



**HAL**  
open science

# Mesure et modélisation du comportement magnéto-mécanique de monocristaux de fer-silicium sous contrainte

Karl-Joseph Rizzo, Olivier Hubert, Laurent Daniel, Denis Solas

► **To cite this version:**

Karl-Joseph Rizzo, Olivier Hubert, Laurent Daniel, Denis Solas. Mesure et modélisation du comportement magnéto-mécanique de monocristaux de fer-silicium sous contrainte. Matériaux 2010, Oct 2010, Nantes, France. hal-01533019

**HAL Id: hal-01533019**

**<https://hal.science/hal-01533019>**

Submitted on 5 Jun 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Mesure et modélisation du comportement magnéto-mécanique de monocristaux de fer-silicium sous contrainte

Karl-Joseph RIZZO<sup>a,b</sup>, Olivier HUBERT<sup>a</sup>, Laurent DANIEL<sup>b</sup>, Denis SOLAS<sup>c,d</sup>

<sup>a</sup> LMT-Cachan (ENS-Cachan, CNRS UMR 8535, Université Paris 6) 61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex - France

<sup>b</sup> LGEP (SUPELEC, CNRS UMR 8507, Université Paris 6, Université Paris 11), 11 rue Joliot-Curie, Plateau de Moulon, F-91192 Gif-sur-Yvette Cedex - France

<sup>c</sup> Université Paris Sud, UMR 8182, ICMMO, Laboratoire de Physicochimie de l'état solide, Orsay F- 91405

<sup>d</sup> CNRS, Orsay, F-91405

---

### RESUME:

*La conception optimale des machines électromagnétiques tournant à grande vitesse doit être réalisée grâce à des codes de calcul où le couplage magnéto-élastique a été introduit de manière explicite. Une voie de modélisation de ce couplage est l'utilisation d'approches multi-échelles, introduisant la phénoménologie minimale nécessaire à l'échelle du monocristal, et considérant l'effet de l'état de contrainte sur la configuration des domaines magnétiques. La caractérisation complète du comportement magnéto-mécanique des monocristaux présentée ici est une étape préalable indispensable. Nous présentons d'abord les mesures du comportement réversible magnétique et magnétostrictif de monocristaux de fer-silicium (Fe-3%Si) orientés approximativement suivant les directions  $\langle 100 \rangle$ ,  $\langle 011 \rangle$  et  $\langle 111 \rangle$  et soumis à différents niveaux de contrainte de traction. Les résultats sont ensuite discutés puis comparés à ceux obtenus grâce à une modélisation énergétique originale à deux échelles du comportement magnéto-élastique.*

**MOTS-CLES :** *Couplage magnéto-élastique, magnétostriction, fer-silicium, monocristaux.*

---

### 1. Introduction

La recherche de la minimisation du poids des systèmes électromécaniques embarqués conduit à construire des systèmes plus compacts et à vitesse de rotation élevée. Ces systèmes produisent des niveaux élevés de contrainte mécanique multiaxiale pouvant conduire à une modification importante du comportement magnétique des matériaux et donc des performances de la machine [1]. Afin de parvenir à une conception optimale des machines électromagnétiques, le couplage magnéto-élastique doit être introduit dans les outils de modélisation. Les approches phénoménologiques macroscopiques ne permettent pas de prendre en compte ces phénomènes. Une alternative est le recours à des approches multi-échelles, introduisant l'effet du couplage à l'échelle du monocristal, et considérant l'effet de l'état de contrainte sur la configuration des domaines magnétiques [2]. La caractérisation complète du comportement magnéto-mécanique des monocristaux est une étape indispensable au développement des telles approches multi-échelles.

L'objectif de cette communication est double : présenter un éventail de résultats expérimentaux puis les comparer aux résultats d'une modélisation à deux échelles. Nous utilisons trois monocristaux dont la direction longitudinale correspond approximativement aux directions  $\langle 100 \rangle$ ,  $\langle 011 \rangle$  et  $\langle 111 \rangle$  du cristal (des mesures par diffraction des rayons X permettent d'accéder à une mesure précise de leur orientation). Les mesures réalisées ensuite sont des mesures de comportement réversible magnétique et magnétostrictif des échantillons soumis à différents niveaux de contrainte de traction. Une approche analytique permet l'interprétation des résultats obtenus. Puis les résultats sont comparés à ceux obtenus grâce à une modélisation énergétique originale à deux échelles du comportement magnéto-élastique.

### 2. Protocole et résultats expérimentaux

#### 2.1 Matériau et indexation des orientations

Le matériau choisi pour notre étude est un fer-silicium industriel de type grains-orientés (Fe-3%Si GO) de

0,3mm d'épaisseur. Ce matériau est constitué de grains de grande dimension (40mm en moyenne) d'orientation  $\{110\}\langle 001\rangle$  (texture dite de GOSS) où  $\{110\}$  correspond à un plan parallèle au plan de laminage et  $\langle 001\rangle$  correspond à une direction parallèle à la direction du laminage (DL). Des bandes de 200 à 250mm de long et de 12,5mm de large sont prélevées à  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $54^\circ 7'$  de DL correspondant idéalement aux axes cristallographiques  $\langle 100 \rangle$ ,  $\langle 110 \rangle$  et  $\langle 111 \rangle$  (figure 1). Les bandes sont découpées chimiquement de manière à révéler la structure en grains. Un grain de grande dimension est alors sélectionné. Son orientation est ensuite déterminée par diffraction des Rayons X à l'aide d'un goniomètre de texture. La figure 2 montre les figures de pôles correspondant à l'indexation du grain sélectionné pour l'éprouvette prélevée à  $0^\circ$ . Le tableau 1 regroupe les angles d'Euler des grains des trois éprouvettes.



FIGURE 1 : Détail d'une éprouvette : visualisation du cristal, du bobinage et des jauges.

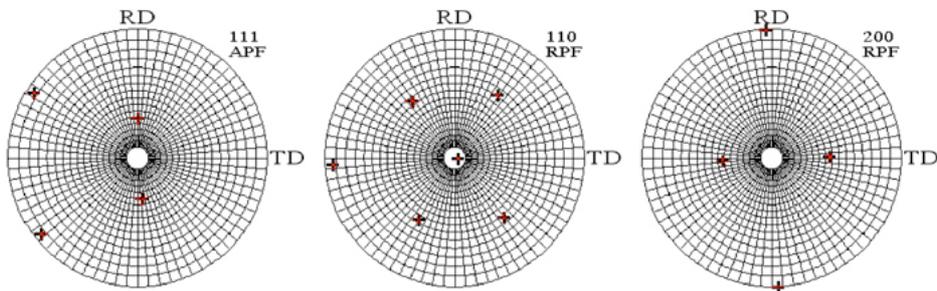


FIGURE 2 : Orientation du monocristal sélectionné pour l'éprouvette à  $0^\circ$  (RD : direction du laminage, TD : direction transversale au laminage).

	$\phi_1$ ( $^\circ$ )	$\psi_1$ ( $^\circ$ )	$\Phi_2$ ( $^\circ$ )	Désorientation estimée par rapport à l'orientation de GOSS ( $^\circ$ )
<i>Orientation idéale</i>	90	90	45	0
Eprouvette $0^\circ$	88,0	88,9	42,0	3,8
Eprouvette $54^\circ 7'$	93,0	91,0	50,0	5,9
Eprouvette $90^\circ$	92,0	93,0	45,1	3,6

TABLEAU 1 : Relevé des angles d'Euler correspondant aux trois monocristaux des trois éprouvettes (repère de tôle) – Orientation idéale pour indication.

## 2.2 Protocole de mesures magnéto-mécaniques sous contrainte

Les bandes sont ensuite équipées de têtes pour l'application d'une charge mécanique stable par poids, et positionnées dans un banc de mesure magnétique détaillé dans [3]. On mesure les déformations longitudinale et transversale grâce à des jauges collées sur les deux faces du grain sélectionné. L'aimantation est calculée à partir de la mesure de la tension induite aux bornes d'un bobinage placé sur ce même grain. La fine épaisseur des échantillons, la susceptibilité magnétique très élevée du matériau, la faible amplitude des champs observés et la taille limitée des grains rendent la mesure complexe. Le système de poids est utilisé afin d'imposer une contrainte stable (On mesure sur chaque face de l'éprouvette pour vérifier le bon alignement du montage et estimer la déformation moyenne). La procédure de mesure est composée des étapes suivantes :

- 1- application de la charge mécanique ;
- 2- désaimantation du matériau ;
- 3- mise à zéro des ponts de Wheatstone utilisés pour la mesure des déformations (on évite la saturation des ponts par la déformation élastique préalable) ;
- 4- chargement magnétique et acquisition des mesures.

Un chargement magnétique adapté et un recalage de la déformation à la saturation sont employés de manière à accéder aux comportements magnétique et magnétostrictif anhystérétiques [3].

### 2.3 Résultats expérimentaux

Nous présentons ci-dessous les courbes d'aimantation et de magnétostriction anhystérétiques obtenues. La figure 3 permet de comparer les comportements magnétique et magnétostrictifs du matériau dans les trois directions cristallographiques en absence de chargement mécanique. La figure 4 montre l'effet du chargement mécanique. Les résultats sont présentés par orientation et par type de comportement. L'ensemble est commenté en parallèle de la discussion théorique dans la partie suivante.

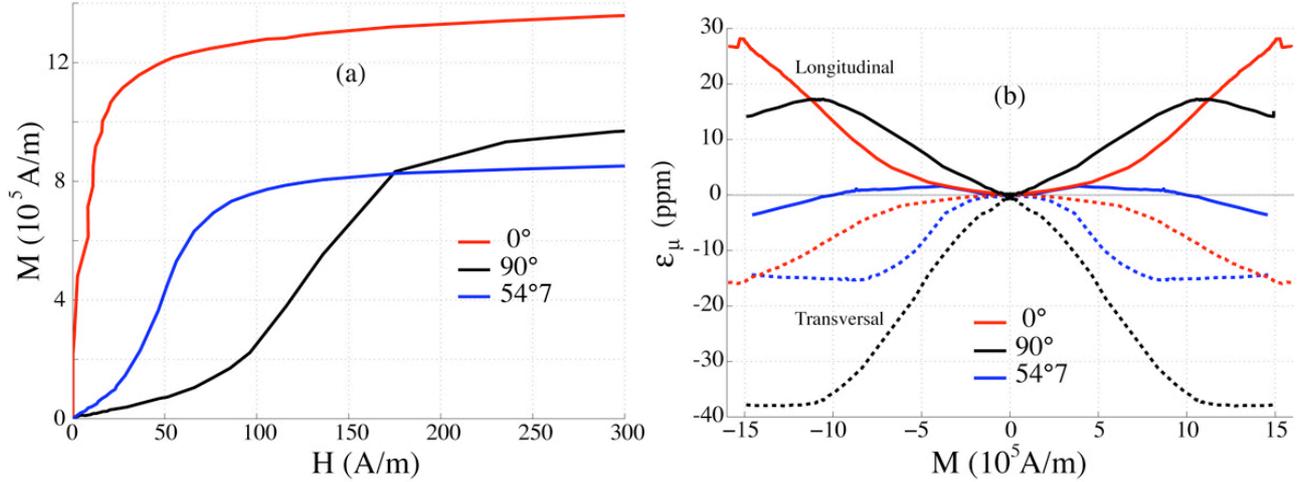


FIGURE 3 : Courbes anhystérétiques d'aimantation  $M(H)$  (a) et de magnétostriction  $\varepsilon_{\mu}(M)$  (b) ; directions  $0^{\circ}$ ,  $90^{\circ}$  et  $54^{\circ}7'$  ; contrainte nulle.

### 3 Effet théorique d'un champ ou d'une contrainte appliquée sur la structure en domaines

L'ensemble de la discussion se base sur le schéma reporté figure 5. Ce schéma et les explications sont une généralisation d'un travail précédent [4]. Nous discutons en particulier de l'influence de l'évolution de la microstructure en terme de magnétostriction mesurée.

#### 3.1 Energie d'un domaine magnétique

Un domaine  $\alpha$  est une zone du cristal caractérisée par une aimantation  $\vec{M}_{\alpha}$  de norme  $M_s$  et de direction  $\vec{\gamma}_{\alpha}$ , et une déformation libre dite de magnétostriction  $\vec{\bar{\varepsilon}}_{\alpha}^{\mu}$ . Les équations (1) et (2) donnent les formes de l'aimantation et du tenseur de magnétostriction dans le repère cristallographique ; les termes  $\gamma_i$  représentent les cosinus directeurs de l'aimantation, les termes  $\vec{e}_i$  les vecteurs de la base.  $\lambda_{100}$  et  $\lambda_{111}$  sont les deux constantes magnétostrictives du matériau.

La distribution des domaines n'est pas isotrope dans le cristal. Elle est organisée par l'énergie d'échange  $W_{\alpha}^E$  et l'énergie d'anisotropie magnétocristalline  $W_{\alpha}^K$ . L'énergie d'échange prend des valeurs non-nulles aux interfaces entre domaines. Elle participe essentiellement à la discrétisation en domaines mais n'intervient pas dans l'énergie du domaine lui-même. L'énergie magnétocristalline conduit à la séparation d'un monocristal de Fe-3%Si idéal en six familles de domaines dont l'aimantation est alignée suivant les directions  $\langle 100 \rangle$  en équiproportion. Cette énergie est de forme cubique et dépend en particulier des constantes d'anisotropie  $K_1$  et  $K_2$  (3).

$$\vec{M}_{\alpha} = M_s \cdot \vec{\gamma}_{\alpha} = M_s \cdot \gamma_i \cdot \vec{e}_i \quad (1)$$

$$\vec{\bar{\varepsilon}}_{\alpha}^{\mu} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \lambda_{100}(\gamma_1^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}(\gamma_1\gamma_2) & \lambda_{111}(\gamma_1\gamma_3) \\ \lambda_{111}(\gamma_1\gamma_2) & \lambda_{100}(\gamma_2^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}(\gamma_2\gamma_3) \\ \lambda_{111}(\gamma_1\gamma_3) & \lambda_{111}(\gamma_2\gamma_3) & \lambda_{100}(\gamma_3^2 - \frac{1}{3}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$W_{\alpha}^K = K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_1^2\gamma_3^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2) + K_2(\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2) \quad (3)$$

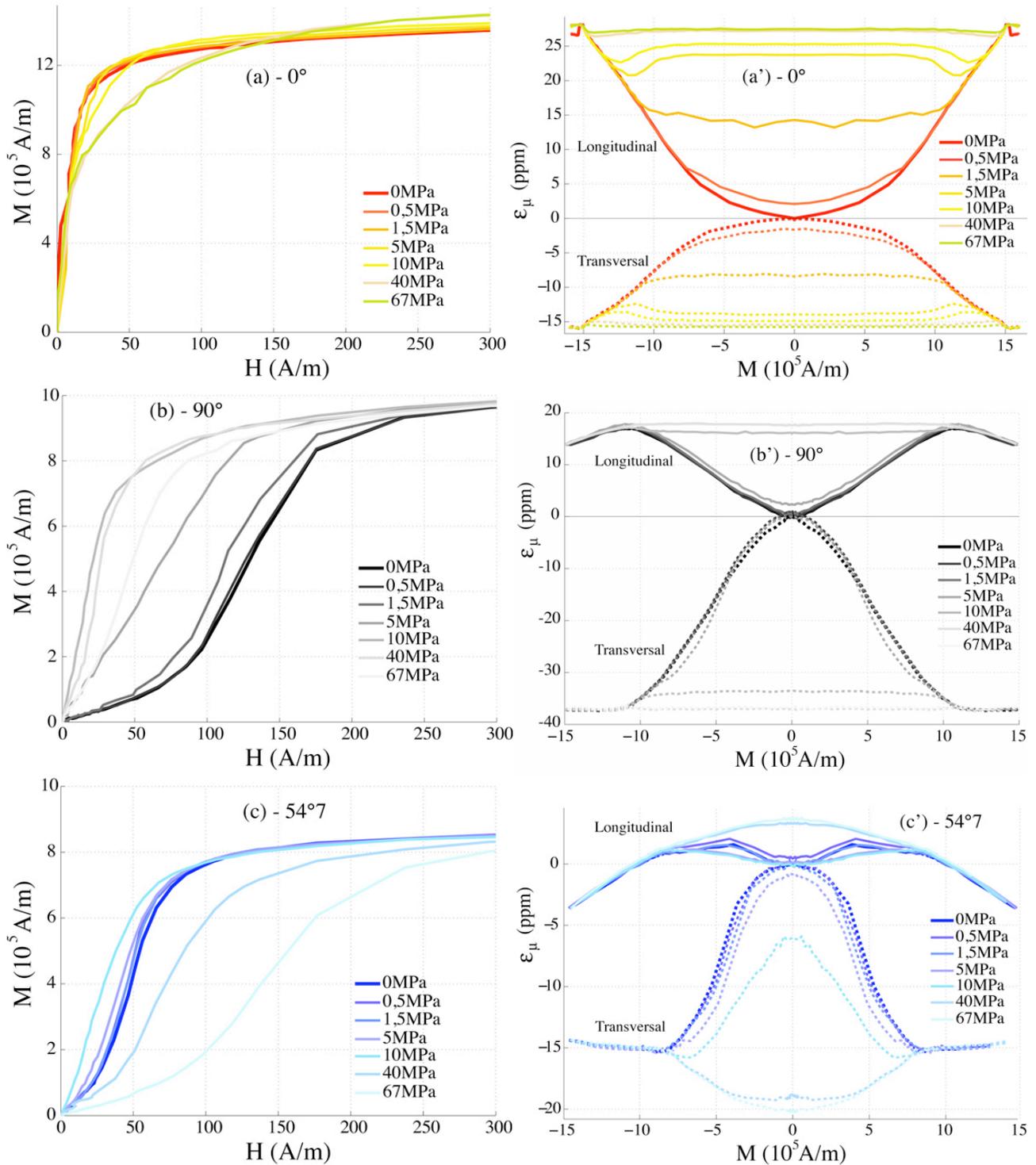


FIGURE 4 : Influence du chargement mécanique sur les courbes anhystériques d'aimantation  $M(H)$  (à gauche) et de magnétostriction  $\varepsilon_{\mu}(M)$  (à droite) – directions  $0^{\circ}$ (a),  $90^{\circ}$ (b) et  $54^{\circ}7$ (c).

Les énergies précédentes pré-existent à toute forme de chargement mécanique ou magnétique du matériau. Lors d'un chargement magnétique, on doit ajouter aux énergies précédentes l'énergie de champ (ou de Zeeman)  $W_{\alpha}^H$  (4), fonction du champ appliqué  $\vec{H}$  (utilisant une hypothèse de champ homogène) et de la perméabilité du vide  $\mu_0$ . Lors d'un chargement mécanique, on doit ajouter aux énergies précédentes l'énergie élastique,  $W_{\alpha}^{\sigma}$  (5), dont une forme condensée (utilisant une hypothèse de déformation homogène) peut être écrite en fonction du tenseur des contraintes  $\overline{\sigma}$  appliqué et du tenseur de déformation de magnétostriction du domaine  $\overline{\varepsilon}_{\alpha}^{\mu}$ .

$$W_{\alpha}^H = -\mu_0 \bar{M}_{\alpha} \cdot \bar{H} \quad (4)$$

$$W_{\alpha}^{\sigma} = -\bar{\sigma} : \bar{\epsilon}_{\alpha}^{\mu} \quad (5)$$

### 3.2 Configuration initiale – cas du Fe-3%Si monocristallin

Dans le cas particulier qui nous concerne, la présence de la surface libre défavorise les domaines dont l'aimantation tend à émerger de la surface ; elle favorise en revanche les domaines dont l'aimantation appartient au plan de tôle. Il est possible de décrire cet effet en introduisant une énergie de configuration  $W_{\alpha}^C$  (6) de type magnétostatique, où  $\bar{N}$  est un tenseur de configuration dont les éléments peuvent être reliés à un ratio taille de grain sur dimension caractéristique [3]. Ecrit dans le repère de la tôle, seul le terme normal à la tôle de  $\bar{N}$  est non nul ; il est normé à 1 de sorte que la constante d'ajustement  $K_C$  définit directement l'intensité de l'énergie de configuration. Compte tenu de la faible épaisseur et de la forte taille de grain, l'énergie de configuration déséquilibre la proportion idéale et conduit à la structure à deux domaines représentée sur le schéma (figure 4a), orientée dans la direction du laminage ( $0^{\circ}$ ).

$$W_{\alpha}^C = K_C ({}^t\bar{\gamma} \cdot \bar{N} \cdot {}^t\bar{\gamma}) \quad (6)$$

La distribution bi-domaines permet de définir le tenseur de magnétostriction initial  $\bar{\epsilon}_g^{\mu}(\bar{0}, \bar{0})$  (sans chargement) du cristal dans le repère cristallographique. Lorsque ce grain est soumis à un champ ou une contrainte, le tenseur de déformation change. La mesure de déformation réalisée par une jauge d'orientation  $\bar{n}_j$  vaut alors la variation de déformation dans la direction de la jauge. Elle est définie par la relation (8).

$$\bar{\epsilon}_g^{\mu}(\bar{0}, \bar{0}) = \begin{bmatrix} -\frac{\lambda_{100}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\lambda_{100}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{100} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\Delta\lambda = {}^t\bar{n}_j \cdot (\bar{\epsilon}_g^{\mu}(\bar{H}, \bar{\sigma}) - \bar{\epsilon}_g^{\mu}(\bar{0}, \bar{0})) \cdot \bar{n}_j \quad (8)$$

Les directions longitudinale et transversale notées respectivement  $\Delta\lambda_{//}$  et  $\Delta\lambda_{\perp}$  sont considérées.

Le tableau suivant regroupe les constantes physiques relatives au Fe-3%Si.

$\lambda_{100}$	$\lambda_{111}$	$K_1$ (J.m <sup>-3</sup> )	$K_2$ (J.m <sup>-3</sup> )	$M_s$ (A.m <sup>-1</sup> )	$K_C$ (J.m <sup>-3</sup> )
$23 \cdot 10^{-6}$	$-4,5 \cdot 10^{-6}$	38000	0	$1,61 \cdot 10^6$	400

TABLEAU 2: Constantes physiques relatives au Fe-%Si.

### 3.3 Effet d'un champ magnétique

L'énergie de champ (4) favorise d'une part les domaines orientés dans une direction proche du champ et provoque d'autre part la rotation de l'aimantation en direction du champ. Pour le Fe-3%Si GO, ces deux mécanismes peuvent être considérés comme séquencés (variations de volume des domaines à bas champ, rotation à haut champ). Les différentes situations illustrées dans le schéma sont discutées ci-après [5].

- $\bar{H} // 0^{\circ}$ : déplacement de paroi (5b) jusqu'à saturation magnétique (5c). Cette modification ne produit aucune variation du tenseur de magnétostriction. En conséquence, on mesure théoriquement  $\Delta\lambda_{//} = \Delta\lambda_{\perp} = 0$ . La mesure correspondante n'est pas en accord avec ce calcul théorique. On observe une déformation longitudinale de l'ordre de  $27 \cdot 10^{-6}$ . L'orientation n'est pas en défaut puisque confirmée par l'indexation et puisque le comportement magnétique correspond bien à une direction  $\langle 100 \rangle$  (figure 3b). Le comportement magnétostrictif trahit une répartition des six familles de domaines proche de l'équiproportion [3]. L'influence de l'état de contrainte est en accord avec cette hypothèse. Cette configuration en domaines est probablement le résultat de contraintes résiduelles générées lors de la préparation de l'éprouvette.

- $\bar{H} // 90^\circ$ : nucléation de domaines orthogonaux suivant deux autres directions de facile aimantation (5d); puis disparition de la configuration initiale en domaines (5e); avant rotation de l'aimantation dans la direction du champ (5f). A la situation intermédiaire (5e), le tenseur de magnétostriction est donné par l'expression (9), ce qui aboutit à  $\Delta\lambda_{//} = 3/4\lambda_{100}$  et  $\Delta\lambda_{\perp} = -3/2\lambda_{100}$  (Application numérique :  $\Delta\lambda_{//} = 17,25 \cdot 10^{-6}$ ,  $\Delta\lambda_{\perp} = -34,5 \cdot 10^{-6}$ ). Les valeurs expérimentales sont en accord avec la théorie. l'amplitude est légèrement supérieure dans la direction transversale (configuration initiale non parfaitement bidomaine). A la saturation (5f), le tenseur de magnétostriction est donné par l'expression (10). On obtient :  $\Delta\lambda_{//} = 3/4\lambda_{100} + 3/4\lambda_{111}$ ;  $\Delta\lambda_{\perp}$  est inchangé (Application numérique :  $\Delta\lambda_{//} = 13,9 \cdot 10^{-6}$ ,  $\Delta\lambda_{\perp} = -34,5 \cdot 10^{-6}$ ). Sur la courbe expérimentale (4b'), on observe bien une variation de pente pour la mesure longitudinale légèrement après  $10^6$  A/m tandis que la déformation transversale reste constante.

$$\bar{\epsilon}_{g \bar{H} // 90^\circ}^{\mu} (M = \frac{M_s}{\sqrt{2}}, \bar{0}) = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_{100}}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\lambda_{100}}{4} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\lambda_{100}}{2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\bar{\epsilon}_{g \bar{H} // 90^\circ}^{\mu} (M = M_s, \bar{0}) = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_{100}}{4} & -\frac{3}{4}\lambda_{111} & 0 \\ -\frac{3}{4}\lambda_{111} & \frac{\lambda_{100}}{4} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\lambda_{100}}{2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

- $\bar{H} // 54^\circ 7'$ : nucléation de domaines orthogonaux (5g); puis conservation des trois familles de domaine les plus favorables (5h); avant rotation de l'aimantation dans la direction du champ (5i). A la situation intermédiaire (4h), le tenseur de magnétostriction est donné par l'expression (11), ce qui aboutit à :  $\Delta\lambda_{//} = 0$  et  $\Delta\lambda_{\perp} = -1/2\lambda_{100}$  (Application numérique :  $\Delta\lambda_{\perp} = -11,5 \cdot 10^{-6}$ ). A la saturation (4i), le tenseur de magnétostriction est donné par l'expression (12). La mesure longitudinale devient  $\Delta\lambda_{//} = \lambda_{111}$ ; la valeur transversale vaut  $\Delta\lambda_{\perp} = -1/2\lambda_{100} - 1/3\lambda_{111}$  (Application numérique :  $\Delta\lambda_{//} = -4,5 \cdot 10^{-6}$ ;  $\Delta\lambda_{\perp} = -10 \cdot 10^{-6}$ ). On observe bien expérimentalement (figure 4c') l'absence de déformation longitudinale puis une valeur tendant vers  $-5 \cdot 10^{-6}$  à plus forte aimantation. La déformation transversale présente également les deux stades théoriques même si l'amplitude expérimentale est plus élevée.

$$\bar{\epsilon}_{g \bar{H} // 54^\circ 7'}^{\mu} (M = \frac{M_s}{\sqrt{3}}, \bar{0}) \approx \bar{\epsilon}_{g \bar{H} // 90^\circ}^{\mu} (M = \frac{M_s}{\sqrt{2}}, \bar{0}) \quad (11)$$

$$\bar{\epsilon}_{g \bar{H} // 54^\circ 7'}^{\mu} (M = M_s, \bar{0}) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\lambda_{111}}{2} & \frac{\lambda_{111}}{2} \\ -\frac{\lambda_{111}}{2} & 0 & -\frac{\lambda_{111}}{2} \\ \frac{\lambda_{111}}{2} & -\frac{\lambda_{111}}{2} & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

### 3.4 Effet d'une contrainte de traction

Pour le Fe-3%Si GO et pour un tenseur des contraintes de traction (vecteur-contrainte noté  $\bar{\sigma}$ ), l'énergie magnéto-élastique favorise d'une part les domaines orientés dans une direction proche de l'axe d'application de la contrainte et peut provoquer d'autre part la rotation de l'aimantation; ces deux mécanismes peuvent être également considérés comme séquencés (variations de volume des domaines à basse contrainte, rotation à plus haute contrainte).

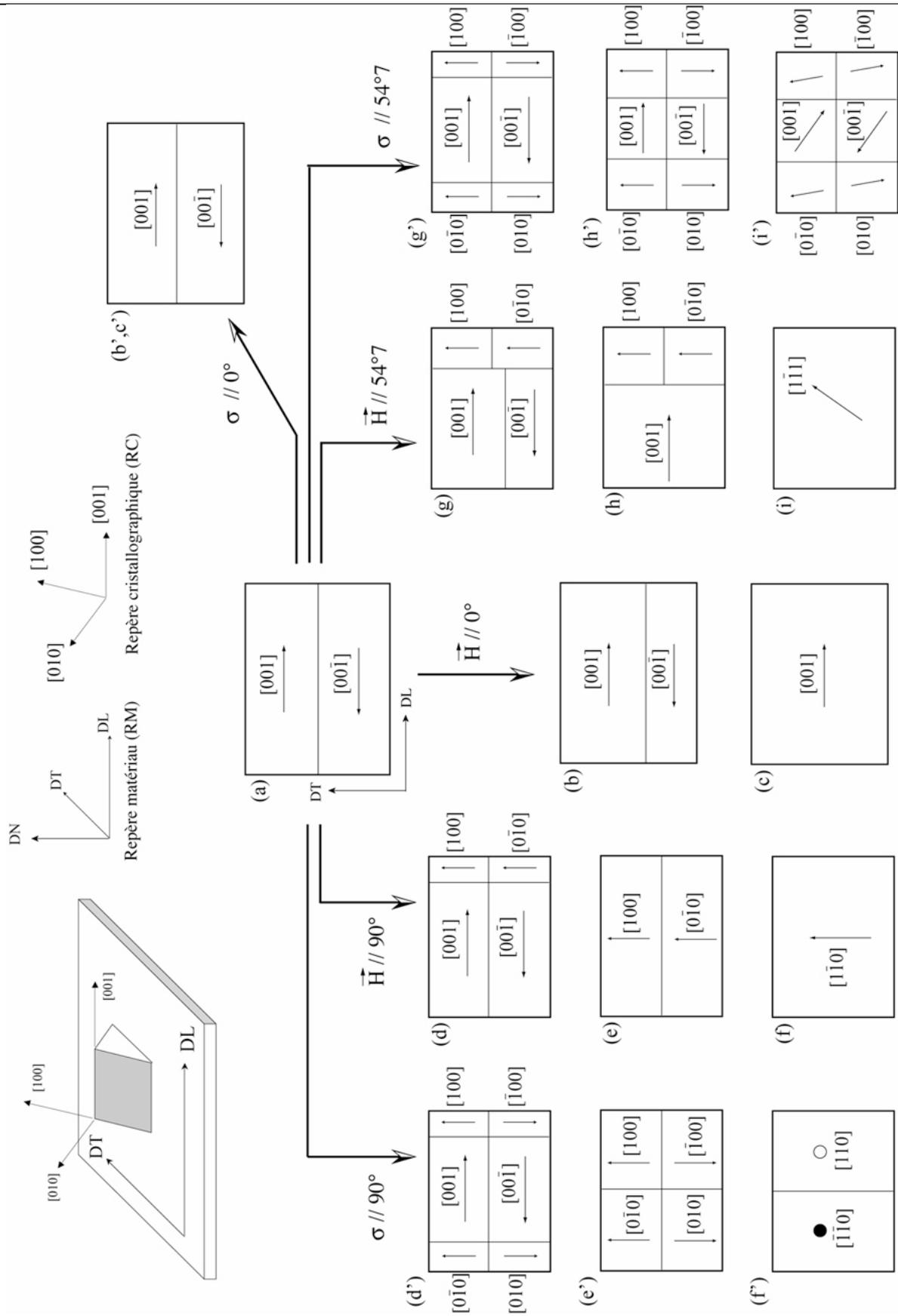


FIGURE 5 : Représentation schématique de l'influence de l'application d'un champ magnétique ou d'une contrainte de traction le long de trois directions privilégiées du plan de tôle ( $DL=0^\circ=[001]$ ,  $DT=90^\circ=[110]$ ,  $54^\circ 7'=[1\bar{1}1]$ )[5].

Considérons une situation à deux dimensions et un domaine initialement orienté suivant la direction [001] ; considérons d'autre part un chargement mécanique appliqué suivant une direction  $\bar{u}$  désorientée de l'angle  $\phi_c$  par rapport à [001] ( $\bar{\sigma} = \sigma \bar{u}$ ). La minimisation de  $W_1^K + W_1^\sigma$  (13) permet après quelques simplifications [6] d'aboutir à une loi d'évolution de l'angle  $\phi_1$ , définissant l'orientation instantanée du domaine 1 par rapport à [001], en fonction de la contrainte  $\sigma$  (14).

$$W_\alpha^K + W_\alpha^\sigma = K_1(\cos\phi_1 \sin\phi_1)^2 - \frac{3}{2}\lambda_{100}\sigma(\cos\phi_c^2 \cos\phi_1^2 + \sin\phi_c^2 \sin\phi_1^2 - \frac{1}{3}) - 3\lambda_{111}\sigma(\cos\phi_c \sin\phi_c \cos\phi_1 \sin\phi_1) \quad (13)$$

$$\phi_1(0, \sigma) = \arctan\left(\frac{\frac{3}{2}\sigma\lambda_{111}\sin(2\phi_c)}{2K_1 + 3\sigma\lambda_{100}\cos(2\phi_c)}\right) \quad (14)$$

On constate qu'avec  $K_1/|\sigma\lambda_{100}| \gg 1$  et sous chargement mécanique de traction, le signe de  $\phi_1$  est dicté par le signe de  $\lambda_{111}$ . Ainsi, pour le Fe-3%Si ( $\lambda_{111} < 0$ ),  $\phi_1$  et  $\phi_c$  sont de signe opposé : l'angle du domaine principal s'écarte du chargement (on constate l'inverse sous l'effet du champ). Par ailleurs, l'effet de la contrainte sur le comportement magnétique peut-être indirectement déduit de la désorientation des vecteurs aimantation par rapport à la direction d'application du champ (une désorientation faible induit une susceptibilité élevée, une désorientation forte, une susceptibilité faible). On explique ainsi facilement que la susceptibilité magnétique d'un cristal de Fe-3%Si GO est très supérieure dans la direction à 0° comparé aux deux autres directions ; elle est par ailleurs plus élevée à 54°7 qu'à 90° (figure 3a).

- $\bar{\sigma} // 0^\circ$ : la contrainte n'a aucun effet sur la structure (5b'-5c'). Le tenseur de magnétostriction est donc inchangé. En conséquence, on mesure théoriquement  $\Delta\lambda_{//} = \Delta\lambda_{\perp} = 0$  quelle que soit la contrainte. Le comportement magnétique est également a priori inchangé. On observe tout le contraire expérimentalement ce qui s'explique également par la configuration en domaines initiale. On constate qu'une contrainte de 10MPa suffit à saturer la magnétostriction et ainsi à réaligner la structure dans une configuration de GOSS. La dégradation de la susceptibilité au-delà de 40MPa peut s'expliquer par la légère désorientation du grain par rapport à la texture idéale.
- $\bar{\sigma} // 90^\circ$ : nucléation de domaines orthogonaux (deux à deux) (5d') ; puis disparition de la configuration initiale en domaines (5e') au profit de quatre familles de domaines ; avant rotation de l'aimantation éloignant l'aimantation de la direction de la contrainte (5f'). A la situation intermédiaire (5e'), le tenseur de magnétostriction est identique à celui obtenu sous l'effet d'un champ (10). Cela signifie que la contrainte conduit à la même déformation que le champ. Tout chargement magnétique simultané ne provoquera donc plus qu'une variation de volume des domaines sans déformation : une contrainte suffisamment forte peut donc "saturer" la magnétostriction à une valeur de  $\Delta\lambda_{//} = 3/4\lambda_{100}$  et  $\Delta\lambda_{\perp} = -3/2\lambda_{100}$  (Application numérique :  $\Delta\lambda_{//} = 17,25 \cdot 10^{-6}$  ;  $\Delta\lambda_{\perp} = -34,5 \cdot 10^{-6}$ ). La saturation magnétique conduira au même résultat qu'en absence de contrainte, soit  $\Delta\lambda_{//} = 3/4\lambda_{100} + 3/4\lambda_{111}$  ; la mesure transversale est inchangée (Application numérique :  $\Delta\lambda_{//} = 13,9 \cdot 10^{-6}$  ;  $\Delta\lambda_{\perp} = -34,5 \cdot 10^{-6}$ ). La rotation à contrainte très élevée est un mécanisme peu favorable dans cette situation (aimantation orthogonale au plan). En terme de comportement magnétique, on peut s'attendre à ce que la susceptibilité augmente fortement à contrainte croissante. Une fois la structure saturée et soumise à la rotation, la susceptibilité devrait diminuer. On vérifie bien sur la figure (4b') qu'à aimantation nulle, la contrainte sature la déformation à la valeur de saturation sous un champ sans contrainte. L'évolution non monotone de la susceptibilité est vérifiée figure (4b).
- $\bar{\sigma} // 54^\circ 7'$ : nucléation de domaines orthogonaux deux à deux (5g') ; puis la structure tend vers une structure à six domaines proche de celle d'un monocristal (5h') ; avant rotation de l'aimantation (en particulier pour les anciens domaines principaux) éloignant l'aimantation de chaque domaine de la direction de la contrainte (5i'). A la situation intermédiaire (5h'), le tenseur de magnétostriction est probablement proche de celui obtenu sous champ magnétique (12). Tout chargement magnétique simultané ne provoquera donc plus qu'une variation de volume des domaines sans déformation : La mesure longitudinale restera identiquement égale à 0 et subira la rotation de façon identique à la situation sans contrainte. La contrainte provoquera en revanche une déformation initiale transversale de  $\Delta\lambda_{//} = -1/2\lambda_{100}$  (Application numérique :  $\Delta\lambda_{\perp} = -11,5 \cdot 10^{-6}$ ), correspondant à une saturation

mécanique (pas d'effet du niveau de champ avant la rotation). La rotation à contrainte très élevée est plus favorable pour cette orientation que pour l'orientation à 90°. On peut néanmoins difficilement prédire la déformation sans calcul numérique. Le chargement magnétique provoquera sur cette structure une rotation en deux temps avec variation des volumes de domaines, pour atteindre des valeurs à saturation identiques à celles mesurées en absence de contrainte. En terme de comportement magnétique, on peut s'attendre à ce que la susceptibilité augmente à contrainte croissante même si elle démarre d'un niveau plus élevé qu'à 90°. Une fois la structure soumise à la rotation, la susceptibilité devrait diminuer plus rapidement qu'à 90°. Les mesures réalisées confirment l'ensemble de cette réflexion théorique et révèlent que la rotation sous contrainte se manifeste dès 10MPa.

#### 4 Modélisation du comportement magnéto-mécanique

Tout monocristal est structuré en domaines magnétiques. En l'absence de champ magnétique extérieur, l'orientation de l'aimantation dans le domaine correspond à une direction cristallographique dite de facile aimantation -au nombre de six (directions <100>) pour le fer-silicium -.

L'évolution de l'aimantation et de la déformation du monocristal correspond à l'évolution de la microstructure en domaines magnétiques -et donc de la fraction volumique des domaines de différentes orientations- et de l'orientation de l'aimantation à l'intérieur de chaque famille de domaine -associée à une direction cristallographique donnée-. Fractions et angles d'orientation constituent les variables internes d'un problème de minimisation d'énergie à résoudre.

L'énergie d'un domaine  $W_\alpha$  peut ainsi être écrite comme la somme des énergies énumérées précédemment :

$$W_\alpha = W_\alpha^K + W_\alpha^C + W_\alpha^H + W_\alpha^\sigma \quad (15)$$

##### 4.1 Modèle microscopique magnétique

Le modèle énergétique à l'échelle microscopique est basé sur une description statistique de la configuration en domaines magnétiques initialement proposée par Néel [7]. On note  $f_\alpha$  la fraction volumique des familles de domaines  $\alpha$ . L'orientation  $\vec{\gamma}_\alpha$  d'une famille de domaines  $\alpha$  est définie par deux angles notés  $\phi_\alpha$  et  $\theta_\alpha$  tels que :

$$\vec{\gamma}_\alpha = \begin{cases} \cos\phi_\alpha \sin\theta_\alpha \\ \sin\phi_\alpha \sin\theta_\alpha \\ \cos\theta_\alpha \end{cases} \quad (16)$$

À l'échelle du grain, l'équilibre anhystérétique correspond à un minimum énergétique. Notons que l'énergie associée aux parois magnétiques n'est pas prise en compte ; on détermine les fractions volumiques à l'aide d'une fonction de Boltzmann (17), traduisant le caractère statistique de l'existence des domaines. Une analyse de l'état au voisinage de l'état à aimantation macroscopique nulle [2] permet d'identifier le seul paramètre ajustable  $A_s$  de ce modèle en fonction de la susceptibilité macroscopique  $\chi_0$  (18).

$$f_\alpha = \frac{\exp^{-A_s W_\alpha}}{\sum_\alpha \exp^{-A_s W_\alpha}} \quad (17)$$

$$A_s = \frac{3\chi_0}{\mu_0 M_s^2} \quad (18)$$

On réalise parallèlement une minimisation de l'énergie totale pour la détermination du vecteur aimantation par domaine  $\vec{\gamma}_\alpha$  et des angles associés (19).

$$\{\phi_\alpha, \theta_\alpha\} = \min\{W_\alpha\} \quad (19)$$

Le comportement élastique étant homogène à l'intérieur d'un monocristal, la déformation de magnétostriction moyenne d'un grain est égale à la moyenne des déformations de magnétostriction de

chacun des domaines (20). La même règle d'homogénéisation est appliquée pour calculer l'aimantation moyenne du grain (21). Il a été vérifié que ce modèle permet de très bien décrire les résultats expérimentaux obtenus sur des monocristaux massifs de fer.

$$\bar{\bar{\epsilon}}_g^u = \left\langle \bar{\bar{\epsilon}}_\alpha^u \right\rangle = \sum_\alpha f_\alpha \bar{\bar{\epsilon}}_\alpha^u \quad (20)$$

$$\bar{\bar{M}}_g = \left\langle \bar{\bar{M}}_\alpha \right\rangle = \sum_\alpha f_\alpha \bar{\bar{M}}_\alpha \quad (21)$$

#### 4.2 Comparaisons modèle-essais

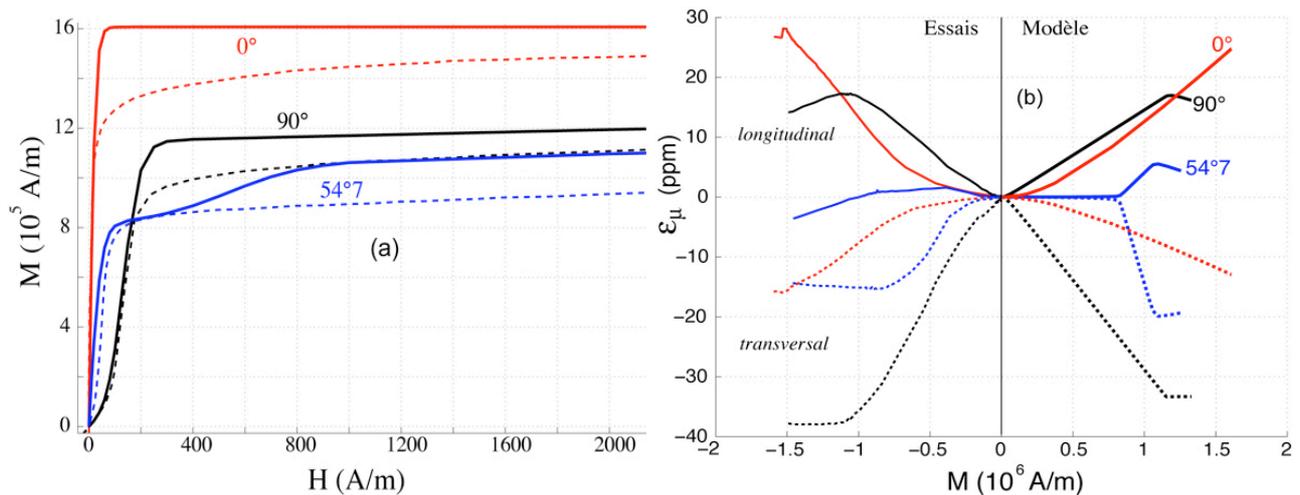


FIGURE 6 : Courbes anhystériques d'aimantation  $M(H)$  (a) – modèle en pointillés – et de magnétostriction  $\epsilon_\mu(M)$  (b) ; directions  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $54^\circ 7'$  ; contrainte nulle – Comparaison modèle-essais.

La figure 6 permet une comparaison modèle-essais en ce qui concerne le comportement magnétique et magnétostrictif en absence de contrainte appliquée. On observe ainsi essentiellement les effets cumulés de l'anisotropie cristalline et de l'énergie de configuration associée à la surface libre. La modélisation du comportement de l'éprouvette  $0^\circ$  a nécessité la prise en compte d'un état de contrainte résiduelle équivalent à une contrainte appliquée de compression axiale de 7MPa. Cet état de contrainte est suffisant pour obtenir une distribution initiale en domaines magnétiques en accord avec la mesure de magnétostriction.

On constate :

- que l'ordre entre les orientations est globalement respecté mais que la modélisation du comportement magnétique présente une raideur excessive à l'approche du coude de saturation ;
- que les niveaux d'aimantation à l'approche de la saturation sont surestimés par la modélisation
- qu'un point d'inflexion apparaît pour l'éprouvette à  $54^\circ 7'$  avant saturation, point d'inflexion non observé expérimentalement ;
- que les résultats de magnétostriction sont de bonne qualité, voire de meilleure qualité que les mesures magnétiques.

Les faiblesses de la modélisation semblent être ainsi principalement liées à une mauvaise estimation du niveau de champ réel à l'échelle du grain comme à l'échelle des domaines. On maîtrise en effet d'une part assez mal les champs démagnétisants dès l'approche à saturation, le champ est d'autre part considéré comme homogène à l'échelle du cristal. Ceci revient à ne pas considérer que chaque domaine est aimanté à saturation. Une localisation est à envisager si on cherche une meilleure représentation de ce type de comportement.

La figure 7 regroupe l'ensemble des comparaisons modèle-essais des comportements magnétique et magnétostrictif sous contrainte de traction. On constate une prédiction pertinente du comportement magnétostrictif, d'un point de vue qualitatif, voire quantitatif. En ce qui concerne les courbes d'aimantation anhystériques, outre les défauts de modélisation déjà observés en absence de contrainte, on constate que l'effet qualitatif d'une contrainte de traction n'est que très partiellement représenté. Le modèle prévoit systématiquement une augmentation de la susceptibilité quelle que soit l'orientation. Cette augmentation de susceptibilité est bien constatée expérimentalement à faible niveau de contrainte, mais le comportement magnétique tend rapidement à se dégrader, en particulier pour les éprouvettes à plus forte susceptibilité initiale (éprouvette à  $0^\circ$  et  $54^\circ 7'$ ). Ce défaut peut être à nouveau imputé à l'hypothèse simplificatrice d'homogénéité du champ par grain. Le niveau de champ dépend en réalité de l'aimantation du domaine

considérée relativement à l'aimantation du milieu environnant. Le champ local dépend ainsi en toute rigueur du niveau d'aimantation moyen, mais également de l'état de contrainte modifiant les fractions volumiques.

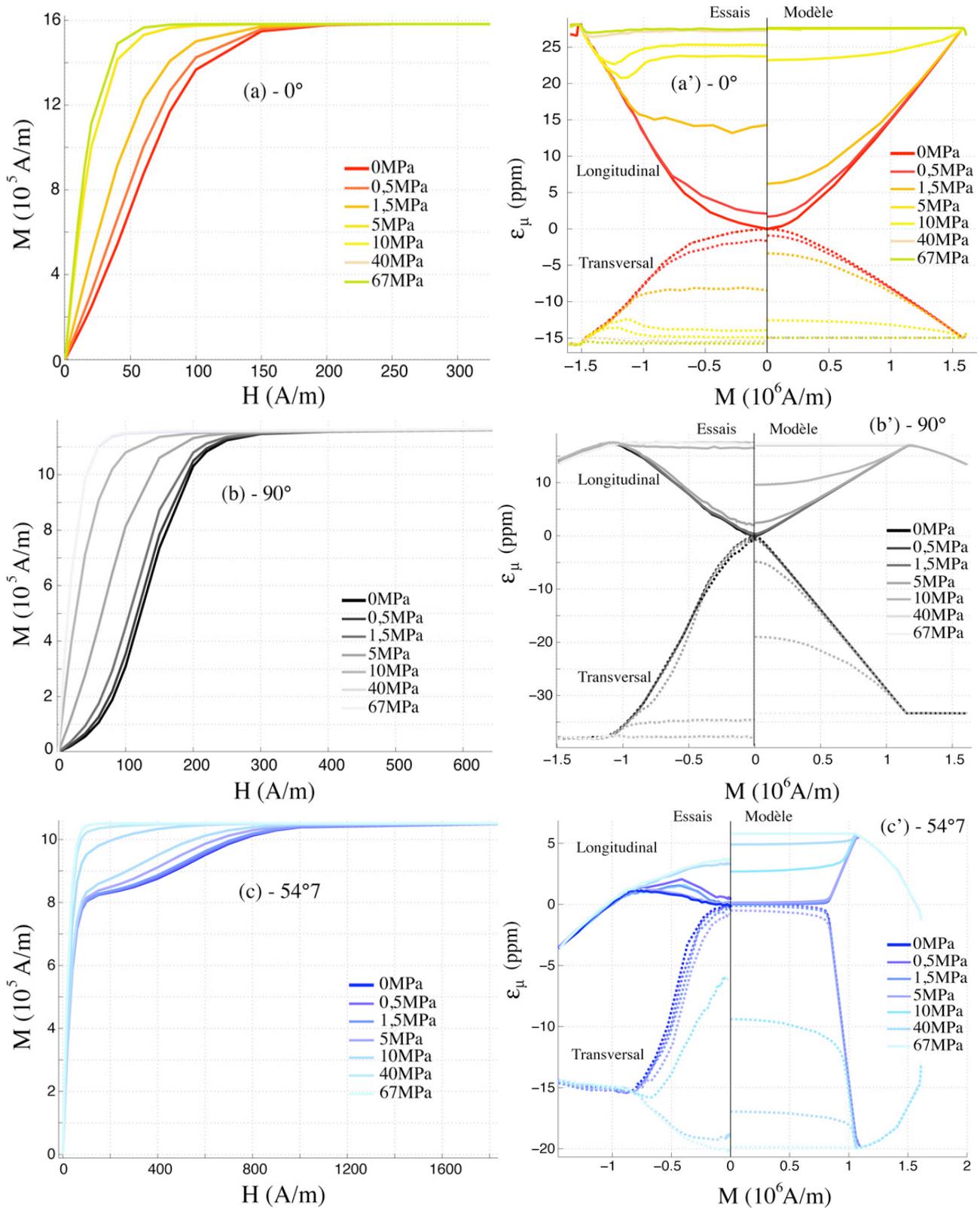


FIGURE 7 : Influence du chargement mécanique sur les courbes anhystériques d'aimantation  $M(H)$  (à gauche) et de magnétostriction  $\epsilon_{\mu}(M)$  (à droite) – directions  $0^{\circ}$ (a),  $90^{\circ}$ (b) et  $54^{\circ}7$ (c) - Résultats de modélisation ( $M(H)$ ) et comparaisons modèle-essais ( $\epsilon_{\mu}(M)$ ).

## 5 Conclusion

Le travail présenté dans cette communication est un élément dans la construction d'une modélisation quantitative de l'influence des contraintes sur le comportement magnéto-mécanique des matériaux magnétiques constitutifs des machines électriques. Nous avons ainsi pu mesurer l'effet d'une contrainte mécanique de traction sur le comportement magnétique et magnétostrictif réversible d'un monocristal de Fe-3%Si suivant les trois directions du triangle standard. Une approche théorique menée en parallèle a permis d'interpréter qualitativement l'ensemble des résultats obtenus. Les comportements mesurés ont pu finalement être comparés avec les résultats d'une modélisation à deux échelles (grain et domaine magnétique) couplant approche statistique et minimisation énergétique. Les résultats obtenus sont de bonne qualité en ce qui concerne le comportement magnétostrictif. La modélisation du comportement magnétique ne correspond que partiellement aux résultats expérimentaux ; une mauvaise estimation du champ à l'échelle de l'échantillon comme à l'échelle des domaines semble être à la source des défauts observés. Une évolution nécessaire du modèle doit conduire à une meilleure estimation de ces quantités, par l'emploi, par exemple, de schémas de localisation adaptés. Cette modélisation anhystérique est une étape indispensable avant une extension au comportement dissipatif. Ce travail est soutenu financièrement par l'Agence Nationale pour la Recherche (projet ANR-08-BLAN-0025).

## Références

- [1] Hubert, O. Przegląd Elektrotechniczny, Vol. 83 (4), 70-77. 2007.
- [2] Daniel L., Hubert O., Buiron N. and Billardon R., J. Mech. Phys. Solids, Vol. 56 (3), 1018–1042, 2008.
- [3] Daniel L. and Hubert O. European Physical Journal - Appl. Phys., Vol. 45, 31101, 2009.
- [4] Hubert O. and Daniel L. J. Magn. Magn. Mater., Vol. 320, 1412–1422, 2008.
- [5] Rizzo, K.J., Hubert, O., Daniel, L., IEEE Trans. on Magn., Vol 46. (2), 270-273. 2010.
- [6] Lazreg, S. Thèse de doctorat de l'ENS-Cachan, 2010.
- [7] Néel, L., J. Phys. Radiat. Vol. 5, 241–251. 1944.