



La localisation résidentielle dans les espaces urbains multicentriques. De l'analyse critique d'un modèle traditionnel à la construction et au test empirique d'un modèle flou

Catherine Maurice-Beaumont

► To cite this version:

Catherine Maurice-Beaumont. La localisation résidentielle dans les espaces urbains multicentriques. De l'analyse critique d'un modèle traditionnel à la construction et au test empirique d'un modèle flou. [Rapport de recherche] Institut de mathématiques économiques (IME). 1991, 35 p., ref. bib. : 2 p. <hal-01537968>

HAL Id: hal-01537968

<https://hal.science/hal-01537968v1>

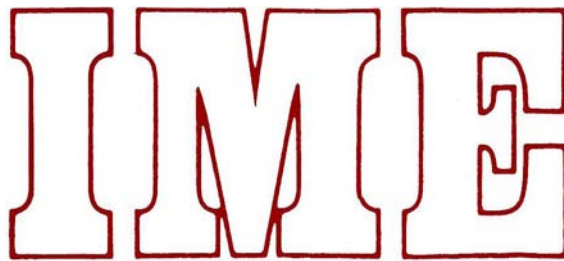
Submitted on 13 Jun 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



INSTITUT DE MATHEMATIQUES ECONOMIQUES

LATEC C.N.R.S. URA 342

DOCUMENT de TRAVAIL



UNIVERSITE DE BOURGOGNE

FACULTE DE SCIENCE ECONOMIQUE ET DE GESTION

4, boulevard Gabriel - 21000 DIJON - Tél. 80 39 54 30 - Fax 80 39 56 48

ISSN : 0292-2002

9102

LA LOCALISATION RESIDENTIELLE DANS LES ESPACES
URBAINS MULTICENTRIQUES

Catherine MAURICE-BAUMONT*

** Maître-Assistant , ENSSAA, Dijon
I.M.E., Université de Bourgogne, Dijon*

LA LOCALISATION RESIDENTIELLE DANS LES ESPACES URBAINS MULTICENTRIQUES
de l'analyse critique d'un modèle traditionnel
à la construction et au test empirique d'un modèle flou

RESUME

Dans les structures urbaines multicentriques, les individus tentent de se localiser par rapport à plusieurs centres économiques de positions fixées.

Dans cet article, nous montrons que le modèle traditionnel de maximisation d'une utilité résidentielle sous une contrainte budgétaire spatialisée ne permet pas d'apporter une solution satisfaisante à ce problème.

Nous proposons alors un modèle d'Equilibre Spatial et Flou, incluant l'imprécision des comportements des agents. Il permet de trouver une localisation optimale par rapport aux centres économiques.

Une étude empirique est ensuite proposée, illustrant le caractère opérationnel du modèle flou.

MOTS-CLES

Equilibre spatial, Equilibre spatial flou, Espaces urbains multicentriques, Nombres flous.

SUMMARY

In multicenter urban spaces, the household location problem is to find an optimal location taking into account the locations of several economic centers.

In this article, we show that the usual model, maximizing a residential utility under a budget spatial constraint, can't give a satisfactory solution.

So, we construct a fuzzy spatial model, including imprecision in consumer's behavior. This model allows us to find an optimal location in a multicenter urban setting.

Then, an empirical study illustrates the performances of the fuzzy model.

KEYWORDS

Spatial equilibrium, Fuzzy spatial equilibrium, Multicentre urban spaces, Fuzzy numbers.

I - INTRODUCTION

Sous certaines conditions : hypothèses théoriques ou études empiriques, l'analyse des espaces urbains nécessite l'utilisation de modèles multicentriques.

De nombreuses études montrent, par exemple, que les distributions spatiales théoriques des prix fonciers ou des densités d'occupation du sol diffèrent suivant le modèle employé : monocentrique ou multicentrique (PAPAGEORGIOU - MULLALY 1976, FUJITA - OGAWA 1982, OGAWA - FUJITA 1980, 1989). ROMANOS (1977) constate, en particulier, une surestimation des distributions au voisinage des autres centres non pris en compte dans le modèle monocentrique et une sous-estimation des distributions près du centre unique considéré dans le modèle monocentrique. Ces distorsions sont également repérées et utilisées par ODLAND (1978) lorsqu'il construit un test de multicentricité d'une structure urbaine et qu'il l'applique à quatre villes américaines : Indianapolis, Columbus, Dayton et Fort Wayne.

Enfin, des études empiriques réalisées par GORDON, RICHARDSON et WONG (1986) ou par HEIKKILA, GORDON, KIM, PEISER et RICHARDSON (1989) sur l'agglomération de Los Angeles révèlent, par ailleurs, le rôle important joué par d'autres centres économiques que le traditionnel CBD dans la formation des coûts de logement

Dans ce papier, nous avons choisi de traiter le problème de la localisation résidentielle dans une structure urbaine multicentrique, c'est-à-dire possédant plusieurs centres économiques dont les localisations dans l'espace sont connues. Nous serons alors amenés à définir, d'une part, une fonction d'utilité résidentielle pour le ménage urbain et, d'autre part, une distribution spatiale des coûts des logements.

Nous montrerons alors, dans une première partie, que la prise en compte de plusieurs centres économiques complique la recherche de l'équilibre résidentiel du ménage. En particulier, le problème classique de maximisation de l'utilité de résidence sous une contrainte budgétaire ne reçoit pas de solution économique satisfaisante.

Nous proposerons alors, dans la deuxième partie de cet exposé, une seconde approche permettant de résoudre ce problème et qui prend en compte l'imprécision des comportements économiques des agents. Un modèle flou de localisation résidentielle sera alors construit.

Enfin, dans une troisième partie, nous présenterons les principaux résultats d'une étude économétrique des fonctions d'utilité de résidence et de coût de logement utilisées dans les modèles; l'espace urbain testé étant l'agglomération dijonnaise. Nous pourrions alors illustrer le caractère opérationnel du modèle flou.

II - L'EQUILIBRE SPATIAL DU MENAGE URBAIN

2.1. Présentation du modèle

Le modèle utilisé est classique puisqu'il s'agit de déterminer l'équilibre résidentiel du ménage urbain en maximisant une fonction d'utilité de résidence sous une contrainte budgétaire spatialisée.

L'espace urbain est un ensemble E , fermé, de localisations i . Par la suite les variables indicées i désigneront leurs valeurs au lieu i .

On considère n centres économiques k . Par définition, un centre économique est un lieu d'emploi ou un centre commercial, c'est-à-dire qu'il présente une forte densité d'activités économiques. En conséquence, un centre économique exerce vis-à-vis de l'ensemble de l'agglomération, une attraction, fonction de cette densité et de sa position géographique. On sera alors amenés à caractériser chaque centre économique k par une indice de centralité d_k défini simplement comme le rapport entre la masse des services et commerces qui s'y trouvent et l'éloignement moyen du centre k dans l'agglomération¹.

Les ménages sont capables d'exprimer des préférences spatiales pour tous les centres économiques k . Ces préférences spatiales sont fonction des caractéristiques intrinsèques des centres : les possibilités d'emploi, le potentiel commercial, le profil des logements qui s'y trouvent, les caractéristiques d'environnement... On remarquera qu'elles traduisent les goûts des ménages et peuvent donc exprimer une attirance ou une répulsion pour un centre économique.

Les ménages se déplacent uniquement pour se rendre à leur travail. Ainsi, les coûts de transport ne dépendront que de l'éloignement du lieu de résidence i au lieu d'emploi; c'est un centre économique parmi les k que l'on notera j . On imagine alors que les préférences spatiales relatives au lieu d'emploi ou aux autres centres économiques ne dépendent pas forcément des mêmes caractéristiques. Pour le premier, les possibilités d'emploi seront privilégiées, tandis que pour les seconds, l'environnement, les structures des logements et les activités commerciales primeront.

La structure des coûts des logements est connue du ménage. Le coût d'une unité de logement en un lieu i , notée Cl_i dépend de la position de cette localisation par rapport à tous les centres économiques. On dira qu'elle est fonction d'une attraction généralisée des centres économiques k . On précisera alors les déterminants de cette attraction lorsque la fonction de coût de logement sera présentée.

¹ En pratique, plusieurs modalités de calcul des indices de centralité peuvent être retenues, leurs différences tenant à la prise en compte des influences des voisinages (GARLANDIER - ROUGET, 1986, VOIRON - CANICIO, 1987) ou pas (FUSTIER - ROUGET, 1985).

2.2. Hypothèses et notations

(1) La fonction d'utilité de résidence en un lieu i est définie comme suit :

$$U_i = F(L, Z, D_{ik}) \quad \forall k \in [1, n]$$

- L désigne la consommation d'unités de logement,
- Z désigne la consommation de bien composite (c'est par définition tous les biens autres que le logement et les transports).
- D_{ik} représente la distance du lieu de résidence i au centre économiques k . Il y en a n . Elles traduisent les préférences spatiales des individus.

Parmi les D_{ik} , il y a une variable D_{ij} qui désigne l'éloignement du lieu de résidence i au lieu d'emploi j .

Plusieurs formes mathématiques peuvent être données à cette fonction. PAPAGEORGIOU et CASETTI (1971) retiennent par exemple une forme exponentielle pour les distances. Nous en utiliserons une variante, puisque nous retiendrons une forme de type Cobb-Douglas :

$$U_i = A L^a Z^b \prod_{k=1}^n D_{ik}^{c_k}$$

- A représente une constante.
- Les coefficients a , b et c_k ($\forall k \in [1, n]$) sont assimilables aux élasticités des variables correspondantes.

On posera $a > 0$, $b > 0$.

Par contre, aucune hypothèse ne sera a priori donnée sur le signe des paramètres c_k puisqu'ils peuvent caractériser des centres répulsifs (dans ce cas, on préférera s'en éloigner et la distance sera source d'utilité, ce qui implique $c_k > 0$) ou attractifs (dans ce cas on souhaitera s'en rapprocher et la distance sera source de désutilité, ce qui implique $c_k < 0$).

(2) La fonction de coût de logement en un lieu i est la suivante :

$$Cl_i = G(d_k, Cl_k, D_{ik}) \quad \forall k \in [1, n]$$

- d_k désigne l'indice de centralité du centre économique k .
- Cl_k désigne le coût de logement pratiqué au lieu précis k où le centre est localisé.
- D_{ik} désigne la distance entre le lieu de résidence i et le centre k .

On notera que la variable Cl_k intervient, au même titre que la variable d_k , dans l'attraction exercée par un centre économique k sur la formation du coût des logements en i .

On peut considérer qu'elle synthétise les coûts de logement habituellement observés en k et peut alors être assimilée à une caractéristique propre de l'attraction utilisée pour définir la

distribution spatiale des coûts de logement.

Parmi plusieurs formes mathématiques possibles pour la fonction (BAUMONT 1990), nous avons opté pour la formule suivante :

$$Cl_i = \sum_{k=1}^n \alpha_k \left(Cl_k d_k \right)^{m_k f_k} D_{ik}$$

où α_k , m_k et f_k sont des paramètres à estimer mesurant respectivement la contribution de l'attraction du centre k , la pondération de la composante "masse" de l'attraction et la pondération de la composante "distance" de l'attraction.

Dans ces conditions, on suppose que les actions des différents centres sont à la fois complémentaires, c'est-à-dire qu'ils assurent des fonctions différentes, et substituables, c'est-à-dire qu'ils se concurrencent entre eux (HEIKKILA et al 1989).

On posera $m_k = f_k = 1 \quad \forall k \in [1,n]$, ce qui revient à considérer une fonction linéaire :

$$Cl_i = \sum_{k=1}^n \alpha_k \left(Cl_k d_k \right) D_{ik}$$

Ces choix sont dictés à la fois par les contraintes liées aux techniques d'estimation économétrique de la fonction et à son utilisation dans un programme de maximisation d'un objectif sous contrainte.

(3) La contrainte budgétaire en un lieu i prend en compte les dépenses en logement, en bien composite et en transport. Elle s'écrit :

$$R = L.Cl_i + p_z.Z + CT_i$$

■ $L.Cl_i$ représente la dépense totale en logement pour une consommation de L unités de logement.

■ p_z est le prix d'une unité de bien composite. On suppose que ce prix est invariant dans l'espace.

■ CT_i est la dépense en transport et peut se décomposer comme suit :

$$CT_i = N D_{ij} \left(\frac{s R}{V} + c \right)$$

- N est le nombre de trajets domicile-travail effectués sur la période considérée.

- D_{ij} est la distance domicile-travail.

- c est le coût monétaire unitaire du déplacement.

- $\frac{s R}{V}$ est le coût temporel unitaire du déplacement.

Il est évalué, d'une manière traditionnelle, en fonction du temps de déplacement (rôle de la vitesse V) et du coût de ce temps (considéré comme étant une part s du revenu R du ménage : s peut être interprété comme le taux de change du temps en monnaie).

Finalement, la contrainte budgétaire s'écrit :

$$R = L \left(\sum_{k=1}^n \alpha_k \left(C l_k d_k \right) D_{ik} \right) + p_z \cdot Z + N D_{ij} \left(\frac{s R}{V} + c \right)$$

2.3. Résolution du modèle

Le programme à résoudre est le suivant :

$$\begin{aligned} \text{Max } U_1 &= A L^a Z^b \prod_{k=1}^n D_{ik}^{c_k} \\ \text{sous } \left\{ \begin{array}{l} R = L \cdot C l_1 + p_z \cdot Z + C T_1 \\ L, Z, D_{ik} \geq 0 \quad \forall k \in [1, n] \end{array} \right. \end{aligned}$$

Avant de résoudre le programme, une hypothèse technique doit être posée.

En effet, on recherche l'équilibre d'un individu. Aussi la structure des prix doit être donnée de façon exogène. Pourtant, l'équilibre spatial dépend des variables D_{ik} qui interviennent également dans la détermination du prix du logement. En conséquence, pour résoudre le problème, il faut, soit introduire une contrainte supplémentaire, soit fixer arbitrairement une variable qui devient alors un paramètre. Nous avons choisi cette seconde solution en posant que la consommation d'unités de logement L est fixée a priori par le ménage en fonction de ses caractéristiques socio-économiques².

On posera alors $L = \bar{L}$

Soit en utilisant la fonction de Lagrange :

$$\text{Max } \mathcal{L} (Z, D_{ik}, \lambda) = U_1 + \lambda (R - C l_1 \cdot \bar{L} - p_z \cdot Z - C T_1)$$

² Une autre possibilité consiste à supposer, qu'à l'optimum, l'utilité est la même quels que soient les individus.

Les conditions du premier ordre donnent en annulant les $n+2$ dérivées partielles de la fonction (Z ; n distances D_{ik} et λ) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta Z} = A. b. \bar{L}^a . Z^{b-1} . \prod_{k=1}^n D_{ik}^{c_k} - \lambda p = 0 \quad (1) \\ \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta D_{11}} = A. c_1 . \bar{L}^a . Z^b . D_{11}^{c_1-1} \prod_{k=2}^n D_{ik}^{c_k} - \lambda \alpha_1 \bar{L} K_1 = 0 \quad (1') \\ \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta D_{12}} = A. c_2 . \bar{L}^a . Z^b . D_{12}^{c_2-1} \prod_{k \neq 2}^n D_{ik}^{c_k} - \lambda \alpha_2 \bar{L} K_2 = 0 \quad (2') \\ \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta D_{1j}} = A. c_j . \bar{L}^a . Z^b . D_{1j}^{c_j-1} \prod_{k \neq j}^n D_{ik}^{c_k} - \lambda \left(\alpha_j \bar{L} K_j + B + \beta R \right) = 0 \quad (j') \\ \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta D_{1n}} = A. c_n . \bar{L}^a . Z^b . D_{1n}^{c_n-1} \prod_{k=1}^{n-1} D_{ik}^{c_k} - \lambda \alpha_n \bar{L} K_n = 0 \quad (n') \\ \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \lambda} = R - C l_1 . \bar{L} - p . Z - C T = 0 \quad (2) \\ Z \geq 0 \quad \text{et} \quad D_{ik} \geq 0 \quad \forall k \in [1;n] \end{array} \right.$$

avec $\beta = N s / V$ et $B = N c$

Interprétations :

L'équation (j') signifie que l'effet d'une variation de la distance sur la fonction de Lagrange intervient à la fois sur l'utilité et sur les coûts de logement et de transport.

Ce n'est plus le cas pour les autres équations (k') où seuls les effets sur l'utilité et sur les coûts de logement sont pris en compte.

L'équation (2) signifie qu'à l'optimum, la contrainte budgétaire est saturée, c'est-à-dire que tout le budget est effectivement dépensé pour l'achat de logement, de bien composite et de transport.

La solution obtenue est donnée par le système suivant :

$$(I) \left\{ \begin{array}{l} Z^* = \frac{b R}{p \left(\sum_{k=1}^n c_k + b \right)} \\ D_{ij}^* = \frac{c_j R}{(\bar{L} \alpha_j K_j + B + \beta R) \left(\sum_{k=1}^n c_k + b \right)} \\ D_{ik}^* = \frac{c_k R}{\bar{L} \alpha_k K_k \left(\sum_{k=1}^n c_k + b \right)} \quad \text{pour } k \neq j \\ \lambda = \frac{U_1^* \left(\sum_{k=1}^n c_k + b \right)}{R} \\ Z \geq 0 \\ D_{ik} \geq 0 \quad \forall k \in [1;n] \end{array} \right.$$

La solution donnée par ce système est un extremum. Les conditions du second ordre permettent de donner la nature de cet extremum.

Conditions du second ordre

Pour connaître la nature de l'extremum, il faut définir la matrice Hessienne-Bordé du système et trouver sa nature.

Compte tenu du nombre important de paramètres inconnus, nous ne pouvons pas résoudre ce problème. Nous y reviendrons donc au moment des tests économétriques, lorsque nous aurons à notre disposition des valeurs précises pour les paramètres des fonctions.

On peut toujours fixer, a priori, des conditions sur les valeurs des coefficients pour les distances de manière à être sûr d'avoir un maximum. Si $\forall k [1;n]$, $c_k \in [0;1]$, alors on aura bien un maximum.

Nous ne posons pas cette hypothèse, car nous estimons que chaque centre k peut être répulsif ou attractif; le signe de son coefficient c_k pouvant alors être soit positif, soit négatif.

Nous supposons donc que la solution donnée par le système (I) est un maximum.

2.4. Analyse de la solution

(a) On peut donner quelques précisions sur les signes des termes composant les différentes valeurs à l'optimum des variables en regardant les conditions de non négativité.

- par exemple, $Z^* \geq 0$ suppose que $\left(\sum_{k=1}^n c_k + b \right) \geq 0$
- par la suite, $D_{ij}^* \geq 0$ suppose que c_j et $(\bar{L} \alpha_j K_j + B + \beta R)$ sont de même

signe

- et enfin, $D_{ik}^* \geq 0$ suppose que c_k et α_k sont de même signe, $\forall k \neq j$.

(b) Si une des variables est négative à l'optimum, on la pose égale à zéro, qui est la plus petite valeur envisageable.

Cela signifie, pour les distances, que l'on préférera résider au centre correspondant, en supposant qu'il n'est pas exclusivement réservé à des activités non résidentielles et pour la consommation de bien composite, cela suppose qu'elle est nulle.

Ce principe est contestable, surtout dans le cas de la consommation de bien composite. On ne peut pas envisager qu'elle soit nulle. Dans ces conditions, PAPAGEORGIOU (1976) préconise d'utiliser des contraintes de subsistance pour les variables dont certaines valeurs positives ne conviennent pas. Ainsi, au lieu de poser $Z \geq 0$ on pourrait avoir $Z \geq \bar{Z}$ où \bar{Z} désigne un minimum de subsistance.

Dans ces cas là, si à l'optimum on a $Z \leq \bar{Z}$, alors la valeur prise par défaut pour Z sera \bar{Z} . PAPAGEORGIOU parle alors de *consommation suboptimale*, par opposition aux consommations optimales dont les valeurs sont celles données par le système.

On peut, bien sûr, envisager d'imposer des limites aux distances, de la même façon.

(c) Les valeurs D_{ik}^* ($\forall k \in [0;1]$), peuvent être assimilées à des demandes de localisation.

Dans cette optique, PAPAGEORGIOU (1971) indique que ces valeurs donnent les limites de l'influence spatiale des centres. Une localisation ne pourra pas être choisie si elle est prohibée par rapport au revenu du consommateur.

(d) La solution peut être analysée pour des variations du revenu R ou de la consommation de logement \bar{L} .

En examinant le système, on s'aperçoit que toute augmentation du revenu se traduit par une augmentation des valeurs des variables Z et D_{ik} pour $k \neq j$.

Pour la localisation par rapport au lieu d'emploi, le sens de variation dépend des variations respectives du numérateur et du dénominateur, puisque R apparaît dans les deux termes. Si le numérateur augmente plus vite que le dénominateur, alors une augmentation du revenu se traduira par une augmentation de la distance par rapport au lieu d'emploi, ou par une diminution sinon.

Si la consommation de logement augmente (resp. diminue), alors chaque variable diminuera (resp. augmentera).

Au terme de cette présentation, il convient de s'interroger sur la valeur économique de la solution donnée par le système (I).

2.5. Critique de la solution

Nous avons supposé que la fonction d'utilité de résidence admet un maximum sous contrainte budgétaire. La solution existe dans l'espace économique des biens; les distances en faisant partie.

Cependant, la solution mathématique ne permet pas de répondre à la

question suivante : où se situe la localisation optimale du logement ? Autrement dit, la solution est uniquement mathématique, mais elle n'est pas économique.

En effet, chaque condition D_{ik}^* ($\forall k \in [1;n]$) donnée par le système I (on posera pour simplifier $D_{ik}^* = \sigma_k$) signifie que l'ensemble des points situés sur le cercle \mathcal{C}_k de centre k et de rayon σ_k est un ensemble d'optimums possibles par rapport au centre k .

Finalement, la solution réalisable dans le plan est la localisation i qui appartient à la fois à tous les cercles \mathcal{C}_k c'est-à-dire qui en est leur point d'intersection.

Or, d'une façon générale, l'intersection de n cercles est vide sauf si les positions des centres et les rayons des cercles sont appropriés.

Puisque nous n'avons pas introduit de telles conditions dans notre modèle, la localisation optimale ne peut être positionnée dans l'espace urbain.

Nous analyserons alors ce problème, conformément aux thèses de PAPAGEORGIOU (1976), comme l'inadéquation entre l'espace économique des paniers de consommations de biens possibles (un vecteur de n distances D_{ik} étant un de ces paniers de biens) et l'espace physique des localisations dans la ville. Puisqu'il n'y a pas de symétrie entre les deux espaces, ce qui constitue une règle de localisation dans le premier espace n'en est pas forcément une dans le second.

En effet, dans l'espace économique, chaque localisation i est repérée par rapport à plusieurs centres économiques, c'est-à-dire par un vecteur de distances. Par contre, dans l'espace physique, chaque localisation est repérée par un couple de coordonnées en fonction d'un repère.

Il convient alors de trouver une méthode permettant de réconcilier les deux espaces. C'est ce que nous allons faire dans la partie suivante.

III - L'EQUILIBRE SPATIAL ET FLOU DU MENAGE URBAIN

3.1. Position du problème

L'idée est la suivante : si la localisation optimale n'existe pas, c'est que les conditions de sa détermination sont trop rigides. L'intersection de n cercles est, la plupart du temps, vide.

Par contre, si on pouvait "épaissir" les cercles solutions, on augmenterait les chances d'obtenir une localisation optimale.

Partant de là, deux questions se posent :

- Comment peut-on "épaissir" les cercles solutions ?
- Quelle sera alors la justification et la signification économique d'un tel procédé ?

L'"épaississement" des cercles solutions signifie que, pour un même individu, plusieurs taille de cercles optimums sont possibles.

En examinant les valeurs D_{ik} , on s'aperçoit qu'elles dépendent de deux paramètres : la consommation d'unités de logement \bar{L} et le revenu R .

Si, pour un même individu, on peut considérer plusieurs valeurs pour \bar{L} ou pour R , alors plusieurs tailles optimales de cercles solutions seront envisageables.

C'est le procédé que nous avons adopté en posant que l'individu ne connaît pas de façon précise son revenu R . En conséquence, plusieurs valeurs de revenu R sont, en même temps, possibles.

Pour justifier l'introduction de l'imprécision du revenu, nous nous sommes basés sur les constatations suivantes :

1) La contrainte de budget est assise sur la notion de revenu disponible pour la consommation de logement, de bien composite et de transport, c'est-à-dire sans épargne. Or, PONSARD (1980, 1981) explique qu'un individu qui possède une richesse supérieure au minimum vital opère un arbitrage entre la consommation et l'épargne et est de moins en moins contraint par sa richesse au fur et à mesure qu'elle augmente. Ainsi, un individu très riche pourra se contenter d'un niveau de consommation inférieur, mais qui lui procure au moins le niveau d'utilité attendu à celui permis par sa richesse et ainsi augmenter son épargne. En d'autres termes, s'il a le choix, l'individu n'est pas obligé de dépenser tout son revenu disponible R .

L'attitude de l'individu est alors la suivante : "je peux effectivement réserver à mes dépenses en consommation de logement de bien composite et de transport la somme R , mais si je peux les satisfaire à un coût inférieur, cela me suffit".

2) D'autres éléments contribuent à l'imprécision du revenu effectivement disponible. Certaines dépenses sont saisonnières ou occasionnelles et en conséquence, suivant la période de l'année, le niveau du revenu peut varier. Les possibilités de crédit à la consommation ou les crédits immobiliers faussent le prix d'achat réel des biens et gonflent artificiellement le revenu car le consommateur à l'impression d'être plus riche qu'il ne l'est effectivement. L'incertitude concernant les augmentations de salaires ou les risques de chômage peuvent amener le consommateur à mal estimer son revenu disponible. Pour les professions non salariées les revenus mensuels ne sont pas toujours identiques ce qui amène les individus à estimer de façon imprécise leur revenu. Enfin, si on raisonne sur des périodes plus longues : le trimestre, le semestre ou l'année, les revenus sont encore plus incertains : un gain non attendu ou une période de chômage ou une augmentation de revenu suite à un changement d'emploi sont possibles et l'estimation du revenu sur la période est imprécise.

On notera que l'imprécision des revenus liée au projet d'achat immobilier est réelle puisqu'il peut être assimilé à un investissement avec tous les aléas que cela comporte : nombreuses possibilités d'emprunt, étalement des remboursements dans le temps, incertitude des gains ou pertes de revenu sur la durée de vie de l'emprunt...

3) Enfin, l'imprécision du revenu provient également des parts

budgétaires allouées à chaque biens : logement, bien composite et transport. En effet, les dépenses en transport ne sont pas connues avec précision du fait de l'existence du coût du temps de transport. Le taux de change du temps en monnaie n'est qu'une estimation et il s'exerce sur le revenu R , lui même imprécis pour les raisons énoncées plus haut. Pour les deux autres biens, l'information des marchés étant imparfaite, leurs prix sont également imprécis, ce qui est susceptible de biaiser l'estimation du revenu réellement disponible.

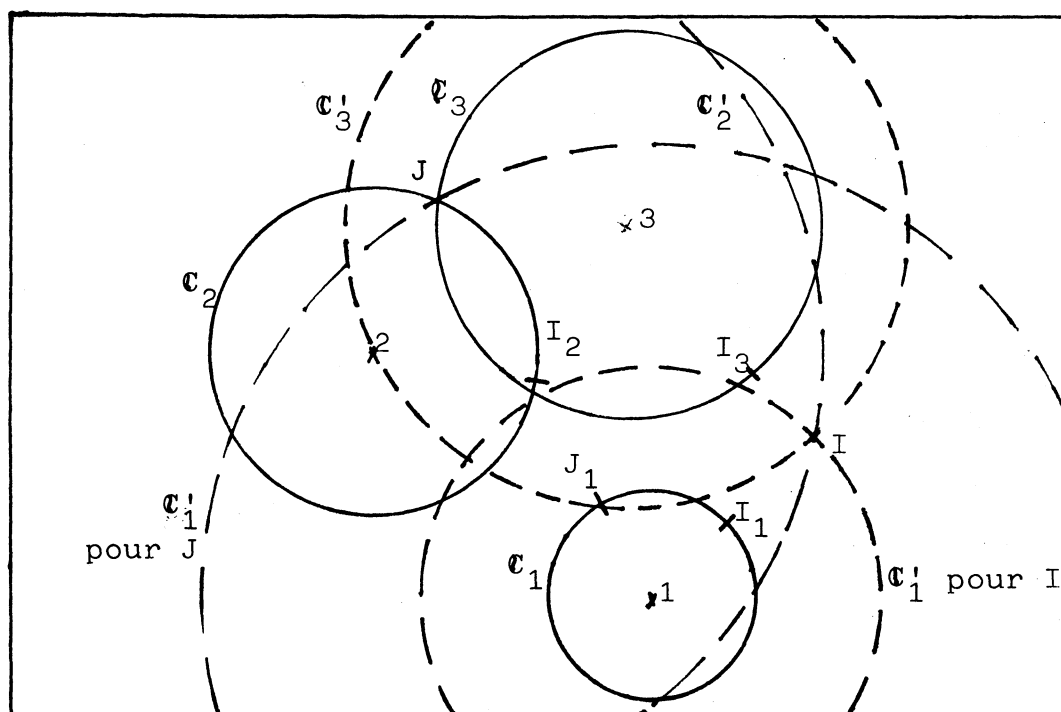
On peut alors supposer que le consommateur évalue de façon imprécise son revenu disponible. Ceci nous autorise à attribuer à chaque consommateur plusieurs valeurs R de revenu plus ou moins possibles. Nous présenterons dans le paragraphe précédent la technique employée pour introduire cette imprécision.

Dès lors, quelle est la signification économique sur l'équilibre spatial du ménage urbain de la reconnaissance de l'imprécision du revenu ?

Pour répondre à cette question, nous allons raisonner à partir d'un exemple graphique.

Considérons trois centres économiques.

La localisation optimale i^* est donnée par les trois conditions D_{ik}^* et devrait être située en même temps sur les trois cercles \mathcal{C}_k représentés en trait plein. Elle correspond à un revenu R connu de façon précise. On remarque immédiatement qu'elle n'existe pas.



Supposons maintenant que le revenu R est imprécis, c'est-à-dire qu'il peut prendre d'autres valeurs. Ceci nous autorise à prendre en compte d'autres tailles de cercles. Par exemple, la localisation I appartient à l'intersection de trois cercles \mathcal{C}'_k centrés sur chacun des centres économiques et représentés en pointillés. Chacun de ces cercles correspond à d'autres valeurs possibles du revenu et qui peuvent même être différentes selon le cercle considéré.

On peut alors faire le même raisonnement pour toutes les localisations i de l'espace urbain en admettant un ensemble de variation du revenu suffisamment vaste.

Il faut alors s'interroger sur la propension de chacune des localisations i à satisfaire l'optimum de localisation c'est-à-dire à ressembler à la localisation idéale i^* .

On va alors définir une structure de préférence imprécise de l'individu sur l'ensemble des localisations de l'espace urbain. On attribuera à chaque point i une valeur correspondant à sa ressemblance avec i^* selon les critères d'optimalité définis dans le modèle précédent. En d'autres termes, on va essayer de définir un profil d'optimalité basé sur les "écarts" entre les cercles \mathcal{C}_k où la localisation optimale i^* devrait se trouver et les cercles \mathcal{C}'_k où n'importe quelle localisation peut se situer.

Graphiquement, le profil d'optimalité de la localisation I est défini par l'ensemble des écarts suivants :

$$\{ [I - I_1] ; [I - I_2] ; [I - I_3] \}$$

On peut également proposer le profil d'optimalité de la localisation J qui appartient déjà aux cercles \mathcal{C}_2 et \mathcal{C}_3 solutions du modèle classique:

$$\{ [J - J_1] ; 0 ; 0 \}$$

Il reste maintenant à valuer ces profils d'optimalité de manière à obtenir, pour l'agent, une structure de préférence spatiale imprécise lui permettant d'effectuer son choix de localisation idéale. On notera qu'un tel choix est a priori possible puisqu'on travaille directement sur l'espace physique : chaque localisation i possédant un profil d'optimalité.

Par contre, il faudra introduire le second élément du modèle d'équilibre : la consommation de bien composite. Puisque la consommation idéale Z^* dépend aussi de R , nous appliquerons alors le même principe en attribuant à chaque localisation i une propension à ressembler, en terme de consommation Z , à la consommation Z^* .

3.2. Présentation du modèle

Chaque localisation i de l'espace physique peut maintenant être caractérisée par deux critères : un degré d'optimalité de localisation et un degré d'optimalité de consommation de bien composite.

Le modèle d'Equilibre Spatial et Flou (abrégé ESF par opposition au modèle non flou d'Equilibre Spatial, abrégé ES) est défini comme la maximisation d'un objectif flou d'optimalité de localisation (c'est un sous-ensemble flou, noté \mathcal{E}) sous une contrainte floue d'optimalité de

consommation de bien composite (c'est un sous-ensemble flou, noté \mathcal{Z}).

Le modèle est basé sur la définition d'un revenu imprécis \mathcal{R} . C'est un sous-ensemble flou caractérisé par un ensemble de valeurs possibles x de revenu disponible et une fonction d'appartenance $\mu(x)$ qui attribue à chaque valeur x de \mathcal{R} un degré d'appartenance à la proposition suivante : "x est le revenu réel dont je dispose effectivement pour payer mes dépenses en logement, en bien composite et en transport".

$$\mathcal{R} = \{ x \in \mathbb{R}^+, \mu(x) / \mu(x) \in [0;1] \}$$

On notera que l'on utilise un sous-ensemble flou au sens de ZADEH (1965) en choisissant l'intervalle de variation $[0,1]$ pour la fonction d'appartenance.

Plus précisément, \mathcal{R} est un nombre flou Lf-Rh (Left-Right, DUBOIS et PRADE, 1980) tel que :

$$\blacksquare x \in [r_m; r_M]$$

où r_m représente le revenu minimum (à la limite $r_m = 0$) que le consommateur peut affecter à ses dépenses compte tenu de ses habitudes de consommation et

où r_M représente le revenu maximum que le consommateur peut espérer obtenir, toutes possibilités de crédit prises en compte.

■ Le revenu R de la contrainte budgétaire non floue appartient obligatoirement à l'intervalle.

■ les fonctions Lf et Rh sont les fonctions de référence du nombre flou. Elles permettent de définir les valeurs de la fonction d'appartenance $\mu(x)$.

$$\mu(x) = \begin{cases} Lf [(R-x)/\gamma] & \text{pour } x \in [r_m; R] \text{ et } \gamma > 0 \\ Rh [(x-R)/\rho] & \text{pour } x \in [R; r_M] \text{ et } \rho > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- R est le revenu de la contrainte budgétaire non floue et désigne la valeur moyenne du nombre flou.

- γ et ρ désignent respectivement les pentes gauche et droite du nombre flou. Si ces pentes sont nulles, on retrouve la définition d'un nombre ordinaire. Plus les pentes augmentent et plus le nombre devient flou.

On a : $\gamma = R - r_m$ et $\rho = r_M - R$.

■ Lf est une fonction non décroissante sur $[r_m; R]$ et est telle que :

$$Lf(0) = 1 \Leftrightarrow \mu(R) = 1.$$

■ Rh est une fonction non croissante sur $[R; r_M]$ et est telle que :

$$Rh(0) = 1 \Leftrightarrow \mu(R) = 1.$$

■ Symboliquement, on écrit le nombre flou \mathcal{R} de la façon suivante :

$$\mathcal{R} = (R; \gamma; \rho)_{Lf-Rh}$$

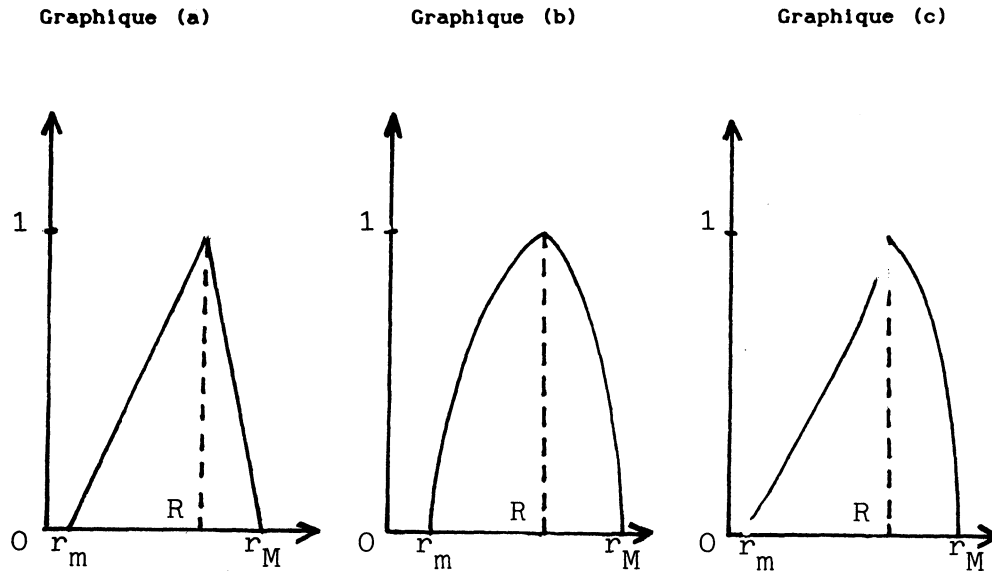
■ Nous supposons, par ailleurs que :

si $x = r_m$ alors $Lf(1) = 0$, et

si $x = r_M$ alors $Rh(1) = 0$.

(ceci n'est pas obligatoire, car on peut envisager des nombres flous dont la limite de la fonction Lf (resp. Rh) tend vers 0 quand x tend vers r_m (r_M))

Les graphiques suivants représentent différents nombres flous.



Représentations graphiques de nombres flous

D. DUBOIS (1987) remarque que l'allure des pentes des fonctions L_f et R_h renseigne sur l'attitude de l'agent vis-à-vis des valeurs présentes dans le nombre flou. Par exemple, le nombre flou représenté sur la figure (c) traduit un comportement de tolérance à droite (ce n'est pas parce qu'on s'éloigne de la valeur moyenne que les degrés d'appartenance de x à \mathcal{R} diminuent de plus en plus) et de sévérité à gauche (plus on se rapproche de la valeur moyenne R et plus le degré d'appartenance de x à \mathcal{R} augmente) vis-à-vis de l'appartenance des valeurs x au revenu R supposé réellement disponible.

Plusieurs formes numériques peuvent être attribuées aux fonctions L_f et R_h . Par exemple, on peut leur donner une forme linéaire ou exponentielle ou puissance... suivant le comportement de l'individu vis-à-vis des valeurs x de son revenu R , qu'il estime avec plus ou moins de précision.

Nous ne présenterons ici que la forme linéaire puisque c'est celle que nous avons utilisée pour la partie empirique de notre étude.

- **Forme linéaire :**

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mu(x) = \frac{R - x}{R - r_m} & \text{pour } x \in [r_m; R] \\ \mu(x) = \frac{x - R}{r_M - R} & \text{pour } x \in [R; r_M] \\ \mu(x) = 0 & \text{sinon} \end{array} \right.$$

Pour $x \in [r_m; R]$, les valeurs de la fonction d'appartenance augmentent

à taux constant, tandis que pour $x \in [R ; r_M]$, elles diminuent à taux constant (graphique (a) page 14).

On note, par ailleurs, que des opérations internes d'addition, de soustraction, de multiplication et de division de nombres flous Lf-Rh sont possibles (DUBOIS et PRADE, 1980). Elles vont nous permettre de définir, à partir du nombre flou R, deux sous-ensembles flous : \mathcal{E} , le sous-ensemble flou des localisations i plus ou moins optimales pour la localisation et \mathcal{Z} , le sous-ensemble flou des localisations i plus ou moins optimales pour la consommation de bien composite.

3.3. Résolution du modèle

Pour définir l'Equilibre Spatial et Flou, il faut, dans un premier temps, caractériser chaque sous-ensemble flou : \mathcal{E} et \mathcal{Z} .

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= \{ i ; e(i) / e(i) \in [0,1] \} \\ \mathcal{Z} &= \{ i ; z(i) / z(i) \in [0,1] \}\end{aligned}$$

où $e(i)$ et $z(i)$ sont les fonctions d'appartenance qui attribuent à chaque localisation i de l'espace physique sa propension à ressembler à la localisation optimale i et à la consommation optimale Z.

Ensuite, nous mettrons en oeuvre un Fuzzy Mathematical Programming pour déterminer la ou les localisations optimales au sens du modèle ESF.

3.3.1. Calcul de la fonction d'appartenance $e(i)$

Il se fait en deux étapes :

(1) Dans un premier temps, on définit n fonctions d'appartenance $d_k(i)$ qui attribuent à chaque localisation i son degré de satisfaction de la condition d'optimalité D_{ik}^* . En fait, on évalue ce que représente l'écart entre les localisations situées sur le cercle optimum \mathcal{C}_k et celles situées sur les cercles \mathcal{C}'_k .

La procédure est la suivante :

A l'optimum :

$$\begin{aligned}D_{ij}^* &= \frac{c_j R}{(\bar{L} \alpha K_j + B + \beta R) \left(\sum_{k=1}^n c_k + b \right)} \quad \text{soit : } D_{ij}^* = \frac{c_j R}{Q_j + T_j R} \quad \text{pour } k = j \\ D_{ik}^* &= \frac{c_k R}{\bar{L} \alpha K_k \left(\sum_{k=1}^n c_k + b \right)} \quad \text{soit : } D_{ik}^* = \frac{c_k R}{Q_k} \quad \text{pour } k \neq j\end{aligned}$$

Pour obtenir une relation entre les différentes valeurs de revenu possibles, x, et les positions des points i par rapport au centre k, on écrit les expressions précédentes de la façon suivante :

$$\sigma_j(x) = \frac{c_j x}{Q_j + T_j x} \quad (\text{pour } k=j) \quad \text{et} \quad \sigma_k(x) = \frac{c_k x}{Q_k} \quad (\text{pour } k \neq j)$$

avec $x \in [r_m ; r_M]$

En terme de nombre flou, on écrira :

■ Pour le centre j lieu d'emploi :

$$D_j = c_j \mathcal{R} / (Q_j + T_j \mathcal{R})$$

⇒ le sous-ensemble flou des localisations satisfaisant plus ou moins la condition d'optimalité par rapport au lieu d'emploi est défini comme le rapport de deux nombres flous construits à partir de \mathcal{R} .

On en déduit alors, en utilisant les opérations de multiplication d'un nombre flou Lf-Rh par un scalaire (c_j d'une part et T_j d'autre part), d'addition d'un nombre flou Lf-Rh et d'un nombre ordinaire (Q_j) et de division de deux nombres flous Lf-Rh ($c_j \mathcal{R}$ d'une part et $(Q_j + T_j \mathcal{R})$ d'autre part) le nombre flou Lf-Rh : D_j et la fonction d'appartenance $d_j(i)$ d'une localisation i à D_j .

■ Par exemple si $c_j > 0$ et $T_j > 0$

$$d_j(i) = \begin{cases} \text{Lf } [(v - D_{ij}) / \tau] & \text{pour } D_{ij} \in [\sigma_j(r_m) ; \sigma_j(R)] \\ \text{Rh } [(D_{ij} - v) / v] & \text{pour } D_{ij} \in [\sigma_j(R) ; \sigma_j(r_M)] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

avec :

$$v = \frac{c_j \cdot R}{Q_j + T_j \cdot R},$$

$$\tau = \frac{T_j (r_M - R)(c_j \cdot R) + c_j (R - r_m)(Q_j + T_j \cdot R)}{(Q_j + T_j \cdot R)^2},$$

$$v = \frac{T_j (R - r_m)(c_j \cdot R) + c_j (r_M - R)(Q_j + T_j \cdot R)}{(Q_j + T_j \cdot R)^2}.$$

■ Pour les autres centres $k \neq j$

$$D_k = (c_k / Q_k) \mathcal{R}$$

⇒ le sous-ensemble flou des localisations satisfaisant plus ou moins la condition d'optimalité par rapport à un centre est défini comme la multiplication d'un nombre flou Lf-Rh par un scalaire c_k .

On en déduit la fonction d'appartenance $d_k(i)$ du nombre flou Lf-Rh : \mathcal{D}_k .

$$d_k(i) = r(x) \text{ pour tout } i \text{ tel que } D_{ik} = \sigma_k(x).$$

Finalement, on dispose pour chaque localisation i de l'espace un ensemble de n valeurs $d_k(i)$. Cet ensemble constitue son profil d'optimalité.

(2) Dans un second temps, on agrège les n valeurs $d_k(i)$ caractérisant une même localisation i de l'espace physique. On obtient, ainsi, une valeur unique $e(i)$ d'appartenance au sous-ensemble flou des localisation satisfaisant plus ou moins la condition de localisation idéale.

On note qu'il existe plusieurs méthodes d'agrégation possibles. Celle que nous avons choisie (la distance de hamming généralisée relative) obéit aux principes suivants :

■ P1 : toutes les localisations présentant le même profil d'optimalité auront le même degré d'optimalité $e(i)$ par rapport à l'ensemble des centres k .

■ P2 : plus une localisation possède un degré d'optimalité $e(i)$ élevé et plus elle est préférée.

Soit i et i' deux localisations telles que $e(i) > e(i')$.
le consommateur préférera résider en i plutôt qu'en i' .

■ P3 : la localisation optimale i^* du modèle ES est telle que :
 $e(i^*) = 1$.

■ P4 : il peut exister d'autres localisations i différentes de i^* pour lesquelles on a aussi $e(i) = 1$. Ces localisations sont alors jugées comme répondant le mieux aux critères d'optimalité, selon les **préférences imprécises** des agents. Ce sont les comparaisons entre les localisations qui amènent à ces résultats. Par contre pour la localisation i^* c'est une convention.

La distance de Hamming généralisée relative $\delta(i^*, i)$ entre l'ensemble des n valeurs $d_k(i)$ d'une localisation quelconque i et celui des n valeurs $d_k(i^*)$ de la localisation idéale i^* est telle que :

$$\delta(i^*, i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |d_k(i^*) - d_k(i)|$$

$$\Leftrightarrow \delta(i^*, i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |1 - d_k(i)| = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (d_k(i) - 1)$$

Ainsi, à chaque profil d'optimalité $e(i)$, on attribue une valeur donnée par $\delta(i, i^*)$.

Cette valeur permet de calculer la valeur en i de la fonction d'appartenance $e(i)$.

$$e(i) = 1 - \delta(i, i^*) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (1 - d_k(i))$$

On remarque que les principes P1 à P3 sont vérifiés tandis que le principe P4 n'est donc pas utile ici. Cela signifie que les agents restent rationnels, au sens traditionnel du terme, dans leurs choix, puisqu'ils n'accorderont pas la valeur d'optimalité maximale à une autre localisation différente de i^* , quand bien même ils disposent d'une structure de préférence imprécise.

Puisqu'on dispose pour chaque localisation i d'un indice d'optimalité de localisation, on peut lui attribuer maintenant, un indice d'optimalité de consommation.

3.3.2. Calcul de la fonction d'appartenance $\mu(i)$

Pour chaque localisation i , on connaît le coût unitaire de logement et les dépenses en transport, puisque ce sont des données exogènes dans le modèle. On raisonne donc comme si on préallouait, à chaque localisation i , une quantité de bien composite à consommer. Il n'est plus question, ici, de faire un arbitrage entre la consommation de bien composite et les autres consommations : distances et transport, puisque ces dernières sont déterminées dès que la localisation i est connue. On réalise donc bien une séparation entre le critère de consommation de bien composite et le critère de localisation résidentielle.

On peut alors déterminer une consommation de bien composite possible, en effectuant le calcul suivant :

$$Z = \frac{R - C_1 \cdot \bar{L} - (B + \beta R) D_{11}}{p} = \frac{W R + V}{p}$$

On remarque que pour chaque valeur x du revenu appartenant à l'intervalle $[r_m; r_M]$, on peut calculer une valeur y de consommation possible de bien composite.

$$y = \frac{W x + V}{p} = W \cdot x + V \text{ (on pose } p = 1 \text{ pour simplifier)}$$

Par conséquent, on peut associer, au nombre flou \mathcal{R} , un nombre flou \tilde{Z} tel que : $\tilde{Z} = W \cdot \mathcal{R} + V$.

La fonction d'appartenance $\tilde{\mu}(y)$ d'une consommation possible y au sous-ensemble flou \tilde{Z} peut alors être déduite de la fonction d'appartenance $\mu(x)$ d'un revenu possible x au sous-ensemble flou \mathcal{R} .

On remarque alors que $\tilde{\mu}(y) = \mu(x)$, $\forall x \in [r_m; r_M]$

De même, l'écriture de \tilde{Z}^* permet de définir plusieurs quantités de bien composite que le ménage pourrait consommer à l'optimum, compte tenu de l'imprécision de son revenu R .

$$Z^* = \frac{b R}{n \left(\sum_{k=1}^n c_k + b \right)} = \frac{b R}{H} \Leftrightarrow y = (b/H).x$$

Chacune de ces valeurs y possède un degré d'appartenance $\tilde{z}^*(y)$ au sous-ensemble flou \tilde{Z}^* des optimums de consommation de bien composite.

On a $\tilde{Z}^* = (b/H).R$.

On déduira donc la fonction d'appartenance $\tilde{z}^*(y)$ de la fonction d'appartenance $\mu(x)$ et on montre que :

$$\tilde{z}^*(y) = \mu(x), \forall x \in [r_m, r_M]$$

La fonction d'appartenance $\mu(i)$, pour chaque localisation i de l'espace physique, au sous-ensemble flou des optimums de consommation de bien composite est déterminée en comparant la distribution en i des y munis de leurs degrés d'appartenance $\tilde{z}(y)$ à celle des y munis de leurs degrés d'appartenance $\tilde{z}^*(y)$. En d'autres termes, on compare pour chaque localisation i de l'espace, l'éventail des possibilités de consommation de bien composite qu'elle permet à l'éventail des possibilités de consommation de bien composite possibles en i .

On posera :

$$\mu(i) = \max_y [\min(\tilde{z}(y); \tilde{z}^*(y))]$$

Interprétation :

- Il suffit que les valeurs moyennes des deux nombres flous \tilde{Z} et \tilde{Z}^* coïncident pour que $\mu(i) = 1$.
- Si les deux nombres flous \tilde{Z} et \tilde{Z}^* n'ont aucune valeur y en commun, alors $\mu(i) = 0$.
- Le mode de calcul de $\mu(i)$ s'interprète comme la possibilité que les deux nombres flous \tilde{Z} et \tilde{Z}^* aient simplement une valeur y en commun. C'est selon D. DUBOIS (1987) l'expression de l'égalité faible entre deux nombres flous. Si, pour une localisation i , on détermine, en faisant varier le revenu, une seule valeur y qui se trouve également dans \tilde{Z} , alors cela suffit pour que $\mu(i)$ soit différent de 0.

Finalement, on dispose de deux degrés d'appartenance pour chaque localisation i de l'espace E .

- $e(i)$ mesure le degré de satisfaction de la localisation i à l'optimalité de localisation résidentielle.
- $\mu(i)$ mesure le degré de satisfaction de la localisation i à l'optimalité de la consommation de bien composite.

Il s'agit maintenant de déterminer la localisation la meilleure au vu de ces deux critères d'optimalité. C'est ce que nous allons faire en mettant en oeuvre un Fuzzy Mathematical Programming

3.3.3. La détermination de la localisation optimale du modèle ESF

Le Fuzzy Mathematical Programming (abrégié FMP) est un algorithme de calcul dont les fondements et principaux résultats sont dus à R.E. BELLMAN et L.A. ZADEH (1970), H. TANAKA, T. OKUDA et K. ASAI (1974), J. FLACHS et M.A. POLLATTSCHKE (1978) et H.J. ZIMMERMANN (1978).

On montre que, si \mathcal{E} est l'objectif flou et \mathcal{Z} est la contrainte floue, alors la localisation optimale \tilde{i} du programme flou est une décision floue \mathcal{H} telle que :

$$\mathcal{H} = \{ i ; h(i) / h(i) \in [0,1] \}$$

où $h(i)$ désigne la fonction d'appartenance de la localisation i au sous-ensemble flou \mathcal{H} .

avec :

$$\mathcal{H} = \mathcal{E} \cap \mathcal{Z}$$

soit :

$$h(i) = e(i) \wedge z(i)$$

La localisation optimale \tilde{i} vérifie la condition suivante :

$$h(\tilde{i}) = \sup_{i \in E} h(i) = \sup_{i \in E} [e(i) \wedge z(i)]$$

TANAKA - OKUDA - ASAÏ montrent que :

$$h(\tilde{i}) = \sup_{i \in E} h(i) = \sup_{i \in E} [e(i) \wedge z(i)]$$

\Leftrightarrow

$$(a) \quad h(i) = \sup_{\alpha \in [0;1]} [\alpha \wedge \sup_{i \in Z_\alpha} e(i)]$$

où Z_α désigne l' α -coupure de niveau α du sous-ensemble flou \mathcal{Z}

$$Z_\alpha = \{ i \in E / z(i) \geq \alpha \}$$

Z_α est un ensemble non flou.

\Leftrightarrow

$$(b) \quad h(i) = \sup_{i \in A} e(i)$$

où A désigne le sous-ensemble non flou des éléments de E tels que :

$$A = \{ i \in E / z(i) \geq e(i) \}$$

Si on interprète, concrètement, ces formules, cela signifie qu'il faut rechercher l' α -coupure Z_α au niveau du point fixe $\tilde{\alpha}$ de la fonction suivante :

$$\Phi(\alpha) = \alpha \wedge \sup_{i \in Z_\alpha} e(i)$$

soit :

$$\sup_{i \in E} h(i) = \tilde{\alpha} = \sup_{\alpha \in [0;1]} \Phi(\alpha)$$

La mise en oeuvre d'un FMP nécessite, selon TANAKA - OKUDA - ASAÏ, un certain nombre d'hypothèses et la vérification d'un certain nombre de théorèmes relatifs à l'existence, la continuité et l'unicité d'une solution pour un problème de maximisation d'un objectif flou sous une contrainte floue.

Ces conditions sont difficiles à assurer car elles supposent que

l'un au moins des deux sous-ensembles flous \mathcal{E} ou \mathcal{Z} est convexe (c'est-à-dire que les fonctions d'appartenance associées sont quasi-concaves). Or dans notre étude, nous travaillons dans l'espace et compte tenu de la complexité des formes des fonctions d'appartenance $e(i)$ et $z(i)$, on ne peut assurer la convexité ni de \mathcal{E} ni de \mathcal{Z} .

Pour montrer que le problème d'équilibre spatial et flou admet une solution, nous avons alors utilisé d'autres hypothèses, formulées par J. FLACHS et M.A. POLLATSCHEK (1978).

L'idée est que la résolution du programme dépend des propriétés de la fonction $F(\alpha) = \sup_{i \in Z_\alpha} e(i)$, c'est-à-dire sur la répartition des

valeurs de la fonction d'appartenance $e(i)$ dans les ensembles Z_α et non plus sur leur répartition dans l'espace des localisations.

Il suffit alors que l'un des deux sous-ensembles flous soit strictement convexe au voisinage de l'optimum pour qu'une solution existe.

En choisissant de poser la convexité sur le sous-ensemble flou \mathcal{E} , nous avons donc démontré que la fonction d'appartenance $\mathcal{E}(i)$ était au moins strictement quasi-concave au voisinage de l'optimum \tilde{i} (BAUMONT 1990).

Finalement, une solution existe. On montre qu'elle n'est pas nécessairement unique, ce qui n'est pas préjudiciable au problème que nous traitons.

Si on trouve plusieurs solutions optimales, le choix définitif du ménage fera intervenir d'autres critères que ceux pris en compte dans le modèle : qualité de l'environnement, externalités de voisinage ...

Dans ce cas, on peut supposer que le ménage sera satisfait de pouvoir choisir entre plusieurs localisations optimales

Une fois qu'une solution optimale est déterminée, le ménage peut retrouver le niveau d'utilité résidentielle qu'il obtiendra et le montant de son budget qu'il dépensera en intégrant les caractéristiques de la localisation dans la fonction d'utilité U_i et dans la contrainte budgétaire $R = L.C1_i + p.Z + CT_i$.

Il est important de noter que la solution optimale du modèle ESF ne garantit pas l'obtention d'une utilité maximale au sens du modèle ES, dès lors que les localisations i^* et \tilde{i} ne coïncident pas.

L'utilité retirée de la localisation i^* est l'utilité maximale absolue, tandis que l'utilité retirée de la localisation \tilde{i} est l'utilité maximale réalisable pour le ménage. On peut alors parler, pour la localisation \tilde{i} , d'optimum de second rang par rapport à la localisation i^* et assimiler notre démarche à celle des théoriciens du Second-Best (LIPSEY et LANCASTER, 1956-1957). L'approche floue du problème de la localisation du ménage dans une ville multicentrique permet de réconcilier la résolution mathématique du phénomène économique et sa valeur économique. Tout en restant une solution mathématique, la localisation \tilde{i} a l'avantage de représenter une localisation physique dans la ville où le ménage désire se loger.

Si la localisation optimale possède au moins une valeur d'appartenance nulle, alors cela signifie que l'étendue de l'intervalle de variation du salaire est incompatible avec la distribution des coûts de logement et de transport dans l'espace et des préférences spatiales des individus. Ce problème est évoqué dans le cas non flou par PAPAGEORGIOU (1976) lorsqu'il signale qu'un niveau de revenu minimum est quelquefois nécessaire pour se loger dans une ville. L'obtention d'un tel résultat est alors important, car il permet de connaître la répartition des individus par catégorie de revenus en définissant dans la ville les zones d'habitation "inaccessibles" à certaines catégories de revenus.

Finalement, nous avons montré, en utilisant un FMP qu'une solution à l'équilibre spatial du ménage urbain existait. Nous allons maintenant illustrer, par quelques simulations, le caractère opérationnel du modèle ESF.

IV - TEST DES MODELES

Pour estimer les paramètres des fonctions d'utilité de résidence et de coût de logement, nous avons travaillé sur un échantillon représentatif de logements de l'agglomération dijonnaise, structuré par zones spatiales : 18 quartiers INSEE de la ville de DIJON et 7 communes. Au total, 847 logements ont été retenus pour l'"échantillon utilité", tandis que 678 logements faisant l'objet d'une offre de vente ont été retenus dans l'"échantillon coût".

Plusieurs régressions ont été réalisées, mettant en évidence le caractère multicentrique de l'agglomération, tant pour les préférences spatiales des individus que pour la formation du coût des logements.

Nous présenterons ici deux modèles : un modèle faisant intervenir trois centres et un modèle prenant en compte quatre centres. Pour chacun d'eux, nous suivrons le plan suivant : présentation des régressions et représentation graphique des fonctions associées, calcul des valeurs à l'optimum pour le modèle non flou, représentation graphique des fonctions d'appartenance du modèle flou, détermination des localisations optimales i et comparaison graphique des solutions des deux modèles.

4.1. Généralités

Avant de présenter les résultats, il nous semble important de clarifier certains points relatifs aux techniques utilisées pour réaliser les tests empiriques.

4.1.1. La détermination d'un indicateur d'utilité U_i

L'idée est d'obtenir, à partir des informations recueillies sur les caractéristiques des logements et des zones spatiales, un indice d'utilité pouvant exprimer la satisfaction retirée d'un logement localisé en i .

L'utilité U_i peut donc être vue comme un ensemble de données

qualitatives dont on cherche un processus d'agrégation. Nous avons retenu une forme pondérée de différents critères caractérisant les logements ou les zones spatiales :

l'attraction commerciale des zones spatiales mesurée par un indice de centralité au sens de FUSTIER-ROUGET (notée picent),

un indice de peuplement moyen des logements par zone spatiale (indice INSEE noté ipeup),

le nombre moyen de pièces des logements (indice INSEE noté moypi),

le pourcentage de cadres supérieurs (INSEE),

un indice de qualité des logements prenant en compte l'existence ou non de certains attributs : cave, grenier, parking, garage, ascenseur (noté qual),

Le nombre de pièces des logements (noté npi),

le numéro de l'étage (noté eta).

Pour obtenir cet indice, nous nous sommes inspirés d'une technique de régression mise au point par PAELINCK (1985). Différents indicateurs d'utilité ont alors été obtenus, reflétant chacun une structure de préférence pour les individus. Celui que nous utiliserons ici est le suivant :

$$U = 0.009 \text{ qual} + 0.287 \text{ npi} + 0.316 \text{ ipeup} - 0.15 \text{ picent}$$

Cet indicateur caractérise des individus qui accordent de l'importance à la fois aux caractéristiques des logements et aux caractéristiques des zones dans lesquelles ils sont situés.

4.1.2. La valeur des coûts de logement aux centres k : Cl_k

Nous avons attribué à chaque centre, un coût de logement calculé sur le dernier décile des coûts unitaires de logement observés pour chaque zone spatiale. Cl_k est la moyenne des valeurs de coût de logement dans ce dernier décile.

4.1.3. Le calcul du bien composite

A partir de données sur la composition moyenne par catégorie socio-professionnelle, sur les budgets des ménages par CSP et en fonction du nombre de personnes habitant dans les logements, nous avons déterminé une consommation moyenne de bien composite à attribuer à chaque logement de l'échantillon.

4.1.4. La position des localisations dans l'agglomération

Pour attribuer à chaque localisation i de l'agglomération dijonnaise les différentes valeurs prises dans les modèles (valeur d'utilité et du coût de logement pour le modèle ES et valeur d'appartenance $e(i)$ et $z(i)$ pour le modèle ESF), nous avons travaillé sur un plan de l'agglomération dijonnaise au 1/10000^e que l'on a quadrillé tous les centimètres, le centre du repère étant placé sur la Place Darcy. On associe, ainsi, à chaque point, un couple de coordonnées $(x;y)$; les x s'étalant de -48 à +72 et les y de -62 à +36.

4.2. Le modèle à trois centres

■ Les centres retenus sont les zones (1), (13) et (20). Le lieu d'emploi est le centre (20).

■ La fonction d'utilité est donnée par l'expression numérique suivante :

$$U_1 = 0.001 L^{0.004} \cdot Z^{0.95} \cdot D_1^{-0.021} \cdot D_{13}^{-0.033} \cdot D_{20}^{0.046} \quad R^2 = 0.96$$

(-147) (4.6) (90) (-3.6) (-5.1) (8)

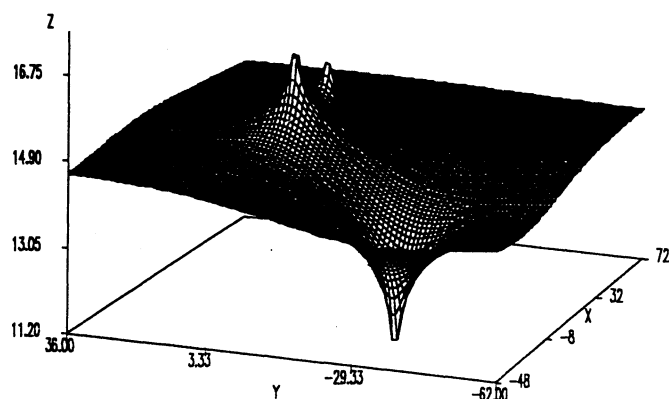
■ La fonction de coût unitaire de logement est la suivante :

$$Cl_1 = 5.62 - 0.004 Cl_1 D_1 - 0.005 Cl_{13} D_{13} + 0.006 Cl_{20} D_{20} \quad R^2 = 0.156$$

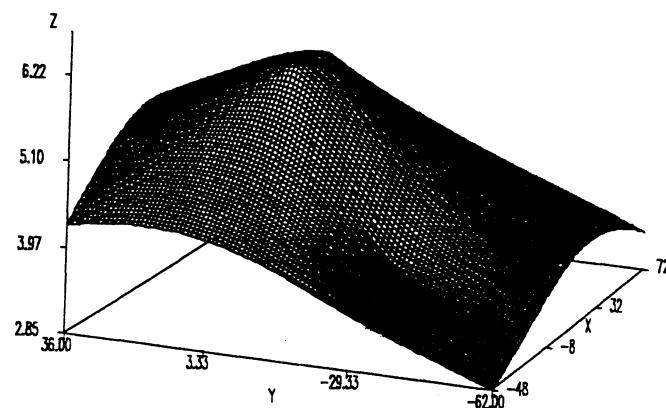
(34) (-2.9) (-2.9) (5.2)

- Les valeurs en italique sont les valeurs du t de Student.

Les deux graphiques suivants représentent les formes des deux fonctions pour une consommation de logement de 50 unités et une consommation de bien composite de 19474 unités (cela correspond à la consommation moyenne d'un individu résidant à Chenove et habitant dans un trois pièces)



Fonction d'utilité



Fonction de coût

On remarque que la fonction d'utilité présente deux maximums locaux et un minimum local. Les positions approximatives de ces extrêmes sont la commune de Chenove (20) pour le minimum et les quartiers (14) et (15) pour les maximums. On s'aperçoit d'autre part, que la fonction d'utilité présente une surface plane couvrant la presque totalité de l'agglomération et donnant une valeur d'utilité d'environ 15, ce qui est relativement proche des valeurs des maximums situés vers 16.75.

L'analyse de la fonction de coût de logement révèle qu'un maximum se trouve là encore aux environs des quartiers (14) ou (15) tandis qu'une légère convexité (par rapport à l'origine) de la fonction apparaît vers la commune de Chenove, formant ainsi un "creux". Le coût de logement est minimum pour une valeur de 2.85 l'unité et est maximum pour une valeur de 6.22 l'unité.

■ Deux simulations ont été réalisées : ESF31 et ESF32. Elles prennent en compte les valeurs suivantes :

ESF31 : $R = 5000$ F; $r_m = 0$ F; $r_M = 6500$ F et $L = 50$ unités de logement.

ESF32 : $R = 8000$ F; $r_m = 3000$ F; $r_M = 9500$ F et $L = 100$ unités de logement.

On considère que la période est le mois. On travaille alors avec des revenus mensuels. le prix du bien composite est fixé à 1 et les éléments nécessaires au calcul des coûts de déplacements sont les suivants : V la vitesse de déplacement est de 50 km/h. Le coût monétaire est de 2 F par kilomètre. On considère que le ménage effectue 2 aller-retours par jour, soit 80 déplacements D_{20} par mois.

On obtient la solution du modèle ES, en utilisant les valeurs des variables à l'optimum données par le système suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} Z^* = \frac{b R}{p \left(\sum_{k=1}^n c_k + b \right)} \\ D_{1j}^* = \frac{c_j R}{(\bar{L} \alpha_j K_j + B + \beta R) \left(\sum_{k=1}^n c_k + b \right)} \\ D_{1k}^* = \frac{c_k R}{\bar{L} \alpha_k K_k \left(\sum_{k=1}^n c_k + b \right)} \end{array} \right.$$

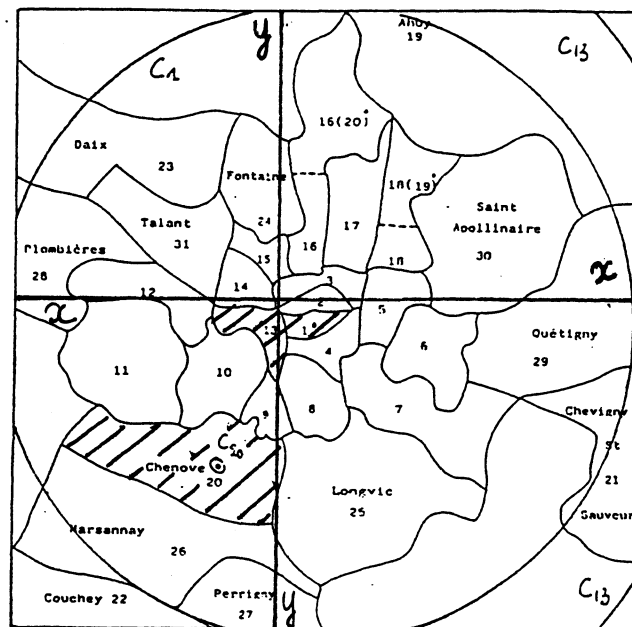
Si la zone 20 est le lieu d'emploi, alors $D_{1j}^* = D_{120}^*$.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs optimales pour les deux simulations.

Variables	Simulations	
	ESF31	ESF32
Z^*	5000	8000
D_{20}^*	0.11	0.11
D_1^*	88	71.4
D_{13}^*	128	102.4

On remarque que les distances optimales permettant de localiser le lieu de résidence par rapport aux trois centres économiques ne sont pas

compatibles. Celle par rapport au lieu d'emploi est très faible, tandis que celles par rapport aux deux autres centres sont très élevées. Le graphique, ci-dessous, indique la position des trois cercles solutions correspondants, pour la simulation ESF31, et on voit alors qu'ils n'ont pas de point d'intersection (on obtiendrait le même résultat avec la simulation ESF32).



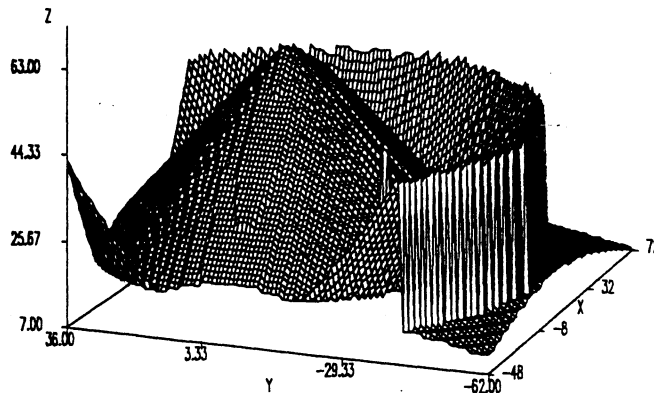
Localisation optimale du modèle ES

D'autre part, on s'aperçoit que la consommation optimale de bien composite absorbe la totalité du revenu. Ceci s'explique par la valeur attribuée au prix du bien composite, dont nous avons supposée qu'elle valait 1, puisque nous considérons qu'il joue le rôle d'un numéraire. En fait, pour une simulation sur données réelles, cette hypothèse ne peut être valable, car le bien composite n'est pas le numéraire : nous avons travaillé sur des prix en milliers de francs pour les logements. Il faudrait alors connaître effectivement le prix en monnaie d'une unité de bien composite ou connaître le prix d'une unité de logement en unité de bien composite. Faute de données nous n'avons pas réalisé ces calculs. On ne pourra donc pas se fier aux résultats concernant la consommation de bien composite. Par contre, pour les valeurs des distances optimales, cela ne joue pas puisque le prix du bien composite n'intervient pas dans leurs expressions.

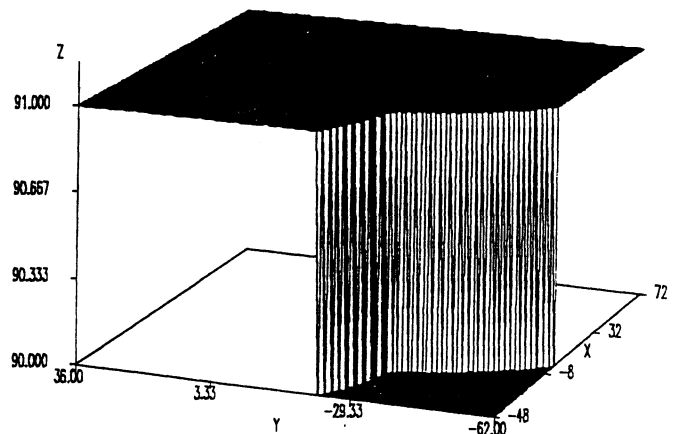
■ On vérifie que la solution optimale est bien un maximum en calculant les déterminants successifs de la matrice Hessienne Bordée.

■ On calcule, pour chaque localisation $i : (x; y)$ du plan, les valeurs des fonctions d'appartenance $e(i)$ et $q(i)$.

Les deux graphiques suivants illustrent les formes des fonctions d'appartenance $e(i)$ et $q(i)$ pour le premier scénario.



Fonction $e(i)$



Fonction $q(i)$

Commentaires : la distribution $e(i)$ des optimalités de localisation est maximale pour une valeur de 0.63, tandis qu'elle est minimale pour une valeur de 0.07. On ne trouve donc pas dans le plan de localisation présentant une position optimale très proche de la localisation optimale i^* du modèle ES. Les localisations possédant les profils d'optimalité de localisation les meilleurs sont situées au centre de l'agglomération et sur une sorte de couronne incomplète traversant les communes périphériques au sud et à l'est de l'agglomération.

On remarque la présence d'un "mur" à l'extérieur duquel les localisations ont les profils les moins bons. On s'aperçoit également qu'un "pic" est situé aux environs du centre de la commune de Chenove.

La distribution des optimalités de consommations de bien composite est particulière puisque seules les valeurs appartenant à l'intervalle $[0.90; 0.93]$ sont possibles. Cela signifie que chaque localisation de l'agglomération permet ici de satisfaire très fortement la condition d'optimalité pour la consommation de bien composite. On remarque là encore la présence d'un mur de part et d'autre duquel les valeurs $q(i)$ évoluent brusquement.

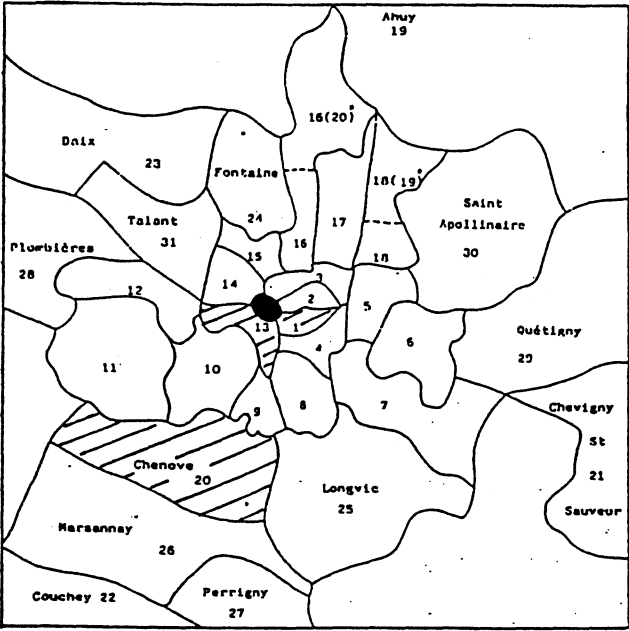
■ L'ensemble des solutions \tilde{i} du modèle ESF pour la première simulation est donné par l'ensemble des points suivants :

$$\{ (-7; -3) , (-7; -2) , (-6; -3) , (-6; -2) , (-5; -3) \}$$

Ils correspondent à une valeur $e(i) = 0.63$ et à une valeur $q(i) = 0.91$, c'est-à-dire que les valeurs maximales des distributions $e(i)$ et $q(i)$ sont atteintes.

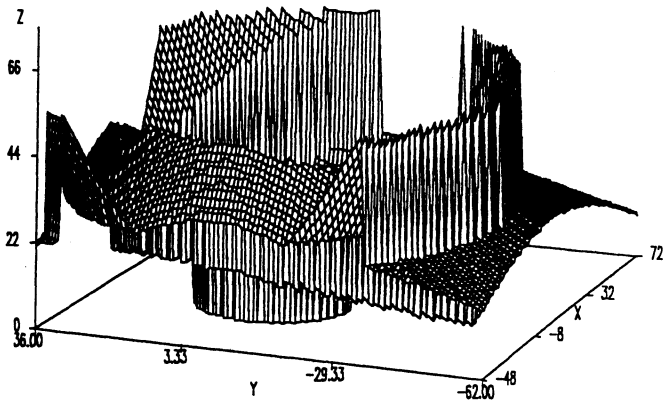
Il y a 5 solutions; Ce sont des points regroupés dans le quartier 13 de la ville de Dijon.

La position géographique des solutions est donnée sur le graphique ci dessous.

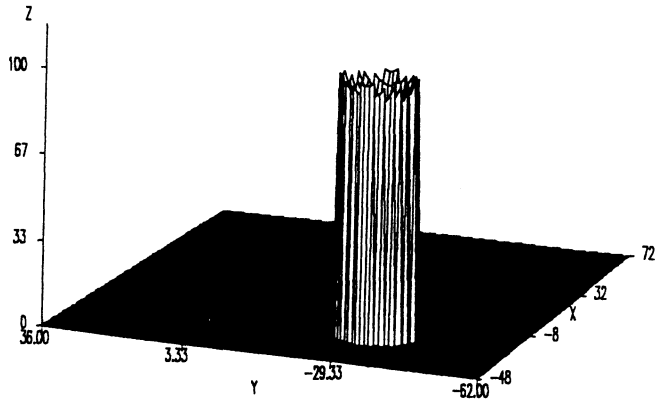


Localisations optimales du modèle ESF31

Les deux graphiques suivants illustrent les formes des fonctions d'appartenance $e(i)$ et $\zeta(i)$ pour le deuxième scénario.



Fonction $e(i)$



Fonction $\zeta(i)$

Commentaires : comme pour la première simulation, on remarque que la courbe représentative de la fonction $e(i)$ présente des "murs" de part et d'autre desquels les valeurs de la fonction d'appartenance évoluent brusquement. Le maximum de la fonction est atteint pour une valeur de 0.66 et son minimum pour une valeur de 0.22. Une partie de la couronne

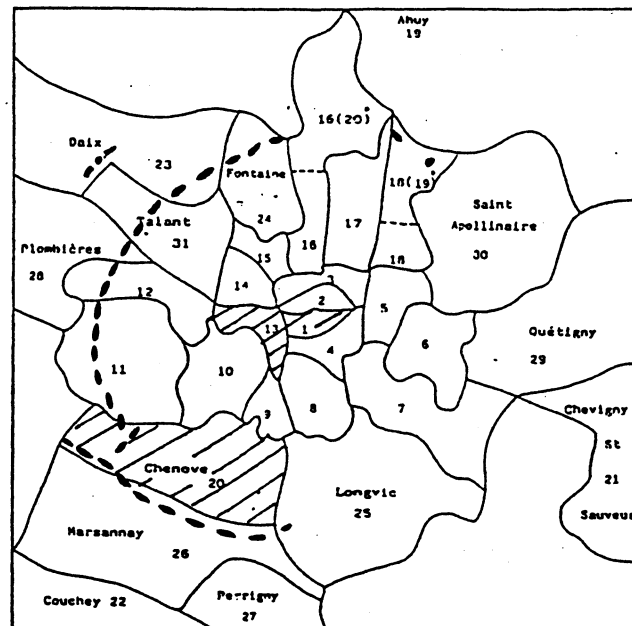
périphérique déjà remarquée dans la première simulation apparaît. Les localisations présentant les meilleurs profils sont situées sur cette couronne et au nord de l'agglomération.

La forme de la courbe $\gamma(i)$ est particulière puisque seules quelques localisations regroupées aux environs de la commune de Chenove satisfont la condition d'optimalité pour la consommation de bien composite. On notera que pour d'autres simulations, non présentées ici, on a également souvent remarqué cette forme cylindrique; sa position géographique se déplaçant dans le plan.

Un certain nombre de points ont un degré d'appartenance égal à l'unité, c'est-à-dire qu'ils correspondent parfaitement à la consommation optimale de bien composite du modèle ES.

■ L'ensemble des solutions optimales comprend 84 points correspondant à une valeur $e(i) = 0.42$ et à une valeur maximale de $\gamma(i) = 0.96$. Ces points sont regroupés sur une couronne, à l'ouest de l'agglomération, sur les zones (26), (20), (11), (12), (28), (31) et (24). Ceci laisse supposer qu'un habitat de type pavillonnaire est plutôt recherché.

La position géographique des solutions est donnée sur le graphique ci-dessous.



Localisations optimales du modèle ESF32

4.3. Le modèle à quatre centres

■ Les centres retenus sont les zones (1), (18), (24) et (29). Le lieu d'emploi est le centre (29).

■ La fonction d'utilité est donnée par l'expression numérique suivante :

$$U_1 = 0.001 L^{0.037} \cdot Z^{0.946} \cdot D_1^{-0.008} \cdot D_{18}^{0.011} \cdot D_{24}^{-0.042} \cdot D_{29}^{0.024} \quad R^2 = 0.96$$

(-119) (4.2) (88) (-2.4) (2.4) (-5.3) (3.4)

■ La fonction de coût unitaire de logement est la suivante :

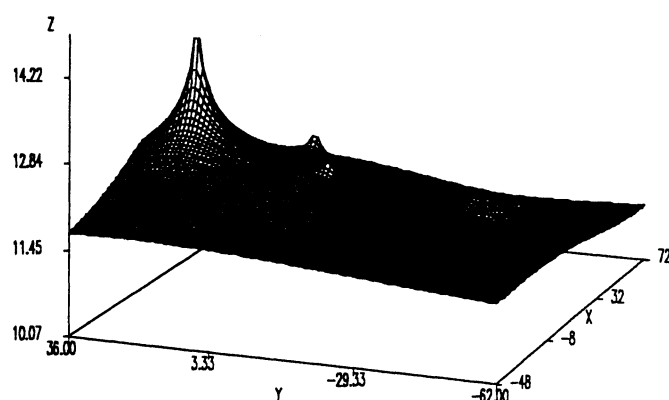
$$Cl_1 = 8.395 - 0.006 Cl_1 D_1 + 0.029 Cl_1 D_{18} - 0.008 Cl_1 D_{24} - 0.006 Cl_1 D_{29}$$

(18) (-6.1) (3.7) (-5.1) (-4.2)

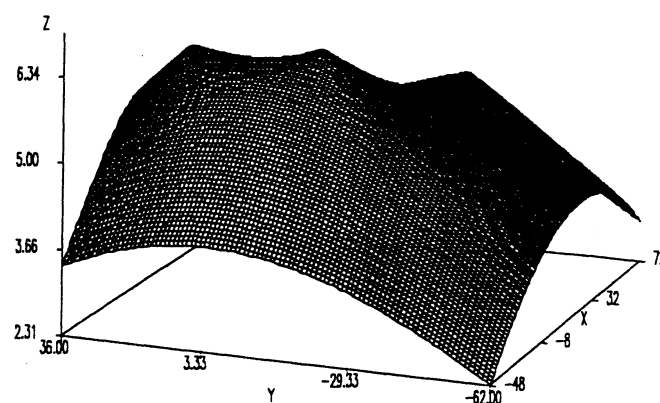
$$R^2 = 0.156$$

- Les valeurs en italique sont les valeurs du t de Student.

Les deux graphiques suivants représentent les formes des deux fonctions pour une consommation de logement de 50 unités et une consommation de bien composite de 19474 unités (cela correspond à la consommation moyenne d'un individu résidant à Chenove et habitant dans un trois pièces)



Fonction d'utilité



Fonction de coût

La fonction d'utilité à une allure plane hormis la présence de trois pics, dont l'un est assez élevé et correspond à une valeur de l'utilité de 15.6. Il se situe à l'extrême nord de l'agglomération entre les zones (24) et (18).

La forme de la courbe de la fonction de coût de logement confirme le caractère multicentrique de l'agglomération. Ainsi, elle présente trois pics correspondant aux zones (1), (24) et (18), et (29) retenues dans le modèle. De part et d'autre, les coûts de logement diminuent. Ce graphique n'est pas sans rappeler l'allure des coûts de logement théoriques définis par PAPAGEORGIOU et MULLALY (1976) ou par ROMANOS

(1977) dans le cas d'une ville multicentrique.

Le coût de logement unitaire minimum correspond à une valeur de 2.31 milliers de francs. Ce résultat n'est pas très différent de celui obtenu dans le modèle à trois centres.

■ On n'a réalisé, pour ce modèle, qu'une seule des deux simulations faites pour le modèle à trois centres.

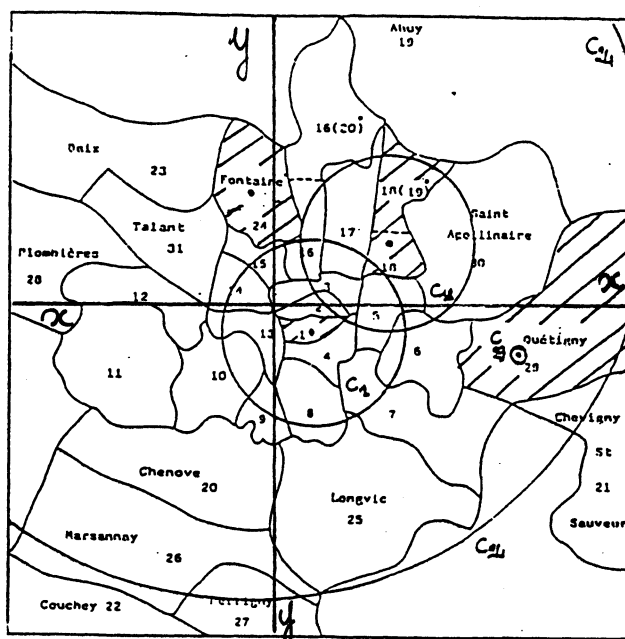
ESF41 : $R = 5000$ F; $r_m = 0$ F; $r_M = 6500$ F et $L = 50$ unités de logement.

■ On reprend les mêmes hypothèses de calcul, ce qui nous donne le tableau suivant des valeurs optimales pour le modèle ES.

Variables	ESF41
Z^*	5000
D_{29}^*	0.06
D_1^*	19
D_{18}^*	20
D_{24}^*	86

Les remarques déjà faites pour le modèle à trois centres et concernant la consommation de bien composite sont toujours valables.

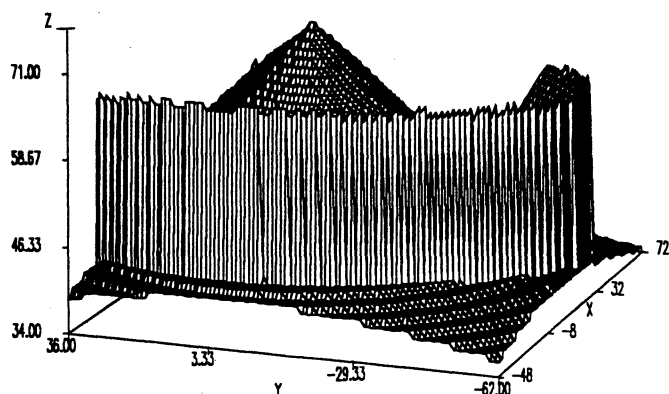
Le graphique reproduit ci-dessous indique la position des cercles solutions. On ne peut, là encore obtenir de solution optimale, car les cercles n'ont pas de point d'intersection.



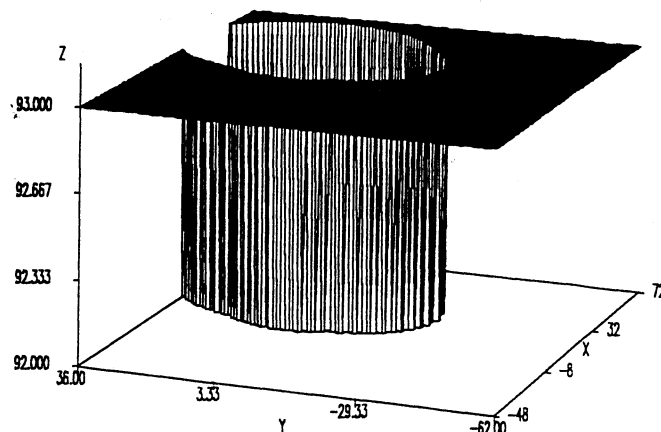
Localisation optimale du modèle ES

■ On vérifie que l'on a bien un maximum.

■ Les deux graphiques suivants illustrent les formes des fonctions d'appartenance $e(i)$ et $z(i)$ pour le premier scénario.



Fonction $e(i)$



Fonction $z(i)$

Commentaires : la distribution $e(i)$ des optimalités de localisation est maximale pour une valeur de 0.71, tandis qu'elle est minimale pour une valeur de 0.34. La distribution d'optimalité de localisation est donc plus proche de l'optimum pour ce modèle que pour le précédent. Les localisations possédant les profils d'optimalité de localisation les meilleurs sont situées au centre de l'agglomération et sur une sorte de couronne incomplète traversant les communes périphériques au sud et à l'ouest de l'agglomération. Dans le modèle à trois centres, c'était la partie est de l'agglomération qui présentait les meilleurs profils.

On remarque la présence d'un "mur" à l'extérieur duquel les localisations ont les profils les moins bons.

La distribution des optimalités de consommations de bien composite est particulière puisque seules les valeurs appartenant à l'intervalle $[0.92; 0.93]$ sont possibles. Cela signifie que chaque localisation de l'agglomération permet ici de satisfaire très fortement la condition d'optimalité pour la consommation de bien composite. On remarque, là encore, la présence d'un mur de part et d'autre duquel les valeurs $z(i)$ évoluent brusquement. On retrouve alors les mêmes remarque que pour le modèle à trois centres.

■ L'ensemble des solutions \tilde{i} du modèle ESF pour la première simulation est donné par l'ensemble des points suivants :

$$\{ (25;3) , (24;4) \}$$

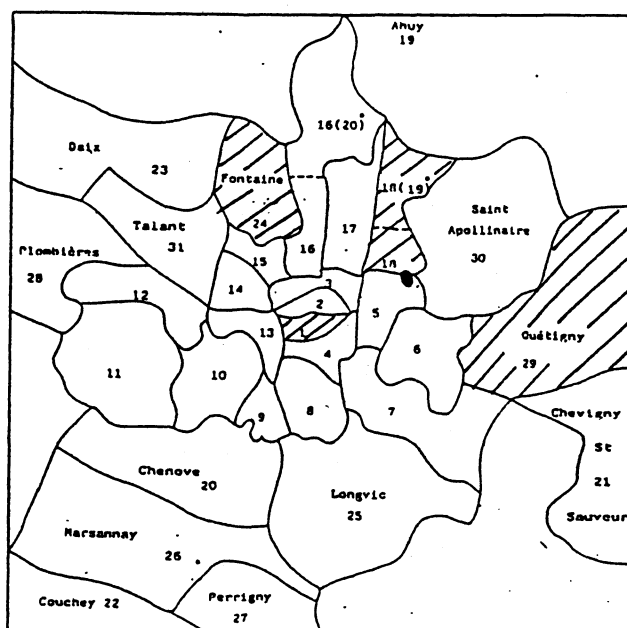
Ils correspondent à une valeur $e(i) = 0.71$ et à une valeur $z(i) = 0.92$

c'est-à-dire que la valeur maximale de la distribution $e(i)$ est atteinte, mais pas celle de la distribution $z(i)$.

Il n'y a que 2 solutions. Ce sont des points situés dans le quartier (5) de la ville de Dijon. On remarque que ce quartier est situé à proximité des quartiers (1), (18) et de la commune de Quétigny

(29). La solution est donc cohérente avec les zones retenues pour le modèle et semble relever d'une logique satisfaisante pour le choix d'une localisation de résidence.

La position géographique des solutions est donnée sur le graphique ci-dessous.



Localisations optimales du modèle ESF41

Ces solutions sont très différentes de celles obtenues pour le modèle à trois centres, où le ménage devait choisir sa résidence dans le quartier (13). Ce résultat confirme alors l'importance des structures de préférences des individus pour le choix de leur résidence.

En effet, lorsque l'on passe du modèle à trois centres au modèle à quatre centres, on modifie la structure des préférences spatiales des ménages. Le lieu d'emploi, les centres ne sont plus les mêmes. Il est donc tout à fait logique de ne pas trouver la même solution.

V - CONCLUSION

Au terme de cette présentation il nous semble opportun d'insister sur les points suivants :

(1) Le choix d'une structure urbaine multicentrique est adapté, sous certaines conditions à l'étude des phénomènes spatiaux. Cependant, il s'associe à des difficultés de formalisation des problèmes de localisation, même sous les hypothèses simplificatrices que nous avons retenues : distribution spatiale des coûts de logement connue, unicité du déplacement vers le seul centre d'emploi, consommation fixée de logement.

(2) L'espace économique des possibilités de localisation et l'espace physique des localisations réelles ne sont pas symétriques.

L'utilisation de la théorie des sous-ensembles flous permet de les réconcilier.

(3) Le caractère multicentrique de l'agglomération dijonnaise a pu être mis en évidence, tant pour les structures de préférences spatiales que pour la formation du coût des logements.

(4) Le modèle ESF s'avère opérationnel puisqu'il fournit une solution satisfaisante au problème de la localisation des ménages dans les villes multicentriques.

BIBLIOGRAPHIE

BAUMONT C., 1990 *"Contribution à l'analyse des espaces urbains multicentriques : la localisation résidentielle. Etudes théoriques et empiriques"*, Thèse de Doctorat, Université de Bourgogne, Dijon, 1990.

BELLMAN R. & ZADEH L.A., 1970, *"Decision Making in a Fuzzy Environment"*, *Management Science*, 17B, n°4, p 141-164.

DUBOIS D., 1987, *"Linear Programming with Fuzzy Data"*, in *Analysis Applications*, Edited by R. BELLMAN, Academic Press, New York.

DUBOIS D. & PRADE H., 1980, *"Fuzzy Sets and Systems : Theory and Applications"*, edited by R. BELLMAN. Academic Press. New-York.

FLACHS J. & POLLATSCHEK M. A., 1978, *"Further Results on Fuzzy-Mathematical Programming"*, *Information and Control*, 38, p 241-257.

FUSTIER B. & ROUGET B., 1985, *"Approche empirique de la notion de centralité urbaine : le cas de l'agglomération dijonnaise"*, Document de travail de l'I.M.E., 74, Université de Dijon.

FUJITA M. & OGAWA H., 1982, *"Multiple Equilibria and Structural Transition of Nonmonocentric Urban Configurations"*, *Regional Science and Urban Economics*, n°12, p 161-196.

GARLANDIER J.C. & ROUGET B., 1986, *"Influence économique et concurrence au sein d'une agglomération. Essai de mesure"*, Document de travail de l'I.M.E., n°86, Université de Dijon.

GORDON P., RICHARDSON H.W. & WONG H.L., 1986, *"The Distribution of Population and Employment in a Polycentric City : the Case of Los Angeles"*, *Environment and Planning A*, n°18, p 161-173.

HEIKKILA E., GORDON P., KIM J.I., PEISER R.B. & RICHARDSON H.W., 1989, *"What Happened to the CBD-Distance Gradient? : Land Value in a Policentric City"*, *Environment and Planning A*, vol.21, p 221-232.

LIPSEY R.G. & LANCASTER K., 1956-1957, *"The General Theory of Second Best"*, *Review of Economic Studies*, Vol.24, p 11-31.

ODLAND J., 1978, *"The Conditions for Multi-Center Cities"*, *Economic Geography*, n°54, p 234-244.

OGAWA H. & FUJITA M., 1980, "Equilibrium Land Use Patterns in a Nonmonocentric City", *Journal of Regional Science*, n°4, vol.20, p 455-475.

OGAWA H. & FUJITA M., 1979-1989, "Nonmonocentric Urban Configuration in a Two-dimensional Space". *Environment and Planning A*, vol.21, p 363-374.

PAELINCK J.H.P., 1985, "Eléments d'analyse économique spatiales", Editions Régionales Européennes, Diffusion Anthropos, Paris, 295 p.

PAPAGEORGIOU Y.Y., 1971, "The Population Density and Rent Distribution Model within a Multicenter Framework", *Environment and Planning*, vol.3, p 267-282.

PAPAGEORGIOU Y.Y., 1976, "Urban Residential Analysis : 1. Spatial Consumer Behavior", *Environment and Planning A*, vol.8, p 423-442.

PAPAGEORGIOU Y.Y. & CASETTI E., 1971, "Spatial Equilibrium Residential Land Value in a Multicenter Setting", *Journal of regional Science*, n°3, vol; 11, p 385-389.

PAPAGEORGIOU Y.Y. & MULLALLY H., 1976, "Urban Residential Analysis : 1. Spatial Consumer Equilibrium", *Environment and Planning A*, vol.8, p 489-506.

PONSARD C., 1980, "On the Imprecision of Consumer's Spatial Preferences", *Paper of the Regional Science Association*, vol.42, p 59-71.

PONSARD C., 1981, "L'équilibre spatial du consommateur dans un contexte imprécis", *Sistemi Urbani*, n°3, p 107-103.

ROMANOS M.C., 1977, "Household Location in a Linear Multi-center Metropolitan Area", *Regional Science and Urban Economics*, n°7, p 233-250.

TANAKA H., OKUDA T. & ASAI K., 1974, "On Fuzzy-Mathematical Programming", *Journal of Cybernetics*, n°3/4, p 37-46.

VOIRON-CANICIO Ch., 1987, "Ressemblance entre espaces voisins et analyse conjointe des espaces contigus", *Revue "Analyse Spatiale, Quantitative et Appliquée"*, n°23, Université de Nice, p 63-71.

ZADEH L.A., 1965, "Fuzzy Sets", *Information and Control*, n°8, p 338-358.

ZIMMERMANN H.J., 1978 "Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions", *Fuzzy Sets and Systems*, n°1, p 45-55.

