



HAL
open science

Contribution à l'étude d'un caractère statistique flou : définition d'une moyenne arithmétique floue

Bernard Fustier

► **To cite this version:**

Bernard Fustier. Contribution à l'étude d'un caractère statistique flou : définition d'une moyenne arithmétique floue. [Rapport de recherche] Institut de mathématiques économiques (IME). 1980, 17 p., figures, bibliographie. hal-01527451

HAL Id: hal-01527451

<https://hal.science/hal-01527451>

Submitted on 24 May 2017

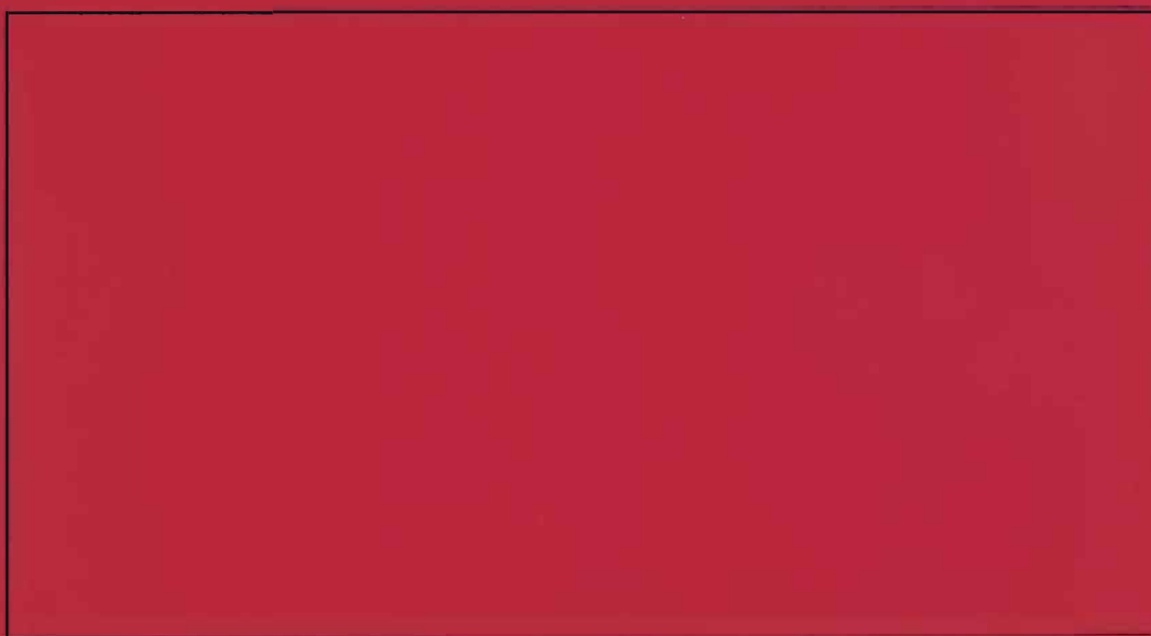
HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

I.M.E.

EQUIPE DE RECHERCHE ASSOCIEE AU C.N.R.S.

DOCUMENT DE TRAVAIL



INSTITUT DE MATHEMATIQUES ECONOMIQUES

UNIVERSITE DE DIJON

FACULTE DE SCIENCE ECONOMIQUE ET DE GESTION

4, BOULEVARD GABRIEL — 21000 DIJON

N°38

CONTRIBUTION A L'ETUDE D'UN
CARACTERE STATISTIQUE FLOU

Définition d'une moyenne arithmétique floue

Bernard FUSTIER

janvier 1980

Le but de cette Collection est de diffuser rapidement une première version de travaux poursuivis dans le cadre de l'I.M.E. afin de provoquer des discussions scientifiques. Les lecteurs désirant entrer en rapports avec un auteur sont priés d'écrire à l'adresse suivante:

Institut de Mathématiques Economiques - 4 bd Gabriel -
21000 Dijon (France).

TRAVAUX DEJA PUBLIES

- N°24 Pietro BALESTRA: Determinant and Inverse of a Sum of Matrices with Applications in Economics and Statistics (avril 1978)
- N°25 Bernard FUSTIER: Etude empirique sur la notion de région homogène (avril 1978)
- N°26 Claude PONSARD: On the Imprecision of Consumer's Spatial Preferences (avril 1978)
- N°27 Roland LANTNER: L'apport de la théorie des graphes aux représentations de l'espace économique (avril 1978)
- N°28 Emmanuel JOLLES: La théorie des sous-ensembles flous au service de la décision: deux exemples d'application (mai 1978)
- N°29 Michel PREVOT: Algorithme pour la résolution des systèmes flous (mai 1978)
- N°30 Bernard FUSTIER: Contribution à l'analyse spatiale de l'attraction imprécise (juin 1978)
- N°31 TRAN QUI Phuoc: Régionalisation de l'économie française par une méthode de taxinomie numérique floue (juin 1978)
- N°32 Louis De MESNARD: La dominance régionale et son imprécision, traitement dans le type général de structure (juin 1978)
- N°33 Max PINHAS: Investissement et taux d'intérêt. Un modèle stochastique d'analyse conjoncturelle (octobre 1978)
- N°34 Bernard FUSTIER, Bernard ROUGET: La nouvelle théorie du consommateur est-elle testable? (janvier 1979)
- N°35 Didier DUBOIS: Notes sur l'intérêt des sous-ensembles flous en analyse de l'attraction de points de vente (février 1979)
- N°36 Heinz SCHLEICHER, Equity Analysis of Public Investments: Pure and Mixed Game-Theoretic Solutions (April 1979)
- N°37 Jean JASKOLD GABSZEWICZ : Théories de la concurrence imparfaite : illustrations récentes de thèmes anciens (juin 1979).

"La statistique est avec les serments d'amour l'expression la plus habituelle du mensonge"

Cette boutade empruntée à S.BERMAN et R.BEZARD (6) p.7, condamne certainement les interprétations pas toujours exactes qu'ont pu faire de mauvais statisticiens de calculs menés correctement, à moins qu'elle ne se rapporte, tout simplement, à l'usage erroné de certaines formules par des personnes n'ayant qu'une très vague idée de la méthode statistique, car on voit mal comment l'outil statistique pourrait mentir lorsqu'il est appliqué puis interprété correctement.

En fait, les sources du "mensonge" comme nous le verrons dans une première partie, se trouvent habituellement dans les tableaux statistiques qui séparent trop nettement les éléments d'une population (ou d'un échantillon) en fonction d'un caractère donné. La méthode statistique est faite pour étudier des séries chiffrées qui se déduisent d'une partition sur un ensemble de référence; sa rigueur contraste avec l'imprécision des données et, de ce fait, ne conduit pas toujours à un résultat satisfaisant.

Se passer de la contrainte d'une partition revient à généraliser la notion courante de caractère statistique. La deuxième partie de ce travail consiste à poser la définition d'un caractère flou rendue possible par les récents travaux de R.JAIN (5), D.DUBOIS et H.PRADE (1), (2), (3), (4), sur la théorie des nombres flous. Les auteurs présentent les opérations sur les nombres flous dans le cas continu. On considère ici le cas particulier (le plus souvent utilisé en pratique cependant) d'un caractère flou discret en faisant intervenir uniquement la notion de somme nécessaire à la définition de la moyenne arithmétique floue du caractère étudié.

PLAN

- I - Les limites de l'analyse traditionnelle d'une série statistique
 - I.1. Notations et définitions
 - I.2. Représentation d'une série statistique par un tableau
 - I.3. Synthèse de l'information contenue par une série statistique
- II - Méthode d'analyse d'un caractère statistique flou
 - II.1. Notion de caractère flou
 - II.2. Nombre flou
 - II.2.1. Définition
 - II.2.2. Cas particuliers
 - II.2.3. Conséquences
 - définition d'un caractère statistique flou
 - notion de moyenne arithmétique floue
 - II.3. Somme floue
 - II.3.1. Addition de deux nombres flous
 - définition
 - exemple
 - propriétés
 - II.3.2. Généralisation
 - II.4. Moyenne arithmétique floue
 - II.4.1. Définition
 - II.4.2. Application

I - LES LIMITES DE L'ANALYSE TRADITIONNELLE D'UNE SERIE STATISTIQUE

I.1. Notations et définitions

Soit E un ensemble d'unités statistiques e_j tel que:

$$E = \{e_j / j=1\dots n\}$$

Soit X l'ensemble des modalités x_i d'un caractère statistique x:

$$X = \{x_i / i=1\dots m\}$$

Une série statistique est la correspondance qui associe à chaque élément de E, une modalité du caractère x, c'est-à-dire:

$$E \xrightarrow{x} X$$

$$e_j \longrightarrow x(e_j)$$

Exemple

E est une ville divisée en 4 quartiers. Un certain nombre d'experts se proposent d'évaluer le niveau écologique moyen de la ville en notant séparément les quartiers e_1 , e_2 , e_3 et e_4 . Les notes possibles x_i définissent l'ensemble X, par exemple, $X = \{5, 10, 15, 20\}$.

Pour un quartier donné e_j , f_{ij} désigne la fréquence d'association du couple (x_i, e_j) ; dans le cas présent il s'agit de la proportion d'experts pour lesquels $x(e_j) = x_i$. A titre d'illustration, on donne les résultats suivants:

$x_i \backslash e_j$	e_1	e_2	e_3	e_4
5	0,1	0	0,3	0,2
10	0,2	0,1	0,3	0,3
15	0,3	0,4	0,4	0,4
20	0,4	0,5	0	0,1

tableau 1. Fréquences d'association des couples (x_i, e_j)

I.2. Représentation d'une série statistique par un tableau

Les éléments d'une série statistique sont rangés dans un tableau à deux colonnes, la première représente les modalités du caractère et la seconde les sous-ensembles de E qui leur correspondent. On convient d'affecter la modalité x_i à l'élément e_j pour la fréquence maximale d'association des couples (x_i, e_j) $\forall i, i=1\dots m$. En d'autres termes

$$(1) \quad x(e_j) = x_i \iff f_{ij} = \max_i f_{ij}$$

Cette procédure aboutit à la définition d'une partition sur E selon les modalités du caractère x. Pour qu'elle apparaisse plus rigoureusement, notons $\mu_{x_i}(e_j)$ la fonction d'appartenance de e_j à la i ème modalité du caractère et définissons F_{ij} par le rapport

$$(2) \quad F_{ij} = \frac{f_{ij}}{\max_i f_{ij}}$$

ce qui implique:

$$(3) \quad 0 \leq F_{ij} \leq 1$$

avec en particulier:

$$(4) \quad F_{ij} = 1 \iff f_{ij} = \max_i f_{ij}$$

$$(5) \quad F_{ij} = 0 \iff f_{ij} = 0$$

F_{ij} s'interprète comme le degré d'appartenance de e_j à la i ème modalité du caractère statistique x.

D'après l'exemple précédent, on obtient

$x_i \backslash e_j$	e_1	e_2	e_3	e_4
5	0,25	0	0,75	0,50
10	0,50	0,20	0,75	0,75
15	0,75	0,80	1	1
20	1	1	0	0,25

Tableau 2. Degrés d'appartenance des unités statistiques aux modalités du caractère.

Pour obtenir un tableau statistique au sens courant du terme, on procède de la façon suivante:

$$(6) \quad \mu_{x_i}(e_j) = 1 \iff F_{ij} = 1$$

$$(7) \mu_{x_i}(e_j) = 0 \iff F_{ij} \neq 1$$

d'où

x_i	E
5	$\{\emptyset\}$
10	$\{\emptyset\}$
15	$\{e_3, e_4\}$
20	$\{e_1, e_2\}$

x_i	n_i
15	2
20	2
Σ	4

Tableau des effectifs n_i

x_i	f_i
15	0,5
20	0,5
Σ	1

Tableau des fréquences f_i

Tableau 3. Tableaux statistiques

Un caractère statistique x se définit, par conséquent, comme tout fait descriptif permettant d'opérer une partition sur un ensemble de référence E (population ou échantillon): on vérifie bien que $\sum_{i=1}^m n_i = n$ (card E) et que $\sum_{i=1}^m f_i = 1$

1.3. Synthèse de l'information contenue par une série statistique

Le passage du tableau 1 - détenteur de l'information la plus riche possible - à un tableau statistique, constitue déjà un traitement statistique dans la mesure où chaque élément de E est associé à une modalité unique de x . Cette première synthèse de l'information qui vise à établir une partition sur E est une étape préalable à un second traitement qui consiste généralement à résumer les données d'un tableau statistique par un paramètre dit de "position" comme, par exemple, la moyenne arithmétique du caractère x (notée \bar{x}).

Etant donné que tout résumé s'accompagne nécessairement d'une perte d'information plus ou moins grande selon la configuration des données dans le tableau statistique, il est d'usage d'accompagner le

paramètre de position par un second paramètre dit de "dispersion" qui, comme son nom l'indique, montre le plus ou moins grand étalement des valeurs du caractère autour du paramètre de position choisi. A la moyenne, on fait correspondre l'écart-type (noté σ_x).

Ainsi, dans l'exemple précédent, tout laisse à penser que la ville dans son ensemble possède un niveau écologique très élevé ($\bar{x} = 17,5$) et fortement homogène selon les quartiers ($\sigma_x = 2,5$): la synthèse de l'information opérée par la moyenne arithmétique est donc bonne au vu de la valeur relativement faible de l'écart-type.

Mais il s'agit d'une synthèse obtenue à partir d'un tableau statistique qui résulte lui-même d'une réduction de l'information initiale. Sur ce dernier point, les statisticiens invitent les utilisateurs des tableaux statistiques à la plus grande prudence; il s'avère illusoire d'appliquer un outil rigoureux à un ensemble de données lorsque celles-ci ne traduisent pas exactement les faits observés.

Cependant aucun indice de "perte d'information" n'est défini pour quantifier (ou estimer) le degré de prudence qu'il convient d'accorder à un tableau statistique avant d'aborder l'analyse proprement dite de la série. Par conséquent, l'écart-type associé à la moyenne arithmétique ne possède pas une grande signification lorsque cette dernière synthétise encore une information déjà altérée par le fait d'une partition sur l'ensemble de départ.

Il convient de se passer de la partition sur E et de traiter directement l'information contenue dans les tableaux 1 ou 2 en élargissant les concepts traditionnels de la méthode statistique.

Cette remise en cause de la définition du caractère statistique est rendue possible par la théorie des sous-ensembles flous et plus particulièrement par les opérations sur les nombres flous qui seront examinées après avoir donné une première idée du caractère flou.

II - METHODE D'ANALYSE D'UN CARACTERE STATISTIQUE FLOU

II.1. Notion de caractère flou

Le tableau 1 ou son homologue, le tableau 2, donne une première idée d'un caractère flou (quantitatif et discret) noté \tilde{x}

La valeur $\tilde{x}(e_j)$ d'une unité statistique quelconque ne correspond pas nécessairement à une modalité unique x_i de X . En outre, la correspondance est en général imprécise. Par définition

$\mu_{\tilde{x}(e_j)}(x_i)$ représente la valeur de vérité de la proposition " $\tilde{x}(e_j)$ vaut x_i ".

Dans ce qui suit, on choisira d'estimer les valeurs de $\mu_{\tilde{x}(e_j)}(x_i)$ par celles des F_{ij} données par (2). Par conséquent, la série statistique relative au caractère flou est représentée par le tableau 2 dans lequel les unités statistiques sont caractérisées "plus ou moins" par les modalités de \tilde{x} .

On devra noter que la valeur $\mu_{\tilde{x}(e_j)}(x_i) = 1$ est un cas particulier imposé par la théorie des nombres flous que nous examinerons dans le paragraphe suivant. $\mu_{\tilde{x}(e_j)}(x_i) = 1$ ne signifie pas toujours que $\tilde{x}(e_j)$ "vaut exactement" x_i , mais que conformément à la définition de F_{ij} , x_i est la valeur la plus crédible de $\tilde{x}(e_j)$.

$\tilde{x}(e_j)$ "vaudrait exactement" x_k si, dans le tableau 1, on observait que $f_{kj} = 1$ et $f_{ij} = 0 \quad \forall i \neq k$.

En tout état de cause il est possible d'assimiler $\tilde{x}(e_j)$ à un nombre flou dont la définition est rappelée ci-dessous.

II.2. Nombre flou

II.2.1. Définition

- un nombre flou $\tilde{x}(e_j)$ prenant ses valeurs dans un ensemble discret X , est un sous-ensemble flou de X tel que

$$(8) \quad \tilde{x}(e_j) = \left\{ (x_i, \mu_{\tilde{x}(e_j)}(x_i)) \quad \forall x_i \in X \right\}$$

- on conviendra d'appeler diagramme caractéristique du nombre flou, la représentation graphique des valeurs de la fonction d'appartenance; dans le cas le plus général on obtient:

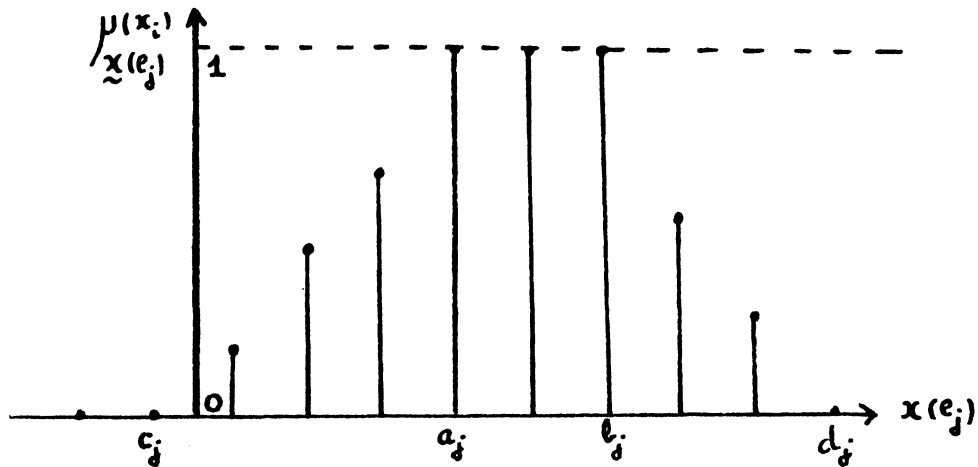


Figure 1. Diagramme caractéristique de $\tilde{x}(e_j)$

$$(9) \quad \mu_{\tilde{x}(e_j)}(x_i) : \text{croissante au sens large } \forall x_i \in]-\infty, a_j]$$

$$(10) \quad \mu_{\tilde{x}(e_j)}(x_i) = 1 \quad \forall x_i \in [a_j, b_j]$$

$$(11) \quad \mu_{\tilde{x}(e_j)}(x_i) : \text{décroissante au sens large } \forall x_i \in [b_j, +\infty[$$

Remarque

D'après (10) la valeur "la plus crédible" de $\tilde{x}(e_j)$ appartient à l'intervalle $[a_j, b_j]$. Didier DUBOIS et Henri PRADE écrivent que $\tilde{x}(e_j)$ est un nombre flou de "valeur moyenne" $\frac{a_j + b_j}{2}$

On préférera l'expression de valeur "la plus crédible", car $\mu_{\tilde{x}(e_j)}(x_i) = 1$ ne signifie pas que $\tilde{x}(e_j)$ vaut obligatoirement et exactement une des valeurs de l'intervalle $[a_j, b_j]$: la figure 1 montre que les valeurs de $]c_j, a_j[\cup]b_j, d_j[$ sont des valeurs possibles, mais moins crédibles.

II.2.2. Cas particuliers

- Si $a_j = c_j$ et $b_j = d_j$ alors $\tilde{x}(e_j)$ représente la mesure d'une grandeur dans son intervalle d'imprécision (figure 2)

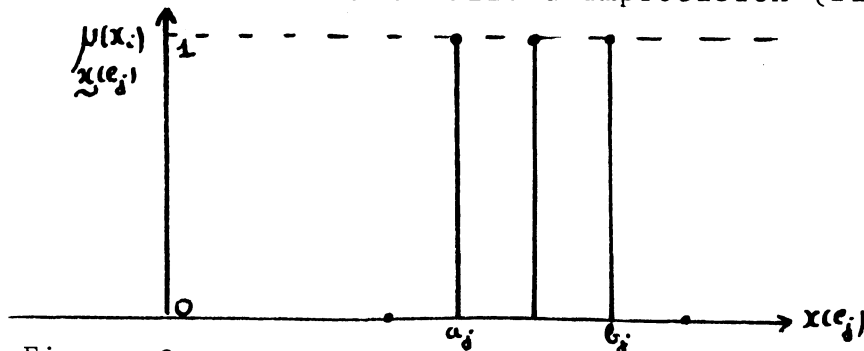


Figure 2. Intervalle d'imprécision de $\tilde{x}(e_j)$

Dans ce cas et uniquement dans ce cas, $\mu_{\tilde{x}(e_j)}(x_i) = 1$ signifie que $x(e_j)$ vaut exactement une des valeurs de $[a_j, b_j]$; par définition $\mu_{\tilde{x}(e_j)}(x_i) = 0 \quad \forall x_i \notin [a_j, b_j]$.

- Si $a_j = b_j = c_j = d_j$ alors $\tilde{x}(e_j)$ est un nombre entier ordinaire $x(e_j)$ valant exactement x_i car:

$$\mu_{\tilde{x}(e_j)}(x_i) = 1 \quad \text{pour } x(e_j) = x_i$$

$$\mu_{\tilde{x}(e_j)}(x_i) = 0 \quad \text{pour } x(e_j) \neq x_i$$

Ainsi le nombre flou généralise la notion ordinaire de nombre à condition toutefois que la fonction d'appartenance prenne la valeur 1 pour la valeur la plus crédible du nombre flou: on comprend alors la raison pour laquelle les fonctions d'appartenance sont présentement estimées par le rapport $F_{ij} = f_{ij} / \max_i f_{ij}$

II.2.3. Conséquences

Définition d'un caractère statistique flou

Un caractère (discret) flou, noté \tilde{x} , est tout fait descriptif dont les modalités (valeurs) sont des nombres flous $\tilde{x}(e_j)$ permettant de caractériser plus ou moins les unités statistiques e_j d'un ensemble de référence E (population ou échantillon).

Notion de moyenne arithmétique floue (MAF)

La MAF de \tilde{x} , notée $\bar{\tilde{x}}$, est la moyenne arithmétique des n nombres flous $\tilde{x}(e_j)$, c'est-à-dire:

$$(12) \quad \bar{\tilde{x}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \tilde{x}(e_j)$$

où $\sum_{\tilde{}}$ désigne l'opérateur "somme floue".

On conçoit par avance que la MAF d'un caractère statistique flou est elle-même un nombre flou. Une définition plus complète de la MAF sera donnée après avoir exposé le détail des calculs d'une somme de nombres flous.

(Le paragraphe suivant se déduit du cas continu et donc plus général exposé par D.DUBOIS et H.PRADE).

II.3. Somme floue

II.3.1. Addition de deux nombres flous

- Définition

La somme notée \oplus , de deux nombres flous $\tilde{x}(e_j)$ et $\tilde{x}(e_{j'})$ est le sous-ensemble flou $\tilde{x}(e_j) \oplus \tilde{x}(e_{j'})$ tel que:

$$(13) \quad \tilde{x}(e_j) \oplus \tilde{x}(e_{j'}) = \left\{ (y, \mu_{\tilde{x}(e_j) \oplus \tilde{x}(e_{j'})}(y)) \quad \forall y \in Y \right\}$$

où: $y = x(e_j) + x(e_{j'})$

$$Y = \left\{ y_{ik} = x_i + x_k \quad / \quad i=1 \dots k \dots m \right\}$$

avec par définition:

$$(14) \quad \mu_{\tilde{x}(e_j) \oplus \tilde{x}(e_{j'})}(y) = \max_y \min_{i,k} (\mu_{\tilde{x}(e_j)}(x_i), \mu_{\tilde{x}(e_{j'})}(x_k))$$

- Exemple

$$\tilde{x}(e_1) \oplus \tilde{x}(e_2) = \left\{ (10/0) (15/0,20) (20/0,25) (25/0,50) (30/0,75) \right. \\ \left. (35/0,80) (40/1) \right\}$$

(le détail des calculs est consigné en annexe)

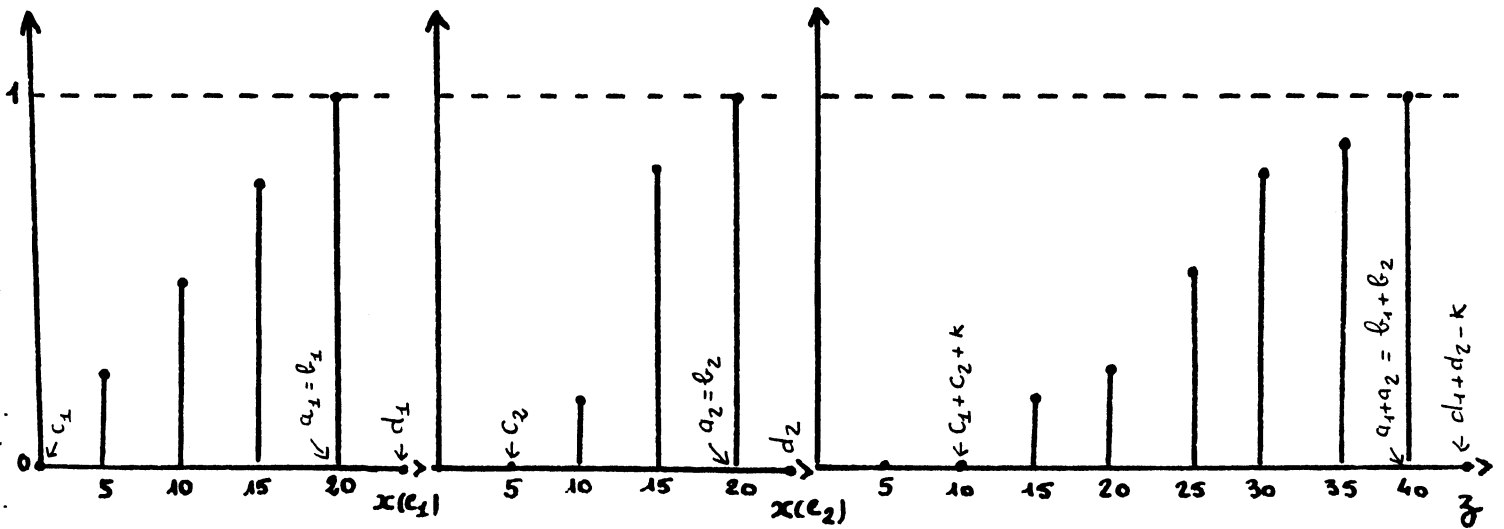


Figure 3. Diagrammes caractéristiques de $\tilde{x}(e_1)$, $\tilde{x}(e_2)$ et $\tilde{x}(e_1) \oplus \tilde{x}(e_2)$

- Propriétés

Soit K l'intervalle séparant deux entiers consécutifs, la fonction d'appartenance vérifie les propriétés suivantes

- P_1

$$\mu_{\tilde{x}(e_1) \oplus \tilde{x}(e_2)}(y) = 0 : \forall y \in]-\infty, c_1+c_2+K] \cup [d_1+d_2-K, +\infty[$$

- P_2

$$\mu_{\tilde{x}(e_1) \oplus \tilde{x}(e_2)}(y) \begin{cases} \text{croissante au sens large: } \forall y \in]c_1+c_2+K, a_1+a_2[\\ \text{décroissante au sens large: } \forall y \in]b_1+b_2, d_1+d_2-K[\end{cases}$$

- P_3

$$\mu_{\tilde{x}(e_1) \oplus \tilde{x}(e_2)}(y) = 1 : \forall y \in [a_1+a_2, b_1+b_2]$$

II.3.2. Généralisation

- La somme de n nombres flous $\tilde{x}(e_j)$, notée $\sum_{j=1}^n \tilde{x}(e_j)$, est un sous-ensemble flou tel que:

$$(15) \quad \sum_{j=1}^n \tilde{x}(e_j) = \left\{ (z, \mu_{\sum_{j=1}^n \tilde{x}(e_j)}(z)) \forall z \in Z \right\}$$

$$\text{avec } z = \sum_{j=1}^n x(e_j)$$

et $\mu_{\sum_{j=1}^n \tilde{x}(e_j)}(z)$ vérifiant les propriétés suivantes:

- P_1

$$\mu_{\sum_{j=1}^n \tilde{x}(e_j)}(z) = 0 : \forall z \in]-\infty, \sum_{j=1}^n c_j + (n-1)K] \cup \left[\sum_{j=1}^n d_j - (n-1)K, \infty[$$

- P_2

$$\mu_{\sum_{j=1}^n \tilde{x}(e_j)}(z) \begin{cases} \text{croissante au sens large: } \forall z \in \left] \sum_{j=1}^n c_j + (n-1)K, \sum_{j=1}^n a_j \right[\\ \text{décroissante au sens large: } \forall z \in \left] \sum_{j=1}^n b_j, \sum_{j=1}^n d_j - (n-1)K \right[\end{cases}$$

- P₃

$$\mu_{\sum_{j=1}^n \tilde{x}(e_j)}(z) = 1 : \forall z \in \left[\sum_{j=1}^n a_j, \sum_{j=1}^n b_j \right]$$

- Exemples:

$$\sum_{j=1}^3 \tilde{x}(e_j) = \left\{ (15/0) (20/0, 20) (25/0, 25) (30/0, 50) (35/0, 75) (40/0, 75) \right. \\ \left. (45/0, 75) (50/0, 80) (55/1) (60/0) \right\}$$

[les calculs sont effectués en annexe)

de même

$$\sum_{j=1}^4 \tilde{x}(e_j) = \left\{ (20/0) (25/0, 20) (30/0, 25) (35/0, 50) (40/0, 50) (45/0, 75) \right. \\ \left. (50/0, 75) (55/0, 75) (60/0, 75) (65/0, 80) (70/1) \right. \\ \left. (75/0, 25) (80/0) \right\}$$

II.4. Moyenne arithmétique floue

II.4.1. Définition

La MAF du caractère \tilde{x} définie - conformément à (12) -par $\bar{\tilde{x}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \tilde{x}(e_j)$ est un nombre flou tel que:

$$(16) \quad \bar{\tilde{x}} = \left\{ (z/n, \mu_{\bar{\tilde{x}}}(z/n)) \quad \forall z \in Z \right\}$$

et où la fonction d'appartenance vérifie les propriétés suivantes:

- P'₁

$$\mu_{\bar{\tilde{x}}}(z/n) = 0 : \forall z/n \in \left] -\infty, \bar{c} + \frac{n-1}{n} K \right] \cup \left[\bar{d} - \frac{n-1}{n} K, \infty \right[$$

$$\left(\text{avec } \bar{c} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n c_j \quad \text{et} \quad \bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_j \right)$$

- P'₂

$$\mu_{\bar{\tilde{x}}}(z/n) \begin{cases} \text{croissante au sens large: } \forall z/n \in \left] \bar{c} + \frac{n-1}{n} K, \bar{a} \right[\\ \text{décroissante au sens large: } \forall z/n \in \left] \bar{b}, \bar{d} - \frac{n-1}{n} K \right[\end{cases}$$

(avec $\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_j$)
(avec $\bar{b} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n b_j$)

$$- P'_3$$

$$\mu_{\tilde{x}}(z/n) = 1 : \forall z/n \in [\bar{a}, \bar{b}]$$

II.4.2. Application

Ayant calculé plus haut $\sum_{j=1}^4 x(e_j)$, on trouve:

$$\tilde{x} = \left\{ (5/0) (6,25/0,20) (7,5/0,25) (8,75/0,50) (10/0,50) (11,25/0,75) \right. \\ \left. (12,5/0,75) (13,75/0,75) (15/0,75) (16,25/0,80) (17,5/1) (18,75/0,25) \right. \\ \left. (20/0) \right\}$$

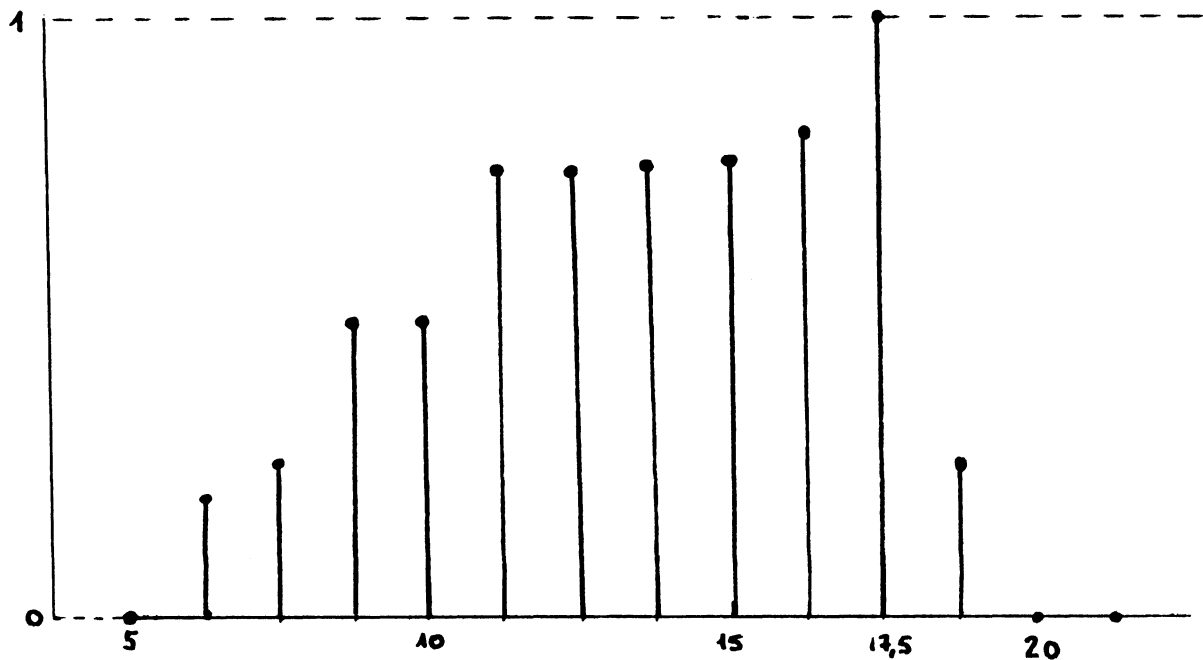


Figure 4. Diagramme caractéristique de \tilde{x}

Le diagramme caractéristique de la MAF montre que la valeur la plus crédible de \tilde{x} est 17,5 (résultat donné par la définition classique de la moyenne arithmétique).

Il montre également - ce que ne fait pas l'écart-type - que les valeurs du caractère sont assez dispersées autour de la MAF dont les valeurs possibles et encore très crédibles se situent à gauche de 17,5.

La définition de la MAF se suffit à elle-même pour synthétiser une série statistique d'un caractère flou. La forme de son

diagramme caractéristique remplace avec profit la notion traditionnelle d'écart-type; elle tient compte de la dissymétrie des valeurs possibles et crédibles de la MAF

ANNEXE

$$1- \underset{\sim}{x}(e_1) \oplus \underset{\sim}{x}(e_2)$$

$\underset{\sim}{x}(e_1) \backslash \underset{\sim}{x}(e_2)$	5	10	15	20
5	10	15	20	25
10	15	20	25	30
15	20	25	30	35
20	25	30	35	40

$$y = 10 \quad \mu(y) = \max (0,25 \wedge 0) = 0$$

$$y = 15 \quad \mu(y) = \max \begin{pmatrix} 0,25 \wedge 0,20 \\ 0,50 \wedge 0 \end{pmatrix} = 0,20$$

$$y = 20 \quad \mu(y) = \max \begin{pmatrix} 0,25 \wedge 0,80 \\ 0,50 \wedge 0,20 \\ 0,75 \wedge 0 \end{pmatrix} = 0,25$$

$$y = 25 \quad \mu(y) = \max \begin{pmatrix} 0,25 \wedge 1 \\ 0,50 \wedge 0,80 \\ 0,75 \wedge 0,20 \\ 1 \wedge 0 \end{pmatrix} = 0,50$$

$$y = 30 \quad \mu(y) = \max \begin{pmatrix} 0,50 \wedge 1 \\ 0,75 \wedge 0,80 \\ 1 \wedge 0,20 \end{pmatrix} = 0,75$$

$$y = 35 \quad \mu(y) = \max \begin{pmatrix} 0,75 \wedge 1 \\ 1 \wedge 0,80 \end{pmatrix} = 0,80$$

$$y = 40 \quad \mu(y) = \max (1 \wedge 1) = 1$$

$$z = \tilde{x}(e_1) \oplus \tilde{x}(e_2) \oplus \tilde{x}(e_3)$$

$x(e_1) + x(e_2) \backslash x(e_3)$	5	10	15	20
10	15	20	25	30
15	20	25	30	35
20	25	30	35	40
25	30	35	40	45
30	35	40	45	50
35	40	45	50	55
40	45	50	55	60

$$z = 15 \quad \mu(z) = \max(0 \wedge 0,75) = 0$$

$$z = 20 \quad \mu(z) = \max \begin{pmatrix} 0 \wedge 0,75 \\ 0,20 \wedge 0,75 \end{pmatrix} = 0,20$$

etc...

BIBLIOGRAPHIE

- 1 - DUBOIS D., PRADE H. "Operations on fuzzy numbers" International Journal of Systems Science, vol.9, n°6, 1978, pp.613-626
- 2 - DUBOIS D., PRADE H. "Fuzzy real algebra: some results" International Journal for Fuzzy Sets and Systems, Vol.2, 1979, pp.327-348
- 3 - DUBOIS D., PRADE H. "Comment on 'Tolerance analysis using fuzzy sets' and 'a procedure for multiple aspect decision making' " International Journal of Systems Science, Vol.9, n°3, 1978, pp.357-360
- 4 - DUBOIS D., PRADE H. "Algorithmes de plus courts chemins pour traiter des données floues" RAIRO, n°2, mai 1978, pp.213-227
- 5 - JAIN R. "A procedure for multiple aspect decision making" International Journal of Systems Science, Vol.8, n°1, 1977, pp.1-7.
- 6 - BERMAN S., BEZARD R. "Statistique. Probabilités" Tome 1, Editions Chiron, Paris, 1973.