



HAL
open science

L'apport de la théorie des graphes aux représentations de l'espace économique

Roland Lantner

► **To cite this version:**

Roland Lantner. L'apport de la théorie des graphes aux représentations de l'espace économique. [Rapport de recherche] Institut de mathématiques économiques (IME). 1978, 13 p. hal-01527181

HAL Id: hal-01527181

<https://hal.science/hal-01527181>

Submitted on 24 May 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

I.M.E.

ÉQUIPE DE RECHERCHE ASSOCIÉE AU C.N.R.S.

RP 210

(4)

DOCUMENT DE TRAVAIL

N°27

L'APPORT DE LA THEORIE DES GRAPHS
AUX REPRESENTATIONS DE L'ESPACE ECONOMIQUE



Roland LANTNER

Avril 1978



INSTITUT DE MATHÉMATIQUES ÉCONOMIQUES



UNIVERSITÉ DE DIJON

FACULTÉ DE SCIENCE ÉCONOMIQUE ET DE GESTION

4, BOULEVARD GABRIEL — 21000 DIJON

18. DEC. 1978

N°27

L'APPORT DE LA THEORIE DES GRAPHES
AUX REPRESENTATIONS DE L'ESPACE ECONOMIQUE



Roland LANTNER

Avril 1978



Le but de cette Collection est de diffuser rapidement une première version de travaux afin de provoquer des discussions scientifiques. Les lecteurs désirant entrer en rapport avec un auteur sont priés d'écrire à l'adresse suivante:

INSTITUT DE MATHÉMATIQUES ÉCONOMIQUES
4 Boulevard Gabriel - 21000 DIJON - France

TRAVAUX DEJA PUBLIES

- N°1 Michel PREVOT: Théorème du point fixe. Une étude topologique générale (juin 1974)
- N°2 Daniel LEBLANC: L'introduction des consommations intermédiaires dans le modèle de LEFEBER (juin 1974)
- N°3 Colette BOUNON: Spatial Equilibrium of the Sector in Quasi-Perfect Competition (september 1974)
- N°4 Claude PONSARD: L'imprécision et son traitement en analyse économique (septembre 1974)
- N°5 Claude PONSARD: Economie urbaine et espaces métriques (septembre 1974)
- N°6 Michel PREVOT: Convexité (mars 1975)
- N°7 Claude PONSARD: Contribution à une théorie des espaces économiques imprécis (avril 1975)
- N°8 Aimé VOGT: Analyse factorielle en composantes principales d'un caractère de dimension - n (juin 1975)
- N°9 Jacques THISSE et Jacky PERREUR: Relation between the Point of Maximum Profit and the Point of Minimum Total Transportation Cost: A Restatement (juillet 1975)
- N°10 Bernard FUSTIER: L'attraction des points de vente dans des espaces précis et imprécis (juillet 1975)
- N°11 Régis DELOCHE: Théorie des sous-ensembles flous et classification en analyse économique spatiale (juillet 1975)
- N°12 Gérard LASSIBILLE et Catherine PARRON: Analyse multicritère dans un contexte imprécis (juillet 1975)
- N°13 Claude PONSARD: On the Axiomatisation of Fuzzy Subsets Theory (july 1975)
- N°14 Michel PREVOT: Probability Calculation and Fuzzy Subsets Theory (August 1975)
- N°15 Claude PONSARD: Hiérarchie des places centrales et graphes flous (avril 1976)
- N°16 Jean-Pierre AURAY et Gérard DURU: Introduction à la théorie des espaces multiflous (avril 1976)
- N°17 Roland LANTNER, Bernard PETITJEAN, Marie-Claude PICHERY: Jeu de simulation du circuit économique (Août 1976)
- N°18 Claude PONSARD: Esquisse de simulation d'une économie régionale: l'apport de la théorie des systèmes flous (septembre 1976)
- N°19 Marie-Claude PICHERY: Les systèmes complets de fonctions de demande (avril 1977)
- N°20 Gérard LASSIBILLE et Alain MINGAT: L'estimation de modèles à variable dépendante dichotomique. La sélection universitaire et la réussite en première année d'économie (avril 1977)

- N°21 Claude PONSARD: La région en analyse spatiale (mai 1977)
- N°22 Dan RALESCU: Abstract Models for Systems Identification (juin 1977)
- N°23 Jean MARCHAL et François POULON: Multiplicateur, graphes et chaînes de Markov (décembre 1977)
- N°24 Pietro BALESTRA: Déterminant and Inverse of a Sum of Matrices with Applications in Economics and Statistics (avril 1978)
- N°25 Bernard FUSTIER: Etude empirique sur la notion de région homogène (avril 1978)
- N°26 Claude PONSARD: On the Imprecision of Consumer's Spatial Preferences (avril 1978)

SOMMAIRE

I - L'utilisation des graphes : un progrès pour l'analyse des flux et des structures en économie spatiale.

1. L'analyse des flux spatiaux,
2. L'analyse des structures régionales et spatiales.

II - Le graphe spatial : les hypothèses courantes de représentation graphique de l'espace économique.

III - Les problèmes de transport.

1. Les problèmes de transport au sens strict,
2. Les problèmes de trafic.

- 1° le problème du chemin optimal,
- 2° le problème du flot maximum,
- 3° le problème du transférement,
- 4° le problème de distribution,
- 5° le problèmes des itinéraires cycliques.

IV - L'analyse structurale qualitative.

1. L'articulation spatiale,
2. La hiérarchie spatiale,
3. Remarque : structure spatiale qualitative, décentralisation et déconcentration,
4. L'analyse structurale quantitative.

- 1° la localisation optimale,
- 2° "l'espace de production",
 - a) l'influence,
 - b) le déterminant,
 - c) la hiérarchisation.

5. Dépasser la théorie des graphes.

I - L'utilisation des graphes : un progrès pour l'analyse des flux et des structures en économie spatiale.

Exhiber un jugement de valeur en sous-titre initial ne répond certes pas aux canons traditionnels du discours scientifique. Il faut cependant bien mettre l'accent sur l'essentiel : l'introduction de la théorie des graphes en économie spatiale a constitué un progrès.

Tentons de le montrer brièvement. Pendant toute une période, les auteurs travaillaient généralement sur un espace métrique euclidien à une ou deux dimensions. Une série d'hypothèses plus ou moins explicites étaient faites sur l'espace mathématique "image", correspondant à des hypothèses plus ou moins contraignantes sur l'espace géographique et économique "objet".

On peut citer des exemples simples d'hypothèses restrictives :

- ainsi l'isotropie est fréquemment postulée dans les modèles de localisation. Cela revient à supprimer l'incidence du relief et des axes de communication sur les coûts de transport et sur les autres propriétés et attributs économiques de l'espace.
- il en va de même lorsqu'est posée la convexité de l'espace de localisation. Cela conduit à s'autoriser théoriquement l'implantation d'unités d'activité (production, consommation...) au milieu d'une baie ou d'un golfe.

A la limite, dans un espace infini et strictement homogène -la célèbre "plaine" des théoriciens- toutes les caractéristiques économiques (disponibilité et prix des inputs, demande et prix des outputs, coûts de transport, etc.) étant identiques en tout lieu, l'économie spatiale et l'économie ponctuelle aspatiale seraient confondues.

C'est pourquoi il nous semble que ce n'est pas le concept d'étendue qui est nodal en économie spatiale : ce qui est déterminant, c'est la manière dont un modèle, au niveau du corps d'hypothèses, restreint

l'étendue considérée et surtout la manière dont il casse l'homogénéité de cette étendue.

Ainsi, la rupture de l'homogénéité constitue la pierre angulaire de la formalisation spatiale.

On peut tenter d'illustrer cette idée par quelques exemples connus.

Un certain nombre d'auteurs se sont intéressés au problème classique de la localisation optimale d'offreurs ponctuels sur un segment de droite de consommation uniforme : Harold HOTTELING, LERNER et SINGER, Arthur SMITHIES, etc. Dans le cas de ces modèles, la restriction de l'ensemble des lieux constitue l'hypothèse fondamentale, dont il faut apprécier le réalisme : des applications utiles des résultats obtenus ne peuvent-elles pas en découler pour la localisation des services sur une autoroute ou dans une vallée encaissée ?

Mais dès que l'on passe aux espaces bidimensionnels, c'est le type d'hétérogénéité introduit qui détermine fondamentalement les résultats.

Ainsi, WEBER rompt l'homogénéité en postulant des lieux d'approvisionnement de la firme et d'écoulement de son produit mais il conserve la convexité et l'homogénéité (donc l'isotropie) de l'espace de localisation.

La plupart des travaux visant à la solution du problème de WEBER généralisé conservent l'hypothèse de la "surface de transport", aire continue sur laquelle le coût de transport est isotrope (en d'autres termes, insensible au relief et à l'existence d'axes de transport).

Pour sa part LOSCH casse l'homogénéité en supposant qu'il y a, dans la plaine uniforme, concentration de l'offre mais c'est encore l'hypothèse d'isotropie qui le conduit à assimiler la surface de vente à un cercle puis à en déduire l'emboîtement des hexagones.

Parce qu'elle permet d'élargir la problématique antérieure, la théorie de LOSCH demeure d'un grand intérêt : avec LOSCH, on passe en effet de la localisation de la firme à celle de la branche, ce qui implique l'introduction des interdépendances et de la concurrence spatiales ; parallèlement, on passe d'une surface de demande continue à la discontinuité régulière (la population étant groupée dans des formes équidistantes).

Ces ouvertures conceptuelles annoncent des développements ultérieurs de l'économie spatiale dans lesquels s'inscrit le recours à la théorie des graphes.

Ce n'est pas le goût du paradoxe, mais l'intime conviction, qui nous incite à affirmer que la théorie des graphes est l'une des traductions possibles, en termes de modélisation, de ce que Walter ISARD écrivait de l'économie spatiale réelle à savoir qu'elle est "hautement discontinue".

Le recours à la théorie des graphes en économie spatiale, dont Claude PONSARD est le principal initiateur et l'auteur le plus marquant n'est donc nullement fortuit. Il s'inscrit dans un mouvement général.

A mesure qu'elles s'affinent, nos représentations de l'espace économique nous font en effet passer

- de la continuité à la discontinuité
- de l'isotropie à l'anisotropie
- de la quasi homogénéité initiale à une certaine hétérogénéité.

La pauvreté même du corps d'hypothèses qui est posé en théorie des graphes constitue un atout : on progresse vers plus de réalisme dans la description du substrat spatial.

Deux avancées sont autorisées par l'emploi de la théorie des graphes :

- 1 - l'analyse des flux spatiaux pour laquelle la théorie des graphes constitue un instrument privilégié : flux migratoires alternants ou définitifs, flux de marchandises et de

services, flux de capitaux.

- 2 - l'analyse des structures régionales et spatiales : il s'agit essentiellement du mode d'articulation des sous-ensembles spatiaux qu'induisent ces flux et de la hiérar-chisation des zones et régions.

Certes d'autres questions sont fréquemment posées au spécialiste d'économie spatiale. Mais, pour être partiel, le champ théorique couvert grâce à l'approche en termes de graphes apparaît relativement vaste et fertile (notamment grâce à cette dualité flux-structures).

II - Le graphe spatial : les hypothèses courantes de représentation graphique de l'espace économique.

L'option fondamentale qui est prise lorsqu'on recourt à la théorie des graphes est de considérer l'espace économique comme discontinu, anisotrope et hétérogène.

De manière très générale on suppose aussi que le nombre de lieux économiquement significatifs (lieux d'approvisionnement en inputs et en facteurs, lieux d'écoulement des outputs et marchés, lieux d'implantation possible des unités de production) est fini.

Peut-être cette hypothèse n'est-elle pas absolument indispensable, mais elle présente l'avantage de faciliter considérablement les calculs d'application.

La représentation graphique est évidemment réductrice : elle ramène les aires de demande -en zone urbaine par exemple- et les aires d'implantation potentielle à des points.

Mais le fractionnement de ces aires n'étant pas limité, cette hypothèse est largement préférable au continuum de demande et de localisation.

On se donne également, avec tous les raffinements souhaités, le réseau de transport. Les coûts de la distance, frais de transport notamment, ne sont pas nécessairement proportionnels aux distances géographiques ou à vol d'oiseau.

Les marchés peuvent être considérés comme cloisonnés, mais, dans le cas général, on admet la possibilité d'arbitrage entre marchés à prix différents par transport spéculatif des produits.

Sur cette représentation graphique du substrat spatial, on bâtit le modèle économique en se donnant le plus souvent des fonctions locales de production et des fonctions locales de demande.

Là est sans doute la limite essentielle : la théorie des graphes ne conduit pas -en l'état actuel- à une intégration du spatial et de l'économique mais à une superposition de l'économique sur une formalisation discrète et relativement simple de l'espace physique.

Partant de cette représentation, des résultats intéressants peuvent néanmoins être obtenus, tant en termes de flux qu'en termes de structures.

Nous examinons, de manière non exhaustive, trois types d'approches :

1. les problèmes de transport
2. l'analyse par les graphes qualitatifs
3. l'analyse par les graphes d'influence.

III - Les problèmes de transport.

Les graphes constituent, pour la solution de ces problèmes, un outil de prédilection.

Il existe en fait deux catégories de problèmes de transport

1. les problèmes de transport au sens strict : détermination des débits ou flux à transporter sur chaque arc
2. les problèmes de trafic : organisation du transport effectif des quantités précédemment définies sur chaque ligne comptenu de toutes les circulations déjà existantes sur le réseau (problème difficile souvent résolu par simulation).

Ces problèmes se posent sur un réseau de transport dans lequel il est commode de distinguer :

- les entrées : sommets ne possédant que des arcs divergents (sommets "sources")
- les sorties : sommets ne possédant que des arcs incidents (sommets "puits")
- les autres sommets : "transmetteurs" ou "intermédiaires".

On se donne alors de manière exogène toute une superstructure économique consistant à définir :

- une demande de chaque sommet
- une disponibilité à chaque sommet
- une capacité maximale de chaque arc
- un coût unitaire de transport sur chaque arc

Le flot est l'ensemble des débits sur chaque arc. Il est "compatible" s'il satisfait à toutes les contraintes du réseau (demandes, offres ou disponibilités, capacités maximales).

Sans viser à l'exhaustivité mentionnons cinq problèmes classiques :

- 1°. le problème du chemin optimal (à coût minimal) : il est résolu par l'algorithme de Ford à partir du théorème de Bellmann
- 2°. le problème du flot maximum (transporter une quantité maximale) : il est résolu par l'algorithme de Ford-Fulkerson, par itérations à partir d'un flot compatible quelconque.
- 3°. le problème du transfèrement (flot donné à coût minimal sans limite de capacité) : il est résolu par un marquage du potentiel de chaque sommet combiné à l'algorithme de Ford-Fulkerson.

- 4° le problème de distribution (Flot à coût minimal avec limites de capacités) : il est résolu de la même manière.
- 5° le problème des itinéraires cycliques dit "du voyageur de commerce" qui se rattache aux problèmes d'ordonnancement.

Techniquement ces problèmes appartiennent davantage au domaine de la recherche opérationnelle qu'à celui de l'économie stricto sensu. Ils relèvent de la programmation linéaire ou jouxtent cette méthode.

L'espace est réduit à une infrastructure de transport et les interdépendances spatiales à une circulation de marchandises (ou éventuellement, d'information).

Cette approche n'intègre donc absolument pas l'économique et le spatial, ce qui ne lui retire nullement son caractère précieux pour la solution de problèmes techniques.

IV - L'analyse structurale qualitative.

Nous rangeons sous ce titre toute Méthodologie empruntée à la théorie mathématique des graphes non valués. Des applications ont été faites aux échanges interindustriels..

Mais la transposition spatiale -par exemple interrégionale- ne pose aucun problème.

L'optimum consiste à combiner l'industriel et le spatial, l'inter-industriel et l'interrégional.

Deux notions principales semblent pouvoir être dégagées avant d'indiquer une piste de recherche.

1. L'articulation spatiale.

Si on associe à un système d'échanges spatialisé 1 graphe qualitatif (ou une matrice booléenne), on fait apparaître le squelette des relations d'échanges.

Ce squelette comporte des chemins, des arborescences et des circuits.

On peut alors tenter de réduire le graphe représentatif en concentrant en un seul sommet tout circuit ou ensemble de circuits reliés entre eux.

Le graphe réduit ainsi obtenu permet de définir une éventuelle orientation dominante des échanges, dont la perception est parasitée par les circuits imbriqués du graphe initial.

La classification des sommets du graphe en pôles émetteurs, récepteurs et transmetteurs de flux matériels ou monétaires, ou encore de flux d'influence, permet de définir des composantes simplement ou fortement connexes articulées les unes aux autres.

Ce type d'analyse conduit à des concepts comme la filière et le complexe spatio-industriels, dont l'importance est patente dans l'étude des structures productives spatiales.

La filière correspond à des chemins ou à des arborescences du graphe dont les sommets résultent de la nomenclature spatio-industrielle utilisée.

Quant aux complexes spatio-industriels, il est possible de les retirer aux composantes d'articulation que révèle le graphe.

Enfin, les éléments reliant les parties du graphe ainsi spécifiées peuvent être considérés comme des éléments clés (industries-clés, zones-clés, flux-clés) qui évitent la disconnexion en sous-ensembles autarciques et qui sont donc essentiels dans le tissu spatio-industriel.

2. La hiérarchie spatiale.

Toujours à partir du graphe qualitatif, de multiples procédures de hiérarchisation des sommets peuvent être mises en oeuvre.

Harary, Norma et Cartwright, de même que Bavelas, proposent d'utiliser les notions de centre et de périphérique pour classer les pôles selon leur rayonnement (c'est-à-dire leur caractère d'émetteur d'influence économique) et celles d'anticentre et d'antipériphérique pour caractériser leur degré de sensibilité aux influences reçues.

A partir du graphe réduit, B. Roy insiste plutôt sur l'ordonnement affectant un rang aux pôles en fonction de leur distance aux sources et aux puits.

Ces procédures de hiérarchisation constituent une première approche de la notion de dominance spatio-industrielle essentielle à l'intelligence des asymétries et des disparités de la croissance spatiale et du développement régional (1).

3. Remarque : structure spatiale qualitative, décentralisation et déconcentration.

A notre époque où s'accroissent les pressions tendant à la décentralisation et à la déconcentration des pouvoirs, la théorie des graphes non valués apparaît comme un bon instrument d'appréciation des possibilités d'évolution dans ce sens. En effet, si des unités territoriales dotées de pouvoirs prennent des décisions autonomes, les interrelations entre ces unités, qui ne vivent évidemment pas en autarcie, ont des répercussions en cascade. Le graphe permet alors d'apprécier plus aisément la densité des relations entre les unités territoriales autonomes et de faire apparaître plus clairement les effets directs et indirects des décisions qu'elles prennent.

4. L'analyse structurale quantitative.

Elle comporte deux directions principales :

1° la localisation optimale : le graphe valué est utilisé comme en recherche opérationnelle pour la minimisation des coûts de transport qui constitue la fonction objectif (C. Ponsard, A. Schärliig).

2° "l'espace de production" : le pionnier de ce type d'approche est Claude Ponsard qui a publié en 1969 son "modèle topologique d'équilibre économique interrégional". L'analyse repose sur l'hypothèse que les mécanismes d'input-output (proportionalité des inputs à l'output) jouent non seulement en matière industrielle mais également dans le champ spatial.

(1) cf notamment les recherches dans ce sens de CAMPBELL aux USA et de J. P. FINES pour la région PCA.

L'espace de production est assimilé à un réseau d'échanges à coefficient relativement stables : la substitution spatiale des approvisionnements est donc considérée comme un phénomène d'ampleur limitée.

Cette hypothèse semble réaliste et permet l'obtention de résultats plus riches et plus fins que ceux résultant d'une simple analyse qualitative.

Dans cette optique, je ne mentionnerai que trois voies :

a) la relation binaire entre pôles spatio-industriels est étudiée dans toutes ses dimensions : effet direct et effets de ricochet se superposent. Des calendriers d'influence et d'influence inverse d'un pôle sur un autre peuvent être dressés, l'ensemble des répercussions et amplifications étant pris en compte.

b) les phénomènes de diffusion globale des effets, de dépendance et d'interdépendance peuvent être chiffrés en utilisant des indicateurs tels que le déterminant de la matrice d'influence.

On montre par exemple que ce déterminant est une bonne mesure du degré de rayonnement externe, d'hétéroactivité de la structure (1).

On peut aussi montrer que la différence ($MA_i - A$) entre le produit des déterminants de sous-structures et le déterminant de la structure complète qu'elles constituent est une bonne mesure de l'interdépendance générale entre ces sous-structures. L'articulation spatiale est donc analysée plus en détail.

c) la hiérarchisation des parties devient également plus fiable si l'on accepte des critères simples d'ordonnement comme celui de l'incidence sur l'activité globale d'une augmentation d'activité d'une partie (les multiplicateurs matriciels mesurant ce type d'incidence).

En fait, la démarche idéale consisterait à partir d'une nomenclature à triple entrée :

(1) cf notre article paru dans Economie Appliquée.

- par branches pour serrer d'aussi près que possible les réalités techniques
- par régions ou par zones territoriales pour intégrer la dimension spatiale.
- par groupes industriels pour introduire les phénomènes de pouvoir.

Cette approche tridimensionnelle est amorcée par un premier travail de L. de Mesnard.

La richesse des développements possibles devrait finir par imposer les réformes de la comptabilité nationale qui s'imposent.

Les lacunes en matière d'analyse des pouvoirs économiques réels des groupes industriels et des réalités régionales et spatiales sont en effet patentées.

En l'absence d'évaluation des échanges interindustriels dans un tableau à triple entrée (branches techniques, groupes industriels, régions ou zones territoriales) le modèle ne peut pas être nourri, ce qui ne signifie pas qu'il faille l'abandonner car son pouvoir explicatif est sans aucun doute bien supérieur à celui de la matrice des seules consommations intermédiaires qui nous est aujourd'hui fournie.

5. Dépasser la théorie des graphes

Avant de marquer les limites de l'analyse en termes de graphes, il est nécessaire de souligner à nouveau que son introduction s'inscrit en droite ligne dans la trajectoire intellectuelle des économistes spatiaux visant à alléger et à rendre plus réalistes les hypothèses de départ.

Le débat sur le réalisme des modèles est un débat éternel de la science économique. Un consensus peut-il s'établir sur le point de vue d'Allais ?

" Toute théorie est nécessairement approximative et le caractère approximatif d'une théorie ne constitue par un défaut en soi.

La seule condition impérative qu'on peut valablement exiger d'une théorie, c'est qu'elle ne déforme pas la réalité au point d'en changer la nature."

Allais reprend ainsi ce qu'écrivait déjà Lösch :

"La théorie n'est pas inutile parce qu'elle simplifie ; elle est inutile seulement si elle ne va pas à l'essentiel ou si elle simplifie plus qu'il n'est nécessaire."

Peut-on alors avancer que la représentation de l'espace par la théorie des graphes est réaliste ?

Une remarque technique peut d'abord être formulée : "l'économie spatiale graphique" se fonde toujours sur une nomenclature des sommets, à laquelle elle est éminemment sensible. L'hypothèse la plus implicite mais sans doute la plus lourde de conséquences est le choix préalable de la nomenclature spatio-industrielle.

Quant au fond, la réponse à la question du réalisme pourrait tenir en deux réflexions contradictoires :

- parce qu'elle repose sur des hypothèses pauvres, "l'économie spatiale graphique" ne distord que faiblement la réalité dont elle rend compte.

- mais, ipso facto, elle ne donne qu'une discription pauvre, c'est-à-dire partielle, de la réalité.

La théorie des graphes est plus appropriée à la représentation du substrat spatial, de nature physique qu'à celle de l'espace économique dans son ensemble.

De ce dernier, elle donne une vision intéressante en termes de flux et de structures des réseaux.

Mais on voit mal comment elle pourrait rendre simultanément compte de l'allocation de l'espace, des mutations dans cette allocation, des conflits pour l'appropriation de l'espace et des rentes, des réalités complexes de la ville et des zones périurbaines.

Parce qu'il est proche du réseau technique de transport, le graphe donne une représentation un peu désincarnée de l'espace économique dont il mésestime quelque peu les dimensions sociologiques et humaines.

La théorie des graphes est donc une approche partielle mais précieuse. Elle ne constitue pas une nouvelle théorie générale de l'espace économique.