



Contribution à l'analyse spatiale de l'attraction imprécise

Bernard Fustier

► To cite this version:

Bernard Fustier. Contribution à l'analyse spatiale de l'attraction imprécise. [Rapport de recherche] Institut de mathématiques économiques (IME). 1978, 11 p. <hal-01527200>

HAL Id: hal-01527200

<https://hal.science/hal-01527200v1>

Submitted on 24 May 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

I.M.E.

ÉQUIPE DE RECHERCHE ASSOCIÉE AU C.N.R.S.

RP 210 (7)

DOCUMENT DE TRAVAIL

N°30

Contribution à l'analyse spatiale
de l'attraction imprécise

Bernard FUSTIER

Juin 1978



INSTITUT DE MATHÉMATIQUES ÉCONOMIQUES



UNIVERSITÉ DE DIJON

FACULTÉ DE SCIENCE ÉCONOMIQUE ET DE GESTION

4, BOULEVARD GABRIEL — 21000 DIJON

18 DEC. 1978

N°30

Contribution à l'analyse spatiale
de l'attraction imprécise

Bernard FUSTIER

Juin 1978

IRI



Le but de cette Collection est de diffuser rapidement une première version des travaux afin de provoquer des discussions scientifiques. Les lecteurs désirant entrer en rapport avec un auteur sont priés d'écrire à l'adresse suivante:

INSTITUT DE MATHÉMATIQUES ÉCONOMIQUES
4 Boulevard Gabriel - 21000 Dijon - France

Cette étude fera l'objet d'une communication au Colloque International sur la Théorie et les Applications des Sous-Ensembles Flous, Marseille, 20 - 22 septembre 1978.

TRAVAUX DEJA PUBLIES

- N°1 Michel PREVOT: Théorème du point fixe. Une étude topologique générale(juin 1974)
- N°2 Daniel LEBLANC: L'introduction des consommations intermédiaires dans le modèle de LEFEBER (juin 1974)
- N°3 Colette BOUNON: Spatial Equilibrium of the Sector in Quasi-Perfect Competition (september 1974)
- N°4 Claude PONSARD: L'imprécision et son traitement en analyse économique (septembre 1974)
- N°5 Claude PONSARD: Economie urbaine et espaces métriques (septembre 1974)
- N°6 Michel PREVOT: Convexité (mars 1975)
- N°7 Claude PONSARD: Contribution à une théorie des espaces économiques imprécis (avril 1975)
- N°8 Aimé VOGT: Analyse factorielle en composantes principales d'un caractère de dimension - n (juin 1975)
- N°9 Jacques THISSE et Jacky PERREUR: Relation between the Point of Maximum Profit and the Point of Minimum Total Transportation Cost: A Restatement (juillet 1975)
- N°10 Bernard FUSTIER: L'attraction des points de vente dans des espaces précis et imprécis (juillet 1975)
- N°11 Régis DELOCHE: Théorie des sous-ensembles flous et classification en analyse économique spatiale (juillet 1975)
- N°12 Gérard LASSIBILLE et Catherine PARRON: Analyse multicritère dans un contexte imprécis (juillet 1975)
- N°13 Claude PONSARD: On the Axiomatisation of Fuzzy Subsets Theory (july 1975)
- N°14 Michel PREVOT: Probability Calculation and Fuzzy Subsets Theory (August 1975)
- N°15 Claude PONSARD: Hiérarchie des places centrales et graphes flous (avril 1976)
- N°16 Jean-Pierre AURAY et Gérard DURU: Introduction à la théorie des espaces multiflous (avril 1976)
- N°17 Roland LANTNER, Bernard PETITJEAN, Marie-Claude PICHERY: Jeu de simulation du circuit économique (Août 1976)
- N°18 Claude PONSARD: Esquisse de simulation d'une économie régionale: l'apport de la théorie des systèmes flous (septembre 1976)
- N°19 Marie-Claude PICHERY: Les systèmes complets de fonctions de demande (avril 1977)
- N°20 Gérard LASSIBILLE et Alain MINGAT: L'estimation de modèles à variable dépendante dichotomique. La sélection universitaire et la réussite en première année d'économie (avril 1977)

- N°21 Claude PONSARD: La région en analyse spatiale (mai 1977)
- N°22 Dan RALESCU: Abstract Models for Systems Identification (juin 1977)
- N°23 Jean MARCHAL et François POULON: Multiplicateur, graphes et chaînes de Markov (décembre 1977)
- N°24 Pietro BALESTRA: Determinant and Inverse of a Sum of Matrices with Applications in Economics and Statistics (avril 1978)
- N°25 Bernard FUSTIER: Etude empirique sur la notion de région homogène (avril 1978)
- N°26 Claude PONSARD: On the Imprecision of Consumer's Spatial Preferences (avril 1978)
- N°27 Roland LANTNER: L'apport de la théorie des graphes aux représentations de l'espace économique (avril 1978)
- N°28 Emmanuel JOLLES: La théorie des sous-ensembles flous au service de la décision: deux exemples d'application. (mai 1978)
- N°29 Michel PREVOT: Algorithme pour la résolution des systèmes flous (mai 1978)

CONTRIBUTION À L'ANALYSE SPATIALE DE L'ATTRACTION IMPRÉCISE

PAR BERNARD FUSTIER

Soit E une région ou toute autre portion d'espace servant de cadre de référence aux éléments d'un ensemble $I = \{1...i...i^*\}$ et $K = \{1...k...k^*\}$. On se propose d'expliquer l'orientation des déplacements des éléments i vers les zones contenant les éléments k qui représentent des centres économiques (villes, magasins,...).

D'une façon générale, il s'avère possible de baser le choix des lieux de destination sur le principe de maximisation de l'utilité. Après avoir spécifié les différentes composantes de l'utilité (I), on examinera tout d'abord la solution retenue habituellement dans le cadre des modèles de gravité en insistant plus particulièrement sur la notion d'attraction (II.1) Qu'en est-il maintenant lorsque l'analyse gravitaire reçoit une formalisation en termes de sous-ensembles flous? La réponse à ^{cette} question débouchera sur la notion d'espace économique imprécis servant de cadre d'analyse à l'imprécision naturelle des phénomènes d'attraction (II.2) Considérées sous cet angle, l'orientation des déplacements dans un espace économique imprécis ne constitue pas un problème facile à résoudre, mais il s'agit d'un problème passionnant dont la modeste solution proposée ici a l'avantage de montrer que les schémas de comportements analysés avec les outils traditionnels de l'économiste ne constituent qu'un cas très particulier du comportement spatial imprécis (III).

Notation

Pour distinguer les sous-ensembles non flous des sous-ensembles flous (s.e.f.) on soulignera les premiers.

I - LE PRINCIPE DE MAXIMISATION DE L'UTILITE

I.1. Données

- $\underline{J} = \{1 \dots j \dots j^*\}$ représente l'ensemble des facteurs susceptibles d'expliquer le choix des destinations k ; \underline{J} ne tient pas compte du facteur proximité qui sera réintroduit après coup.

- $\forall j \in \underline{J}$, on se donne la "masse partielle" $m_k(j)$ du centre k selon le facteur j . Cette masse partielle, encore appelée "caractéristique attractive" de k pour j apparaît comme l'expression quantifiée de j en ce qui concerne k .

Exemple: si \underline{K} représente un ensemble de points de vente et \underline{I} un ensemble de consommateurs. Un facteur j peut être le "choix" que procure les magasins. Dès lors le facteur choix pour k peut être estimé par la surface de vente du magasin en question.

- Soit $\gamma_j(i)$ le poids du facteur j pour i . Il peut être considéré comme une fonction prenant ses valeurs dans l'intervalle $[0,1]$ selon l'importance prise par j parmi l'ensemble des facteurs de motivation de l'élément i .

$$\forall j \in \underline{J}: 0 \leq \gamma_j(i) \leq 1$$

I.2. "Valeur" associée à un point de l'espace.

Nous supposons que chaque point de l'espace contenant les éléments de \underline{K} possède une valeur qui lui est conférée par les éléments de \underline{I} à partir d'une fonction d'utilité ${}_i U_k$ dont l'expression la plus générale est la suivante:

$${}_i U_k = f \left[\{ (m_k(j), \gamma_j(i); j \in \underline{J}) \}, \mathcal{D}_{ik} \right]$$

où \mathcal{D}_{ik} est une expression de la distance subjective séparant i de k .

Nous admettons que le déplacement de i s'orientera vers le point k de "valeur" maximum. En d'autres termes il convient de déterminer k_0 tel que:

$${}_i U_{k_0} = \max_k {}_i U_k \quad (k=1 \dots k^*)$$

Remarquons que, sous la forme précédente, l'utilité procurée à un élément i par le choix d'un lieu de destination est une notion multidimensionnelle: (le déplacement est motivé par un ensemble de facteur \underline{J} auquel vient s'ajouter le facteur proximité) et subjective (les masses partielles, comme le facteur proximité, peuvent donner lieu à une évaluation subjective par les éléments i ; en outre il est tenu compte de l'importance relative de chaque facteur qui, rappelons-le, varie en fonction des motivations propres à chaque élément i).

II - TENTATIVE D'EXPLICATION DE L'ORIENTATION DES DEPLACEMENTS

II.1. Dans un espace économique précis

II.1.1. L'utilité est mesurée par la valeur d'un coefficient précis.

- Chaque élément i est supposé connaître la structure de sa fonction d'utilité.

Il s'agit en fait d'une structure très simple dans la mesure où la fonction d'utilité est assimilée à un potentiel noté iV_k

$$iV_k \stackrel{\text{def}}{=} iU_k = G \frac{M_k}{d_{ik}} \quad (\text{potentiel produit par la masse } M_k \text{ sur } i)$$

avec, en considérant un représentant moyen \bar{i} de \underline{I} (au sens statistique du terme):

$$M_k = \sum_{j=1}^{j^*} \gamma_j(\bar{i}) m_k(j) \quad \text{ou} \quad M_k = m_k(j_0) \quad \text{avec} \quad \gamma_{j_0}(\bar{i}) = \max_j \gamma_j(\bar{i})$$

Dans le premier cas, la masse est un coefficient synthétique résultant de l'agrégation des masses partielles pour un élément représentatif de \underline{I} . Dans le second cas, elle résulte de la sélection d'une masse partielle et unique pour cet élément représentatif.

- Conséquences

L'utilité se mesure par le rapport d'une masse à une distance dont le résultat est un coefficient précis, mais unidimensionnel.

Ce rapport ne vaut que pour un représentant moyen de \underline{I} ; il élimine les subjectivités individuelles.

Ce rapport s'impose à tous les éléments de \underline{I} dont le comportement est dicté par une formule commune; il s'agit d'un comportement stéréotypé, d'un comportement spatial homogène.

II.1.2. Maximisation de l'utilité et orientation des déplacements.

La solution est triviale.

Dans la mesure où \underline{K} ne comprend que deux centres k et k' , nous sommes ramenés aux résultats bien connus:

$$\begin{aligned} iV_k > iV_{k'} &\Rightarrow \text{déplacement orienté vers } k \\ iV_k < iV_{k'} &\Rightarrow \text{déplacement orienté vers } k' \\ iV_k = iV_{k'} &\Rightarrow \text{situation d'indifférence.} \end{aligned}$$

Pour affiner l'analyse, il est possible d'associer une mesure à la force d'attraction exercée par k sur i en utilisant le potentiel relatif

$$iV_k = iV_k / \sum_{k=1}^{K^*} iV_k$$

souvent interprété comme la probabilité que i se rende en k puisque:

$$0 \leq {}_i v_k \leq 1 \quad \text{et} \quad \sum_{k=1}^{k^*} {}_i v_k = 1$$

Notons au passage que ces conditions ne suffisent pas à justifier l'usage du terme probabilité qui constitue ici un abus de langage. Le potentiel relatif ${}_i v_k$ s'interprète seulement comme un estimateur de l'attraction de k sur i . Les relations précédentes s'écrivent d'une façon équivalente:

$$\begin{aligned} {}_i v_k > 0,5 & \Rightarrow \text{déplacement orienté vers } k \\ {}_i v_k < 0,5 & \Rightarrow \text{déplacement orienté vers } k' \\ {}_i v_k = 0,5 & \Rightarrow \text{situation d'indifférence.} \end{aligned}$$

Soit m_i la masse associée au contenant de i , il s'avère possible d'estimer le nombre de déplacements n_{ik} de i vers k par la relation:

$$n_{ik} = m_i {}_i v_k$$

II.2. Dans un espace économique imprécis.

II.2.1. Le caractère multidimensionnel et l'aspect subjectif de l'utilité sont respectés.

- Les éléments de i ne possèdent pas une connaissance précise de leur fonction d'utilité.

Au lieu de résumer la fonction ${}_i U_k$ par une relation très simple (le potentiel), nous allons au contraire faire intervenir l'ensemble des masses partielles sans les agréger et en tenant compte de leur importance relative quant aux facteurs de motivation.

En effet, calculons $\forall j \in \underline{J}$ le potentiel partiel noté ${}_i v_k(j)$ tel que:

$${}_i v_k(j) = G \frac{m_k(j)}{\mathfrak{D}_{ik}} \quad (\text{potentiel produit par } m_k(j) \text{ sur } i)$$

Et définissons ${}_i U_k$ par l'ensemble des couples $({}_i v_k(j), \gamma_j(i))$, soit:

$${}_i U_k = \left\{ ({}_i v_k(j), \gamma_j(i)); j \in \underline{J} \right\}$$

- Conséquences

Cette définition respecte le caractère multidimensionnel de l'utilité puisque toutes ses composantes interviennent

Dans la mesure où les composantes interviennent avec des poids différents et qui varient en fonction des motivations propres à chaque élément i , l'aspect subjectif de l'utilité n'est pas délaissé.

On admet par conséquent que le comportement spatial peut différer en fonction des motivations individuelles; le comportement spatial différencié se

substitue au comportement homogène.

II.2.2. Formalisation de la notion d'attraction en termes de sous-ensembles flous.

- mesure de l'attraction exercée par un centre économique

Posons:
$${}_iV(j) = \sum_{k=1}^{K^*} {}_iV_k(j)$$

Par définition, ${}_iV(j)$ représente le potentiel global produit sur i pour le facteur j . L'attraction exercée par k sur l'élément i motivé par le facteur j est définie par le potentiel relatif ${}_iV_k(j)$ tel que:

$${}_iV_k(j) = \frac{{}_iV_k(j)}{{}_iV(j)}$$

On associe à ${}_iV_k(j)$ le coefficient $\chi_j(i)$ traduisant l'importance de j pour i .

Puisque $j = 1 \dots j^*$, un même élément peut subir j^* taux d'attraction émanant d'un centre économique unique.

Dans ces conditions, il apparaît normal d'assimiler chaque élément de I à des s.e.f; A_i

- Représentation des éléments attirés par des s.e.f.

Soit x la valeur de ${}_iV_k(j)$: $x \in \underline{X} = [0, 100]$ (pourcentages)

On considère maintenant que chaque élément i est un s.e.f. A_i de \underline{X} ,

c'est-à-dire: $A_i = \{(x, \mu_{A_i}(x)); x \in \underline{X}\}$

où $\mu_{A_i}(x)$ représente le degré d'appartenance du taux x au s.e.f. A_i et que l'on estimera par le coefficient $\chi_j(i)$.

Pour plus de clarté, notons \underline{X}_i le sous-ensemble de \underline{X} contenant les valeurs de ${}_iV_k(j)$ pour $j = 1 \dots j^*$, on posera:

$$\mu_{A_i}(x) = \chi_j(i) \iff x \in \underline{X}_i$$

$$\mu_{A_i}(x) = 0 \iff x \notin \underline{X}_i$$

Pour $i = 1 \dots i^*$, l'ensemble des résultats peuvent être consignés dans le tableau ci-dessous:

$\frac{A}{\underline{X}}$	0	x	100
A_1			
A_i	— — —	$\mu_{A_i}(x)$	— — —
A_{i^*}			

Remarque: Chaque s.e.f. revêt une double signification.

- c'est un s.e.f. qui traduit l'imprécision de la notion d'attraction:
 $A_i \subset \underline{X}$. (En effet, à tout i de \underline{I} on associe un faisceau de taux d'attraction émanant d'un centre économique unique et dont les composantes x sont appréciées à des degrés divers).

- c'est un élément de l'ensemble \underline{A} qui regroupe les éléments contenus par \underline{E}
 $A_i \in \underline{A}$. (En effet, l'espace \underline{E} sert de cadre de référence à l'analyse de l'attraction imprécise d'un centre économique sur les éléments de l'ensemble contenu \underline{A} . En d'autres termes, \underline{A} tient dans l'espace économique imprécis le rôle tenu par \underline{I} dans l'espace économique précis).

L'ensemble \underline{A} est le référentiel indispensable à partir duquel il devient possible de spatialiser la notion d'attraction imprécise comme nous allons le voir maintenant en donnant la définition de la zone imprécise d'attraction d'un centre économique.

II.2.3. Spatialisation de l'attraction imprécise

- Définitions.

• Une sous-zone imprécise d'attraction de taux x_0 , notée Z_{x_0} , est toute portion d'espace regroupant des s.e.f. A_i dont les taux d'attraction x ont même valeur x_0 , mais sont appréciés à des degrés différents selon les valeurs de $\mu_{A_i}(x)$ pour $x = x_0$. En posant:

$$\mu_{Z_{x_0}}(A_i) = \mu_{A_i}(x) \quad \text{pour } x = x_0$$

$$\mu_{Z_{x_0}}(A_i) = 0 \quad \text{pour } x \neq x_0$$

la sous-zone imprécise d'attraction est un s.e.f. de \underline{A} : $Z_{x_0} = \{(A_i, \mu_{Z_{x_0}}(A_i)); A_i \in \underline{A}\}$

• La zone imprécise d'attraction d'un centre économique est constituée par l'ensemble de ses sous-zones d'attraction plus ou moins précises et attirées plus ou moins intensément par le centre économique en question.

- Elaboration d'un type de sous-zone imprécise d'attraction

Le problème concerne, évidemment, la détermination du taux commun x_0 regroupant plusieurs s.e.f. au sein d'une même sous-zone imprécise (s.z.i.). Dans le cadre de la définition précédente, il existe plusieurs façons de résoudre ce problème, chacune conduisant à un type bien particulier de s.z.i. la solution esquissée ici résulte d'un compromis entre, d'une part, les contraintes imposées par certaines considérations pratiques (pour donner lieu à une représentation visuelle dans l'espace, la zone imprécise d'un centre économique ne doit pas constituer un enchevêtrement inextricable de s.z.i.) et, d'autre part, le souci de ne pas dénaturer l'imprécision de la notion d'attraction (chaque s.e.f. A_i est caractérisé par un faisceau de taux d'attraction qu'il convient de résumer au

mieux par un taux représentatif). Ainsi:

1- les s.e.f. de \underline{A} seront d'abord regroupés en fonction de la similitude (au sens de la théorie des s.e.f.) entretenue par les profils des A_i (nous appellerons profil du s.e.f. A_i l'ensemble noté $\{\mu_{A_i}(x); x \in \underline{X}\}$)

2- à l'intérieur d'un regroupement donné on considère que le s.e.f. A_i dont le degré d'appartenance $\mu_{A_i}(x_0)$ est le plus fort, imposera en fin de compte son taux d'attraction à l'ensemble des autres s.e.f. regroupés.

Le choix de x_0 s'effectue donc en fonction d'un élément unique du profil d'un s.e.f. particulier, et cette valeur s'impose à tous les autres s.e.f. Mais du fait de la similitude des profils il est permis de penser que le taux ainsi déterminé résume assez bien les attractions individuelles.

Supposons par exemple, que les s.e.f. A_1, A_2 et A_3 fassent partie du même regroupement et que, parmi l'ensemble de tous les degrés d'appartenance $\mu_{A_i}(x)$ pour $x \in \underline{X}$ et $i = 1, 2$ et 3 on ait $\mu_{A_3}(x_0)$ maximum, alors A_3 imposera son propre taux à A_1 et A_2 d'où l'obtention d'une s.z.i. de taux x_0

$$Z_{x_0} = \{(A_i, \mu_{Z_{x_0}}(A_i)); i = 1, 2, 3\} \text{ avec } \mu_{Z_{x_0}}(A_i) = \mu_{A_i}(x_0) \text{ pour } i = 1, 2, 3$$

Dans le détail, le principe se complique quelque peu. Un algorithme visant à déterminer les regroupements a été mis au point dans un travail antérieur (*); il est basé sur la théorie des relations binaires floues et les résultats prouvent que les s.z.i. n'établissent pas une partition sur \underline{A} .

En effet, un même s.e.f. A_i peut appartenir à plusieurs s.z.i. de taux différents et, dans certains cas, cette appartenance est mesurée par le même degré.

Exemple: $Z_{80} = \{\dots (A_i, \mu_{Z_{80}}(A_i)) \dots\}$; $Z_{60} = \{\dots (A_i, \mu_{Z_{60}}(A_i)) \dots\}$

où: $\mu_{Z_{80}}(A_i) = \mu_{Z_{60}}(A_i) = \mu$

Les remarques précédentes montrent bien la difficulté qu'il y aura de donner les règles d'orientation des déplacements dès lors qu'on introduit dans l'analyse un second centre économique.

II.2.4. Orientation des déplacements dans un espace économique imprécis.

- Position du problème. Considérons deux centres k_0 et k_1 exerçant leur attraction sur l'ensemble $\underline{A} = \{A_i / i = 1 \dots i^*\}$.

Reprenons l'exemple précédent pour k_0 et admettons que pour k_1 une s.z.i. de taux 40 contienne également A_i avec: $\mu_{Z_{40}}(A_i) = \mu'$

Le déplacement de i s'orientera-t-il vers k_0 ou k_1 ? La question se complique d'autant que A_i appartient selon le même degré à deux s.z.i. de taux

(*) B.FUSTIER. Interactions humaines et espace économique. Thèse. Dijon. Juillet 1977.

différents pour le centre k_0 . Nous proposerons les règles d'orientation des déplacements après avoir éludé ce premier problème.

- Etablissement d'une pseudo-partition sur la zone imprécise d'un centre économique donné.

Axiome 1. Dans la mesure où un s.e.f. appartient, selon des degrés différents, à plusieurs s.z.i., il sera affecté à la s.z.i. où la valeur de sa fonction d'appartenance est la plus élevée.

Axiome 2. Lorsqu'un s.e.f. appartient avec le même degré à plusieurs s.z.i., il sera affecté à celle dont le taux d'attraction est le plus important.

Ainsi, dans l'exemple précédent relatif au centre k_0 , A_i appartiendra à Z_{80} avec le degré μ .

Remarque. On vérifie maintenant que les A_i regroupés par les s.z.i. établissent une partition sur \underline{A} . Mais il n'y a pas, au sens mathématique du terme, une partition sur l'espace économique puisque le degré d'appartenance des A_i aux s.z.i. n'est pas obligatoirement égal à 1. Ces dernières ne peuvent donc pas être assimilées à des classes d'équivalence, elles établissent seulement ce que nous conviendrons d'appeler une pseudo-partition sur l'espace économique qui, par ce fait, reste imprécis.

- Règles d'orientation des déplacements. Elles résultent de l'extension des axiomes précédents aux cas de plusieurs centres économiques avec une restriction cependant: un s.e.f. ne sera jamais affecté à une s.z.i. dont le taux d'attraction est nul. Ainsi, compte tenu de l'appartenance de A_i à Z_{80} de k_0 avec le degré μ on obtient les résultats suivants:

$\mu = \mu'$: i choisira la destination k_0 (puisque $80 > 40$: axiome 2)

$\mu > \mu'$: i choisira la destination k_0 (axiome 1)

$\mu < \mu'$: i choisira la destination k_1 (quand bien même $80 > 40$: axiome 1)

Les règles d'orientation des déplacements dans un espace économique imprécis résulte de la combinaison des comparaisons des valeurs des taux d'attraction et de celles des fonctions d'appartenance conformément aux axiomes précédents.

Pour 2 centres économiques on distingue 7 cas possibles parmi lesquels on trouve une situation d'indifférence: il s'agit du cas où un s.e.f. appartient avec le même degré à des s.z.i. de même taux d'attraction. Dans l'exemple précédent, si A_i appartient à une s.z.i. de k_1 avec le degré μ et si le taux caractérisant cette s.z.i. est égal à 80 alors i sera indifférent entre k_0 et k_1 .

En établissant une pseudo-partition sur la zone imprécise d'un centre économique, les axiomes précédents semblent forcer la nature des choses. Mais il n'en reste pas moins évident, et nous allons le montrer brièvement, que l'analyse spatiale de l'attraction imprécise généralise considérablement l'analyse gravitaire qui est menée traditionnellement dans un espace économique précis.

III - LES COMPORTEMENTS DANS DES ESPACES ECONOMIQUES PRECIS ET IMPRECIS. COMPARAISONS.

- Les règles d'orientation des déplacements dans un espace économique précis constituent un cas très particulier de celles qui prévalent dans un espace économique imprécis.

En effet les relations gravitaires précises peuvent s'exprimer comme suit:

$$i^{v_{k_0}} = x_{k_0} \quad \text{et} \quad i^{v_{k_1}} = x_{k_1}$$

Dans le cas de deux centres on a: $x_{k_0} > 0,5 \Rightarrow i$ s'orientera en k_0

Dans un espace économique imprécis, la règle précédente s'applique si et seulement si: $\mu_{Z_{x_{k_0}}}(A_i) \geq \mu_{Z_{x_{k_1}}}(A_i)$. Dans le cas contraire, i s'orientera en k_1

D'une façon générale, on démontre que les règles d'orientation des déplacements dans un espace économique précis forment un cas particulier de 3 cas parmi les 7 cas définissant les règles d'orientation des déplacements dans un espace économique imprécis.

- Dans un espace économique précis l'attraction globale subie par un élément est égale à 100%. Il ne s'agit là que d'un cas particulier du comportement spatial imprécis.

En effet d'après les propriétés du potentiel relatif on a: $x_{k_0} + x_{k_1} = 1$

Or dans un espace économique imprécis on sait que x_{k_0} peut être le résultat d'un calcul faisant intervenir un facteur de motivation différent de celui qui a permis le calcul de x_{k_1} si bien que, pour $j \neq j'$ on a généralement:

$$x_{k_0}(j) + x_{k_1}(j') \neq 1$$

Mais dans le cas particulier où les taux d'attraction proviennent d'un potentiel relatif associé à un même facteur de motivation, la somme précédente est égale à l'unité.

- Alors que les sous-zones d'attraction d'un centre économique établissent une partition sur l'espace économique précis, les s.z.i.n'établissent qu'une pseudo-partition sur l'espace économique imprécis.

Le résultat est évident pour l'espace économique précis.

Nous avons montré plus haut que la pseudo-partition n'équivaut pas à un retour à la précision. L'espace économique reste imprécis.

L'imprécision des diverses s.z.i. peut être évaluée par un indice de flou.

En utilisant un indice de flou dont la définition est basée sur la distance de Hamming généralisée, on démontre (*) un résultat important confirmé en grande partie par l'intuition:

(*)B.FUSTIER. ibid. p.717 et s.

Le comportement spatial est d'autant plus imprécis que le degré de motivation des agents économiques diminue:

- + l'imprécision d'une s.z.i. est à son degré le plus élevé lorsque cette dernière rassemble des éléments i dont la motivation pour chaque facteur considéré se trouve exactement à mi-chemin entre l'adhésion complète et le refus total du facteur (il s'agit du cas où les degrés d'appartenance des s.e.f. d'une s.z.i. sont tous égaux à 0,5: par définition, les $\chi_j(i)$ sont égaux à 0,5).
- + L'imprécision d'une s.z.i. est à son degré minimum lorsqu'elle regroupe des éléments i motivés intégralement par les facteurs ayant conduit à son taux d'attraction (il s'agit du cas où les degrés d'appartenance et donc les $\chi_j(i)$ sont égaux à 1).

Cette dernière affirmation correspond à l'analyse gravitaire menée dans un espace économique précis. Il s'agit bien d'un cas particulier de l'analyse en termes de s.e.f.

- Dans un espace économique précis, la frontière d'indifférence correspond à la limite de partage d'influence des centres économiques, elle est précise et unique. Dans un espace économique imprécis, il existe plusieurs zones d'indifférence plus ou moins imprécises.

Dans un espace économique précis la frontière d'indifférence se limite aux points de l'espace subissant une attraction de 0,5 par chacun des deux centres envisagés. Il s'agit d'une ligne unique et précise.

Dans un espace économique imprécis un s.e.f. A_i peut appartenir, et selon la même intensité, à des s.z.i. de centres économiques différents, mais possédant toutes le même taux d'attraction. Un s.e.f. A_j peut également appartenir à ces s.z.i. avec le même degré dans chaque cas, mais ce degré étant différent de celui qui caractérise l'appartenance de A_i .

A_i et A_j constituent une s.z.i. d'indifférence pour le taux d'attraction considéré. Il s'agit d'une sous-zone imprécise puisque A_i et A_j y appartiennent plus ou moins et selon des valeurs différentes.

Le même raisonnement peut être appliqué pour d'autres s.e.f. qui pourront appartenir plus ou moins à des zones d'indifférence pour des taux d'attraction différents que la précédente.

Il existe donc plusieurs zones d'indifférence dont l'imprécision est plus ou moins forte. Cette constatation peut être utile pour le praticien.

En effet si les centres économiques représentent des points de vente et les éléments attirés des consommateurs, on pourra établir une typologie des s.z.i. d'indifférence en fonction de l'intensité de l'attraction x et du degré d'imprécision mesuré par l'indice de flou. Dès lors, le responsable d'un point de vente donné pourra adapter, selon les cas, une stratégie commerciale résultant de la combinaison optimale de deux politiques:

- une politique d'attraction visant à accroître les valeurs de x en augmentant, par exemple, les masses partielles $m_k(j)$.
- une politique de motivation visant à accroître la valeur des $\gamma_j(i)$ pour les consommateurs de la s.z.i.d'indifférence considérée.