



HAL
open science

Modélisation paramétrique d'un inducteur de magnétoformage par la Proper Generalized Decomposition

Thomas Heuzé, Adrien Leygue, Guillaume Racineux, Francisco Chinesta

► **To cite this version:**

Thomas Heuzé, Adrien Leygue, Guillaume Racineux, Francisco Chinesta. Modélisation paramétrique d'un inducteur de magnétoformage par la Proper Generalized Decomposition. 11eme Colloque National en Calcul des Structures, May 2013, Giens, France. hal-01524597

HAL Id: hal-01524597

<https://hal.science/hal-01524597>

Submitted on 18 May 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Modélisation paramétrique d'un inducteur de magnétoformage par la Proper Generalized Decomposition

T. Heuzé¹, A. Leygue¹, G. Racineux¹, F. Chinesta¹

¹ LUNAM Université, GeM, UMR CNRS 6183, Ecole Centrale de Nantes, Université de Nantes, France
{thomas.heuze, adrien.leygue, guillaume.racineux, francisco.chinesta}@ec-nantes.fr

Résumé — L'objet de cette étude est de développer un outil numérique dédié à l'optimisation de la conception de l'inducteur en formage par impulsion magnétique. Cet outil doit permettre d'optimiser les paramètres du générateur et/ou la géométrie de l'inducteur en fonction du chargement mécanique nécessaire pour former la pièce, en résolvant les équations de la magnétodynamique. À cet effet, on tire profit de la Proper Generalized Decomposition (PGD) qui permet une résolution paramétrique en intégrant les paramètres d'optimisation comme coordonnées supplémentaires de l'analyse. On montre dans un premier temps une résolution effectuée avec une paramétrisation du courant de décharge, puis dans un second temps une paramétrisation de la géométrie en considérant une structure multi-couches dont les épaisseurs sont incluses comme des dimensions supplémentaires au problème.

Mots clés — PGD, Magnétodynamique, modélisation paramétrique

1 Introduction

Cette étude s'inscrit dans le cadre du formage par impulsion magnétique, qui permet une mise en forme des matériaux métalliques à grandes vitesses de déformation. Ce type de procédé permet d'une part de repousser les limites de formabilité obtenues avec un chargement quasi-statique, et d'autre part de réduire la formation de plis et de fortement limiter le retour élastique [1]. Aussi, ce type de procédé présente un intérêt industriel certain pour la réduction de poids et pour la conception de pièces à géométrie complexe ou d'assemblages multi-matériaux.

La maîtrise de la mise en oeuvre de ces procédés nécessite la connaissance du domaine de validité d'un certain nombre de paramètres inhérents au procédé, ces derniers étant bien souvent déterminés par le savoir-faire accumulé de l'opérateur. La simulation numérique est à ce titre un outil performant pour explorer un espace paramétrique, et permet donc de limiter une démarche essai/erreur plus coûteuse.

Les simulations menées doivent intégrer différents paramètres (géométriques, matériaux, procédés, etc). Des analyses paramétriques permettent d'améliorer la mise en oeuvre de ces procédés, et conduisent à la définition de problèmes d'optimisation sur l'espace généré par l'ensemble des paramètres d'intérêt, qui peuvent très vite s'avérer coûteux en temps de calcul. Le coût numérique souvent exorbitant de l'optimisation réside dans la résolution d'un calcul direct pour chaque jeu de paramètres donné afin d'évaluer la fonction coût et son optimalité [2], ce qui limite bien souvent le nombre de paramètres et la taille du problème envisagés dans l'analyse.

L'objet de cette étude est de développer un outil numérique dédié à l'optimisation de la conception de l'inducteur en formage par impulsion magnétique. Cet outil doit permettre d'optimiser les paramètres du générateur et/ou la géométrie de l'inducteur en fonction du chargement mécanique nécessaire pour former la pièce. L'analyse se concentre ici sur le calcul du chargement mécanique généré dans une pièce à former à partir d'un courant déchargé dans l'inducteur (régie par les équations de la magnétodynamique). Afin de limiter le coût de calcul de la phase d'optimisation, on tire profit de la Proper Generalized Decomposition (PGD) [3, 4, 5, 6, 7] qui permet une résolution paramétrique en intégrant les paramètres d'optimisation comme coordonnées supplémentaires de l'analyse. En conséquence, l'évaluation de la fonction coût pour un jeu de paramètres donné ne nécessite plus la mise en oeuvre d'un calcul direct, l'effort de calcul ayant déjà été fourni en amont de la phase d'optimisation. Aussi, le processus d'optimisation se réduit à un post-traitement de la solution multidimensionnelle. Dans le cas des

procédés de formage par impulsion magnétique, on envisage dans un premier temps une paramétrisation du courant de décharge au travers du temps de décroissance τ et de sa pulsation ω , c'est-à-dire de la chaîne générateur-bobine. Une paramétrisation de la géométrie du système pièce à former - bobine magnétique est par la suite mise en oeuvre en considérant une structure multi-couches dont l'épaisseur des couches sont incluses comme des dimensions supplémentaires au problème, ce dernier présentant alors huit dimensions. La PGD est ici utilisée comme un outil dédié servant à construire une abaque numérique pouvant être implémentée dans une tablette numérique à destination de l'opérateur.

La PGD a déjà été utilisée dans le cadre de l'analyse paramétrique pour la résolution de problèmes thermique, en prenant en compte des paramètres géométriques [8], matériau [9] ou associés aux conditions aux limites [10, 11], en élasticité [7], en rhéologie et théorie cinétique [5] et pour le calcul stochastique [12]. Elle a d'autre part été utilisée pour la magnétodynamique [13], sans pour autant utiliser toutes ses possibilités, et dans un autre contexte que celui de l'analyse paramétrique et du formage par impulsion magnétique.

Dans ce papier, on présente tout d'abord le procédé de magnéto-sertissage et le modèle envisagé dans la section 2. On rappelle ensuite le principe de la PGD dans la section 3, puis on détaille le paramétrage du modèle en fonction des paramètres de chargement dans la section 4 et en fonction de la géométrie dans la section 5.

2 Le magnéto-sertissage

2.1 Principes

D'une façon générale, les procédés de formage par impulsion électromagnétique utilise comme « outil » une bobine magnétique. Le procédé consiste à décharger un condensateur dans une bobine et générer ainsi un courant oscillant de forte intensité (figure 1(a)). Par induction magnétique des courants de Foucault sont alors induits dans la pièce à former. L'interaction de ces courants induits avec le champ magnétique oscillant créé par la bobine vont alors créer des forces de répulsion intenses (les forces de Lorentz), entre la bobine et la pièce à former. Le chargement mécanique intense et bref généré permet d'accélérer et de déformer la matière jusqu'à ce que celle-ci épouse une empreinte, donnant la géométrie souhaitée de la pièce.

Le magnéto-sertissage apparaît comme un cas particulier des procédés de formage par impulsion électromagnétique ; cette configuration est obtenue lorsqu'on souhaite assembler une bague (la pièce à former) et un arbre (figure 1(b)), traditionnellement de sections circulaires. La matière est accélérée et se déforme jusqu'à rentrer en contact avec l'arbre, réalisant ainsi le sertissage.

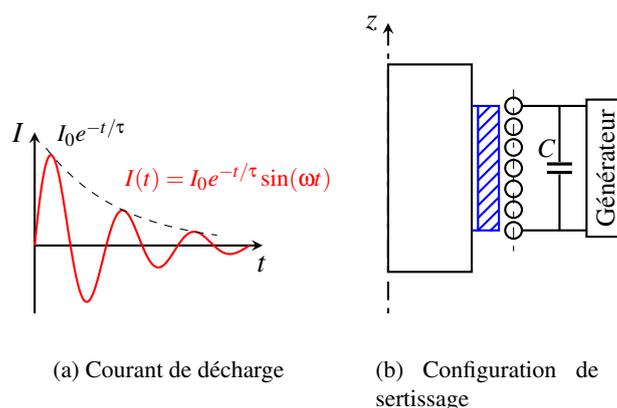


Fig. 1 – Procédé de magnéto-sertissage

2.2 Modélisation

Le magnéto-sertissage, et de façon plus générale les procédés de formage par impulsion électromagnétique, sont des problèmes multiphysiques et font intervenir des phénomènes électromagnétiques,

thermiques et mécaniques qui se combinent au cours du procédé ; les phénomènes électromagnétiques permettent de générer le chargement mécanique entraînant la déformation de la pièce à former, qui s'échauffe à cause des dissipations mécanique et électrique. De nombreux auteurs ont déjà étudié la formulation de ce problème couplé [14, 15] et sa résolution numérique dans le cas d'applications au formage électromagnétique [14, 15, 16].

Cependant pour ce type d'applications, tous les couplages entre les différentes physiques ne sont pas activés ; aussi il est possible d'effectuer quelques hypothèses pour simplifier la modélisation : (i) les fréquences mises en jeu lors de ces procédés étant relativement faibles, il est raisonnable de négliger les courants de déplacement, ceci donne lieu aux équations de la magnétodynamique, (ii) les effets thermiques peuvent être omis de l'analyse en première approximation en observant un rapport des temps caractéristiques des phénomènes magnétiques et thermiques de l'ordre de $5 \cdot 10^{-3}$ pour un aluminium classique, et (iii) on observe expérimentalement que les phénomènes mécaniques sont en retard par rapport aux phénomènes magnétiques, on peut alors considérer un couplage faible magnétodynamique-mécanique, voire complètement découpler les deux physiques.

L'analyse conduite ici s'inscrit donc dans le cadre de l'hypothèse de découplage des différentes physiques ($\tau_{elec} \ll \tau_{meca} \ll \tau_{th}$). Le chargement mécanique généré dans la pièce à former est calculé à partir de la résolution des équations de la magnétodynamique sur la configuration présentée sur la figure 2 : une bobine de champ magnétique entoure la pièce à former tubulaire, le tout étant plongé dans un domaine représentant l'air environnant. On néglige ici l'hélicité du système. Il est classique d'utiliser

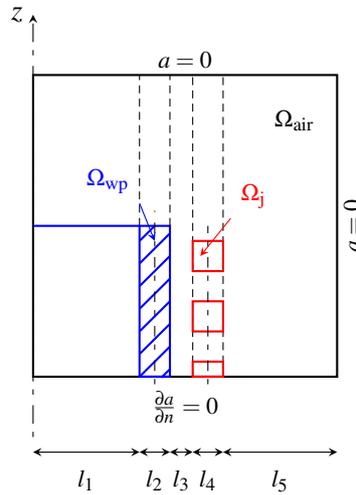


Fig. 2 – Géométrie et paramétrisation du problème

une formulation en potentiel vecteur magnétique [1, 14, 15, 16] en écrivant :

$$\mathbf{b} = \text{rot } \mathbf{a} \quad (1)$$

où \mathbf{b} est l'induction magnétique et \mathbf{a} le potentiel vecteur magnétique. Dans le cas d'une formulation bidimensionnelle axisymétrique, seule la composante orthoradiale du potentiel vecteur magnétique est non nulle :

$$\mathbf{a} = a\mathbf{e}_\theta \quad (2)$$

La conservation de la charge et la jauge de Coulomb sont automatiquement satisfaites, aussi le problème aux limites s'écrit :

$$\begin{aligned} \sigma \frac{\partial a}{\partial t} &= \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 a}{\partial r^2} - \frac{a}{r^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial z^2} \right) + j_0 & \forall \mathbf{x} \in \Omega \\ a &= 0 & \forall \mathbf{x} \in \Gamma_0 \\ \frac{\partial a}{\partial n} &= 0 & \forall \mathbf{x} \in \Gamma_1 \end{aligned} \quad (3)$$

où σ est la conductivité électrique (nulle dans l'air) et μ est la perméabilité magnétique du milieu. Étant donnés les matériaux envisagés pour cette étude (bobine en cuivre et pièce en aluminium), la perméabilité

magnétique est constante et égale à la perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ S.I. Par conséquent, le problème (3) est linéaire. Une condition de Dirichlet homogène est prescrite sur le bord extérieur du domaine constitué d'air et une condition de symétrie permet de restreindre le domaine d'étude. Enfin, une densité de courant $\mathbf{j}_0 = j_0 \mathbf{e}_\theta$ est imposée dans la bobine. Les forces de Lorentz générées sont calculées en post-traitement à partir de l'induction magnétique et du courant induit $\mathbf{j} = -\sigma \partial \mathbf{a} / \partial t$ dans les composants :

$$\mathbf{f} = \mathbf{j} \times \mathbf{b} \quad (4)$$

3 La PGD

La Proper Generalized Decomposition (PGD) [3, 4, 5, 6, 7] est une méthode consistant à rechercher la solution du problème aux limites sous forme séparée, c'est-à-dire sous la forme d'une somme de produits de fonctions. Considérant un champ u dépendant de d coordonnées $(x_1, \dots, x_d) \in (\Omega_1 \times \dots \times \Omega_d)$, cette approximation s'écrit :

$$u(x_1, \dots, x_d) \simeq \sum_{i=1}^N \prod_{j=1}^d X_i^{(j)}(x_j) \quad (5)$$

Autrement dit, si on discrétise chacune des dimensions x_j sur un maillage unidimensionnel de N_j noeuds, on peut observer que $\mathbf{x}_i^{(j)} \in \mathbb{R}^{N_j}$ représente le vecteur de composantes $X_i^{(j)}(x_k^{(j)})$, avec $1 \leq k \leq N_j$ et $1 \leq j \leq d$, de sorte que (5) puisse se réécrire sous la forme d'une somme de produits de tenseurs d'ordre un :

$$\mathbf{u} \simeq \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i^{(1)} \otimes \dots \otimes \mathbf{x}_i^{(d)} \quad (6)$$

Tout l'intérêt de la PGD réside dans le fait de construire l'approximation dans une base de produits de tenseurs, ce qui permet de travailler avec des fonctions (des polynômes en général) d'une seule variable, et donc que le coût de calcul varie linéairement en fonction de la dimensionnalité du problème, et plus en puissance de cette dimensionnalité comme c'est le cas avec les méthodes classiques.

La résolution par la PGD s'appuie sur la forme faible multidimensionnelle du problème aux limites ; dans le cas de la magnétodynamique, la forme faible du problème (3) s'écrit dans le cas où m paramètres additionnels sont pris en compte :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Étant donné la densité de courant } j_0 \in \Omega_j, \\ \text{Trouver } a \in \mathcal{A}_{\text{ad}}, \text{ dans } (\Omega_r \times \Omega_z \times \Omega_t \times \Omega_1 \times \dots \times \Omega_m) \text{ tel que, } \forall a^* \in \mathcal{A}_{\text{ad}}^0 \\ \int \dots \int_{\Omega_t} \int_{\Omega_r} \int_{\Omega_z} \int_{\Omega_1} \dots \int_{\Omega_m} \left(\sigma \frac{\partial a}{\partial t} a^* + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial a}{\partial r} \frac{\partial a^*}{\partial r} + \frac{aa^*}{r^2} + \frac{\partial a}{\partial z} \frac{\partial a^*}{\partial z} \right) - j_0 a^* \right) r dr dz dt dx_1 \dots dx_m = 0 \\ a(r, z, t = 0) = a_0 \end{array} \right. \quad (7)$$

La résolution procède par enrichissements successifs ; on suppose que la solution au mode n est connue et on cherche à enrichir la solution en calculant le mode $n + 1$:

$$a^{n+1} = a^n + T(t)R(r)Z(z) \prod_{i=1}^m X_i(x_i) \quad (8)$$

Le champ test peut d'autre part être choisi de la forme suivante :

$$a^* = T^*R(r)Z(z) \prod_{i=1}^m X_i(x_i) + \dots + T(t)R(r)Z(z) \prod_{i=1}^{m-1} X_i(x_i) X_m^*(x_m) \quad (9)$$

Avec les champs (8) et (9), le problème (7) devient non linéaire. De ce point de vue, la PGD est une méthode qui transforme un problème linéaire en une séquence de problèmes non linéaires. Aussi, la résolution s'effectue de façon itérative au travers d'un algorithme de point fixe, le calcul de chacune des fonctions à l'enrichissement $n + 1$ se faisant de façon alternée à l'intérieur du point fixe.

4 Paramétrage du chargement

4.1 Formulation

Pour paramétrer le chargement, l'utilisateur est amené à définir les valeurs de charge U_0 des condensateurs, leur capacité C , la résistance R et l'inductance L de la chaîne générateur-bobine. Le courant de décharge s'exprime comme une sinusoïde amortie, solution du circuit RLC associé :

$$I(t) = I_0 e^{-t/\tau} \sin(\omega t) \quad (10)$$

Aussi, il est commode de choisir comme paramètres de la solution la pulsation ω et le temps de décroissance τ , le problème étant linéaire I_0 n'a pas besoin d'être paramétré. Ces paramètres peuvent être reliés directement aux données d'entrée caractérisant le générateur par les relations usuelles [1] :

$$I_0 = \frac{U_0}{L\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}, \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \tau = \frac{2L}{R} \quad (11)$$

Aussi, l'approximation PGD de la solution du problème (7), ici à cinq dimensions, s'écrit avec deux paramètres additionnels :

$$a(t, r, z, \tau, \omega) \simeq \sum_{i=1}^N T_i(t) R_i(r) Z_i(z) \tau_i(\tau) \Omega_i(\omega) \quad (12)$$

Une condition nécessaire pour chercher l'approximation sous la forme (12) est de pouvoir exprimer les données du problème sous forme séparée, on est donc conduit à chercher une expression de la densité du courant de décharge sous la forme :

$$j_0(t, \tau, \omega) = \sum_{i=1}^{N_{j_0}} T_i(t) \tau_i(\tau) \Omega_i(\omega) \quad (13)$$

Une possibilité parmi d'autres d'exprimer le courant de décharge (10) sous forme séparée (13) est de formuler un problème PGD sous la forme suivante :

$$\mathcal{I} \left(\sum_{i=1}^{N_{j_0}} T_i(t) \tau_i(\tau) \Omega_i(\omega) \right) = f(t, \tau, \omega); \quad \text{avec } f(t, \tau, \omega) = \sum_{j=1}^{N_f} f_t^j f_\tau^j f_\omega^j \quad (14)$$

$$\begin{aligned} f_t^j &= (I_0/S) \delta(t - t_j) \\ f_\tau^j &= \exp(-t_j/\tau) \\ f_\omega^j &= \sin(\omega t_j) \end{aligned}$$

avec \mathcal{I} l'opérateur identité. Le second membre est simplement construit comme une évaluation par échantillonnage sur le maillage temporel du courant de décharge (10) divisé par la section des enroulements de la bobine de champ magnétique. La résolution du problème magnétodynamique avec le paramétrage du courant de décharge est alors effectué comme établi à la section 3.

4.2 Résultats

Le tableau 1 résume les données d'entrée du problème. La décomposition du courant de décharge sous forme séparée (14) est effectuée en 50 modes pour atteindre un résidu normé de 10^{-3} , chacun étant calculé en moyenne en une centaine d'itérations de point fixe pour une convergence en résidu normé de 10^{-8} ; le calcul dure 10 secondes. L'analyse magnétodynamique avec ce chargement nécessite environ une heure de calcul et 200 modes pour atteindre un résidu normé de 10^{-2} .

Les figures 3(a) et 3(b) présentent la norme des forces de Lorentz (4) générées respectivement sur la pièce à former et sur les enroulement de la bobine en fonction du temps de décroissance du courant de décharge. Le post-traitement utilise ici le plugin développé par F. Bordeu [17], permettant l'export au format pxdmf vers le logiciel Paraview. On peut vérifier que les efforts croissent quand l'amplitude du premier pic du courant de décharge (10) augmente avec τ . La PGD permet la construction d'une solution multidimensionnelle, le processus d'optimisation se réduit alors simplement à un post-traitement de cette solution.

Coordonnées	Nombre de noeuds	Domaine	Conductivité électrique
$t \in [0, 450] \mu\text{s}$	225	workpiece (alu)	$\sigma_{\text{wp}} = 37.7 \cdot 10^6 \text{ S.m}^{-1}$
$r \in [0, 20 \cdot 10^{-3}] \text{ m}$	200	bobine (cuivre)	$\sigma_{\text{coil}} = 59.6 \cdot 10^6 \text{ S.m}^{-1}$
$z \in [0, 20 \cdot 10^{-3}] \text{ m}$	200	Autres données	Valeurs
$\tau \in [50, 450] \mu\text{s}$	50	I_0	30000 A
$\omega \in [1 \cdot 10^4, 6 \cdot 10^4] \text{ rd.s}^{-1}$	60		

Tableau 1 – Données du problème

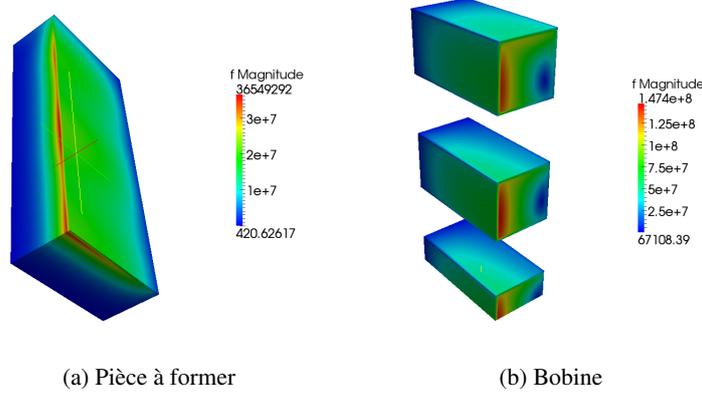


Fig. 3 – Forces de Lorentz générées en fonction du temps de décroissance $\tau \in [50, 450] \mu\text{s}$

5 Paramétrage de la géométrie

5.1 Formulation

On considère à présent le problème (7) paramétré avec cinq longueurs dénommées l_1 à l_5 , représentant l'épaisseur des différentes couches de la configuration représentée sur la figure 2 ; le problème présente huit dimensions. Le domaine associé à la coordonnée radiale est alors projeté sur un domaine parent fixe pour chaque couche, auxquels on associe la coordonnée s_j , de sorte que :

$$\Omega_r = \bigcup_{j=1}^m \Omega_{s_j} = \left[0, \sum_{j=1}^m s_j \right] \quad (15)$$

Le changement de variable suivant est alors défini par couche dans la structure :

$$r(s, l_1, \dots, l_m) = \sum_{p < j} l_p + l_j(s - (j - 1)); \quad j - 1 \leq s \leq j \quad (16)$$

L'approximation PGD est réalisée sur le domaine parent, en prenant en compte les coordonnées additionnelles ; le champ test est défini de façon analogue à (9) :

$$\begin{aligned} a^{n+1} &= a^n + T(t)S(s)Z(z) \prod_{i=1}^m L_i(l_i) \\ a^* &= T^*(t)S(s)Z(z) \prod_{i=1}^m L_i(l_i) + \dots + T(t)S(s)Z(z) \prod_{i=1}^{m-1} L_i(l_i) L_m^*(l_m) \end{aligned} \quad (17)$$

Le changement de variable (16) implique que les quantités intégrales intervenant dans la forme faible (7) s'expriment à présent de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_t} \int \dots \int_{\Omega_{l_1}} \int_{\Omega_z} \int_{\Omega_r} (\dots) r dr dz dl_1 \dots dl_m dt = \\ \int_{\Omega_t} \int \dots \int_{\Omega_{l_1}} \int_{\Omega_z} \left(\sum_{j=1}^m \int_{\Omega_{s_j}} (\dots) \left(\sum_{p < j} l_p + l_j(s - (j - 1)) \right) l_j ds \right) dz dl_1 \dots dl_m dt \end{aligned} \quad (18)$$

Le jacobien associé aux coordonnées cylindriques fait explicitement intervenir le changement de variable (16) dans l'intégrand, le jacobien de la transformation sur le domaine parent se calcule quant à lui aisément comme $\partial r(s, l_1, \dots, l_m) / \partial s = l_j$, pour $j - 1 \leq s \leq j$. On explicite ci-dessous une partie du calcul du terme faisant intervenir la dérivée par rapport à la coordonnée radiale de la forme faible (7), avec le premier terme du champ test (17)₂, en notant $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\Omega_{x_i}}$ le produit dans $L^2(\Omega_{x_i})$:

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega_t} \int \dots \int_{\Omega_{l_i}} \int_{\Omega_z} \int_{\Omega_r} \frac{1}{\mu} \frac{\partial a}{\partial r} \frac{\partial a^*}{\partial r} r dr dz dl_1 \dots dl_n dt = \dots \\
& = \sum_{j=1}^m \sum_{p < j} \langle T, T^* \rangle_{\Omega_t} \langle (1/\mu) S', S' \rangle_{\Omega_{s_j}} \langle Z, Z \rangle_{\Omega_z} \prod_{i=1}^m \langle \mathcal{H}(l_p) \mathcal{H}(l_j^{-1}) L_i, L_i^* \rangle_{\Omega_{l_i}} \\
& + \sum_{j=1}^m \langle T, T^* \rangle_{\Omega_t} \langle (s - (j - 1)) S, S \rangle_{\Omega_{s_j}} \langle Z, Z \rangle_{\Omega_z} \prod_{i=1}^m \langle L_i, L_i \rangle_{\Omega_{l_i}} + \dots
\end{aligned} \tag{19}$$

où la fonction $\mathcal{H}(l_p)$ est une fonction présence qui vaut l_p si $p = i$, 1 sinon. On observe que le nombre d'opérateurs croît en $O(m^2)$ pour une structure constituée de m couches dans un cas axisymétrique. Ceci provient du jacobien associé aux coordonnées cylindriques déjà présent dans la forme faible du problème (7), et complexifie le calcul par rapport à un cas bidimensionnel classique [8]. Les mêmes développements sont effectués pour les autres termes de (7) et pour les autres termes du champ test (17). Une attention particulière doit toutefois être portée au terme aa^*/r qui doit être exprimé sous forme séparable et ne doit pas être évalué en zéro.

5.2 Résultats

La figure 4 résume les données d'entrée du problème. Le calcul dure environ deux heures et nécessite 40 modes pour atteindre un résidu normé de 10^{-2} . La figure 5 présente le tracé des forces de Lorentz sur la pièce à former en fonction de son épaisseur l_2 , on observe qu'il est possible de trouver une configuration optimale si on souhaite maximiser ces efforts. Les figures 6(a) et 6(b) présentent les isovaleurs de ces forces au pic d'intensité pour deux valeurs différentes d'écart entre la bobine et la pièce à former. On observe comme on pouvait s'y attendre des efforts plus importants sur la pièce lorsque celle-ci est plus proche de la bobine. L'outil numérique ainsi construit ouvre à présent la possibilité de mettre en oeuvre des problèmes d'optimisation à un coût de calcul relativement raisonnable.

Coordonnées		Nb noeuds
$t \in [0, 300] \mu\text{s}$		100
$s_j \in [j - 1, j], \forall j = 1, 5$		50
$z \in [0, 20 \cdot 10^{-3}] \text{ m}$		61
$l_i \in [2 \cdot 10^{-3}, 7 \cdot 10^{-3}] \text{ m}, \forall i = 1, 5$		5
τ	140 μs	
ω	$5 \cdot 10^4 \text{ rd.s}^{-1}$	

Fig. 4 – Données du problème.

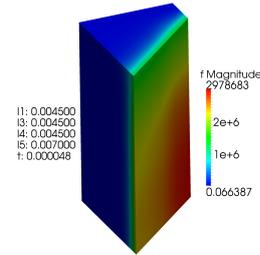


Fig. 5 – Forces de Lorentz générées sur la workpiece en fonction de son épaisseur l_2 .

6 Conclusion

La PGD s'avère être une méthode particulièrement attractive notamment lorsqu'on souhaite mener des analyses paramétriques. L'ajout de coordonnées supplémentaires à la solution permet de gérer des problèmes de grande dimensionnalité, et de considérablement réduire le coût d'une phase d'optimisation ultérieure. On a montré ici dans le contexte du formage par impulsion magnétique une solution contenant le paramétrage du courant de décharge ou de la géométrie du système, le problème possédant huit dimensions dans ce dernier cas. L'outil numérique construit peut à présent permettre d'optimiser la conception de l'inducteur afin d'améliorer la mise en oeuvre du procédé.

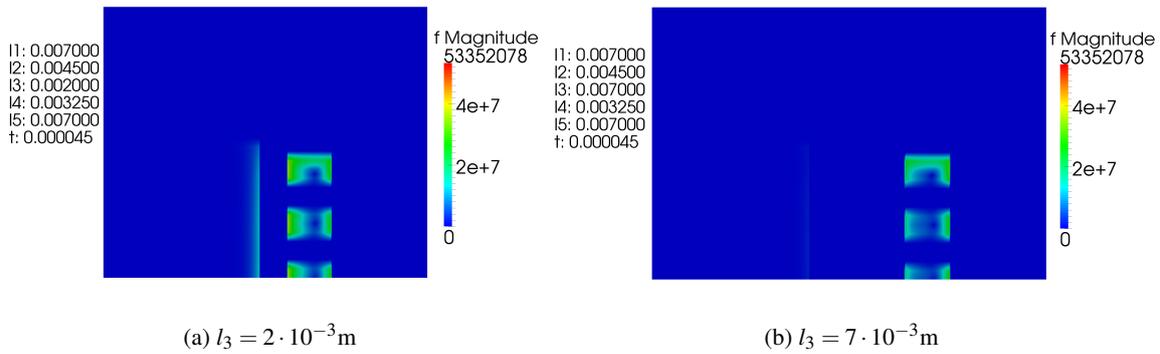


Fig. 6 – Forces de Lorentz générées en fonction du gap entre la pièce à former et la bobine

Références

- [1] V. Psyk, D. Rich, B.L. Kinsey, A.E. Tekkaya, M. Kleiner. *Electromagnetic metal forming - A review*, Journal of Materials Processing Technology, 211, 787-829, 2011.
- [2] J.S. Arora, Q. Wang. *Review of formulations for structural and mechanical system optimization*. Structural and Multidisciplinary Optimization, 30(4), 251-272, 2005.
- [3] D. Ryckelynck, F. Chinesta, E. Cueto, A. Ammar. *On the a priori Model Reduction : Overview and Recent Developments*, Archives of Computational methods in Engineering, 13 (1), 91-128, 2006.
- [4] F. Chinesta, A. Ammar, E. Cueto. *Recent Advances and New Challenges in the Use of the Proper Generalized Decomposition for Solving Multidimensional Models*, Archives of Computational methods in Engineering, 17 (4), 327-350, 2010.
- [5] A. Ammar, M. Normandin, F. Daim, D. Gonzalez, E. Cueto, F. Chinesta. *Non incremental strategies based on separated representations : applications in computational rheology*, Communications in Mathematical Sciences, 8 (3), 671-695, 2010.
- [6] A. Nouy. *A priori model reduction through Proper Generalized Decomposition for solving time-dependent partial differential equations*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 199(23-24), 1603-1626, 2010.
- [7] F. Chinesta, A. Leygue, F. Bordeu, J.V. Aguado, E. Cueto, D. Gonzalez, I. Alfaro, A. Ammar, A. Huerta. *PGD-Based Computational Vademecum for Efficient Design, Optimization and Control*, Archives of Computational Methods in Engineering, online, 2013.
- [8] A. Leygue, E. Verron. *A first step towards the use of Proper General Decomposition. Methods for structural optimization*, Archives of Computational Methods in Engineering, 17, 465-472, 2010.
- [9] C. Heyberger, P.A. Boucard, D. Néron. *Multiparametric analysis within the Proper Generalized Decomposition framework*, Computational Mechanics, 49, 277-289, 2012.
- [10] C. Ghnatios, F. Chinesta, E. Cueto, A. Leygue, A. Poitou, P. Breitkopf, P. Villon. *Methodological approach to efficient modeling and optimization of thermal processes taking place in a die : Application to pultrusion*, Composites Part A : Applied Science and Manufacturing, 42(9), 1169-1178, 2011.
- [11] C. Ghnatios, F. Masson, A. Huerta, A. Leygue, E. Cueto, F. Chinesta. *Proper Generalized Decomposition based dynamic data-driven control of thermal processes*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 29-41, 213-216, 2012.
- [12] A. Nouy. *Proper Generalized Decompositions and Separated Representations for the Numerical Solution of High Dimensional Stochastic Problems*, Archives of Computational Methods in Engineering, 17, 403-434, 2010.
- [13] T. Henneron, S. Clénet. *Proper Generalized Decomposition method to solve Quasi Static Field Problems*, COMPUMAG2011, 7/2011.
- [14] J.D. Thomas, N. Triantafyllidis. *On electromagnetic forming processes in finitely strained solids : Theory and examples*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 57, 1391-1416, 2009.
- [15] B. Svendsen, T. Chanda. *Continuum thermodynamic formulation of models for electromagnetic thermoelastic solids with application in electromagnetic metal forming*, Continuum Mechanics and Thermodynamics, 17(1), 1-16, 2005.
- [16] V. Robin, E. Feulvarch, J.M. Bergheau. *Modélisation tridimensionnelle du procédé de mise en forme électromagnétique*. Mécanique & Industries, 9(02), 133-138, 2008.
- [17] F. Bordeu. *PXDMF Tools for ParaView 3.98.1, Version 1.5.0*. rom.research-centrale-nantes.com/.