



**HAL**  
open science

## Endommagement anisotrope avec effet retard pour le calcul de structures en béton

Fabrice Gatuingt, Rodrigue Desmorat, Marion Chambart, Didier Combescure,  
Daniel Guilbaud

► **To cite this version:**

Fabrice Gatuingt, Rodrigue Desmorat, Marion Chambart, Didier Combescure, Daniel Guilbaud. Endommagement anisotrope avec effet retard pour le calcul de structures en béton. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01517615

**HAL Id: hal-01517615**

**<https://hal.science/hal-01517615>**

Submitted on 3 May 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

---

# Endommagement anisotrope avec effet retard pour le calcul de structures en béton

**Fabrice Gatuingt\*, Rodrigue Desmorat\*, Marion Chambart\*†, Didier Combescure† et Daniel Guilbaud†**

\* LMT, ENS Cachan, 61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan, France

† DMT/SEMT/DYN, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette cedex

gatuingt@lmt.ens-cachan.fr

---

*RÉSUMÉ.* Lors d'un chargement de dynamique transitoire sur une structure en béton, il n'est pas rare d'avoir des réflexions d'ondes de compression qui en devenant des ondes de traction peuvent provoquer la rupture. La dissymétrie du comportement joue alors un rôle majeur, dissymétrie principalement due à l'endommagement anisotrope induit. Nous considérerons donc un modèle d'endommagement pour le béton, 3D, capable de représenter cette dissymétrie et adapté aux chargements dynamiques. Nous considérerons une variable d'endommagement tensorielle d'ordre 2,  $\mathbf{D}$ , avec une loi d'évolution proportionnelle à la partie positive du tenseur des déformations. Le travail présenté ici traite plus particulièrement de la régularisation visqueuse du modèle d'endommagement anisotrope proposé ainsi que son traitement numérique. Un exemple de calcul de structure montre la pertinence et l'efficacité du modèle.

*ABSTRACT.* High dynamic loadings lead to material degradation and structural failure. This is even more the case for concrete structures where the parts initially in compression break in tension due to waves propagation and reflection. The dissymmetry of the material behavior plays a major role in such cases, dissymmetry mainly due to damage induced anisotropy. Loading induced damage is most often anisotropic and one proposes here to take advantage of such a feature to build a damage model for concrete, dissymmetric in tension and in compression, 3D, suitable for dynamic computations. A single 2nd order tensorial damage variable  $\mathbf{D}$  is considered with a damage law ensuring a damage rate proportional to the square of the positive part of the strain tensor. One focus in the present work on viscous regularizations for the anisotropic damage model proposed, regularizations of Norton-Perzyna type. Numerical examples of dynamic failures illustrate the ability and the efficiency of the model to deal with 3D structures.

*MOTS-CLÉS :* endommagement, effet retard, anisotropie induite, béton, impact

*KEYWORDS:* damage, delay-damage, induced anisotropy, concrete, impact

---

## 1. Introduction

Les lois d'endommagement ont pour caractéristique de présenter un caractère adoucissant du comportement ce qui conduit à des difficultés numériques liées au phénomène de localisation des déformations ainsi qu'une dépendance pathologique au maillage lors de calculs de structures. On obtient ainsi une bande de localisation de l'endommagement qui a pour épaisseur la distance entre points de Gauss, épaisseur qui tend vers zéro à mesure que l'on raffine le maillage. De nombreux auteurs ont traité de ce problème par le passé [PIJ 87, deB 91] en introduisant une longueur interne conduisant à une épaisseur non nulle pour la bande de localisation, une modélisation complexe et lourde à mettre en œuvre numériquement, tandis que des modèles plus simples [DUB 94, ALL 97] introduisent un endommagement "visqueux", ce qui régularise le problème.

Pour de nombreux modèles d'endommagement et de plasticité, le domaine élastique est défini par l'introduction d'une fonction critère  $f$  telle que  $f < 0$  correspond aux charges ou décharges élastiques et  $f = 0$ ,  $\dot{f} = 0$  correspond à l'évolution de l'endommagement et/ou à l'écrouissage. Pour un béton, cette fonction est classiquement écrite en déformation  $f = \hat{\epsilon} - \kappa(D)$ , avec  $\hat{\epsilon}$  la déformation équivalente introduite par Mazars [MAZ 86] et  $\kappa(D)$  une fonction de l'état d'endommagement  $D$ . Un moyen simple et efficace de régulariser ce type de modèle est d'introduire un temps caractéristique ce qui permet d'introduire indirectement une longueur interne, caractéristique du comportement des matériaux quasi-fragile et de borner la vitesse d'endommagement à une valeur qui dépend du matériau,  $\dot{D}_\infty = 1/\tau_c$  égale à l'inverse d'un temps caractéristique  $\tau_c$  [ALL 97, SUF 04]. La surface seuil est ainsi réécrite  $f = g(\hat{\epsilon}) - D$  (avec  $g = \kappa^{-1}$ ) et définit la loi visqueuse suivante :

$$f = D_v > 0 \quad D_v = -\frac{1}{b} \ln \left( \frac{\dot{D}_\infty - \dot{D}}{\dot{D}_\infty} \right) \quad (1)$$

de laquelle on déduit la loi d'endommagement à effet retard, qui sature pour les vitesses de déformation importantes :

$$\dot{D} = \dot{D}_\infty [1 - \exp(-b(g(\hat{\epsilon}) - D))] \quad (2)$$

Les paramètres introduits sont au nombre de deux,  $\dot{D}_\infty$  et  $b$ . La régularisation se fait au niveau du point de Gauss et est donc bien adaptée aux phénomènes de dynamique transitoire qui nous intéressent. Cette loi est étendue au cas de l'endommagement anisotrope au paragraphe suivant (c.f. également [GAT 06, DES 07]).

## 2. Modèle d'endommagement anisotrope à effet retard

Pour le béton, les micro-fissures dues à un chargement de traction sont principalement orthogonales à la direction du chargement, tandis que celles dues à un chargement de compression sont principalement parallèles à celle-ci. L'état d'endomma-

gement doit alors être représenté par un tenseur  $\mathbf{D}$  d'ordre quatre ou deux. Or, l'utilisation d'un tenseur d'ordre deux est plus adaptée d'un point de vue pratique (ne serait-ce que pour l'identification des paramètres "matériau"). C'est le choix fait ici. L'endommagement anisotrope induit par l'état de traction ou de compression est alors simplement modélisé par une loi d'évolution de celui-ci proportionnelle à la partie positive du tenseur des déformations, traduisant classiquement un endommagement gouverné par les extensions principales [MAZ 90, DRA 98].

Le travail présenté ici s'appuie sur le modèle d'endommagement anisotrope proposé par Desmorat *et al.* [DES 07]. Dans un cadre thermodynamique, une seule variable  $\mathbf{D}$  représente l'état de la micro-fissuration et modélise aussi bien la traction que la compression. Nous avons les lois constitutives suivantes :

– Elasticité,

$$\boldsymbol{\epsilon} = \frac{1 + \nu}{E} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \text{tr} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \mathbf{1} \quad \text{or} \quad \boldsymbol{\epsilon} = \underline{\mathbf{E}}^{-1} : \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \quad (3)$$

– Contrainte effective,

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \left[ (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2} \boldsymbol{\sigma}^D (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2} \right]^D + \frac{1}{3} \left[ \frac{\langle \text{tr} \boldsymbol{\sigma} \rangle_+}{1 - \text{tr} \mathbf{D}} + \langle \text{tr} \boldsymbol{\sigma} \rangle_- \right] \mathbf{1} \quad (4)$$

– Critère de Mazars  $f = \kappa^{-1}(\hat{\epsilon}) - \text{tr} \mathbf{D}$ ,  $\hat{\epsilon} = \sqrt{\langle \boldsymbol{\epsilon} \rangle_+ : \langle \boldsymbol{\epsilon} \rangle_+}$ , en utilisant la régularisation visqueuse (1),  $f \leq 0 \rightarrow$  charge ou décharge élastique,  $f > 0 \rightarrow$  évolution de l'endommagement, avec dans ce cas :

$$f = D_v = -\frac{1}{b} \ln \left( \frac{\dot{D}_\infty - \text{tr} \dot{\mathbf{D}}}{\dot{D}_\infty} \right) \quad (5)$$

avec  $\dot{D}_\infty$  et  $b$  les paramètres de l'endommagement à effet retard et où la fonction  $\kappa^{-1}$  est définie comme

$$\kappa^{-1}(\hat{\epsilon}) = g(\hat{\epsilon}) = aA \left[ \arctan \left( \frac{\hat{\epsilon}}{a} \right) - \arctan \left( \frac{\kappa_0}{a} \right) \right] \quad (6)$$

avec  $\kappa_0$  le seuil d'endommagement,  $A$  et  $a$  les paramètres d'endommagement.

– Endommagement anisotrope induit gouverné par les extensions positives,

$$\dot{\mathbf{D}} = \dot{\lambda} \langle \boldsymbol{\epsilon} \rangle_+^2 \quad (7)$$

Le multiplicateur d'endommagement  $\dot{\lambda}$  est déterminé à l'aide de l'expression du critère d'endommagement pour  $f > 0$  (Eq. 5).

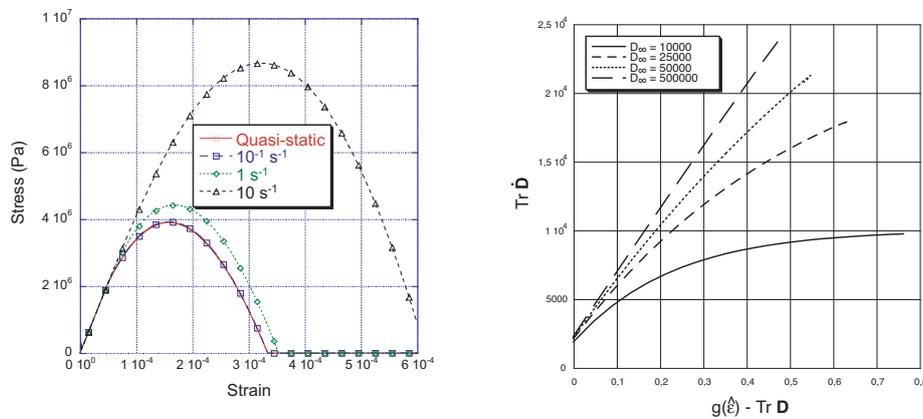
La loi d'endommagement à effet retard (2) est retrouvée à partir des équations précédentes et étendue à l'anisotropie induite par :

$$\text{tr} \dot{\mathbf{D}} = \dot{D}_\infty [1 - \exp(-b(g(\hat{\epsilon}) - \text{tr} \mathbf{D}))] \quad (8)$$

La loi d'élasticité doit être formellement inversée pour le calcul final de la contrainte :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} = & (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{1/2} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{1/2} - \frac{(\mathbf{1} - \mathbf{D}) : \tilde{\boldsymbol{\sigma}}}{3 - \text{tr } \mathbf{D}} (\mathbf{1} - \mathbf{D}) \\ & + \frac{1}{3} [(1 - \text{tr } \mathbf{D}) \langle \text{tr } \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \rangle_+ + \langle \text{tr } \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \rangle_-] \mathbf{1} \end{aligned} \quad (9)$$

La figure 1a montre le comportement en traction du béton. Les paramètres matériaux décrivant le comportement quasi-statique du béton sont les suivants :  $E = 42$  GPa,  $\nu = 0.2$ ,  $\kappa_0 = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $A = 5 \cdot 10^3$ ,  $a = 2.93 \cdot 10^{-4}$ . La figure 1b montre différentes évolutions du taux d'endommagement pour  $b \times D_\infty = 50000$  constant.



**Figure 1.** a/ Courbes contrainte-déformation pour le béton, b/ Saturation de la vitesse d'endommagement en fonction de  $\dot{D}_\infty$

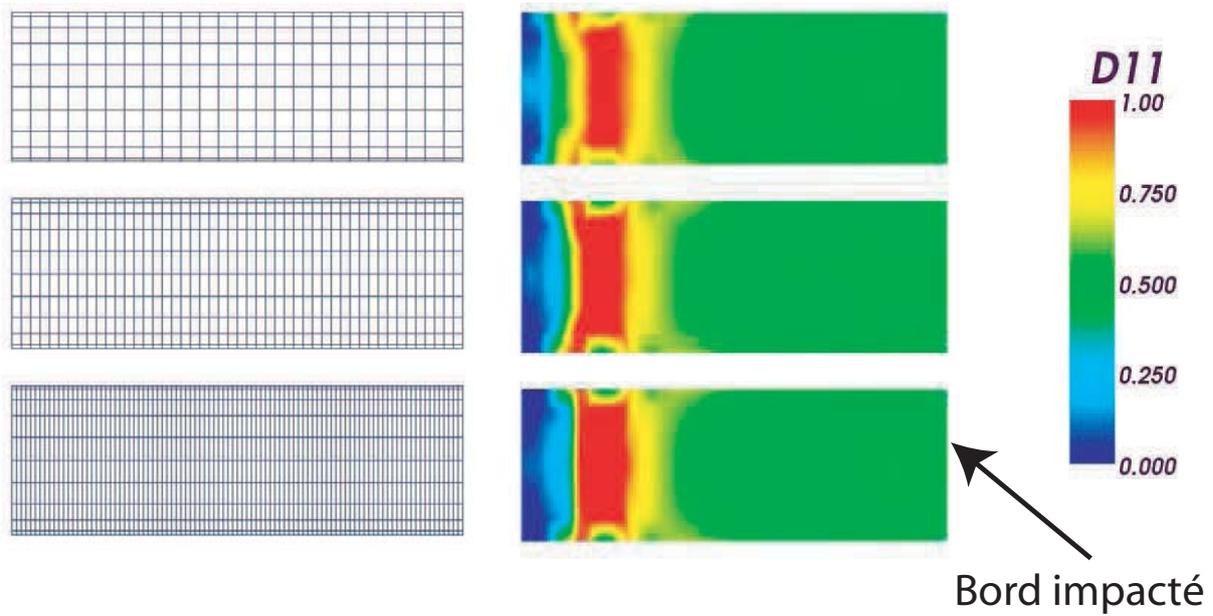
### 3. Schéma numérique

Un schéma implicite est utilisé ici car l'utilisation d'une loi à effet retard peut conduire à des oscillations numériques si un schéma explicite est utilisé [GAT 06, DES 07]. Afin d'obtenir un schéma implicite efficace, nous avons considéré le logarithme de l'équation (1) et pris sa dérivée par rapport au temps :

$$g'(\hat{\epsilon})\dot{\hat{\epsilon}} - \dot{D} = \frac{1}{b} \frac{\ddot{D}}{\dot{D}_\infty - \dot{D}} \quad (10)$$

En utilisant un schéma d'Euler implicite  $\ddot{D}(t_{n+1}) \approx (\dot{D}_{n+1} - \dot{D}_n)/\Delta t$ ,  $\dot{D}(t_{n+1}) \approx (D_{n+1} - D_n)/\Delta t$ ,  $\hat{\epsilon}_{n+1} = (\hat{\epsilon}_{n+1} - \hat{\epsilon}_n)/\Delta t$ , le taux d'endommagement au temps  $t_{n+1}$  est solution de l'équation du second degré,

$$\dot{D}_{n+1}^2 - \left( g'(\hat{\epsilon}_{n+1})\dot{\hat{\epsilon}}_{n+1} + \dot{D}_\infty + \frac{1}{b\Delta t} \right) \dot{D}_{n+1} + g'(\hat{\epsilon}_{n+1})\dot{\hat{\epsilon}}_{n+1}\dot{D}_\infty + \frac{\dot{D}_n}{b\Delta t} = 0 \quad (11)$$



**Figure 2.** Endommagement dans l'échantillon de béton

Nous pouvons ainsi calculer sans itération le nouvel état d'endommagement  $D_{n+1} = D_n + \dot{D}_{n+1}\Delta t$ . Ce schéma permet d'utiliser des pas de temps assez grands sans provoquer de phénomène d'oscillations numériques. Il peut être facilement étendu à la loi d'endommagement anisotrope avec effet retard (8), en remplaçant  $D_n$ ,  $D_{n+1}$ ,  $\dot{D}_n$  et  $\dot{D}_{n+1}$  dans les équations précédentes par  $tr D_{n+1}$ ,  $tr D_n$ ,  $tr \dot{D}_n$  et  $tr \dot{D}_{n+1}$ .

#### 4. Calcul de structure

La loi d'endommagement anisotrope à effet retard a été implantée dans le code de calcul aux éléments finis Cast3M développé par le CEA Saclay. Afin de tester la robustesse de l'implantation et la non dépendance au maillage, nous avons simulé un essai de traction par écaillage [KLE 01]. Dans cet essai, une onde de compression est transmise à un échantillon de béton. Cette onde en se réfléchissant sur le bord libre devient une onde de traction qui va provoquer la fissuration de l'échantillon. Trois maillages ont été utilisés. La figure 2 montre l'état d'endommagement associé à l'axe du cylindre pour les trois simulations. Nous pouvons observer que la finesse du maillage n'influe pas sur le résultat.

#### 5. CONCLUSIONS

En conclusion, un modèle d'endommagement anisotrope 3D avec effet retard a été présenté. La dissymétrie traction/compression est principalement due à l'anisotropie de l'endommagement induite par le chargement. Le nombre de paramètres matériaux est faible : 2 pour l'élasticité ( $E$ ,  $\nu$ ), 1 pour le seuil d'endommagement ( $\kappa_0$ ), 2 pour l'évolution de l'endommagement ( $A$ ,  $a$ ) et 2 pour l'effet visqueux ( $\dot{D}_\infty$ ,  $b$ ).

Un schéma d'intégration numérique particulièrement adapté aux problèmes de dynamique transitoire a également été développé. Le modèle d'endommagement à effet retard et le schéma d'intégration numérique ont montré toute leur efficacité sur des simulations 3D

### 5.1. Bibliographie

- [ALL 97] ALLIX O. , DEU J.F., « Delay-damage modelling for fracture prediction of laminated composites under dynamic loading », *Engineering Transactions*, vol. 45, 1997, p. 29–46.
- [deB 91] DE BORST R., SLUYS L.J., « Localisation in a Cosserat continuum under static and dynamic loading conditions », *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, vol. 90, 1991, p. 805–827.
- [DRA 98] DRAGON A., HALM D., « An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials », *European Journal of Mechanics, A/Solids*, vol. 17, 1998, p. 439–460.
- [DES 04] DESMORAT R., GATUINGT F. , RAGUENEAU F., « Explicit evolution law for anisotropic damage : application to concrete structures », *NATO Advanced Research Workshop Multi-physics and Multi-scale Computer Models in Non-linear Analysis and Optimal Design of Engineering Structures under Extreme Conditions*, Bled, Slovenia, 2004.
- [DES 07] DESMORAT R., GATUINGT F. , RAGUENEAU F., « Local and nonlocal anisotropic damage models for quasi-brittle materials », *Engineering Fracture Mechanics*, à paraître, 2007.
- [DUB 94] SUFFIS A., « Modélisation simplifiée et comportement visco-endommageable des structures en béton », *Thèse de Doctorat, IENS Cachan*, 1994.
- [GAT 06] GATUINGT F., DESMORAT R., « Dynamic anisotropic damage computations of concrete structures », *First Euro Mediterranean Symposium on Advances in Geomaterials and Structures*, Hammamet, Tunisia, 2006.
- [KLE 01] KLEPACZKO J.R., BRARA A., « An experimental method for dynamic tensile testing of concrete by spalling », *International Journal of Impact Engineering*, vol. 25, 2001, p. 387–409.
- [MAZ 86] MAZARS J., « A description of micro and macroscale damage of concrete structures », *Journal Engineering Fracture of Mechanics*, vol. 25, 1986, p. 729–737.
- [MAZ 90] MAZARS J., BERTHAUD Y., RAMTANI S., « The unilateral behaviour of damaged concrete », *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 35, 1990, p. 629–635.
- [PIJ 87] PIJAUDIER-CABOT G., BAZANT Z.P., « Nonlocal damage theory », *Engng Mech., ASCE*, vol. 113, 1987, p. 1512–1533.
- [SUF 04] SUFFIS A., « Développement d'un modèle d'endommagement à taux de croissance contrôlé pour la simulation robuste de structures sous impact », *Thèse de Doctorat, INSA Lyon*, 2004.