



HAL
open science

L'accessibilité comme signal quantité dans les schémas de rationnement et de distribution décentralisés

Louis de Mesnard

► **To cite this version:**

Louis de Mesnard. L'accessibilité comme signal quantité dans les schémas de rationnement et de distribution décentralisés. [Rapport de recherche] Institut de mathématiques économiques (IME). 1986, 33 p., ref. bib. : 1 p. hal-01537997

HAL Id: hal-01537997

<https://hal.science/hal-01537997>

Submitted on 13 Jun 2017

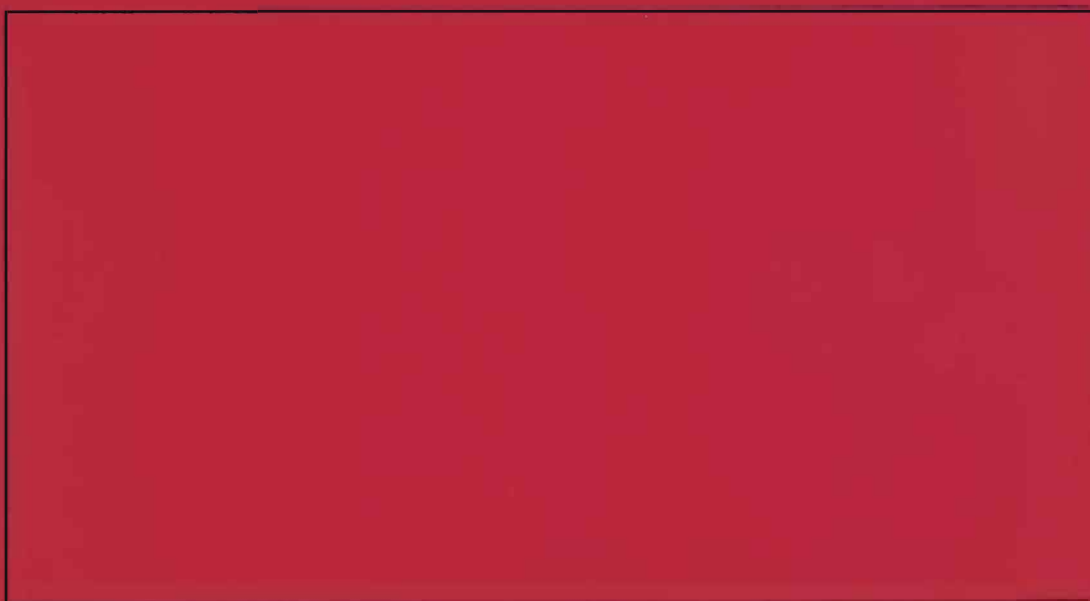
HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

I.M.E.

EQUIPE DE RECHERCHE ASSOCIEE AU C.N.R.S.

DOCUMENT DE TRAVAIL



INSTITUT DE MATHEMATIQUES ECONOMIQUES

UNIVERSITE DE DIJON

FACULTE DE SCIENCE ECONOMIQUE ET DE GESTION

4, BOULEVARD GABRIEL — 21000 DIJON

n° 89

L'ACCESSIBILITE COMME SIGNAL QUANTITE DANS LES SCHEMAS
DE RATIONNEMENT ET DE DISTRIBUTION DECENTRALISES

Louis de MESNARD

Septembre 1986

- N° 81 G. CHARREAUX et J.P. PITOL-BELIN : La théorie contractuelle des organisations : une application au conseil d'administration (Novembre 1985)
- N° 82 C.S. BERTUGLIA, G. LEONARDI, R. TADEI : Dynamic analysis of transport - location interrelationships : theory and models. (November 1985)
- N° 83 PH. VINCKE : La modélisation des préférences (Décembre 1985)
- N° 84 Elie SADIGH : La dépense du profit et le dysfonctionnement du système économique (Janvier 1986)
- N° 85 Elie SADIGH : Réalisation de la rente et généralisation du surplus dans le système de Walras (Février 1986)
- N° 86 J.C. GARLANDIER, B. ROUGET : Influence économique et concurrence au sein d'une agglomération. Essai de mesure. (février 1986)
- N° 87 B. FUSTIER : Classement en présence de critères multiples : Sparte II (avril 1986)
- N° 88 J.M. HURIOT : Land rent, production and land use (July 1986)

La liste récapitulative des Documents de Travail publiés depuis 1974 (numéros 1 à 80), mentionnant les références des "reprints" dans des revues, peut-être communiquée sur demande adressée à l'I.M.E.

The list of Working Papers published since 1974 (N° 1 to 80), and mentioning the reprints in their original or revised version is available and will be sent on request.

INTRODUCTION.

Un marché dans lequel on supprime l'hypothèse de pôle distributeur central ne peut pas à priori fonctionner, parceque, dans la théorie traditionnelle, tous les biens sont supposés transiter par le centre, ce qui assure deux fonctions: la formation d'un prix unique et la distribution des biens.

Nous allons examiner ce qui se passe quand on lève cette hypothèse:

- en nous plaçant dans le cadre de la théorie du déséquilibre où le prix est donné. Nous renoncerons donc à la première fonction, mais nous n'étudierons que le cas des prix uniques.

- en abandonnant l'hypothèse du pôle central. Nous enlèverons ainsi la seconde fonction.

Nous proposerons alors un schéma de distribution décentralisé, dans lequel nous étudierons les signaux quantité.

A. LES SCHEMAS DE RATIONNEMENT ET DE DISTRIBUTION.

Dans tous les développements qui suivent, nous supposerons que les hypothèses traditionnelles des schémas de rationnement sont satisfaites (cf BENASSY 1):

- il y a échange volontaire: aucun n'agent n'échange plus qu'il ne désire

- les schémas sont efficaces ou sans friction: il n'y a pas à la fois d'offres et de demandes non satisfaites. Donc tous les agents du côté "court" (contraint) réalisent les échanges au niveau qu'ils désiraient.

Du point de vue des notations, nous désignerons par Og l'offre globale et par Dg la demande globale.

Nous allons rappeler le cas du marché traditionnel et voir le cas des schémas de rationnement. Pour le marché, chacun connaît la littérature, en partant de Marshall et de Walras. Pour les schémas de rationnement simple, il en existe deux grands types: le système de queue et le système proportionnel (cf BENASSY 1, chapitre 1; BENASSY 2; KORNAI et WEIBULL).

I. RAPPEL: LE MARCHÉ TRADITIONNEL.

Dans la théorie traditionnelle du marché à un seul bien, le marché joue un double rôle:

- assurer l'existence d'un prix unique, qui équilibre l'offre et la demande

- réaliser un centre unique de distribution du bien, en évitant de se poser la question de savoir combien chaque vendeur doit vendre à chaque acheteur, la répartition étant globale:

- = chaque vendeur approvisionne le centre en fonction de son offre, c.a.d. de ses caractéristiques de coût

- = le centre redistribue à chaque acheteur, en fonction de la demande individuelle de celui-ci.

- = Il y a équilibre puisque l'offre globale est égale à la demande globale, grâce au prix.

Que se passe-t-il si nous abandonnons l'une ou l'autre de ces fonctions?

- Si nous renonçons à la première fonction, nous tombons:

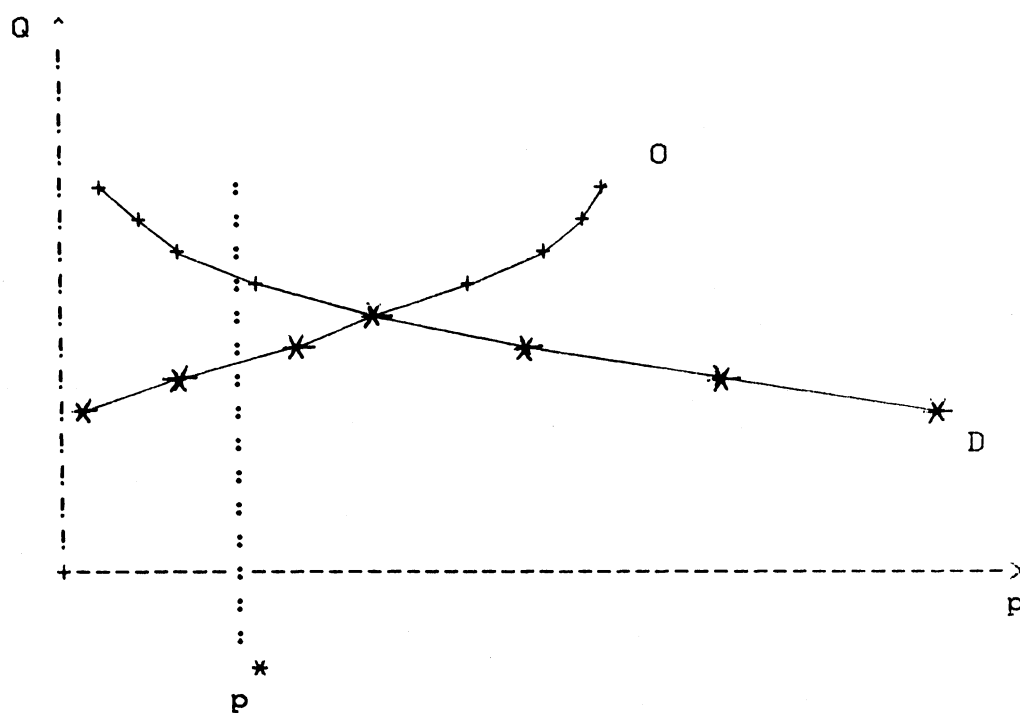
- = Soit sur un marché sans prix unique, que nous n'étudierons pas ici.

- = Soit sur un marché à rationnement, le prix étant donné.

- Si nous abandonnons la seconde fonction, nous ne savons plus comment faire fonctionner le marché, puisqu'il n'y a plus de pôle central.

II. LES SCHEMAS SIMPLES.

Il y a rationnement car le prix est donné.
 Rappelons le graphique bien connu, selon lequel le minimum
 de l'offre et de la demande est échangé au prix p^* donné,
 ce qui se traduit par la courbe matérialisée par des
 étoiles:



a) Le schéma de queue.

Nous donnerons la définition dans le cas où le côté long est la demande (demande rationnée, c.a.d. $D_j > O_j$): le cas dans lequel le côté long est l'offre en est le symétrique.

La procédure de rationnement par système de queue consiste à servir les agents dans un certain ordre. Chaque agent ne peut recevoir au plus que ce que les précédents ont laissé. Classons les demandeurs j de 1 à m ; chaque demandeur

émet une demande D_j . Le $j^{\text{ème}}$ demandeur peut demander D^*j :

$$D^*j = 0 - \sum_{j' < j} D^*j' = \text{Max} \left(0, 0 - \sum_{j' < j} D_j \right)$$

L'acheteur recevra effectivement:

$$D^*j = \text{Min} \left(D_j, \text{Max} \left(0, 0 - \sum_{j' < j} D_j \right) \right)$$

L'offreur vendra:

$$O^* = \text{Min} \left(0, \sum_j D_j \right)$$

Les limites des échanges peuvent s'écrire:

$$D_j = \text{Max} \left(0, 0 - \sum_{j' < j} D_j \right)$$

$$O = \sum_j D_j$$

et ces grandeurs jouent le rôle de signaux quantité.

Contrairement à ce que dit Benassy (cf BENASSY 1), ce schéma peut être manipulable. Le cas le plus évident est celui obtenu lorsque le classement des agents dépend de l'importance de leur demande. On peut à ce propos signaler que la plupart des schémas de rationnement sont manipulables, ce qui veut dire qu'il y a une règle du jeu

qui doit être respectée par tous les agents pour que le schéma fonctionne.

b) Le schéma proportionnel.

Nous supposerons que le côté long est la demande; l'exposé serait symétrique pour l'offre.

Dans ce système, chaque agent du côté long reçoit proportionnellement à sa demande. Ceci revient à diviser l'offre globale par la somme de toutes les demandes, pour obtenir un coefficient d'ajustement, puis à multiplier chaque demande par ce coefficient pour obtenir la quantité que chaque agent obtiendra. Soit:

$$k = O_g / \sum_j D_j$$

et

$$D^*j = k \cdot D_j$$

On voit que l'offre est répartie au prorata des demandes:

$$D^*j = O_g \cdot D_j / D_j$$

Le coefficient k joue le rôle de signal quantité, qui informe les agents sur ce qu'ils vont pouvoir demander. Ce schéma de rationnement est manipulable.

III. SCHEMAS MULTIDIMENSIONNELS.

Il ne s'agit pas de n marchés, cas évoqué par J-P Benassy (cf BENASSY 1) comme inefficace si on procède à une agrégation (pour certains prix, il existe à la fois des agents offreurs rationnés et des agents demandeurs

rationnés).

Mais il s'agit d'un seul marché multipolaire, c.a.d. à n agents offreurs et m agents demandeurs. Nous supposerons que chaque vendeur peut connaître tous les acheteurs et chaque acheteur tous les vendeurs: il n'y a pas opacité.

a) Schémas de rationnement multidimensionnel à bureau centralisateur.

Envisageons le cas où la demande est le côté long et considérons un schéma de rationnement à n biens et un seul offreur par bien. Il est évidemment séparable en n schémas, un par bien, à partir du moment où chaque agent a exprimé une ventilation de sa demande totale entre les différents biens. En effet, la distribution d'un bien est indépendante de celle des autres biens du point de vue de l'offre.

Pour chaque bien, le rationnement se fera comme pour un schéma simple.

Maintenant, considérons un schéma de rationnement à un bien et n offreurs (en supposant que la demande soit le côté long). Il est évidemment non séparable, car ce que distribue un offreur doit tenir compte de ce que distribuent les autres offreurs (si un offreur sature la demande d'un agent, aucun autre offreur ne peut satisfaire cet agent).

Mais on peut déjà adopter la même règle que pour un schéma simple: chaque agent demandeur reçoit une dotation

globale proportionnelle à sa demande. Comme précédemment, on aura :

$$k = \sum_i O_i / \sum_j D_j = O_g / D_g$$

et les dotations (demandes réalisées) valent :

$$D^*j = k \cdot D_j$$

Nous avons :

$$\sum_j D^*j = O_g$$

Nous avons bien ainsi rationné globalement, mais nous n'avons pas de réponse sur la façon dont chaque offreur va satisfaire chaque demande réalisée. Nous savons qu'un agent demandeur j va recevoir une quantité D^*j , et qu'un agent offreur i va distribuer une quantité O_i , mais nous ne savons pas comment j va être desservi par tous les offreurs i , ni comment i va desservir tous les demandeurs j .

Notre schéma de rationnement est donc très incomplet, et pour tout dire inutilisable en l'état.

Cette question n'est pas en général abordée par les travaux sur le déséquilibre. On y suppose implicitement qu'il n'y a qu'un offreur, ou qu'il y a un pôle unique centralisateur de l'offre. Il s'agit alors d'un véritable "bureau de rationnement", qui centralise l'offre et se charge de la redistribuer aux demandeurs.

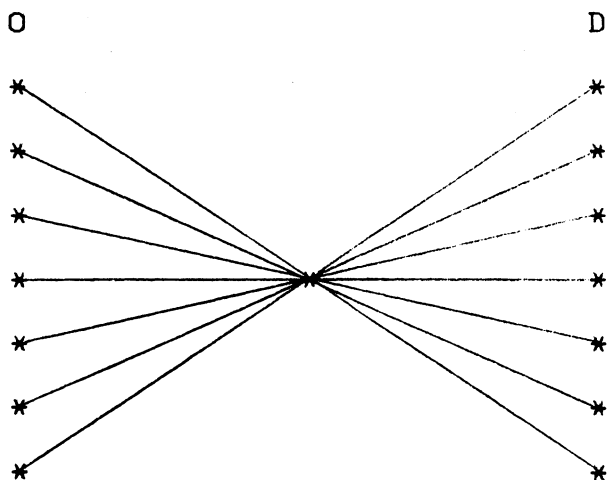
On peut dire que si les travaux sur le déséquilibre lèvent bien l'une des hypothèses principales de la théorie néoclassique, celle d'un marché parfait où le prix se fixe en fonction de la loi de l'offre et de la demande, ils ne suppriment pas celle d'un "bureau centralisateur".

Notre objectif est d'élaborer un schéma de

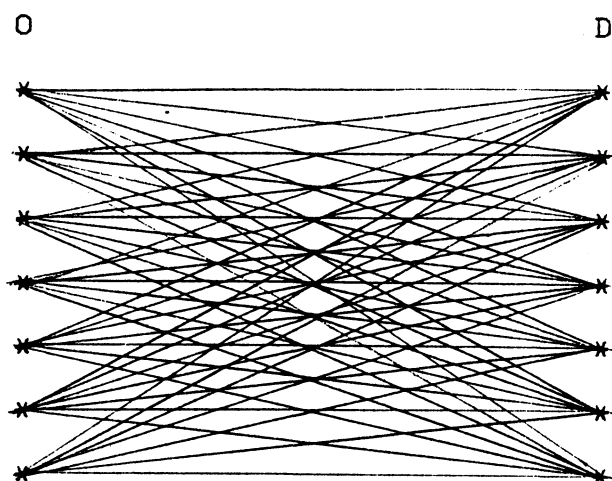
rationnement dans lequel un tel organisme disparaîtrait, car il est évident qu'il ne constitue pas une hypothèse satisfaisante au plan économique.

En effet, un bureau de rationnement unique est peu réaliste. Dans la réalité, le bureau sera multiple. Pour que le modèle reste valide, il faudrait supposer que les individus doivent se rendre dans un bureau précis pour s'approvisionner et que tous les bureaux distribuent les biens selon le même système, tout comme s'ils constituaient un bureau unique. Ou bien encore, envisager une quasi infinité de bureaux, soit un par offreur.

Nous pouvons donc abandonner cette hypothèse d'unicité pour envisager le cas dans lequel il n'y a pas de pôle distributeur unique et dans lequel chaque offreur peut distribuer directement à chaque demandeur. Nous voulons donc passer d'un graphe du type:



où les vendeurs ne connaissent que le pôle central, et les acheteurs aussi, à un graphe du type:



où chaque offreur connaît chaque demandeur, et réciproquement.

b) Schémas multidimensionnels sans bureau centralisateur.

Nous distinguerons ici les trois cas:

- la demande est le côté long (contrainte d'offre et demande rationnée)
- l'offre est le côté long (contrainte de demande et offre rationnée)
- l'offre et la demande sont simultanément contraints.

1) Demande du côté long ($D_d > O_d$).

Notons x_{ij} les ventes de l'offreur i au demandeur j . La contrainte suivante doit être respectée:

$$\left(\sum_j x_{ij} = O_i \quad \forall i \right.$$

Il s'agit d'une situation de rationnement, pour laquelle on doit trouver un schéma:

- Une première hypothèse consiste à supposer que chaque offreur procède de la même manière que l'ensemble des offreurs: il répartit son offre au prorata des demandes.

Dans ces conditions, i va échanger avec tout demandeur j des quantités:

$$x_{ij} = O_i \cdot D_j / \sum_j D_j$$

Ce schéma très simple présente de nombreux défauts. Il suppose que tous les agents offreurs ont le même comportement. Il ne s'agit donc que de la duplication d'un même schéma n fois, si n est le nombre d'offeurs. L'intérêt est donc limité, car cette hypothèse reconstitue en fait le pôle central.

- Si on renonce à cette hypothèse, on se place dans le cas d'absence de pôle central, mais on ne peut plus trouver aisément les x_{ij} .

On peut penser que chaque offreur connaît la demande que chaque demandeur individuel lui adresse. On peut aussi supposer que chaque offreur a des préférences, matérialisées par une clé de répartition qui lui est propre.

Toutes ces indications conduisent à munir chaque offreur i d'une clé de répartition de son offre entre les m demandeurs. Le problème qui se pose est celui de la compatibilité des clés de tous les offreurs, car rien ne dit

que si chacun utilise sa propre clé, la demande de chaque demandeur sera satisfaite.

On peut encore penser qu'il y a des coûts de distribution ou de transport, qui vont amener à servir certains demandeurs préférentiellement (on sert le demandeur le moins coûteux; lorsqu'il est saturé, on sert le second, etc...). La même remarque que précédemment peut être faite, et de plus, une question de priorité entre offreurs se pose.

Il nous faudra donc une procédure d'harmonisation décentralisée.

2) Offre du côté long ($O_i > D_j$).

La problématique est symétrique si l'offre est le côté long. La contrainte suivante doit être respectée:

$$\left(\sum_i x_{ij} = D_j \quad \forall j \right.$$

Il s'agit encore d'une situation de rationnement. Si tous les demandeurs se comportent de la même façon, le schéma sera:

$$x_{ij} = O_i \cdot D_j / \sum_i O_i$$

Si chaque vendeur suit sa propre procédure, une réponse reste à trouver pour organiser le marché.

3) Offre et demande contraints.

Dans ce cas, on est obligé de supposer que l'offre et la demande globale sont égaux, faute de quoi il n'y

aurait pas de solution. Plus exactement, certains agents arriveraient bien à se faire servir, mais au détriment d'autres agents.

La question qui se pose est de savoir si cette hypothèse est compatible avec l'absence de bureau centralisateur. La réponse est oui, à condition de supposer que le prix est tel qu'il permet l'égalité de l'offre et de la demande globale.

On se trouve alors, à proprement parler, dans le cas d'un schéma de distribution. On peut remarquer que si les marchandises n'ont pas besoin de circuler réellement pour passer par un pôle central où le prix se formera, il faut que les agents connaissent au moins toutes les offres et toutes les demandes.

Nous nous trouvons face à un ensemble d'offres O_i et de demandes D_j , qui doivent être exactement satisfaites. Les échanges effectivement réalisés devront donc respecter des contraintes:

$$\left(\sum_j x_{ij} = O_i \right) \quad \forall i \quad (1)$$

$$\left(\sum_i x_{ij} = D_j \right) \quad \forall j \quad (2)$$

$$\left(O_g = D_g \right) \quad (3)$$

avec:

$$O_g = \sum_j x_{ij} \quad \text{et} \quad D_g = \sum_i x_{ij}$$

La contrainte (3) est évidemment redondante avec les contraintes (1) et (2). Elle peut être supprimée.

Si tous les agents adoptent exactement le même comportement, alors ce schéma trivial s'écrit

indifféremment :

$$x_{ij} = D_j \cdot (O_i/O_g) = O_i \cdot (D_j/D_g)$$

Bien évidemment, un tel schéma est sans intérêt, puisqu'il gomme les différences entre agents. On doit donc élargir l'hypothèse de travail, par exemple en se donnant :

- Soit un jeu de clés de répartition, matérialisées par des coefficients, homogènes à des fréquences statistiques, relatives à une ligne dans le cas où les offreurs dominent, et relatives à une colonne dans le cas où ce sont les demandeurs.

C'est à dire f_{ij} avec respectivement :

$$\sum_j f_{ij} = 1 \quad \text{ou} \quad \sum_i f_{ij} = 1$$

Cet ensemble de vecteurs de fréquences, qui peuvent être vus comme des probabilités a-priori que se fixeraient les vendeurs ou les acheteurs, forme une matrice. Mais la matrice peut aussi être donnée directement, par contrat, par les usages ou par des éléments économiques comme des coûts c_{ij} . C'est le cas dans le point ci-dessous.

Notons que dans les cas où les pôles sont à la fois vendeurs et acheteurs, f_{ij} est en général différent de f_{ji} . Le rapport de force peut s'exercer à double sens, de i vers j et de j vers i , même si ce sont toujours les offreurs, ou toujours les demandeurs, qui dominent, puisque chacun joue les deux rôles.

- Soit un ensemble de vecteurs de coûts de transport, ou d'échange, ou de déplacement, ou de simples

coefficients représentant une désutilité. Ce sont des vecteurs-ligne, dans le cas où la demande est le côté long, et vecteurs-colonne dans le cas où c'est l'offre. Cet ensemble de vecteurs forme aussi une matrice. Appelons c_{ij} un élément de cette matrice.

B. LE FONCTIONNEMENT DE LA PROCEDURE DECENTRALISEE.

Nous commencerons par la situation d'égalité de l'offre et de la demande globale, dont l'expression mathématique est plus générale, et non remonterons vers le cas totalement non contraint.

I. OFFRE ET DEMANDE CONTRAINTES SIMULTANEMENT.

a) Description de la procédure.

Le problème posé est constitué d'un ensemble de contraintes, dont nous pouvons rappeler l'expression:

$$\left(\sum_{(j)} x_{ij} = O_i \right) \quad (1)$$

$$\left(\sum_{(i)} x_{ij} = D_j \right) \quad (2)$$

Il est aussi composé d'une matrice des f_{ij} , des g_{ij} ou des c_{ij} . Il s'agit de trouver la matrice (x) des x_{ij} .

Si l'on ne tient pas compte de la matrice (f) , il existe une infinité de matrices (x) solutions du système de contraintes.

Mais dans le cas contraire, on peut utiliser plusieurs méthodes pour trouver une matrice (x) . Par exemple, minimiser une fonction de coût de transport globale, sous contrainte:

$$\text{MIN } \sum_i \sum_j c_{ij}$$

$$\left(\sum_j x_{ij} = O_i \right) \quad (1)$$

$$\left(\sum_i x_{ij} = D_j \right) \quad (2)$$

Il faut trouver une méthode qui permette:

- l'obtention d'un état d'équilibre, dans lequel les contraintes seront respectées.
- une décentralisation des opérations, seule conforme au problème posé d'absence de pôle central.

La première condition prise isolément conduit à envisager la question comme un problème d'allocation optimale des ressources, traitable par la programmation linéaire (cas continu) ou par l'algorithme de transport (cas discret).

Mais considéré ainsi, le problème nécessite de supposer l'existence d'un bureau de calcul, qui va imposer à chacun de se comporter de telle manière que la solution optimale calculée soit atteinte. On a donc pas progressé et la seconde condition ne pourra être satisfaite.

Il faut donc un autre système. On propose la forme suivante, qui fournit des quantités effectivement échangées à l'équilibre:

$$x_{ij} = O_i \cdot D_j \cdot A_i \cdot B_j \cdot f_{ij}, \quad \forall i, \forall j \quad (4)$$

avec,

$$A_i = \left(\sum_j D_j \cdot B_j \cdot f_{ij} \right)^{-1} \quad \forall i \quad (5)$$

et,

$$B_j = \left(\sum_i O_i \cdot A_i \cdot f_{ij} \right)^{-1} \quad \forall j \quad (6)$$

A_i et B_j sont appelés "facteurs équilibrants" ou "facteurs normalisants".

La solution est obtenue par un procédé itératif qui déforme successivement les échanges des offreurs et des demandeurs pour amener les quantités effectivement échangées par les premiers et les seconds à être de plus en plus proches des offres et demandes.

Le problème est bien itératif puisque les A_i dépendent des B_j et réciproquement par un système d'équations non solvable directement. Appelons t la t -ième itération du processus:

$$A_i(t) = \left(\sum_j D_j \cdot B_j(t) \cdot f_{ij}(t) \right)^{-1}$$

et

$$B_j(t) = \left(\sum_i O_i \cdot A_i(t) \cdot f_{ij}(t) \right)^{-1}$$

Si, à $t=0$, on part de:

$$A_i(0) = 1, \quad \forall i,$$

on va calculer tous les $B_j(1)$, puis les $A_i(1)$. La première itération terminée, on passe à la seconde en calculant les $A_i(2)$ et les $B_j(2)$, etc... Jusqu'à convergence qui se produit l'écart entre des $A_i(t)$, ou deux $B_j(t)$, devient inférieur à un seuil petit, pour des valeurs successives de t .

En pratique, la convergence est atteinte dès que chaque pôle vendeur est confronté à une demande potentielle suffisante pour qu'il écoule son offre, ou chaque pôle

acheteur est confronté à une offre potentielle suffisante pour satisfaire sa demande.

L'aspect itératif de la procédure peut utilement être comparé avec le tâtonnement Walrassien.

On voit qu'à chaque itération, les flux offreurs puis demandeurs (ou inversement si l'initialisation du processus est faite sur les demandeurs: on montre que la solution ne dépend pas de l'itération (cf MESNARD 1 et 2)), sont modifiés pour se rapprocher du respect des contraintes des offreurs puis des demandeurs.

Mais il n'y a échange qu'au moment où l'équilibre est réalisé.

Une telle procédure peut être dérivée de différentes manières, à partir de modèles gravitaires, de modèles probabilistes, de modèles d'entropie, etc... (cf FUSTIER; MESNARD (2); WILSON). Par exemple, la maximisation d'une fonction d'entropie (cf WILSON) conduit à une solution algébrique relativement simple, à caractère itératif. Le problème s'écrit:

$$\text{MAX } H = - \sum_i \sum_j x_{ij} \cdot \log(x_{ij})$$

$$\left(\sum_j x_{ij} = O_i \quad \forall i \quad (1) \right.$$

$$\left(\sum_i x_{ij} = D_j \quad \forall j \quad (2) \right.$$

$$\left(\sum_i \sum_j x_{ij} \cdot \log(c_{ij}) = C \quad (3) \right.$$

On montre alors (cf MESNARD 1 et 2) que ce problème possède une solution générale.

En effet la solution ne dépend pas du choix fait entre fréquences f_{ij} ou g_{ij} et coûts c_{ij} . Si on remplace les c_{ij} par $1/c_{ij}$ (dans la matrice des coûts), alors la matrice des coûts se traite comme celle f_{ij} ou des g_{ij} , qui n'ont pas besoin d'être des fréquences, mais peuvent être des coefficients quelconques. On parlera donc uniquement d'une matrice (f) des f_{ij} .

Il n'existe qu'une unique matrice (x) qui maximise l'entropie du système, c.a.d. qui correspond à l'état le plus probable, ou encore à l'état d'énergie minimum. On peut dire qu'elle est la "plus proche possible" de la matrice (f) .

Par ailleurs, la solution s'écrit d'une manière simplifiée (cf MESNARD 1 et 2):

$$x_{ij} = A_i \cdot B_j \cdot f_{ij}, \quad \forall i, \forall j \quad (7)$$

et

$$A_i = O_i \cdot \left(\sum_j B_j \cdot f_{ij} \right)^{-1} \quad \forall i \quad (8)$$

$$B_j = D_j \cdot \left(\sum_i A_i \cdot f_{ij} \right)^{-1} \quad \forall j \quad (9)$$

Pour le montrer, on remplace O_i par 1 dans (4). D'où des nouvelles valeurs x'_{ij} , A'_i , dans un premier stade;

le ' désigne une valeur modifiée; D_j est inchangé et B_j le sera dans un deuxième stade. On a donc la séquence suivante:

modification --> modification --> modification --> calcul
 de O_i de x_{ij} et A_i de B_j de x_{ij}
 modifié

Alors:

$$x'_{ij} = D_j \cdot A'_i \cdot B_j \cdot f_{ij}$$

$$\sum_j x'_{ij} = \sum_j D_j \cdot A'_i \cdot B_j \cdot f_{ij}$$

d'où comme les x'_{ij} doivent respecter (5):

$$O_i = A'_i \cdot \sum_j D_j \cdot B_j \cdot f_{ij}$$

$$A'_i = O_i \cdot \left(\sum_j D_j \cdot B_j \cdot f_{ij} \right)^{-1}$$

$$A'_i = O_i \cdot A_i$$

Calculons B'_j :

$$\sum_i x'_{ij} = \sum_i D_j \cdot A'_i \cdot B'_j \cdot f_{ij}$$

$$D_j = D_j \cdot B'_j \cdot \sum_i A'_i \cdot f_{ij}$$

$$B'_j = \left(\sum_i A'_i \cdot f_{ij} \right)^{-1}$$

$$B'_j = \left(\sum_i O_i \cdot A_i \cdot f_{ij} \right)^{-1}$$

$$B'_j = B_j$$

Et:

$$\begin{aligned} x'_{ij} &= D_j \cdot A'_i \cdot B_j \cdot f_{ij} \\ &= D_j \cdot O_i \cdot A_i \cdot B_j \cdot f_{ij} \\ &= x_{ij} \end{aligned}$$

On voit que la valeur de échanges x_{ij} n'a pas été modifiée dans l'opération.

- On continue en remplaçant D_j par 1 dans l'expression ci-dessus:

$$D''_j = 1$$

$$x''_{ij} = A'_i \cdot B''_j \cdot f_{ij}$$

$$\sum_i x''_{ij} = \sum_i A'_i \cdot B''_j \cdot f_{ij}$$

$$D_j = B''_j \cdot \sum_i A'_i \cdot f_{ij}$$

$$B''_j = D_j \cdot \left(\sum_i A'_i \cdot f_{ij} \right)^{-1}$$

$$B''_j = D_j \cdot B'_j = D_j \cdot B_j$$

Calculons A''_i :

$$\sum_j x''_{ij} = \sum_j A''_i \cdot B''_j \cdot f_{ij}$$

$$O_i = A''_i \cdot \sum_j B''_j \cdot f_{ij}$$

$$A''_i = O_i \cdot \left(\sum_j D_j \cdot B_j \cdot f_{ij} \right)^{-1}$$

$$A''_i = A'_i = O_i \cdot A_i$$

Alors:

$$\begin{aligned} x''_{ij} &= A''_i \cdot B''_j \cdot f_{ij} \\ &= A'_i \cdot D_j \cdot B'_j \cdot f_{ij} \\ &= x'_{ij} \\ &= x_{ij} \end{aligned}$$

L'avantage de la forme réduite est qu'on peut abandonner la référence de forme aux modèles de gravitation, tout en sachant la parenté entre modèles d'entropie et de gravitation.

b) L'accessibilité comme signal quantité.

Les A_i et B_j s'interprètent comme des accessibilités contraintes (cf WILSON, MESNARD 2). En effet, une accessibilité ordinaire s'écrit:

$$L_i = \sum_j M_j / c_{ij}$$

où M_i représente la masse de i .

Pour des offreurs et des demandeurs, les accessibilités vont s'écrire respectivement, en généralisant $1/c_{ij}$ par f_{ij} :

$$L_i = \sum_j D_j . f_{ij}$$

$$L_j = \sum_i O_i . f_{ij}$$

Si l'on multiplie O_i par A_i et B_j (pour tenir compte des contraintes), on voit que B_j est une expression proche de l'inverse d'une accessibilité; et de même pour A_i si on multiplie D_j par B_j . On dira que A_i et B_j sont les inverses d'accessibilités-contraintes qui tiennent compte du respect des contraintes (car calculés à partir du système de contraintes):

$$LC_i = \sum_j D_j . B_j . f_{ij} = 1 / A_i$$

$$LC_j = \sum_i O_i . A_i . f_{ij} = 1 / B_j$$

ou, en fonction de l'écriture simplifiée:

$$LC_i = \sum_j B_j . f_{ij} = O_i / A_i$$

$$LC_j = \sum_i A_i . f_{ij} = D_j / B_j$$

On remarque que l'accessibilité ordinaire est

propre à un pôle: connaissant les offres (ou demandes) des vendeurs (ou demandeurs), et la valeur du coût de transport entre lui et chaque vendeur (ou demandeur), il peut calculer son accessibilité. Il en va de même pour l'accessibilité contrainte.

L'accessibilité constitue donc un signal que chaque pôle peut émettre et afficher à partir de l'information qu'il détient, à savoir:

- les fonctions de préférence f_{ij}
- les accessibilités affichées par les vis-à-vis, vendeurs s'il est demandeur, demandeurs s'il est vendeur.

Chaque offreur i n'a besoin de connaître que deux types de signaux:

- l'accessibilité $B_j(t)$ de chaque demandeur, soit m signaux
- le coefficient f_{ij} qui le relie à chaque demandeur pour modifier l'offre qu'il adresse à chacun, soit m autres signaux.

Ceci représente $2.m$ signaux au total.

Il en va de même pour chaque demandeur j avec l'accessibilité A_i de chaque offreur (n signaux) et le coefficient f_{ij} par lequel il lui est relié (n signaux), soit $2.n$ signaux.

Il y a besoin au total de $2.(n+m)$ signaux traités d'une manière décentralisée, au lieu de $2.(n.m)$.

Donc chacun n'a pas besoin de connaître l'ensemble du problème pour déterminer ce qu'il doit échanger avec tous. Le processus n'est pas la duplication n ou m fois d'un processus existant, pas plus qu'il ne nécessite la présence

d'un commissaire central.

A chaque itération, l'offre de chaque offreur est pondérée par l'inverse des accessibilité des demandeurs et la demande de chaque demandeur est pondérée par l'inverse de l'accessibilité de chaque offreur. Donc:

- chaque offreur diminue la quantité qu'il veut envoyer aux pôles les plus accessibles à l'itération en cours et l'augmente pour les pôles les moins accessibles.

- chaque demandeur diminue la demande qu'il veut adresser aux pôles les plus accessibles à l'itération en cours et l'augmente pour les pôles les moins accessibles.

Ceci montre qu'une accessibilité forte pour un pôle s'interprète comme un signal de trop grande concurrence sur ce pôle. C'est ce mécanisme qui amène à l'équilibre.

c) Compléments.

Au plan opérationnel, on peut négliger les très petites valeurs de f_{ij} , pour les remplacer par un zéro. Ceci diminue très fortement le nombre de liaisons entre pôles, et rend crédible l'utilisation du schéma. De même, le calcul de l'accessibilité peut se faire uniquement pour les couples de pôles les plus importants.

On effectue donc un calcul approché de l'accessibilité. Ceci peut bien évidemment poser des problèmes de convergence, mais on doit bien se dire que le fonctionnement réel d'un système de rationnement ou de distribution ne peut fonctionner que de cette manière:

chaque agent estime le degré de concurrence prévalant sur les pôles vis-à-vis, et c'est cette information, formellement traduite par la notion d'accessibilité, qui lui sert de signal quantité.

La forme réduite permet d'éviter à chaque agent la connaissance des volumes offerts ou demandés par les vis-à-vis: il peut se contenter de connaître sa propre offre ou demande. Cette particularité, démontrée ci-dessus, est extrêmement intéressante pour rendre le modèle opérationnel. En effet, les accessibilités sont plus faciles à calculer si elles le sont à partir des seules accessibilités des vis-à-vis et des fonctions de préférence f_{ij} . Si on devait connaître en plus la taille des vis-à-vis, ce serait plus lourd. Chaque agent a ainsi un ensemble d'informations de moins à connaître au sujet des vis-à-vis.

II. CAS PARTIELLEMENT CONTRAINTS.

Par analogie avec le modèle totalement contraint dans sa forme normale ou dans la forme réduite, on trouve les expressions des échanges lorsqu'une partie ou tout le marché est non contraint. Si soit l'offre, soit la demande, soit les deux sont non contraints, la solution reste de même forme, mais ne comprend pas l'un des jeux de facteurs équilibrants.

a) Demande du côté long (contrainte d'offre).

$$x_{ij} = O_i \cdot D_j \cdot A_i \cdot f_{ij} , \quad \forall i, \forall j$$

$$A_i = \left(\sum_j D_j \cdot f_{ij} \right)^{-1} \quad \forall i$$

Avec la forme simplifiée on obtient:

$$x_{ij} = A_i \cdot f_{ij} , \quad \forall i, \forall j$$

$$A_i = O_i \cdot \left(\sum_j f_{ij} \right)^{-1} \quad \forall i$$

Les signaux quantités sont des accessibilités émises par les seuls agents contraints. Les A_i sont les signaux quantité et:

$$LC_i = \sum_j D_j \cdot f_{ij} = 1 / A_i$$

ou avec l'écriture simplifiée:

$$LC_i = \sum_i f_{ij} = O_i / A_i$$

On voit que les offreurs affichent leur accessibilité, qui permet au demandeur de calculer la quantité qu'il achète à chaque offreur.

b) Offre du côté long (contrainte de demande).

$$x_{ij} = O_i \cdot D_j \cdot B_j \cdot f_{ij} , \quad \forall i, \forall j$$

$$B_j = \left(\sum_i O_i \cdot f_{ij} \right)^{-1} \quad \forall j$$

et avec le système simplifié:

$$x_{ij} = B_j \cdot f_{ij} , \quad \forall i, \forall j$$

$$B_j = D_j \cdot \left(\sum_i f_{ij} \right)^{-1} \quad \forall i$$

Les B_j sont les signaux quantité.

$$LC_j = \sum_i O_i \cdot f_{ij} = 1 / B_j$$

ou avec l'écriture simplifiée:

$$LC_j = \sum_j f_{ij} = D_j / B_j$$

c) Offre et demande non contraintes.

$$x_{ij} = K \cdot f_{ij}, \quad \forall i, \forall j$$

Ici K est un facteur totalement exogène, ne dépendant que du marché du bien échangé.

Il n'y a pas de signaux quantité, puisqu'en réalité ce cas correspond à une situation totalement non contrainte (de "non déséquilibre").

C. EXTENSION A L'ESPACE.

Le modèle ne spécifie pas la configuration du marché. Il reste valide au plan spatial, si les f_{ij} représentent une métrique.

J.M. Hurlot et J.F. Thisse (cf HURIOT et THISSE) ont élaboré une axiomatique de la distance dans l'espace économique et déterminé les axiomes qui permettent à la distance-coût de transport d'être une métrique dès que la distance-transport en est une (le coût de transport le long d'un déplacement est une fonction non négative et croissante de la longueur du déplacement et une fonction concave de la

distance).

Dans ce cas, les f_{ij} vont représenter une image, plus ou moins déformée, mais sans inversions, de la distance. Il en va de même avec la distance-temps de transport.

Dans le cas non-spatial, les signaux quantité sont vus instantanément. Il n'en va pas de même dans le cas spatial. En effet, les agents vont pouvoir afficher des accessibilités, qui vont dépendre, en partie, des distances c_{ij} . Mais on doit supposer que malgré la distance, celles-ci peuvent être perçues.

Il faut donc qu'il existe un réseau de transmission de l'information, qui peut être constitué par les individus eux-mêmes lorsqu'ils se déplacent et informent leurs voisins. Dans ce cas, un pôle acheteur pourra être une ville ou un quartier et un pôle vendeur un centre commercial. Mais un délai sera introduit dans la transmission des signaux quantités.

De plus, des échanges sont réalisés à l'occasion de cette transmission. On ne se trouve plus dans une procédure où il n'y a échange qu'une fois l'équilibre atteint. La convergence peut donc être remise en question et n'est plus garantie.

CONCLUSION.

La théorie du déséquilibre s'affranchit de l'hypothèse d'un ajustement par les prix, mais elle conserve celle d'un marché centralisé.

Or, nous avons pu mettre en évidence la possibilité de lever l'hypothèse d'un pôle central dans la théorie du marché en déséquilibre - à un bien, le prix étant fixé - en proposant une procédure décentralisée. Ceci constitue un approfondissement de la théorie.

Nous l'avons fait pour différents cas:

- le cas traditionnel, l'offre et la demande étant non contraints

- le cas du rationnement, avec l'offre et la demande successivement du côté long

- le cas de distribution, avec offre et demande contraintes simultanément.

Nous avons montré que l'on pouvait se donner une matrice (f) de préférences, qui permettait de déterminer une unique matrice (x) des échanges. Ceux-ci sont trouvés par tâtonnement décentralisé. La solution constitue un optimum du point de vue de la maximisation de l'entropie du système, c.a.d. qu'elle est aussi la solution la plus probable.

L'accessibilité constitue un signal quantité, permettant d'atteindre cet optimum d'une manière décentralisée.

Chaque agent ne doit émettre qu'un signal quantité, son accessibilité. Combinée avec la fonction f des préférences, elle suffit à informer complètement d'une

manière décentralisée, l'ensemble des agents vis-à-vis. Chaque offreur n'a besoin de ne connaître que ses clients, et chaque demandeur que ses vendeurs. Aucun agent n'a besoin de connaître toute l'information.

Dans le cas traditionnel, l'accessibilité ne joue aucun rôle. Dans les cas de rationnement, elle est émise par les agents du côté court et ne sert qu'au groupe d'agents du côté long. Dans le cas de distribution, elle est émise par les deux catégories d'agents en direction de l'autre.

Une telle solution se généralise à toute une gamme de problèmes, y compris en économie spatiale, par le biais de la fonction f , dont l'inverse peut représenter tous types de désutilités, comme des coûts de transport ou d'échange.

BIBLIOGRAPHIE

BENASSY J.-P. (1): "Macroéconomie et théorie du déséquilibre.", Coll. Sciences Economiques, DUNOD, Paris, 1984.

BENASSY J.-P. (2): "On Quantity Signals and the Foundations of Effective Demand Theory", THE SCANDINAVIAN JOURNAL OF ECONOMICS, No 79, pp. 147-168.

FUSTIER B.: "Les interactions spatiales en économie"; Coll. de l'I.M.E., n° 21, SIREY, 1979.

HURIOT J.-M. et THISSE J.-F.: "La distance en analyse spatiale: une approche axiomatique", document de travail, N° 77, I.M.E., Université de Dijon, Dijon, Mai 1985.

KORNAI J. et WEIBULL J.W.: "The Normal State of The Market in a Shortage Economy: A Queue Model", Scandinavian Journal of Economics", No 80, pp. 375-398.

MESNARD (L. de) (1): "Statique comparative sur les matrices entrée-sortie: une méthode. L'exemple du T.E.S. 1970-1983.", document de travail, N° 14, CEI, Université de Paris I, Paris, 1985.

MESNARD (L. de) (2): "L'espace dans les structures d'échanges interindustriels", thèse, Dijon, 1979.

WILSON (A. G.): "Entropy in Urban and Regional Modelling", Monographs in spatial and environmental systems analysis, PION Ltd, London, 1970.

TABLE DES MATIERES.

INTRODUCTION	p. 1
A. LES SCHEMAS DE RATIONNEMENT ET DE DISTRIBUTION.	p. 2
I. RAPPEL: LE MARCHE TRADITIONNEL.	p. 3
II. LES SCHEMAS SIMPLES.	p. 4
a) Le schéma de queue.	P. 5
b) Le schéma proportionnel.	P. 6
III. SCHEMAS MULTIDIMENSIONNELS.	p. 6
a) Schémas de rationnement multidimensionnels à bureau centralisateur.	p. 7
b) Schémas de rationnement multidimensionnels sans bureau centralisateur.	p. 10
B. LE FONCTIONNEMENT DE LA PROCEDURE DECENTRALISEE.	p. 16
I. OFFRE ET DEMANDE CONTRAINTES SIMULTANEMENT.	p. 16
a) Description de la procédure.	p. 16
b) L'accessibilité comme signal quantité.	p. 23
c) Compléments.	p. 25
II. CAS PARTIELLEMENT CONTRAINTS.	p. 26
a) Demande du côté long (contrainte d'offre).	p. 27
b) Offre du côté long (contrainte de demande).	p. 27
c) Offre et demande non contraintes.	p. 28
C. EXTENSION A L'ESPACE.	p. 28
CONCLUSION.	p. 30
BIBLIOGRAPHIE.	p. 32
TABLE DES MATIERES.	P. 33