HAL
open science

Modélisation multidomaine du comportement magnéto-mécanique

Said Lazreg, Olivier Hubert

▶ **To cite this version:**

Said Lazreg, Olivier Hubert. Modélisation multidomaine du comportement magnéto-mécanique. 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-01533658

HAL Id: hal-01533658

https://hal.science/hal-01533658v1

Submitted on 6 Jun 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation multidomaine du comportement magnéto-mécanique

S. LAZREG, O. HUBERT

LMT-Cachan
ENS-Cachan/CNRS/UPMC/PRES Universud Paris
61, avenue du Président Wilson - 94235 CACHAN Cedex - France

Résumé :

Nous présentons ici les premiers éléments d'un travail portant sur le contrôle non destructif des matériaux. L'objectif est de proposer des méthodes de mesures magnétiques permettant d'évaluer quantitativement l'état thermo-metallurgico-mécanique d'un matériau. En effet, il est maintenant bien connu que le comportement magnétique d'un matériau ferromagnétique est sensible à l'état microstructural et/ou à l'application d'une contrainte mécanique. L'identification inverse reste néanmoins une difficulté majeure. Nous proposons dans un premier temps un modèle magnéto-mécanique couplé dont la simplicité autorise la procédure d'identification inverse. Des mesures de comportements magnétique et magnétostrictif du fer pur sous chargement mécanique uniaxial sont ensuite présentées. Une fois les quelques paramètres du modèle identifiés pour ce matériau, modèle et expérience sont comparés.

Abstract :

The first elements of a work concerning the non-destructive testing of materials are presented hereafter. The objective is to propose magnetic methods to quantify the thermo-metallurgico-mechanical state of a material. Indeed, it is now well known that the magnetic behavior of ferromagnetic material is sensitive to the microstructural state and / or application of a mechanical stress. The inverse identification remains a major challenge. We propose first a coupled magneto-mechanical modeling ; its simplicity allows the procedure of inverse identification. Measurements of magnetic and magnetostrictive behavior of pure iron under uniaxial mechanical loading are then presented. Once the few parameters of the model are identified for this material, model and experiment are compared.

Mots clefs : couplage magnétomécanique, modèle multidomaine, magnétostriction

1 Introduction

Quand on soumet un matériau ferro(ferri)magnétique à un champ magnétique $\vec{H}$, il se déforme spontanément [1]. Cette déformation (tenseur noté $\boldsymbol{\epsilon_\mu}$), dite de magnétostriction, est la première manifestation du couplage magnéto-mécanique. Elle peut consister en un allongement ou une contraction dans la direction d'application du champ, et peut s'inverser en fonction du niveau de champ. Elle est par ailleurs sensible à toute modification de l'état de la matière ou à l'application d'une contrainte [2, 3].
Le couplage magnéto-mécanique se manifeste également par l'effet de l'application d'une contrainte mécanique $\boldsymbol{\sigma}$ sur l'aimantation $\vec{M}$ du matériau (via la modification de la susceptibilité magnétique χ=M/H) à champ constant, On observe néanmoins que, par exemple, l'effet d'une traction ou d'une compression n'est pas symétrique et peut même s'inverser d'un matériau à l'autre [3]. D'autre part, l'effet d'un chargement mécanique sur le comportement magnétique peut différer en fonction du niveau de champ magnétique (effet Villari) [3]. La multiaxialité des contraintes joue également un rôle important [4].
Quand le chargement mécanique plastifie le matériau, les propriétés magnétiques se dégradent plus nettement (diminution importante de la susceptibilité) [2, 5, 6]. Cette dégradation intervient dès les premiers stades de la déformation plastique, ce qui peut en une certaine mesure s'interpréter par un effet de couplage magnéto-mécanique piloté par les contraintes internes, la dégradation générale progressive suivante s'expliquant par une interaction grandissante entre la microstructure magnétique (domaines et parois) avec les défauts cristallins. Notons que la déformation de magnétostriction est également fortement modifiée par la plasticité.

La modélisation de ces effets passe généralement par un bilan des différentes contributions énergétiques dans le matériau. La microstructure magnétique est ainsi le résultat d'un équilibre entre l'énergie d'échange (couplage d'ordre ferro(ferri)magnétique), l'énergie élastique (effet de la contrainte), l'énergie magnétostatique (effet du champ magnétique) et l'énergie d'anisotropie magnétocristalline (effet d'orientation cristalline).
Les modèles phénoménologiques macroscopiques à variables internes [7] ont l'intérêt de la simplicité. Ils ne

tiennent par définition pas compte de la microstructure réelle du matériau ; ceci se traduit souvent par un couplage magnéto-mécanique partiel. Les modèles micromagnétiques et multiéchelles [8, 9] n'ont pas ce défaut. Toutefois, ils sont couteux en temps de calcul ; l'identification inverse n'est donc pas raisonnable avec ce type de modèle. Notre intérêt est de parvenir à réunir les avantages de chacune de ces approches. La modélisation idéale doit être suffisament riche de manière à pouvoir décrire le couplage magnéto-mécanique dans toute sa complexité, capable de représenter la microstructure magnétique du matériau et son évolution, et de pouvoir potentiellement tenir compte de l'effet de la plasticité ou de la fatigue [10]. Cette modélisation doit être également simple pour que les temps de calcul associés autorisent l'identification inverse. L'identification quantitative de l'état thermo-metallurgico-mécanique d'un matériau doit pouvoir être réalisée à partir de quelques données expérimentales issues des mesures magnétiques.
La présentation de cette modélisation fait l'objet de la partie suivante. Nous présentons ensuite le protocole de mesures magnétiques et magnétostrictives réalisées sur du fer pur polycristallin soumis à un chargement mécanique uniaxial. Les résultats du modèle sont finalement comparés à l'expérience en dernière partie.

2 Modélisation multidomaine

2.1 Principe

La modélisation multidomaine correspond à une modélisation simplifiée du modèle multiéchelle historique développé au LMT-Cachan [9]. Cette modélisation s'appuie sur l'hypothèse qu'il existe une direction du monocristal notée $\vec{n}_c$ le long de laquelle un chargement mécanique et/ou magnétique conduit à un comportement comparable à celui du polycristal isotrope correspondant.
Considérons un monocristal de fer. Il est possible de subdiviser ce monocristal en six familles de domaines magnétiques associées aux six directions de facile aimantation (figure 1). Chaque famille de domaines α est définie par une aimantation $\vec{M}_\alpha$ (1) de norme l'aimantation à saturation M_s et par un tenseur de magnétostriction $\boldsymbol{\epsilon}^\mu_\alpha$ (2) (les γ^i_α figurent les cosinus directeurs de l'aimantation ; λ_{100} et λ_{111} sont les déformations de magnétostriction à saturation le long des directions $< 100 >$ et $< 111 >$).

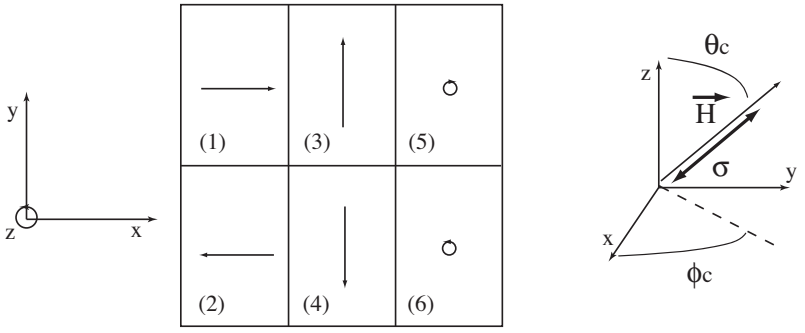

FIGURE 1 – Structure multidomaine et orientation du chargement magnéto-mécanique.

$$\vec{M}_\alpha \;=\; M_s\,{}^t[\gamma^1_\alpha, \gamma^2_\alpha, \gamma^3_\alpha] \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\epsilon}^\mu_\alpha = \frac{3}{2}\begin{bmatrix} \lambda_{100}((\gamma^1_\alpha)^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}(\gamma^1_\alpha\gamma^2_\alpha) & \lambda_{111}(\gamma^1_\alpha\gamma^3_\alpha) \\ \lambda_{111}(\gamma^1_\alpha\gamma^2_\alpha) & \lambda_{100}((\gamma^2_\alpha)^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}(\gamma^2_\alpha\gamma^3_\alpha) \\ \lambda_{111}(\gamma^1_\alpha\gamma^3_\alpha) & \lambda_{111}(\gamma^2_\alpha\gamma^3_\alpha) & \lambda_{100}((\gamma^3_\alpha)^2 - \frac{1}{3}) \end{bmatrix} \tag{2}$$

Le cristal est soumis à un champ $\vec{H}$ et/ou à un tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ (hypothèses de champ et contrainte homogènes). L'énergie d'un domaine magnétique vaut alors la somme de l'énergie de champ W^α_H, de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline W^α_K (à l'origine de la formation des domaines) et de l'énergie magnéto-élastique W^α_σ détaillées ci-après (K_1 et K_2 sont les constantes d'anisotropie du matériau)[9].

$$W^\alpha = W^\alpha_H + W^\alpha_{an} + W^\alpha_\sigma \tag{3}$$

$$W^\alpha_H = -\mu_0 \vec{H}.\vec{M}_\alpha \tag{4}$$

$$W^\alpha_K = K_1((\gamma^1_\alpha\gamma^2_\alpha)^2 + (\gamma^2_\alpha\gamma^3_\alpha)^2 + (\gamma^1_\alpha\gamma^3_\alpha)^2) + K_2(\gamma^1_\alpha\gamma^2_\alpha\gamma^3_\alpha)^2 \tag{5}$$

$$W^\alpha_\sigma = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\epsilon}^\mu_\alpha \tag{6}$$

2.2 Chargement et estimation des variables internes

Considérons maintenant ce monocristal soumis à un champ magnétique $\vec{H}$ et/ou une contrainte uniaxiale σ appliqués dans la direction $\vec{n}_c$ définie par deux angles ϕ_c et θ_c dans le repère sphérique (figure 1). Pour des raisons évidentes de symétrie, le vecteur $\vec{n}_c$ appartient au triangle standard défini par les directions cristallographiques $[100]$, $[110]$ et $[111]$. La résolution du problème (i.e. calcul de l'aimantation et de la déformation moyennes) consiste à estimer pour chaque famille de domaines α, d'une part sa direction d'aimantation et d'autre part sa fraction volumique notée f_α. La direction d'aimantation est définie par les angles ϕ_α et θ_α dans le repère sphérique (16). Ces trois paramètres constituent les variables internes du problème.

$$\vec{n}_c = {}^t[cos(\phi_c)sin(\theta_c), sin(\phi_c)sin(\theta_c), cos(\theta_c)] \tag{7}$$

$$[\gamma_\alpha^1, \gamma_\alpha^2, \gamma_\alpha^3] = [cos(\phi_\alpha)sin(\theta_\alpha), sin(\phi_\alpha)sin(\theta_\alpha), cos(\theta_\alpha)] \tag{8}$$

Les angles sont habituellement calculés par minimisation de l'énergie totale. Compte tenu du chargement et de la simplicité de la microstructure, une minimisation analytique est possible. Nous obtenons alors une loi d'évolution des angles de chaque domaine en fonction du champ et de la contrainte. A titre d'exemple, l'évolution des angles du domaine α=1 est donnée par les équations (9) et (10). Le calcul de la fraction volumique de chaque domaine est basé sur une formule de Boltzmann (11). A_s et B_s sont deux paramètres dont la valeur est accessible par voie expérimentale : on montre que A_s est proportionnel à la susceptibilié initiale χ_0 de la courbe d'aimantation (12). B_s est proportionnel à la pente initiale ψ_0 de la courbe $\epsilon^\mu(\sigma)$ mesurée dans le sens d'application de la contrainte (λ_m est la déformation de magnétostriction maximale sans rotation dans la direction $\vec{n}_c$).

$$\phi_1(H,\sigma) = \frac{\mu_0 M_s H + atan(\frac{3}{2}\lambda_{111}\sigma sin(2\phi_c))}{\mu_0 M_s H + 2K_1 + 3\lambda_{100}\sigma cos(2\phi_c)}\phi_c \tag{9}$$

$$\theta_1(H,\sigma) = \frac{\pi}{2} - \frac{\mu_0 M_s H + atan(\frac{3}{2}\lambda_{111}\sigma sin(2(\frac{\pi}{2}-\theta_c))}{\mu_0 M_s H + 2K_1 + 3\lambda_{100}\sigma cos(2(\frac{\pi}{2}-\theta_c))}(\frac{\pi}{2}-\theta_c) \tag{10}$$

$$f_\alpha = \frac{\exp(-A_s.W_H^\alpha - B_s.W_\sigma^\alpha)}{\sum_\alpha \exp(-A_s.W_H^\alpha - B_s.W_\sigma^\alpha)} \tag{11}$$

$$A_s = \frac{3\chi_0}{\mu_0.M_s^2} \tag{12}$$

$$B_s = \frac{3\psi_0}{\mu_0.\lambda_m^2} \tag{13}$$

2.3 Résolution et résultats

Le comportement élastique étant homogène à l'intérieur d'un monocristal, la déformation de magnétostriction moyenne (14) est égale à la moyenne des déformations de magnétostriction de chacun des domaines. La même règle d'homogénéisation s'applique pour le calcul de l'aimantation moyenne (15). Ainsi, à chaque point de chargement mécanique et/ou magnétique correspond une aimantation (16) et une déformation de magnétostriction "mesurées" dans la direction du chargement (17). Il s'agit d'une modélisation "à l'équilibre" ou "anhystérétique".

$$\boldsymbol{\epsilon}^\mu =< \boldsymbol{\epsilon}_\alpha^\mu >= \sum_\alpha f_\alpha\, \boldsymbol{\epsilon}_\alpha^\mu \tag{14}$$

$$\vec{M} =< \vec{M}_\alpha >= \sum_\alpha f_\alpha\, \vec{M}_\alpha \tag{15}$$

$$M = \vec{M}.\vec{n}_c \tag{16}$$

$$\epsilon^\mu = {}^t\vec{n}_c.\boldsymbol{\epsilon}^\mu.\vec{n}_c \tag{17}$$

La première étape consiste à rechercher une direction $\vec{n}_c$ optimale. Cette direction est la direction du monocristal le long de laquelle les comportements magnétique $M(H,\sigma)$ et magnétostrictif $\epsilon^\mu(H,\sigma)$ correspondent à ceux du polycristal isotrope de même nature. Les figures 2a et 2b illustrent la situation pour le fer pur en absence de chargement mécanique. On a représenté sur un même graphe le comportement anhystérétique du monocristal suivant ses directions de symétrie principales, les mesures obtenues avec un polycristal de fer pur

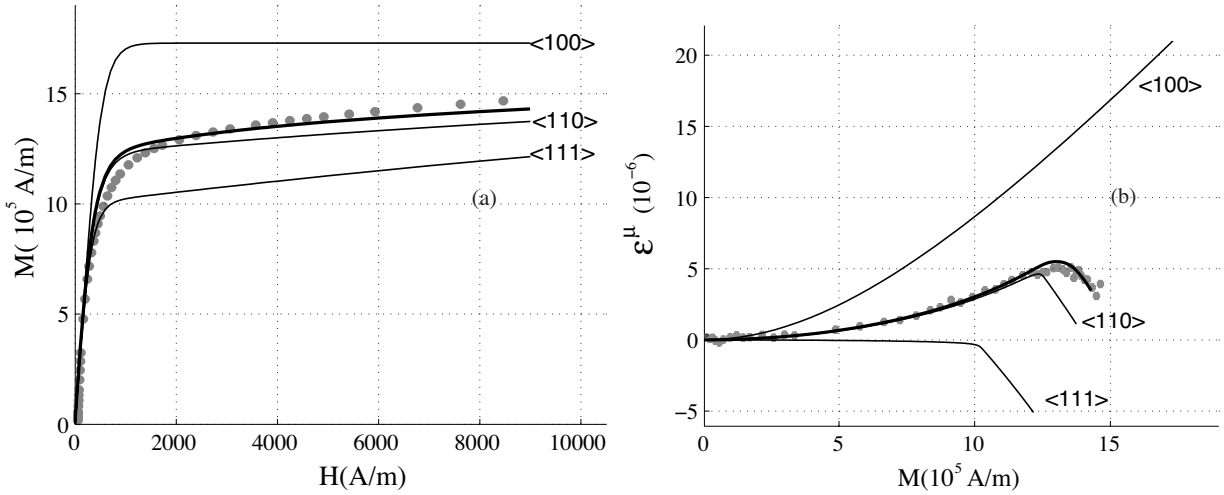

FIGURE 2 – Résultats du modèle multidomaine pour les directions principales du monocristal et comparaisons modèle (trait plein) - expérience (pointillés) anhystérétiques pour le fer pur polycristallin - (a) comportement magnétique ; (b) comportement magnétostrictif.

(points) et la modélisation associée une fois la direction $\vec{n}_c$ optimisée (trait plein). Ces résultats démontrent la faisabilité de l'approche. Le modèle doit maintenant pouvoir s'étendre à la prédiction du comportement magnétique et magnétostrictif d'un matériau soumis à un chargement mécanique uniaxial. Ce point fait l'objet des deux prochaines parties.

3 Mesures magnétiques et magnétostrictives sous contrainte uniaxiale

Le banc de mesure est présenté sur la figure 3. L'échantillon de fer polycristallin utilisé fait 140mm de long, 15mm de large et 2,5mm d'épaisseur. Il est équipé de jauges longitudinales et transversales disposées sur chacune des faces et d'un bobinage secondaire pour la mesure de la tension induite. Le flux magnétique est estimé par intégration de cette tension induite. Un bobinage primaire assure la production d'un champ magnétique atteignant 10000A/m. Les extrémités de l'éprouvette sont encastrées dans les mors d'une machine hydraulique pilotée en effort imposé (constant) de traction ou compression. La partie utile mécanique de l'éprouvette est réduite à 60mm (40mm de prise de mors) pour des raisons de tenue au flambage. L'éprouvette est placée entre deux culasses ferrimagnétiques assurant la fermeture du flux magnétique. La partie utile magnétique se réduit à une zone homogène d'environ 35mm de long.

Un pilotage spécifique du dispositif de mesures magnétiques permet de construire les courbes anhystérétiques du matériau. Les courbes du comportement magnétique et magnétostrictif sont construites point par point en désaimantant le matériau autour d'une valeur de champ constante. Il s'agit de réaliser une mesure réversible en éliminant l'effet de l'histoire. La procédure utilisée reste valable quelque soit le chargement mécanique uniaxial appliqué. La figure 4a illustre finalement l'effet d'une contrainte appliquée sur le comportement magnétique anhystérétique du fer pur polycristallin. Une traction augmente globalement la susceptibilité du matériau ; une compression a l'effet inverse. Ces mesures illustrent également un croisement des courbes à l'approche de la saturation trahissant un effet Villari.

En ce qui concerne la magnétostriction, notons que la désaimantation initiale du matériau s'effectue une fois le chargement mécanique constant imposé. Le matériau est donc soumis pendant toute la durée de la mesure à une déformation majoritairement élastique. Il convient ainsi d'initialiser à zéro la déformation après chargement mécanique afin de conserver des sensibilités de mesure élevées pendant la mesure anhystérétique. Ceci conduit à ce que, quelque soit le niveau de contrainte appliquée, la déformation mesurée est "'artificiellement"' nulle à aimantation nulle. Seules les variations de magnétostriction sont ainsi mesurées. Malgré cette procédure et compte tenu de l'ordre de grandeur très faible de cette déformation ($\approx 10^{-6}$), son estimation reste très délicate et soumise à des fluctuations thermiques et mécaniques (instabilité de l'effort imposé). Chaque mesure est ainsi filtrée et moyennée. Le recalage à la saturation des courbes constitue une seconde correction des mesures : lorsque l'aimantation approche la saturation ($M \approx M_s$), le comportement magnétostrictif doit tendre vers une valeur à saturation unique quelque soit la contrainte appliquée ; il s'agit donc d'une référence vers laquelle doivent tendre toutes les courbes. Ce recalage permet ainsi de déterminer la déformation de magnétostriction induite uniquement par chargement mécanique (à champ nul). Ceci correspond à l'effet ΔE [11].

La figure 4 montre l'influence de la contrainte sur la magnétostriction anhystérétique du fer pur. Une compression augmente l'amplitude de la déformation, une traction a l'effet inverse. Les courbes sont non monotones.

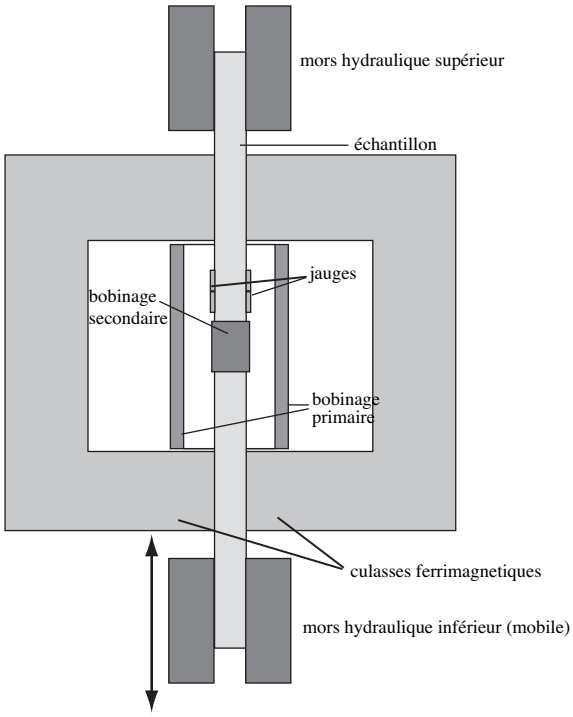

FIGURE 3 – Banc de mesures magnétiques sous chargement mécanique uniaxial.

Passé un niveau d'aimantation correspondant au début du mécanisme de rotation, les courbes se confondent.

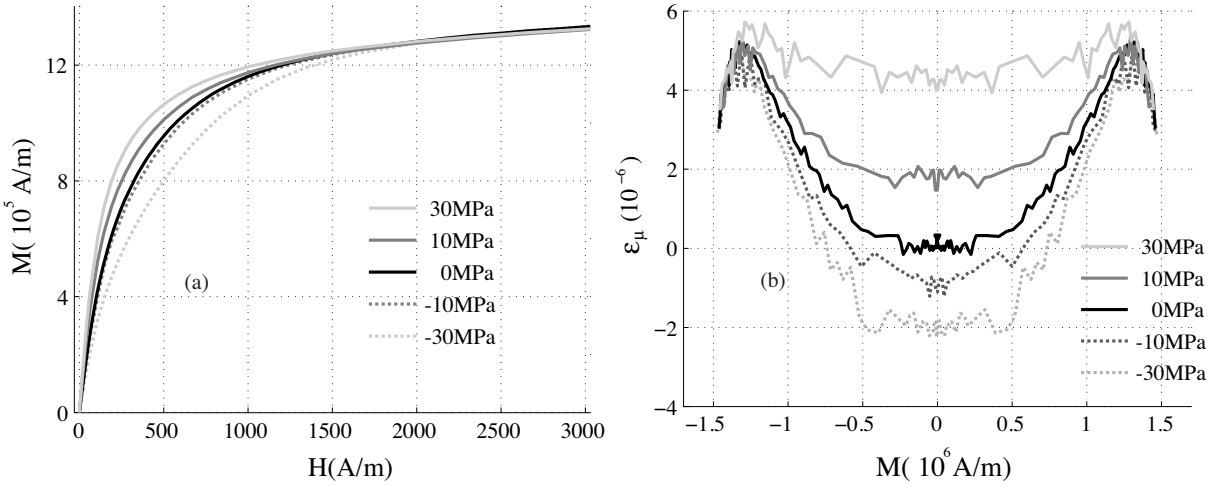

FIGURE 4 – Résultats expérimentaux pour le fer pur polycristallin - (a) comportement magnétique ; (b) comportement magnétostrictif.

4 Identification des paramètres du modèle

Les mesures réalisées sur le fer pur sont confrontées aux résultats de la modélisation. Les paramètres physiques utilisés dans la modélisation sont : $M_s = 1,71.10^{-6} A/m$, $\lambda_{100} = 21.10^{-6}$, $\lambda_{111} = -21.10^{-6}$ et $K_1 = 48KJ/.m^{-3}$. Les paramètres optimisés sont les deux angles de la direction de "mesure" $\vec{n}_c$ et les constantes A_s et B_s : on obtient $(\phi_c, \theta_c) = (41°, 88°)$, $A_s = 3,5.10^{-3}$ et $B_s = 2,4.10^{-3}$.
La figure 5 permet de comparer les résultats du modèle et l'expérience. Plusieurs phénomènes sont pris en compte (effet Villiari, effet ΔE ...). Les quelques défauts constatés s'expliquent par la simplicité de la modélisation. Le modèle présente ainsi un coude de saturation beaucoup plus prononcé que celui relevé expérimentalement. A noter que l'erreur expérimentale est parfois importante pour les mesures de magnétostriction, ce qui rend parfois très difficile le recalage à la saturation magnétique. Ces premiers résultats sont néanmoins encourageants puisqu'on parvient à modéliser l'ensemble du comportement couplé pour une durée de calcul

de moins d'1 seconde ! (programmation MATLAB^{TM}). Le travail actuel sur ce point consiste à corriger les quelques imperfections de modélisation en introduisant des "contraintes" artificielles au problème posé.

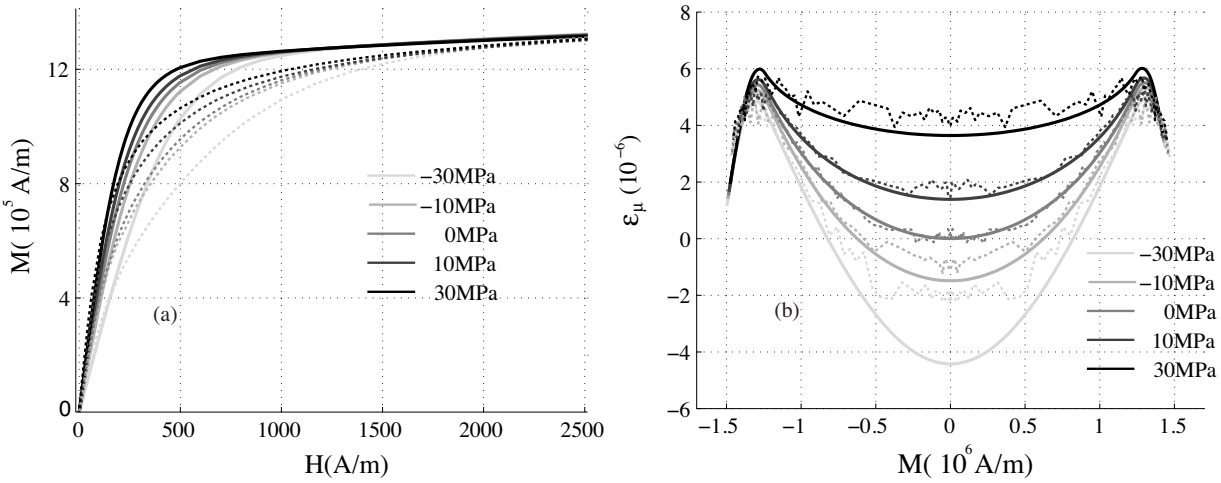

FIGURE 5 – Résultats du modèle multidomaine - comparaison modèle (trait plein) // expérience (pointillés) - Fer pur polycristallin - (a) comportement magnétique ; (b) comportement magnétostrictif.

5 Conclusion et perspectives

Une première version du modèle multidomaine est présenté dans ce travail. Ce modèle permet de prédire de manière satisfaisante le comportement anhystérétique magnétique et magnétostrictif sous chargement mécanique d'un matériau comme le fer pur polycristallin. Le modèle multidomaine se base sur de simples écritures analytiques couplées pour la description de l'évolution de la microstructure du matériau sous l'effet d'un champ ou d'une contrainte. L'objectif actuel est d'exploiter la simplicité de cette modélisation pour une identification inverse rapide de l'état mécanique à partir d'une mesure magnétique. La modélisation devrait s'appliquer pour le moment à la prédiction d'états de contrainte uniaxiaux. Notons qu'on envisage d'étendre ce modèle à un chargement mécanique multiaxial par l'intermédiaire d'une contrainte équivalente [4]. L'introduction des mécanismes dissipatifs est un travail également en cours.

Références

[1] Du Trémolet de Lacheisserie E. Magnétostriction. 1993.

[2] Bozorth R. Ferromagnetism. 1951.

[3] Cullity B. Introdution to magnetic materials. 1972.

[4] Daniel L. and Hubert O. An equivalent stress for the influence of multiaxial stress on the magnetic behavior. J. Appl. Phys., 105(1), DOI :10.1063/1.3068646, 2009.

[5] Makar J. and Tanner B. The effect of plastic deformation and residual stress on the permeability and magnetostriction of steels. J. of Magn. and Magn. Mat., 35(222), 291, 2000.

[6] Hug E., Hubert O., and Van Houtte J. Effect of internal stresses on the magnetic properties of non-oriented fe-3wt.% si and (fe,co)-2wt.% v alloys. Mat.Science and Eng.A, 332, 193, 2002.

[7] Jiles D., Thoelke J., and Devine M. Numerical determination of hyseresis parameters for the modelling of magnetic propreties using the theory of ferromagnetic hysteresis. IEEE Trans. on Magn., 35(28), 27, 1992.

[8] He S. Modélisation et simulation numérique de matériaux magnétostrictifs. PhD thesis, UMPC, 1999.

[9] Daniel L., Hubert O., Buiron N., and Billardon R. Reversible magneto-elastic behavior : A multiscale approach. J. of the Mech. and Phys. of Sol., 56(3), 1018, 2008.

[10] Lazreg S. and Hubert O. Modèle multidomaines pour l'identification inverse d'états mécaniques par méthode magnétique. Proc. Mecamat Aussois, 2009.

[11] Daniel L. and Hubert O. An equivalent stress for the influence of multiaxial stress on the magnetic behavior. European Journal of Physics - Appl. Phys., 45(3), DOI : 10.1051/epjap/2009012, 2009.