectilinéaire. La première sous-estime généralement la distance sur un réseau concret. La seconde aboutit à une surestimation qui disparaît si le réseau se rapproche d'une structure orthogonale, comme les rues des villes ou même parfois le réseau routier inter-urbain en Amérique du Nord, mais qui peut s'aggraver si le système d'axes n'est pas convenablement orienté (Huriot et Perreur, 1973a). En moyenne, la distance rectilinéaire entre deux lieux est égale à 1,27 fois la distance euclidienne. Love et Morris (1972) trouvent un rapport de 1,18 entre la distance sur le réseau routier américain et la distance euclidienne. Outre la commodité mathématique, cette distance est donc au moins aussi réaliste que la distance euclidienne.

Dans les autres cas où $1 < p < 2$, la longueur représentée se situe entre les deux précédentes. d_p est une fonction non croissante de p . Love et Morris (1972) ont montré que la valeur $p = 1,22$ donne en moyenne la meilleure estimation de la distance sur le réseau routier des Etats-Unis mais avec des variations régionales.

Si $p > 2$, la distance est encore une métrique, mais elle est alors inférieure ou égale à la distance euclidienne selon la direction, elle est donc peu appropriée à la représentation des distances réelles. Pour $p < 1$, les conditions d'une métrique ne sont plus réalisées.

Il résulte de ce qui précède que la déformation de l'espace euclidien opérée par une p-métrie est une généralisation de la déformation introduite par la distance rectilinéaire. La sphère euclidienne associée à une p-métrie est intermédiaire entre le cercle euclidien et le carré euclidien, pour $p \in [1,2]$ (Muller, 1982; Perreur, 1989; voir figure 1a). Encore une fois, la perte d'isotropie relevée pour $p \neq 2$ n'est vraie que dans une interprétation strictement euclidienne du nouvel espace représenté.

Une seconde classe importante est celle des métriques spécifiques attachées à certaines formes particulières de réseaux, urbains en particulier. On y trouve par exemple les métriques radiale, périphérique, circum-radiale et arborescente (Perreur et Thisse, 1974a, 1974b; Thisse, 1975; Perreur, 1989). Il n'existe pas à notre connaissance d'analyse de la déformation de l'espace euclidien occasionnée par l'utilisation de ces métriques.

La dernière classe remarquable est celle des distances polyédriques (Witzgall, 1964; Ward and Wendel, 1981; Thisse, Ward and Wendel, 1982) qui sont une autre forme de généralisation de la distance rectilinéaire. Les déplacements sur le plan euclidien sont maintenant permis parallèlement à un nombre quelconque n de directions. La distance de a à b est alors mesurée par la longueur minimum d'une suite de segments adjacents et parallèles aux directions privilégiées joignant a à b et elle a toutes les propriétés d'une métrique. La sphère associée à cette distance est un polyèdre à $2n$ côtés qui, s'il est régulier, se rapproche d'autant plus du cercle euclidien que n est grand (figure 1b). L'espace euclidien est donc d'autant plus déformé que n tend vers 2. Cette distance cumule l'avantage de la linéarité et celui d'une bonne approximation des distances observées sur les réseaux réels.

La métrique triangulaire, basée sur trois directions parallèles aux côtés d'un triangle équilatéral, est un cas particulier de métrique polyédrique. Il faut se garder de confondre une distance polyédrique, toujours définie sur l'ensemble des lieux du plan euclidien, avec une distance-réseau, même si la forme du réseau facilite cette confusion. Une métrique polyédrique triangulaire est aussi hexagonale (les côtés d'un hexagone régulier définissent trois directions); au contraire, une distance-réseau triangulaire est en général différente d'une distance-réseau hexagonale. Malgré l'ambiguïté de sa définition, la distance triangulaire introduite par Fairthorne (1965) est une distance-réseau (voir aussi Rouget, 1976).

En supposant des lieux uniformément répartis dans un espace urbain circulaire de rayon unitaire, Fairthorne (1965) montre comment le choix d'une pure distance-réseau influence les propriétés de l'espace. Il calcule pour cela la distance moyenne entre deux lieux, avec une distance euclidienne, puis avec quatre distances-réseau différentes. Ses résultats sont notés sur le tableau 1 (la distance "polaire" est une variante de la distance circumradiale où en tout lieu passe un périphérique).

Tableau 1: distances moyennes et métriques-réseau (Fairthorne, 1965).

Métrique	distance moyenne	distance moyenne pondérée
euclidienne	0,905	1,00
rectilinéaire	1,153	1,27
hexagonale	1,153	1,27
triangulaire	0,998	1,10
polaire	0,994	1,10

Cette approche est généralisée par Kuiper (1985) à l'étude de la distribution des distances euclidienne et rectilinéaire dans des espaces de formes variées.

b) Avec une géométrie non euclidienne.

Le choix d'une géométrie non euclidienne peut se justifier par le

souci de prendre en compte certains caractères de l'espace observé ou perçu. Mais ce choix nous replonge dans un autre type d'espace absolu, dont les propriétés, purement géométriques, sont indépendantes des attributs géographiques ou économiques.

Dans la réalité, les lieux étudiés sont étalés non pas sur un plan mais sur la sphère terrestre. Les relations entre eux sont donc représentées plus exactement par la géométrie sphérique. Elle décrit un espace à deux dimensions qui peut être représenté dans un espace euclidien à trois dimensions. Elle utilise une **distance sphérique**, plus court chemin d'un point à un autre dans l'espace sphérique, représentée par la longueur de l'arc d'un grand cercle (euclidien) joignant ces deux points. L'expression mathématique de cette distance est complexe et peu maniable, parce qu'elle est traduite dans les trois dimensions de l'espace euclidien de référence (Love et Morris, 1972). Elle est mieux adaptée que la distance euclidienne pour représenter de très grandes distances, mais elle est peu utilisée en analyse spatiale.

1.3.2. Distances-fonctionnelles.

Une distance-fonctionnelle peut être une quasi-métrie ou une métrie sous certaines conditions établies par Huriot et Thisse (1985) puis par Huriot, Thisse et Smith (1989). En simplifiant, l'idée est que si l'on se donne une distance-itinéraire qui est une (quasi-) métrie, alors toute distance-fonctionnelle qui est

- une fonction non négative, croissante et concave de la distance-itinéraire,
- telle que sa valeur est nulle si elle est associée à une distance-itinéraire nulle,

est aussi une (quasi-) métrie.

La représentation mathématique de ces distances est souvent plus compliquée. Nous donnerons ici uniquement la fonction utilisée par Muller (1982). Celui-ci désire ajuster une fonction distance-fonctionnelle sur les temps de transport routiers ou aériens entre les villes d'Allemagne Fédérale, et propose l'expression:

$$d_g(a,b) = \left[\alpha(X_{ab})^p + \beta(Y_{ab})^p \right]^r .$$

C'est une p-métrie si $p > 1$, $r = 1/p$, et $\alpha = \beta = 1$. Les valeurs des paramètres α , β , p et r mesurent les déformations introduites par rapport à l'espace euclidien de référence (figure 1c). Comparons d'abord deux lieux a et b situés sur une même sphère euclidienne centrée en c.

- Si a se trouve dans la direction de l'axe des x et b dans celle de l'axe des y, alors le rapport entre α et β reflète la différence d'accessibilité en temps de ces lieux; $\alpha > \beta$ signifie que b est plus accessible que a, tout en étant à la même distance euclidienne de c.

- Si a se trouve dans l'une des directions précédentes et b sur l'une des bissectrices de l'angle qu'elles forment, alors p reflète la différence d'accessibilité de ces deux ensembles de directions; $p < 2$ donne le privilège à a, $p > 2$ le donne à b.

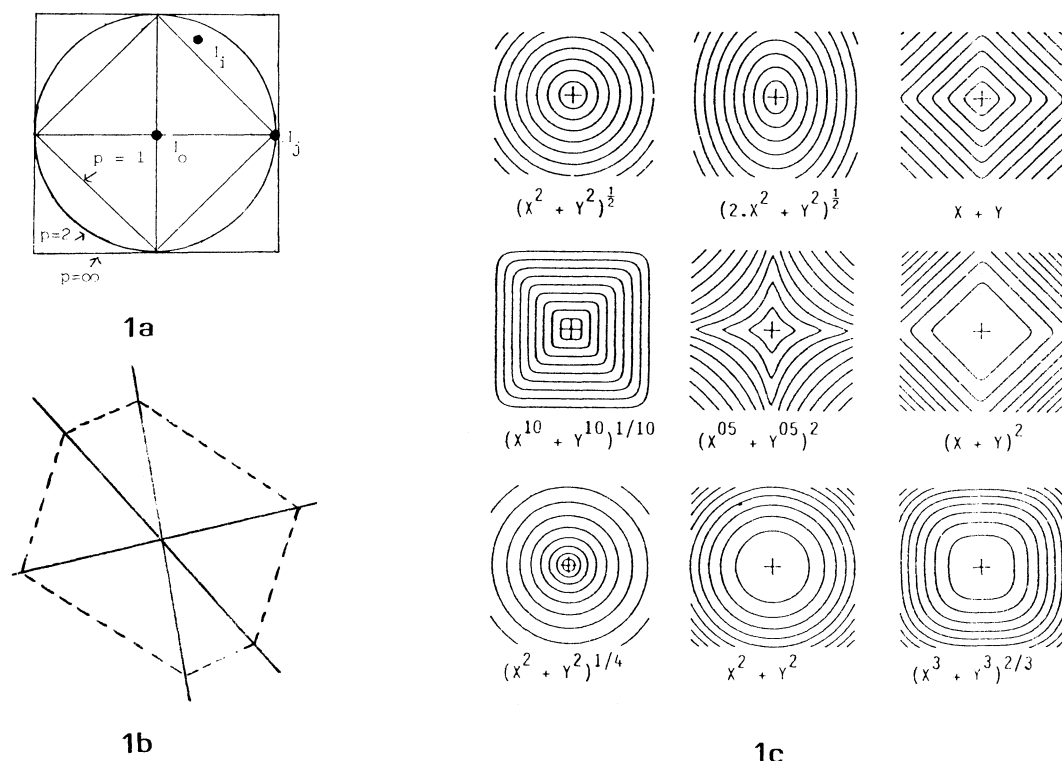
- Enfin, le produit pr indique la variation de l'accessibilité en temps avec la distance euclidienne à partir de c: elle croît si $pr < 1$, décroît si $pr > 1$ et reste constante si $pr = 1$.

A titre d'illustration, la fonction estimée pour le temps de transport en voiture est:

$$d_g(a,b) = \left[1,12(X_{ab})^{1,8} + 0,88(Y_{ab})^{1,8} \right]^{0,5}$$

Les espaces ainsi représentés sont non isotropes d'un point de vue euclidien; la fonction utilisée n'est plus une métrique et la représentation cartographique peut être impossible.

Figures 1: sphères associées à différentes distances-fonctionnelles.
1a: l_p , p variable; **1b:** distance polyédrique, 3 directions; **1c:** d_g , α , β , p et r variables (Muller, 1982).



1.3.3. La distance-mentale.

On peut s'intéresser à la façon dont une quelconque des distances précédentes est perçue ou mentalement représentée par les agents économiques; la distance-perçue ou -cognitive peut concerner une longueur, un temps ou un coût. Elle introduit donc un deuxième degré de déformation dans l'espace euclidien. Comme les distances fonctionnelles, elle dépend des attributs de l'espace, mais tels qu'ils sont perçus, c'est-à-dire qu'elle dépend des rapports entre l'espace, ses attributs et chaque individu. L'étude des déformations introduites à ce niveau est essentielle car l'individu se comporte non pas en fonction de l'espace réel, mais en fonction de l'espace tel qu'il se le représente (par exemple: Bailly, 1977; Cadwallader, 1975).

1.3.3.1. Quelques observations préliminaires.

Il est généralement admis que l'espace perceptif n'est pas euclidien (Golledge et Hubert, 1982). Poincaré (1902) avait déjà montré que la perception séparée ou conjointe de nos sens donne un "espace représentatif" qui n'est ni homogène, ni isotrope, et qui n'a même pas

les trois dimensions de l'espace absolu. Des droites que la géométrie euclidienne qualifie de parallèles apparaissent convergentes dans notre espace visuel; un corps apparaît d'autant plus petit qu'il est loin de nous. Certaines expériences ont même montré que les perceptions spatiales évoquent une géométrie sphérique (Luneberg, Indow, cités par Golledge et Hubert, 1982).

Au niveau purement sensitif se superpose un niveau cognitif où entrent en jeu de très nombreux facteurs subjectifs bien connus: filtres, valorisations relatives, habitudes, etc... (Bailly 1977) qui expliquent que l'espace perçu n'est probablement pas euclidien et peut-être pas métrique.

1.3.3.II. Deux attitudes sont alors possibles, face à la formalisation de la distance-mentale, donc face à la façon dont elle déforme l'espace absolu euclidien.

Ou bien on essaie de tenir compte au maximum des biais mentaux en introduisant des déformations irrégulières et complexes. Dans ce sens on propose d'utiliser des espaces riemaniens à courbure variable: on représente alors un espace mental présentant des extensions ou des rétrécissements en certaines zones, évoquant les zones plus ou moins bien connues de la carte mentale, les biais directionnels ou les non-linéarités (Tobler, 1976; Golledge et Hubert, 1982). Tout ceci est peu maniable et privilégie les irrégularités par rapport aux régularités.

Une autre option consiste à privilégier les régularités. On remarque d'abord qu'un résultat semble assez généralement admis: la distance-mentale croît à taux non croissant avec la distance réelle (Briggs, 1973). La relation serait souvent du type puissance ou affine (Cauvin, 1984; Lowrey, 1973; Lundberg, 1973): si d est la distance objet de représentation mentale, \tilde{d} la distance-mentale, α , β , γ , δ , des paramètres,

$$\text{Log}\tilde{d} = \alpha\text{Log}d + \beta ,$$

ou: $\tilde{d} = \gamma d + \delta ,$

avec des paramètres variables. Derognat (1990) prend argument de ces relations pour établir une analyse axiomatique de la distance-mentale où elle montre en particulier quelles sont les conditions pour que les propriétés métriques soient conservées, par une méthode apparentée à celle de Huriot et Thisse (1985). Il serait possible, à la suite d'une telle analyse, de mieux visualiser les déformations mentales de l'espace euclidien.

1.3.4. Des distances à la position spatiale.

On passe ici à une mesure généralisée de la position d'un lieu l dans un espace. Soit une des mesures précédentes de la distance, d . Soit D_l l'ensemble des distances d du lieu l à tous les autres lieux. Soit A l'ensemble des attributs et AxL l'ensemble des répartitions spatiales des attributs de A , constitué par l'ensemble des valeurs que prennent les différents attributs aux différents lieux. Une mesure générale de position est donnée par toute fonction réelle dont les arguments sont des éléments de l'ensemble $\{D_l, AxL\}$. La position est donc fonction des distances de l à un ensemble d'autres lieux, et des valeurs de certains attributs dans ces lieux. Il y a de nombreux exemples de telles mesures. Elles peuvent concerner des espaces absolus lorsqu'aucun argument n'est pris dans AxL , ou plus généralement des espaces relatifs. Elles peuvent

décrire des espaces où L est continu, infini et sans borne, ou borné, ou fini. Citons par exemple le moment généralisé d'ordre n d'un espace par rapport à un lieu l (Lachène, 1965): si un attribut donné prend aux lieux i d'un ensemble L de cardinal fini les valeurs α_i ,

$$M_l^n = \frac{1}{\mathcal{A}} \sum_{i \in L} [d(l, i)]^n \alpha_i, \text{ où } \mathcal{A} = \sum_{i \in L} \alpha_i.$$

Le moment généralisé d'ordre 1 est la distance moyenne pondérée du lieu l à tous les autres.

La plupart des mesures d'accessibilité, utilisées par exemple dans les modèles opérationnels urbains, se rattachent à cette idée (Huriot, 1977, 139-143). La plupart de ces concepts sont reliés au principe de gravitation. Une axiomatique générale des mesures d'accessibilité a été proposée par Weibull (1976). Une autre manière d'aborder l'idée de position est l'étude de la centralité (par exemple, Lachène, 1965; Fustier et Rouget, 1985). Dans un espace urbain ramené à un nombre fini de lieux, chaque lieu se voit doté d'un indicateur de centralité par rapport à une fonction particulière, par exemple la fréquentation des services urbains. L'espace urbain est alors ramené à un espace à une dimension: chaque lieu est représenté par le point de la droite des réels correspondant à la valeur de son indicateur de centralité.

Voyons maintenant comment ces principes généraux s'appliquent au niveau de quelques modèles de base de l'analyse spatiale.

2. DISTANCES ET MODÈLES SPATIAUX.

Nous venons de voir comment les différentes manières de représenter la distance déforment les propriétés géométriques de l'espace absolu euclidien de référence. Passons maintenant au niveau de l'analyse économique spatiale pour étudier les conséquences du choix d'une distance sur les techniques d'analyse ainsi que sur les résultats des modèles. Deux familles de modèles spatiaux sont examinées à titre d'exemples: les modèles de localisation optimale de la firme et les modèles radio-concentriques d'utilisation du sol.

2.1. Distance et théorie de la localisation.

Le choix d'une distance a des conséquences à trois niveaux dans les modèles de localisation. En premier lieu, comment les propriétés de l'espace représenté dépendent-elles de celles de l'espace mathématique utilisé, donc de la nature de la distance? En second lieu, comment la forme mathématique de la distance choisie conditionne-t-elle les techniques de résolution du problème? Enfin, est-il possible de réduire l'ensemble des localisations possibles et comment cette opération est-elle liée à la distance utilisée? La stabilité de la localisation optimale dépend-elle de la distance?

2.1.1. Distances et propriétés de l'espace modélisé.

La nature des déplacements pris en compte dans le modèle est contrainte par celle de la distance choisie. Il est habituel de considérer un espace euclidien qui néglige le réseau de transport existant. Les discontinuités physiques (lacs, montagnes, etc...) ont un double effet: elles gênent ou bloquent le passage en certaines zones et

elles interdisent la localisation en certains lieux. L'examen de la solution empirique du modèle montre sans équivoque si la localisation est effectivement possible. En raisonnant dans un espace euclidien, il serait possible de localiser un dépôt pétrolier à 3000m d'altitude dans les Alpes Glaronnaises (Schärli, 1973)! Toutefois, il est moins facile de vérifier si l'impossibilité de passage a été respectée au cours du processus d'optimisation et si l'optimum déterminé est un optimum réel.

L'impossibilité de se localiser dans une zone peut être respectée au prix d'une certaine complication, dans un programme non linéaire, en recouvrant la zone interdite par des disques: des contraintes imposent que la distance de la localisation optimale au centre de chacun de ces disques ne soit pas inférieure au rayon correspondant (Love, 1967; Katz et Cooper, 1981). Au contraire, il n'est pas possible, au cours du processus d'optimisation, d'interdire à tout déplacement le passage dans une zone déterminée. L'optimum est donc déterminé à partir de déplacements éventuellement impossibles.

La métrique rectilinéaire permet d'éviter en partie cet inconvénient. Le traitement des contraintes de localisation est analogue au cas euclidien (Perreur, 1974). En ce qui concerne les contraintes de passage, il convient de rappeler que la métrique rectilinéaire (ou oblilinéaire) autorise entre deux points une infinité de déplacements de même longueur localisés dans un rectangle (parallélogramme) formé par les parallèles aux axes menées par ces points: il est possible que l'un d'eux au moins contourne la zone interdite. Si ce n'est pas le cas, et si la zone interdite est un polygone, le problème peut être résolu par des algorithmes (Larson et Sadiq, 1983; Perreur, 1974). Rappelons par ailleurs que pour toute p-métrique telle que $p < 2$, la distance entre deux lieux correspond à une infinité d'itinéraires.

La prise en compte intégrale de ces contraintes est possible quand on définit la distance sur un graphe, c'est-à-dire quand l'espace économique observé est appréhendé sous forme discrète.

L'hypothèse d'isotropie de l'espace pour le tarif de transport est indispensable dès qu'on utilise une métrique euclidienne, puisque les déplacements s'effectuent vers ou depuis une localisation inconnue (la localisation recherchée) et dans des directions inconnues.

L'expression mathématique de la distance oblilinéaire est séparable additivement: il est alors possible de considérer le fait que les déplacements ne sont pas d'égale facilité dans les deux directions en leur affectant des tarifs différents. Cela ne change pas la position du point optimum mais modifie le coût total de transport (Perreur, 1974). La non-isotropie (euclidienne) de l'espace oblilinéaire doit conduire à choisir des axes qui respectent les directions éventuellement privilégiées dans le réseau représenté. Rappelons que la distance entre deux lieux dépend de l'orientation des axes (Huriet et Perreur, 1973a); c'est le cas également pour une p-distance si $p < 2$. Ces résultats sont généralisables aux normes polyédriques. A chaque direction peut correspondre un tarif particulier: le modèle gagne en précision.

La métrique circum-radiale, particulièrement adaptée à la représentation de réseaux nodaux ou urbains, permet d'intégrer des fonctions de coût ou de temps différentes selon qu'on se déplace sur un périphérique ou sur un rayon, et même selon qu'on emprunte un rayon dans tel ou tel secteur (Perreur et Thisse, 1974b).

Rappelons que les seules distances compatibles avec l'isotropie euclidienne de l'espace sont la distance-itinéraire euclidienne et toute distance-fonctionnelle qui est une fonction de la distance-itinéraire euclidienne indépendante de la direction.

2.1.2. Distances et mode de résolution du problème.

Dans la théorie de la localisation, le choix d'une distance, euclidienne, rectilinéaire ou circum-radiale, détermine les techniques de résolution.

Avec la distance euclidienne, si t_i est le tarif de transport du produit i , m_i la masse du produit i allant ou venant du lieu x_i et x la localisation cherchée, le problème de Weber généralisé s'écrit:

$$\text{Min } ct, \quad ct = \sum_{i=1}^n t_i m_i d_e(x, x_i).$$

Cette expression est continue et dérivable sauf à l'origine. Il semble donc naturel de recourir aux techniques classiques d'optimisation. Cependant, en raison de la forme algébrique de la distance euclidienne, il est impossible de déterminer une solution analytique. Seule une solution numérique approchée est possible. Différents algorithmes sont proposés (par exemple: Kuhn et Kuenne, 1962; Cooper, 1963). Ils sont également utilisables si le coût de transport est une fonction continue, croissante et convexe de la longueur du déplacement. Si cette fonction est concave, le coût total est une fonction qui n'est ni concave ni convexe et Cooper (1968) montre que les algorithmes du type Kuhn et Kuenne ou Cooper ne sont plus nécessairement convergents vers l'optimum.

Lorsqu'on adopte une distance obliquelineaire, la propriété de séparabilité additive permet de rechercher successivement l'abscisse et l'ordonnée du point optimum. Celles-ci correspondent aux médianes des distributions des quantités à transporter affectées aux différents points et ordonnées respectivement selon les abscisses et les ordonnées de ces points (Huriot et Perreur, 1973a). Dans le cas de la localisation simultanée de plusieurs unités, la recherche de l'optimum est à peine plus compliquée puisqu'elle se ramène à la résolution d'un programme linéaire (Huriot et Perreur, 1973a; Perreur, 1974). Ainsi, après avoir déterminé la solution, on peut étudier sa stabilité face à la variation des masses à transporter ou relativement au déplacement d'un site d'offre d'input ou de demande d'output. La recherche de l'optimum peut recourir à la technique des isodapanes: une isodapane est une ligne où le coût total de transport à n lieux fixés est donné. La métrique rectilinéaire confère aux isodapanes des propriétés particulières qui rendent leur construction plus simple qu'avec la métrique euclidienne (Huriot et Perreur, 1973a).

Si on choisit une métrique circum-radiale, l'expression du coût de transport à minimiser n'est plus dérivable en tout point: les techniques classiques d'optimisation doivent être abandonnées et il faut recourir à la simulation; on doit alors tester successivement toutes les localisations possibles pour dégager la meilleure (on verra dans le paragraphe suivant comment l'ensemble des localisations possibles peut être réduit).

Le théorème de la majorité (Witzgall, 1964) met en évidence un cas intéressant: si les conditions d'une métrique faible symétrique sont réalisées et si un lieu d'offre ou de demande concentre au moins 50% des masses à transporter, il correspond à une (ou à la) localisation optimale. Dans le cas d'une métrique radiale, le passage obligé par le centre lui confère une position dominante qui ne disparaît que si un autre lieu satisfait la condition du théorème de Witzgall.

Si la distance-coût de transport est définie sur un réseau dans un espace discret (graphe), seule la simulation est possible.

2.1.3. Distances et solutions du modèle.

A partir de l'ensemble L des lieux, il est possible de définir et de caractériser un sous-ensemble de solutions possibles à un problème de localisation optimale. "Comme l'espace-réseau exprime mathématiquement le réseau réel de transport ... sous des conditions assez générales [concavité du coût total de transport, tarif uniforme] le problème de minimisation du coût total de transport est de nature finie" (Thisse, 1975, p.114). Dans quelle mesure cette propriété est-elle conservée pour d'autres espaces mathématiques? Dans les cas où il est nécessaire de recourir à la simulation pour rechercher l'optimum, l'identification de l'ensemble fini de localisations possibles garantit que l'optimum trouvé en comparant ces lieux est bien celui qu'on recherche.

Le problème est trivial quand le théorème de la majorité s'applique.

Si la métrique est euclidienne, un lieu l est une localisation possible si et seulement si il est situé à l'intérieur de l'enveloppe convexe des lieux d'offre et de demande (Kuhn, 1965; Wendell et Hurter, 1973). Francis et Cabot (1972) d'une part, Hansen, Perreur et Thisse (1982) d'autre part généralisent ce théorème au problème de la localisation simultanée de plusieurs unités interdépendantes (polylocalisation). Mais cet ensemble de localisations possibles ne peut être réduit davantage: il reste un ensemble continu et infini. Cela donne une représentation de la réalité moins fidèle que celle de l'espace-réseau de Thisse.

Dans le cas d'une métrique rectilinéaire, Wendell et Hurter (1973) et Perreur (1974) montrent qu'une localisation optimale peut être cherchée parmi les intersections des parallèles aux axes passant par les lieux d'offre et de demande et appartenant à l'enveloppe convexe de ces lieux. Cette propriété est étendue par Hansen, Perreur et Thisse (1980) au cas de la polylocalisation. Idrissi (1982) montre qu'il est possible de réduire cet ensemble aux intersections contenues dans l'enveloppe rectangulaire de l'ensemble L des points d'offre et de demande. Cette enveloppe est définie, à la suite de Juel, comme l'ensemble des points $X(x,y)$ de R^2 vérifiant simultanément les quatre conditions:

$$(1) \quad \exists l \in L, x \geq x_1 \text{ et } y \geq y_1 ,$$

$$(2) \quad \exists m \in L, x \geq x_m \text{ et } y \leq y_m ,$$

$$(3) \quad \exists n \in L, x \leq x_n \text{ et } y \geq y_n ,$$

$$(4) \quad \exists h \in L, x \leq x_h \text{ et } y \leq y_h .$$

Pour cette métrique, l'ensemble des localisations possibles est un ensemble fini, identifiable et de faible cardinal. Nous retrouvons la propriété du réseau de Thisse.

Avec une métrique circum-radiale, une localisation optimale au moins appartient à l'ensemble des lieux comprenant le centre, les lieux du problème et leurs projections radiales sur le périphérique (Perreur et Thisse, 1974a). Cela justifie théoriquement la procédure de simulation mise en oeuvre.

Thisse, Ward et Wendell (1984) généralisent à toutes les normes polyédriques le résultat obtenu pour le cas particulier de la métrique obliquelineaire. Notons que si le nombre de directions admises pour les déplacements croît, le nombre de points d'intersection (solutions possibles) croît plus vite et tend vers l'ensemble des points du plan euclidien. Une autre généralisation est proposée par Durier et Michelot

(1985) dans le cas d'une quasi-métrie.

Un problème intéressant provient de l'utilisation simultanée de plusieurs métriques. Lorsqu'une entreprise utilise plusieurs réseaux d'approvisionnement, il n'y a aucune raison a priori pour que la même métrique représente convenablement tous les réseaux. Wendell et Hurter (1973) sont les premiers à envisager l'utilisation de plusieurs métriques. Hansen, Perreur et Thisse (1980) retiennent une combinaison de p-normes. Ce choix est justifié par le fait que ces métriques sont le plus utilisées (rappelons que la distance rectilinéaire est à la fois une norme polyédrique et une p-norme) et qu'elles semblent bien approximer la réalité (cf. § 1.4.1.). De plus, on sait qu'une combinaison linéaire positive de métriques est une métrique. Les auteurs montrent que dans ces conditions au moins une solution au problème de Weber appartient à l'enveloppe octogonale des lieux d'offre et de demande qui est un ensemble infini. Ce résultat reste vrai avec un problème de polylocalisation. Hansen, Perreur et Thisse (1980) définissent l'enveloppe octogonale d'un ensemble de lieux comme le plus petit polygone convexe contenant ces lieux, dont les côtés sont parallèles aux axes ou forment un angle de $\pi/4$ avec un des axes.

Le choix d'une distance influence aussi les propriétés de la localisation optimale.

Si la distance est euclidienne, la solution est unique. Si la métrique est rectilinéaire ou polyédrique, la solution peut être multiple (un segment ou l'aire limitée par un polygone). L'occurrence d'une solution multiple dépend de façon très instable des valeurs des masses à transporter et des localisations où elles sont affectées. Supposons une métrique rectilinéaire. Les abscisses x_i des lieux d'offre et de demande sont indicées de façon que $x_1 < x_2 < \dots < x_n$, et de même pour les ordonnées, mais indépendamment. Tous les points d'abscisse x avec $x_i < x < x_{i+1}$ sont optimaux si:

$$\sum_{l=1}^i m_l = \sum_{l=i+1}^n m_l .$$

Si l'égalité correspondante est aussi réalisée relativement aux ordonnées, tous les points de l'aire du rectangle ainsi défini sont optimums; sinon, les solutions sont les points d'un segment parallèle à l'axe des x et limité par les abscisses x_i et x_{i+1} . On voit que s'il y a la plus petite modification des valeurs des masses à transporter ou le passage d'une masse de la position $l \leq i$ à la position $l \geq i+1$, l'égalité ci-dessus est rompue et la solution est unique. La solution multiple est instable et hautement improbable. La même propriété est vérifiée avec une métrique circum-radiale.

L'impact d'une modification d'une masse à transporter est différent selon la métrique retenue. Dans le cas euclidien, tout changement de masse se traduit en général par un déplacement continu de l'optimum, sauf s'il conserve la dominance d'un lieu ou renforce une localisation en un sommet. Avec une distance rectilinéaire ou circum-radiale, le déplacement de l'optimum se fait par palliers, d'un élément de l'ensemble fini des solutions possibles vers un élément adjacent le long d'une des directions privilégiées.

Avec la métrique radiale, la solution est très stable: le centre reste l'optimum tant que la somme des masses localisées sur un rayon n'atteint pas 50% du total des masses.

On peut également étudier l'effet du déplacement continu d'un lieu d'offre ou de demande à la firme. Avec une métrique euclidienne, le déplacement induit de l'optimum est en général continu; au contraire, il est discontinu avec une métrique rectilinéaire ou circum-radiale (Perreur, 1974).

Pour compléter cette étude de la stabilité, il convient de rappeler le comportement de la solution lors d'une rotation du système d'axes. La distance euclidienne est insensible à cette opération; au contraire, avec une norme polyédrique (par exemple rectilinéaire), la rotation du système d'axes modifie la mesure des distances et par là même la position de l'optimum (Hurriot et Perreur, 1973a, 1973b).

Ces résultats seraient transposables au cas d'une distance-fonctionnelle si elle était une simple fonction linéaire de la distance-itinéraire. Mais la volonté de rapprocher les modèles des situations vécues amène à utiliser des distances-fonctionnelles plus complexes, fonctions concaves, convexes ou même quelconques de la distance-itinéraire, voire définies indépendamment de cette dernière. Ces cas généraux ont été peu étudiés: il est difficile, voire impossible, d'exprimer mathématiquement la fonction objectif, ce qui interdit l'usage des techniques classiques d'optimisation et oblige à recourir à la simulation. Compte tenu de la multitude des formes possibles des distances fonctionnelles et des questions soulevées, il est difficile de rendre compte de tous les travaux concernés. Certains seront cités dans la section 3, lorsque la distance-fonctionnelle prendra une forme "administrée", résultant d'un choix des décideurs. Les quelques exemples suivants sont tirés de la théorie de la localisation. Hakimi (1964), Wendell et Hurter (1973), Louveau et Thisse (1984) ont montré le rôle joué par la concavité de la fonction de coût de transport dans la localisation de l'optimum en une extrémité d'un arc d'un réseau. Emerson (1973), Woodward (1973), Khalili, Mathur et Bodenhorn (1974) ont mis l'accent sur l'influence de la forme de la fonction de coût de transport sur les rapports entre la localisation optimale et le niveau de production, compte tenu des différents types de fonctions de production. Enfin, le rôle de la distance-coût de transport dans la réalisation de l'identité entre le point qui maximise le profit et celui qui minimise le coût de transport a été étudié par Thisse et Perreur (1977) pour différentes fonctions de production.

2.2. Distance et structures radio-concentriques.

Les fondements du modèle radioconcentrique de localisation agricole de Thünen sont supposés connus (Thünen, 1826; Hurriot, 1988, 1989). Dans les conditions définies en 1.2.1.I, le critère d'affectation du sol à l'activité qui dégage la plus forte rente aboutit nécessairement à une répartition des cultures en couronnes concentriques, limitées par des cercles euclidiens. Cette analyse peut être exactement transposée à tout espace de production ou à tout problème d'allocation du sol à l'usage qui apporte la plus forte rente: les mêmes cercles concentriques peuvent être rencontrés dans l'analyse de l'espace urbain.

Les éléments déterminants de la nature circulaire de l'espace de production sont l'homogénéité des conditions de production et l'invariance des coûts de transport avec la direction. La distance qui joue le rôle clé est donc une distance-coût de transport. Le modèle élémentaire suppose que le coût est simplement proportionnel à la distance euclidienne. En fait, Thünen lui-même avait une vue moins simpliste des choses (Hurriot, 1989). Des déformations du schéma radio-concentrique élémentaire apparaissent essentiellement par suite de

la prise en compte des caractéristiques du réseau, de la différenciation des coûts de transport et de la forme de la fonction de coût de transport. Elles sont la conséquence des variations de la forme ou de la position relative des sphères associées aux distances-coût de transport utilisées.

2.2.1. La forme du réseau.

En supposant que les coûts de transport restent proportionnels à la longueur de l'itinéraire emprunté, on peut abandonner le principe euclidien du déplacement en ligne droite. Deux exemples illustrent cette démarche.

2.2.1.I. Si l'on a un réseau rectilinéaire uniforme, les sphères associées à la distance-coût de transport sont des carrés comme ceux de la figure 2a (Alonso, 1964; Paelinck et Nijkamp, 1975). On aura donc des zones de culture carrées ou des villes carrées.

2.2.1.II. Avec un réseau urbain composé de trois voies radiales combinées avec une série de réseaux rectilinéaires axés sur chacune d'elles, on obtient la ville en étoile de la figure 2b (Paelinck et Nijkamp, 1975). On peut généraliser ce cas sans difficulté à un nombre quelconque de radiales et conclure que la forme de la ville se rapproche d'un cercle quand le nombre de radiales augmente.

2.2.2. La différenciation des coûts de transport.

Le réseau de transport peut présenter une combinaison de voies plus ou moins rapides ou à tarifs différents. Quatre exemples sont présentés.

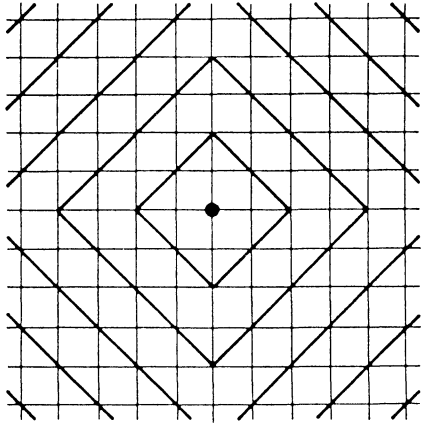
2.2.2.I. Thünen lui-même introduit une voie navigable radiale qui permet un coût de transport plus faible que les voies terrestres. Il montre comment cela entraîne un allongement des zones de culture le long de la voie d'eau: figure 2c. Kellerman (1983) a recensé un certain nombre de généralisations de ces distorsions pour l'espace agricole. Notons particulièrement le cas du transport maritime étudié par Kolars et Nystuen: "As this sort of transport is cheaper than others it will bring into production remote areas which in case of equivalent continental distance would have been too far from the market." (Kellerman, 1983, p.37).

2.2.2.II. Dans un espace urbain, Alonso (1964, p.132) superpose un réseau rectilinéaire uniforme et deux voies plus rapides se croisant au centre à angle droit; il obtient la structure urbaine de la figure 2d.

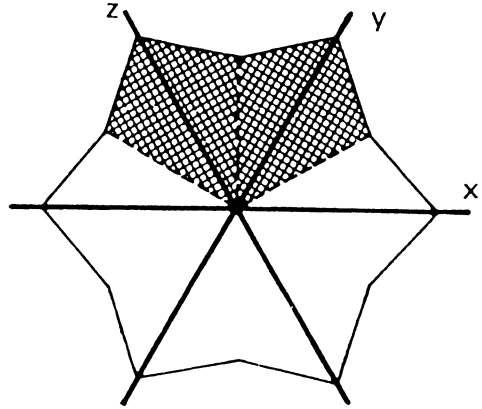
2.2.2.III. Il superpose alors au réseau combiné précédent un périphérique carré conformément aux déplacements autorisés par la métrique rectilinéaire (p.133); il construit ainsi la forme urbaine très mouvementée de la figure 2e.

2.2.2.IV. Plusieurs auteurs ont étudié de façon plus formelle les effets de la construction d'une autoroute radiale sur la structure urbaine, notamment sur la forme de la ville et sur les valeurs foncières (Par exemple Mohring, 1961; Muth, 1969; dans un espace considéré comme une bande rectangulaire: Lesourne, 1982). L'analyse de Mohring-Muth est illustrée par la figure 2f. Partons d'un espace euclidien muni d'une distance euclidienne. Introduisons une voie rapide L aboutissant au

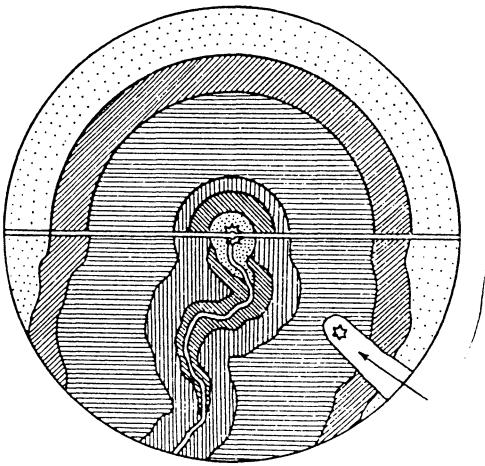
Figures 2: distances et déformations des structures radio-concentriques.
 (2a, 2d, 2e: Alonso, 1964; 2b: Paelinck et Nijkamp, 1975; 2c: Thünen, 1826; 2f: Muth, 1969)



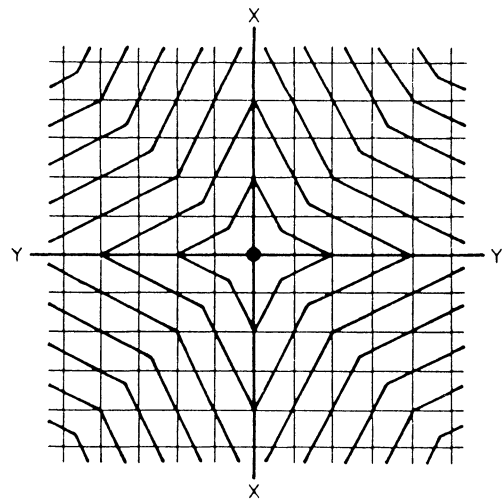
2a



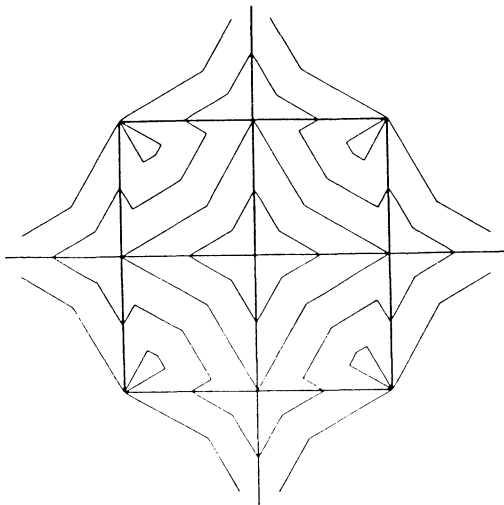
2b



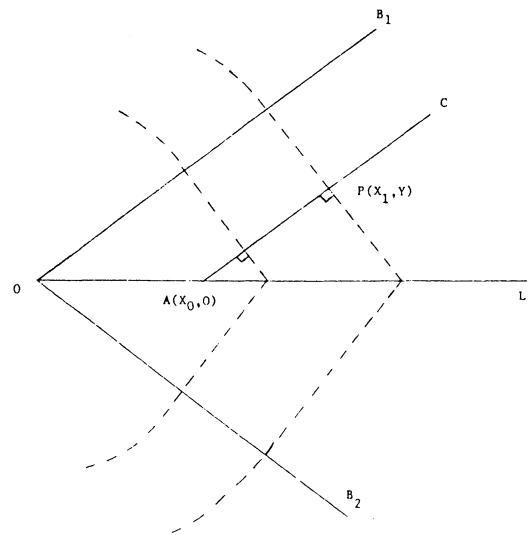
2c



2d



2e



2f

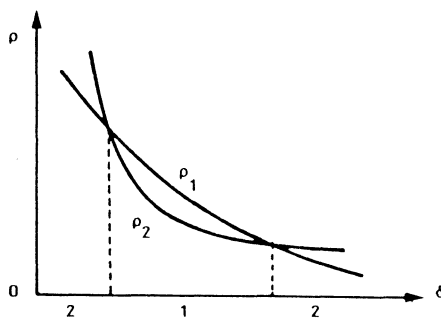
centre et permettant de ramener le taux de transport à une fraction α de ce qu'il est ailleurs. Un résident en P ira rejoindre la voie L en A pour se rendre au centre. La minimisation du coût permet de déterminer la direction optimale de C ainsi que le secteur B_1OB_2 dans lequel les résidents suivent un itinéraire comprenant une partie de L. La distance-coût de transport est alors la meilleure combinaison (en termes de coût) d'une portion de C et d'une portion de L. Les sphères associées à la nouvelle distance sont représentées par les lignes pointillées perpendiculaires aux directions optimales utilisées pour rejoindre la voie rapide. En dehors du secteur B_1OB_2 , les sphères circulaires sont inchangées. La déformation de ces sphères implique une déformation identique des zones de densité, de rente foncière et de prix du logement.

Tous ces résultats sont facilement transposables en termes d'effets d'une variation temporelle de la forme de la fonction distance.

2.2.3. La forme de la fonction de coût de transport.

Revenons aux conditions initiales élémentaires du modèle thünenien mais supposons que la distance-coût de transport soit une fonction concave de la distance-itinéraire (Huriot et Thisse, 1985). On peut facilement démontrer que les fonctions de rente sont alors convexes (Huriot, 1989). Les sphères sont encore circulaires et les localisations strictement concentriques. Cependant l'ordonnancement des localisations à partir du centre peut être bouleversé: une même activité peut en effet se trouver sur deux couronnes séparées, l'une proche du centre et l'autre éloignée (Dunn, 1954), comme le montre la figure 3. Toutefois, on aura au plus une couronne par activité à condition que toutes les fonctions de production soient identiques à un facteur d'échelle près (Beckmann, 1972).

Figure 3: fonctions de rente convexes et localisations. (Huriot, 1988)



Nous nous sommes limités dans cette section à deux séries de modèles. Il y en aurait beaucoup d'autres dignes d'intérêt, par exemple le modèle de Christaller-Lösch. On connaît l'optimalité de l'hexagone dans le cas classique; mais Basaille-Gahitte (1989) montre que si l'on a un élément fixe dans le coût de transport, l'aire optimale devient le carré, quel que soit l'agent économique qui supporte les coûts (p.306-331).

3. DISTANCES ET PRATIQUES SPATIALES.

De la distance-itinéraire à la distance-administrée.

Le choix d'une distance n'est pas seulement un problème qui se pose au théoricien en termes de modélisation spatiale. C'est aussi une question qui préoccupe le décideur, à différents niveaux, en termes de pratiques spatiales. La distance-fonctionnelle observée résulte toujours plus ou moins de choix technologiques ou économiques qui vont encore une fois déformer l'espace euclidien ou celui des distances-itinéraires. Ces choix s'inscrivent dans le cadre d'une politique de l'Etat - par l'action sur les infrastructures et les coûts - ou de l'entreprise - par une répercussion plus ou moins forte des coûts de transport sur ses clients. Ces actions remettent en cause les positions relatives des lieux et influencent à nouveau les schémas de localisation et les aires de marché dans la modélisation spatiale. Nous appelons **distance-administrée** toute distance-itinéraire ou -fonctionnelle résultant d'une telle politique.

3.1. Les positions relatives des lieux.

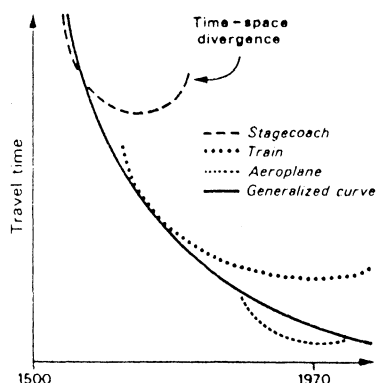
Les efforts de l'Etat et des collectivités locales pour lutter contre l'enclavement, la concurrence que se livrent les transporteurs pour réduire le temps de transport, combinés au progrès technique, conduisent à une "recomposition" cartographique, voire même à un espace qui ne peut plus être cartographié, si la distance obtenue n'est qu'une semi-métrique: la distance-temps en fournit un bon exemple (Muller, 1982, Perreur, 1989). Braudel (1986) souligne de son côté: "jusqu'ici, j'ai considéré l'espace comme un invariant. or, il varie évidemment, la véritable mesure de la distance étant la vitesse de déplacement des hommes." En fait, la vitesse ne "mesure" pas la distance: elle détermine seulement le passage d'une longueur à un temps, mais joue par là un rôle essentiel dans l'évolution des distances-temps. Comme le note Bourjol étudiant le découpage territorial (1969), la réduction des distances "n'est pas homothétique, elle est plus sensible à l'échelle mondiale qu'au niveau du village et du chef-lieu."

C'est dans le domaine du transport de l'information que les gains de vitesse sont les plus spectaculaires: les différents marchés des changes mondiaux ne sont distants que de quelques secondes (bien que certaines réactions puissent prendre plusieurs heures à cause de l'inévitable décalage horaire entre les moments d'ouverture des marchés). Ainsi le modèle concurrentiel, un instant écarté en raison de son incapacité à intégrer le facteur spatial, redevient pertinent. L'information peut être partiellement dissociée de son support humain - qui était encore souvent indispensable il y a un siècle - mais les contacts humains restent nécessaires: cela explique que malgré les progrès dans le transport de l'information, les localisations centrales favorisant ces contacts sont toujours attractives. L'important reste le couple homme-information.

Avec les moyens modernes de transport, la vitesse est une fonction croissante de la distance-itinéraire. Cela est dû d'abord aux contraintes terminales (embarquement ou chargement, phases d'accélération et de décélération). Cela s'explique ensuite par le fait que le choix du moyen de transport dépend du nombre de kilomètres à franchir (l'avion est réservé aux longs trajets) tout comme le choix d'une modalité d'un moyen de transport donné (train plus ou moins rapide; autoroute, route nationale ou route secondaire en automobile).

Cette propriété est mise en évidence par les estimations des distances-temps réalisées par Muller (cf § 1.3.2.).

Comme le souligne Braudel, la distance-temps n'est pas immuable. Ses variations ne sont ni isotropes ni homothétiques. Les nouveaux moyens de transport s'accompagnent le plus souvent d'aménagements qui ne les rendent pas accessibles en tout lieu. Les positions relatives des lieux sont sans cesse remises en cause dans un mouvement général de "convergence de l'espace-temps", c'est-à-dire de rétrécissement de l'espace en termes de distance-temps. Janelle (1968), créateur du terme, montre que la convergence n'est ni linéaire, ni continue: les progrès dans les transports se font de manière discontinue. Forer (1974) utilise Figure 4: convergence de l'espace-temps (Forer, 1974, in: Gatrell, 1983)



les données du transport aérien en Nouvelle Zélande entre 1947 et 1970 et avance l'hypothèse d'une variation temporelle de la distance-temps selon une fonction décroissante convexe (figure 4). Cela est dû à l'existence de rendements décroissants dans la lutte pour l'amélioration de la vitesse. Hutter (1971) note le même phénomène dans son étude relative au T.G.V. sud-est: un accroissement de vitesse de 20km/h provoque une augmentation de coût de 2% à 180km/h avec un gain de 2,61s/km, mais de 6,6% à 250km/h pour un gain de 1,35s/km et de 8,7% à 300km/h, le gain tombant à 0,94s/km. Cette décroissance des rendements n'est pas uniquement imputable à des problèmes techniques; il existe une force antagoniste de divergence liée à l'encombrement sur les réseaux et aux difficultés terminales: problèmes de stationnement, temps d'attente à l'atterrissage, éloignement des aéroports des centres-ville, etc...

3.2. Distance administrée, itinéraires et coûts de transport.

Trois questions peuvent être abordées. Comment choisir un itinéraire pour se déplacer d'un lieu à un autre? Selon quelles modalités la firme répercute-t-elle le coût de transport sur son client, recomposant de la sorte son espace économique? Enfin, quelles sont les conséquences de ces politiques? Cette dernière question est abordée à travers quelques exemples pris dans la théorie de la localisation des entreprises et dans la théorie des marchés.

3.2.1. Le choix d'un itinéraire.

Palander (1935) est le premier à recourir à l'analogie avec la loi optique de la réfraction de Descartes pour expliquer la construction d'un itinéraire entre deux lieux appartenant à des zones 1 et 2 où sont appliqués des tarifs de transport t_1 et t_2 différents. Werner (1968)

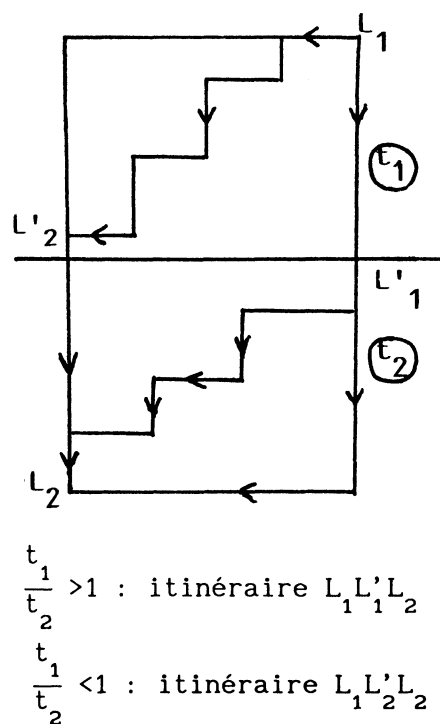
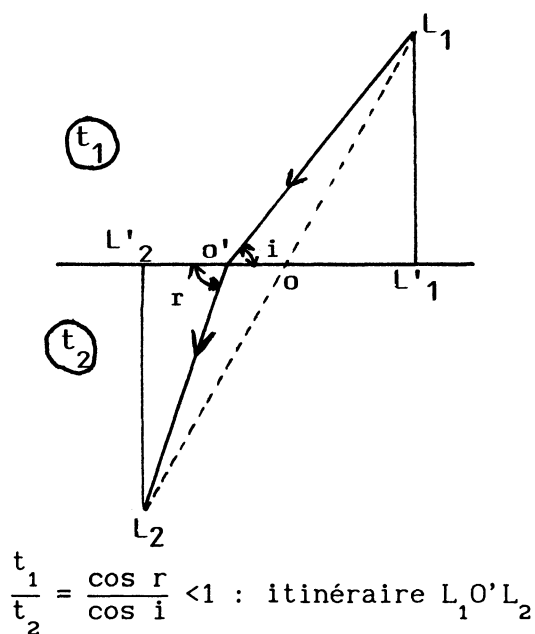
étend cette analyse au cas de n zones et propose une méthode mathématique de recherche du chemin le moins coûteux. L'itinéraire retenu s'écarte de la ligne droite: il est allongé dans la zone au tarif le plus faible et raccourci là où le tarif est le plus fort et sa forme est fonction de la valeur du rapport des tarifs (figure 5a). Avec une métrique rectilinéaire, seul le signe de la différence de tarifs entre les deux zones a un effet sur le choix de l'itinéraire. La forme de l'itinéraire optimum n'est entièrement déterminée que dans la zone de plus fort tarif (figure 5b).

Les applications de ce principe sont nombreuses. L'automobiliste pressé n'hésite pas à allonger la distance-itinéraire pour rejoindre un point d'accès de l'autoroute sur laquelle il se déplace plus rapidement. On a vu comment la différenciation des tarifs de transport déforme les cercles de Thünen. Lors de la construction d'infrastructures de transport, la volonté de minimiser le coût d'investissement conduit à concentrer les réseaux dans les vallées. L'accroissement relatif du prix du sol dans ces sites ainsi que le progrès technique apportent d'autres configurations, puisque la contrainte technique est remplacée par la contrainte de coût du sol.

Figures 5: loi de la réfraction

(a) Cas euclidien

(b) Cas rectilinéaire



Ce principe explique aussi en partie les arbitrages dans les déplacements urbains entre le passage par la périphérie et le passage par le centre. La vitesse, liée à la congestion du trafic, est déterminante. Sur le plan de l'analyse simultanée des déplacements urbains en situation de congestion, Smith (1979) utilise le concept d'équilibre de Wardrop: une répartition du trafic sur les différentes branches du réseau routier urbain est un équilibre de Wardrop lorsqu'aucun individu ne peut choisir un itinéraire moins coûteux. Sous certaines conditions, une répartition d'équilibre du trafic existe et un unique coût d'équilibre peut être associé à toute paire de lieux (a,b). Ce coût est utilisé par Huriot et Thisse pour définir une "distance

économique avec congestion" (Huriot et Thisse, 1986).

3.2.2. Les politiques de prix et l'espace observé.

La mise à disposition d'un bien au consommateur nécessite le franchissement d'une distance-itinéraire, donc occasionne un coût. Est-il toujours justifié? Cela dépend de l'utilité que le consommateur retire du bien considéré, évaluée par le prix qu'il accepte de payer pour la disponibilité du bien. Si ce prix couvre au moins les coûts de fabrication et de transport, ce dernier est justifié du point de vue de l'optimum social. Les conséquences monétaires de la distance-itinéraire sont entièrement répercutées et la politique de prix est dite neutre relativement à l'espace observé et à ses réseaux. Toutefois, cette politique neutre ne semble pas toujours être la règle. Greenhut (1981) note que parmi les entreprises de son échantillon, les deux tiers discriminent spatialement aux Etats-Unis, 79% en Allemagne et 82% au Japon: "F.O.B. pricing is the exception rather than the rule." (p.79).

Une première forme de discrimination consiste à vendre à un prix C.A.F. uniforme globalement ou par zones (Phlips, 1983). D'après le rapport de la commission américaine des prix (cité par Norman, 1981), ce système est appliqué pour de nombreux produits intermédiaires. Le prix C.A.F. étant le même en tout lieu d'une zone, l'espace est transformé en un nombre fini de points qui sont la localisation de la firme et un point par zone, plus ou moins éloigné du premier selon le coût de transport imputé à la zone. Si le prix est unique, tout se passe comme si un seul lieu regroupait l'ensemble des consommateurs. Ceux d'entre eux qui sont localisés au lieu de production paient aussi le coût de transport, si bien que la distance-coût de transport de ce lieu à lui-même n'est pas nulle. Les consommateurs sont donc "relocalisés" dans l'espace en termes de distance-coût de transport: les effets de leurs localisations relatives dans l'espace observé sont neutralisés. Quant au producteur, il assure une péréquation des coûts de transport vers les consommateurs, mais il supporte les coûts globaux correspondant à leur répartition observée. Ainsi, en rapprochant certains consommateurs en termes de distance-coût de transport et en éloignant certains autres, le producteur espère modifier à son profit les conditions du marché. L'élasticité-prix de la demande est souvent plus forte dans les lieux les plus éloignés et le plus contestés: on a ainsi une application spatiale du principe général du monopole discriminant. Notons que l'existence d'économies d'échelle peut expliquer que le prix payé soit pour tous strictement inférieur au prix payé en l'absence de discrimination.

Un deuxième exemple correspond à la politique dite du point de base. Tous les coûts de transport sont calculés à partir d'un ou plusieurs point(s) de base indépendamment des localisations réelles. Tout se passe comme s'il existait un passage obligé par un dépôt fictif situé en un point de base. La distance-coût de transport entre le lieu de production et ce dépôt est nulle bien que les lieux ne soient pas confondus: on a donc créé une métrique faible. Au regard de l'acheteur, tous les vendeurs sont concentrés dans les points de base. Pour les producteurs, qui supportent les coûts, seules importent les localisations réelles. L'imperfection de la concurrence ne peut plus naître de différences de localisation des vendeurs: le rôle des distances est partiellement neutralisé, elles ne protègent plus les concurrents.

D'autres exemples pourraient être donnés, de transformations de l'espace observé par des politiques spatiales de prix. Les métriques discrètes relatives à la tarification du courrier - pour un poids donné,

le prix du timbre est indépendant de la distance-itinéraire -, à la tarification du téléphone par zones ou au prix des transports en commun sont des généralisations des politiques de prix C.A.F. uniforme.

3.2.3. Les politiques de prix et l'espace modélisé.

"Il existe une importante littérature [...] concernant les implications des différentes politiques spatiales de prix quant au profit, au niveau de production et au bien être. Ce qui est surprenant, c'est que dans toute cette littérature pratiquement rien n'ait été dit concernant les effets sur les choix de localisation" (Greenhut, Mai et Norman, 1986, p.329). Nous aborderons cette question en reprenant les principales conclusions de deux études, celle de Greenhut, Mai et Norman (1986) et celle de Peeters et Thisse (1988).

Le cadre d'analyse retenu par Greenhut et al. (1986) est restrictif: l'espace est à une dimension. La distribution des consommateurs n'est pas uniforme. "La principale conclusion qui peut être tirée ... [est que] la thèse de Greenhut (1956), selon laquelle la localisation de l'établissement est affectée de façon significative par la politique de prix, est clairement validée." (p.336). Ils analysent le rôle que jouent la forme de la fonction de coût de transport et la demande relativement au prix. Ils démontrent que, selon la politique de prix, la localisation optimale se déplace sur le plus petit segment incluant la moyenne, la médiane et le mode de la distribution des consommateurs. En général, la valeur modale, correspondant à la plus forte concentration, attirerait plus le monopoleur qui pourrait discriminer de façon optimale en absorbant tout ou partie du coût de transport imputable aux consommateurs plus éloignés. Si les fonctions de demande et de coût de transport sont linéaires, la localisation maximisant le profit est identique pour une politique de prix F.O.B. ou une politique de prix uniforme, dans différentes structures de marché. Comme le soulignent les auteurs, la différenciation de ces deux politiques ne peut donc plus être réalisée qu'en considérant le surplus des consommateurs (étudié par Beckmann, 1976; Norman, 1981), mais la portée de cette méthode est limitée puisqu'elle nécessite des comparaisons interpersonnelles d'utilité.

L'analyse du duopole confirme les résultats: avec des politiques de prix F.O.B. ou uniforme la concentration de la production est plus grande que lorsque les duopoleurs peuvent appliquer une politique de discrimination optimale. L'entente entre duopoleurs conduit à une plus grande dispersion des localisations.

D'un autre côté, Peeters et Thisse (1988) abordent un problème similaire en essayant de déterminer simultanément le système spatial de prix, le nombre d'établissements à ouvrir, leur localisation, les quantités produites et les aires de marché qui maximisent le profit. Ils retiennent un espace à deux dimensions et réalisent des simulations pour illustrer un cas concret. La politique de prix uniforme et la discrimination spatiale conduisent à des configurations de localisations et d'aires de marché plus ou moins semblables mais différentes de celles qu'on obtient avec une politique de prix F.O.B.. Les simulations montrent que cette dernière favorise la multiplication des établissements, ce qui s'expliquerait par la volonté de la firme de satisfaire la plus grande part possible de la demande finale en ouvrant des établissements proches des consommateurs. Cependant, le nombre d'établissements est une fonction non croissante du niveau du coût fixe et de l'élasticité-prix de la demande. Les comparaisons sont faites selon différents critères: profit, surplus du consommateur, bien-être

social, etc...

Pour notre propos, cette recherche présente aussi l'intérêt d'étudier l'impact de deux formes de distance sur la structure spatiale des localisations. Ainsi la distance euclidienne et la distance observée par voie ferrée sont successivement considérées. Deux conclusions principales peuvent être retenues. D'abord, on observe une tendance à une décroissance du nombre d'établissements quand, dans une simulation donnée, la distance euclidienne remplace la distance-réseau ferré, ce qui tiendrait au fait que le réseau canalise les déplacements et tend à accroître les distances. Ensuite, les configurations spatiales apparaissent différentes selon la distance; toutefois, les auteurs ne jugent pas ces différences "dramatiques". Ce résultat rappelle le rôle joué par la forme du réseau (Plassard, 1977).

CONCLUSION.

Nous avons réalisé un vaste tour d'horizon des manières de concevoir la distance et de leurs conséquences sur la modélisation aussi bien que sur la pratique de l'espace. Nous nous sommes surtout centrés sur les aspects économiques des phénomènes spatiaux. L'examen d'autres aspects pourrait certainement conduire au même constat du rôle stratégique des formes de la distance.

Nous avons constaté que de nombreuses représentations formelles sont disponibles et que l'on connaît assez bien leurs avantages respectifs et leurs effets sur l'espace représenté. Beaucoup sont plus réalistes, certaines sont plus simples que la distance euclidienne, quelques-unes seulement cumulent les deux qualités. La force de l'habitude est encore telle que la majeure partie de l'analyse spatiale actuelle est fondée sur la distance euclidienne. L'étude d'autres distances permet de relativiser les résultats obtenus avec cette dernière, de mieux savoir comment ils rendent compte de l'espace observé et finalement de connaître les limites de cet instrument d'analyse.

BIBLIOGRAPHIE.

- Alonso W. (1964), *Location and land use*, Cambridge, Mass., Harvard University Press.
- Auray J.P., Brissaud M., Duru G. et Lamure M. (1990), Prétopologie, Prémétrie et convexité, communication présentée à la table ronde A.S.R.D.L.F. de Chamonix "distance et analyse spatiale", 5-6 janvier.
- Bailly A.S. (1977), *La perception de l'espace urbain*, Paris, Centre de Recherche d'Urbanisme.
- Bailly A. et Beguin H. (1982), *Introduction à la géographie humaine*, Paris, Masson.
- Basaille-Gahitte A. (1989), *Contribution à l'analyse théorique de la région économique: critique des fondements mathématiques du modèle des places centrales*, Thèse, Université de Bourgogne.
- Beckmann M.J. (1972), Von Thünen revisited: a neoclassical land use model, *Swedish Journal of Economics*, 1-7.
- Beckmann M.J. (1976), Spatial price policies revisited, *Bell Journal of Economics* 7, 619-630.
- Beguin H. (1988), La région et les lieux centraux, in: Ponsard C., éd., *Analyse économique spatiale*, Paris, P.U.F., 231-275.

- Beguín H. and Thisse J.-F.** (1979), An axiomatic approach to geographical space, *Geographical Analysis*, 11, n°4, 325-341.
- Berge C.** (1970), *Graphes et Hypergraphes*, Paris, Dunod.
- Bergson H.** (1889), *Essai sur les données immédiates de la conscience*, Paris, P.U.F., réédition 1948.
- Bergson H.** (1907), *L'évolution créatrice*, réédition: Paris, Rombaldi, 1975.
- Bourjol M.** (1969), *Les institutions régionales de 1789 à nos jours*, Paris, Berger Levrault.
- Braudel F.** (1986), *L'identité de la France*, Paris Arthaud, tome 1.
- Briggs R.** (1973), Urban cognitive distance, in Downs R.M. and Stea D., ed., *Image and environment*, Chicago, Aldine, 361-388.
- Cadwallader M.** (1975), A behavioral model of consumer spatial decision making, *Economic Geography*, 51, n°4, 339-349.
- Cauvin C.** (1984), *La perception des distances en milieu intra-urbain*, Travaux et Recherches n°3, E.R.A. 214, C.N.R.S., Strasbourg.
- Cooper L.** (1963), Location-allocation problems, *Operation Research*, 11, 331-343.
- Cooper L.** (1968), An extension of the generalized Weber Problem, *Journal of Regional Science*, 8, 181-197.
- Derognat I.** (1990), Vers une axiomatique de la distance cognitive: la distance-transport mentale, communication présentée à la table ronde A.S.R.D.L.F. de Chamonix "distance et analyse spatiale", 5-6 janvier.
- Desrousseaux J.** (1981), *La théorie économique et l'espace géographique*, Paris, C.N.R.S., Monographies du séminaire d'économétrie n°17.
- Dunn E.S.** (1954), *The location of agricultural production*, Gainesville, University of Florida Press.
- Durier R. et Michelot C.** (1985), Geometrical properties of the Fermat-Weber problem, *European Journal of Operational Research*, 20, 332-343.
- Emerson D.** (1973), Optimum firm location and the theory of production, *Journal of Regional Science*, 13, 335-347.
- Fairthorne D.** (1965), The distance between pairs of points in towns of simple geometrical shapes, *Proceedings of the Second International Symposium on the Theory of Traffic Flows, London, 1963*, Paris, O.C.D.E.
- Forer P.** (1974), Space through time: a case study with New Zealand airlines, in: Cripps E., ed., *Space-time concepts in urban and regional models*, London, Pion, 22-45.
- Francis R.L. and Cabot A.V.** (1972), Properties of a multifacility location problem involving euclidean distances, *Naval Research Logistic Quarterly*, 19, 335-353.
- Fustier B. et Rouget B.** (1985), Approche empirique de la notion de centralité urbaine, Document de Travail n° 74, Dijon, I.M.E.
- Gatrell A.C.** (1983), *Distance and space; a geographical perspective*, Oxford, Clarendon Press.
- Gérard-Varet L.A., Prévot M. et Thisse J.-F.** (1976) *Analyse mathématique pour l'économie, topologie*, Paris, Dalloz (Précis).
- Golledge R.G. and Hubert L.J.** (1982), Some comments on non-euclidian mental maps, *Environment and Planning, A*, 14, 107-118.
- Greenhut M.L.** (1956), *Plant location in theory and practice*, Chapel Hill, University of North Carolina Press.
- Greenhut M.L.** (1981), Spatial pricing in the United States, West Germany and Japan, *Economica*, 48, 79-86.
- Greenhut M.L., Mai C.C. and Norman G.** (1986), Impact on optimum location of different pricing strategies, market structures and customers distributions over space, *Regional Science and Urban Economics*, 16, 329-351.

- Hakimi S.L.** (1964), Optimum location of switching centers and median on a graph, *Operation Research*, 12, 450-459.
- Hanjoul P., Thisse J.-F., Zoller H.G.** (1983), Quelques contributions à l'analyse de la localisation, in: Paelinck J.H.P., Salles A., éd., *Espace et localisation*, Paris, Economica.
- Hansen P., Perreur J. and Thisse J.-F.** (1980), Location theory, dominance and convexity: some further results, *Operation Research*, 28, 1241-1250.
- Harary F., Norman R.Z. et Cartwright D.** (1968), *Introduction à la théorie des graphes orientés*, Paris, Dunod.
- Huriot J.-M.** (1977), *La formation du paysage économique*, Dijon, Librairie de l'Université (diffuseur), coll. de l'I.M.E.
- Huriot J.-M.** (1983), Espace et méthode en économie, *L'Economie du Centre-Est*, 4, 223-238)
- Huriot J.-M.** (1988), L'espace de production et la rente foncière, in: Ponsard C., *Analyse économique spatiale*, Paris, P.U.F., 23-57.
- Huriot J.-M.** (1989), La rente de Thünen retrouvée, Document de Travail n° 117, Dijon, I.M.E., à paraître dans: *La rente foncière*, Paris, A.D.E.F.
- Huriot J.-M. et Perreur J.** (1973a), Modèles de localisation et distance rectilinéaire, *Revue d'Economie Politique*, n°4, 640-662.
- Huriot J.-M. and Perreur J.** (1973b), On the Weber problem with rectangular distance: a comment, *Management Science*, 20, 418-419.
- Huriot J.-M. et Thisse J.-F.** (1985), La distance en analyse spatiale: une approche axiomatique, Document de travail n°77, Dijon, I.M.E.
- Huriot J.-M. and Thisse J.-F.** (1986), Distance in spatial analysis, an axiomatic approach, in: Actes du symposium "Analyse de systèmes et modèles mathématiques", *Cahiers de Géographie de Besançon*, (Séminaires et notes de recherche n°28), 223-228.
- Huriot J.-M. et Thisse J.-F.** (1987), Distances économiques et métriques: éléments d'axiomatique, in: Guesnier B. et Paelinck J.H.P., éd., *Modélisation spatiale: théorie et applications*, Dijon, Librairie de l'Université (diffuseur), coll. de l'I.M.E.
- Huriot J.-M., Thisse J.-F. and Smith T.E.** (1989), Minimum-cost distances in spatial analysis, *Geographical Analysis*, 21, n°4, 294-315.
- Hurter A.P. and Wendell R.E.** (1972), Location and production: a special case, *Journal of Regional Science*, 12, 243-247.
- Hutter M.** (1971), Perspectives d'avenir du transport guidé à grande vitesse; les projets actuels de la S.N.C.F. et leurs aspects économiques, in: Chapelle J. et Ponsard C., ed., *La capacité de concurrence de l'industrie française*, Paris, Bordas-Dunod, 180-219.
- Idrissi Fakhreddine H.** (1982), *Approximation de problèmes de Fermat-Weber généralisés. Application à deux problèmes de localisation*, Thèse, Lyon, Université Claude Bernard.
- Janelle D.G.** (1968), Central place development in a time-space framework, *Professional Geographer*, 20, 5-10.
- Janelle D.G.** (1969), Spatial reorganization: a model and concept, *Annals of the Association of American Geographers*, 59, 342-364.
- Kant E.** (1787), *Critique de la raison pure*, 2ème édition.
- Katz I.N. and Cooper L.** (1981), Facility location in the presence of forbidden regions, I: formulation and the case of euclidean distance with one forbidden circle, *European Journal of Operational Research*, 6, 166-173.
- Kaufmann A.** (1968), *Méthodes et modèles de la recherche opérationnelle*, Paris, Dunod, Tome II.

- Kellerman A.** (1983), Agricultural location theory: a review and bibliography of theory and applications, R.S.R.I. Discussion Paper Series n°129, Peace Dale.
- Khalili A., Mathur V. and Bodenhorn D.** (1974), Location and the theory of production: a generalization, *Journal of Economic Theory*, 9, 467-475).
- Kline M.** (1964), Geometry, *Scientific American*, vol. 211.
- Kuhn H.W.** (1965), Locational problems and mathematical programming, in: *Applications of Mathematical Economics*, Budapest, Publishing House of the Hungarian Academy of Sciences, 235-242.
- Kuhn H.W. and Kuenne R.E.** (1962), An efficient algorithm for the numerical solution of the generalized Weber problem in spatial economics, *Journal of regional Science*, 4, n°2, 21-33.
- Kuiper J.H.** (1985), *Distributions of distances in pregeographical space*, Ph.D., Erasmus university, Faculty of Economics, Rotterdam.
- Lachène R.** (1965), Contribution à l'analyse de l'espace économique, *Metra*, série spéciale, n°6.
- Lantner R. et Thisse J.-F.** (1974), Une révision des conditions d'équilibre de la firme: l'intégration du facteur spatial, *Revue d'Economie Politique*, 1, 108-113.
- Larson R.C. and Sadiq G.** (1983), Facility location with the Manhattan metric in the presence of barriers to travel, *Operation Research*, 31, 652-669.
- Leibnitz G.W.** (1704, 1716), extraits des correspondances, in: *Les deux labyrinthes, textes choisis*, Paris, P.U.F., 1973.
- Lesourne J.** (1982), Les infrastructures de transport et la localisation des agents économiques: quelques évidences, in: *Modèles économiques de la localisation et des transports*, actes de la table ronde tenue à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 13/14 mai 1982.
- Lipschutz S.** (1965), *General topology*, New York, McGraw-Hill, Schaum's Outline Series.
- Louveau F. and Thisse J.-F.** (1984), Production and location on a network under demand uncertainty, Louvain-la-Neuve, CORE Discussion Paper 8401.
- Love R.F.** (1967), The location of single facilities in three dimensional space by non linear programming, *Journal of Canadian Operation Research Society*, 5, n°3, 136-143.
- Love R.F. and Morris J.G.** (1972), Modelling inter-city road distances by mathematical functions, *Operational Research Quarterly*, 23, n°1, 61-71.
- Lowrey R.A.** (1973), A method for analysing distance concepts of urban residents, in: Downs R.M. and Stea D., ed., *Image and environment*, Chicago, Aldine, 338-360.
- Lundberg V.L.F.** (1973), Emotional and geographical phenomena in psychological research, in: Downs R.M. and Stea D., ed., *Image and environment*, Chicago, Aldine, 322-337.
- MacLane S.** (1980), Mathematical models of space, *American Scientist*, 68, 184-191.
- Mohring H.** (1961), Land values and the measurement of highway benefits, *Journal of Political Economy*, 49, 236-249.
- Muller J.-C.** (1982), Non-euclidean geographic spaces: mapping functional distance, *Geographical Analysis*, 14, n°3, 189-203.
- Muth R.F.** (1969), *Cities and housing*, Chicago, The University of Chicago Press.
- Newton I.** (1687), *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Londres.
- Norman G.** (1981), Uniform pricing as an optimal spatial pricing policy, *Economica*, 48, 87-91.
- Paelinck J.H.P. and Nijkamp P.** (1975), *Operational theory and method in regional economics*, Saxon House.

- Palander T. (1935), *Beitrage zur Standortstheorie*, Uppsala, Almqvist & Wiksells Boktryckeri A.B.
- Peeters D. and Thisse J.-F. (1988), Spatial price policies and the location of the firm, Département de Géographie, Université Catholique de Louvain.
- Perreur J. (1974), *Contribution à la théorie de la localisation de l'entreprise*, Thèse, Université de Dijon.
- Perreur J. (1989), L'évolution des représentations de la distance et l'aménagement du territoire, *Revue d'Economie Régionale et Urbaine*, 1, 115-141.
- Perreur J. and Thisse J.-F. (1974a), Central metrics and optimal location, *Journal of Regional Science*, 14, 411-421.
- Perreur J. et Thisse J.-F. (1974b), Une application de la métrique circum-radiale à l'étude des déplacements urbains, *Revue Economique*, 2, 298-315.
- Phlips L. (1983), *La formation des prix*, Paris et Louvain-la-Neuve, Economica et Cabay.
- Piaget J. et Inhelder B. (1947), *La représentation de l'espace chez l'enfant*, Paris, P.U.F.
- Pitts C.G.C. (1972), *Introduction to metric spaces*, Edinburgh, Oliver & Boyd.
- Plassard F. (1977), *Les autoroutes et le développement régional*, Paris, Economica.
- Poincaré H. (1902), *La science et l'hypothèse*, rééd. Paris, Flammarion, 1968, coll. Champs.
- Ponsard C. (1969), *Un modèle topologique d'équilibre économique interrégional*, Paris, Dunod.
- Ponsard C. (1983), *History of spatial economic analysis*, Berlin, Springer-Verlag.
- Reichenbach H. (1958), *The philosophy of space and time*, New York, Dover, english translation of *Philosophie der Raum-Zeit-Lehre*, 1927.
- Ribeiro H. (1943), Sur les espaces à métrique faible, *Portugaliae Mathematica*, 4, 1, 21-40.
- Rouget B. (1975), Représentations topologiques de l'espace urbain, *Recherches Economiques de Louvain*, 42, n°3, 241-254.
- Russel B. (1948), *Human knowledge. Its scope and limits*, London, Allen and Unwin.
- Sack R.D. (1980), *Conceptions of space in social thought, a geographical perspective*, Minneapolis, University of Minnesota Press.
- Schärliig A. (1973), *Où construire l'usine?*, Paris, Dunod.
- Smith M.J. (1979), The existence, uniqueness and stability of traffic equilibria, *Transportation Research*, 138, 295-304.
- Smith T.E. (1987), Shortest-path distances: an axiomatic approach, Working Paper, Department of Regional Science, University of Pennsylvania, Philadelphia.
- Thisse J. (1975), *Contribution à la théorie microéconomique spatiale*, Thèse, Université de Liège.
- Thisse J.-F. and Perreur J. (1977), Relations between the point of maximum profit and the point of minimum transportation cost: a restatement, *Journal of Regional Science*, 17, 227-234.
- Thisse J.-F., Ward J.E. and Wendel R.E. (1984), Some properties of location problems with block and round norms, *Operation Research*, 32, 1309-1327.
- Thünen von- J.H. (1826), *Der Isolierte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft und Nationalökonomie*, vol.1, Hamburg, Perthes.

- Tobler W.R.** (1976), The geometry of mental maps, in: Golledge R.G., ed., *Spatial choice and spatial behavior*, Columbus, Ohio State University Press, 69-81.
- Ward J.E. and Wendel R.E.** (1981), Using block norms for location modeling, W.P.n° 470RE , Graduate School of Business, University of Pittsburg, Pittsburg, Pennsylvania 15260.
- Weibull J.W.** (1976), An axiomatic approach to the measurement of accessibility, *Regional Science and Urban Economics*, 6, 357-379.
- Wendel R.E. and Hurter A.P.** (1973), Location theory, dominance and convexity, *Operation Research*, 21, 314-320.
- Werner C.** (1968), The law of refraction in transportation geography: its multivariate extension, *Canadian Geographer*, 12, 28-40.
- Whyburn G.T.** (1942), What is a curve? , *American Mathematical Monthly*, 49, 493-497.
- Witzgall C.** (1964), *Optimal location of central facility. Mathematical models and concepts*, Technical Report 8388, Washington, N.B.S.R.
- Woodward R.S.** (1973), The iso-outlay function and variable transport cost, *Journal of Regional Science*, 13, 349-355.
- Zoller, H.** (1988), L'espace résidentiel et le prix du logement, in Ponsard C., éd., *Analyse économique spatiale*, Paris, P.U.F., 59-92.

