



HAL
open science

Identification multi-échelle par l'erreur en relation de comportement modifiée

Shaojuan Huang, Pierre Feissel, Pierre Villon

► **To cite this version:**

Shaojuan Huang, Pierre Feissel, Pierre Villon. Identification multi-échelle par l'erreur en relation de comportement modifiée. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01517312

HAL Id: hal-01517312

<https://hal.science/hal-01517312>

Submitted on 3 May 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Identification multi-échelle par l'erreur en relation de comportement modifiée

S.Huang¹, P.Feissel¹, P.Villon¹

¹ Laboratoire Roberval UMR7337, Université de Technologie de Compiègne {shaojuan.huang,pierre.feissel,pierre.villon}@utc.fr

Résumé — Nous proposons une stratégie d'identification multi-échelle basée sur l'erreur en relation de comportement modifiée (ERCM) à partir de mesures de champs par corrélation d'images numérique. L'idée de base est d'essayer de tenir compte de l'ensemble des informations disponibles tout en limitant les hypothèses supplémentaires. Dans des cas fréquents, la zone de mesure ne recouvre qu'une partie de l'éprouvette et des informations sur les conditions limites sont disponibles en dehors de la zone de mesure. Une approche multi-échelle est donc proposée permettant de tenir compte de toute l'éprouvette. **Mots clés** — mesure de champs, approche inverse, identification, erreur en relation du comportement modifiée, multi-échelle.

1 Introduction

Les mesures de champs cinématiques sont répandues dans la communauté mécanique, parce qu'elles offrent de riches informations 2D en déplacement permettant d'exploiter des essais hétérogènes pour l'identification du comportement des matériaux. Dans les dernières années, certaines approches inverses spécifiques [1] ont été proposées, mais certains de ces méthodes ne considèrent le problème d'identification que sur la zone de mesure ou ont généralement besoin de conditions limites pour être mises en œuvre. Cependant, mener l'identification sur l'ensemble de l'éprouvette (au-delà de la zone de mesure) offre la possibilité de tenir compte d'information de conditions limites supplémentaire, même si dans le même temps, cela amène à traiter d'autres bords sous conditions limites. L'erreur en relation de comportement modifiée [2] permet de traiter ce type de cas en prenant en compte l'ensemble des informations disponibles d'un point de vue théorique et expérimental [3] sous hypothèse supplémentaire.

Pour l'identification des propriétés élastiques, une première stratégie mono-échelle a été proposée et permet effectivement de traiter les différents types de conditions limites ainsi que leur absence. Pour un matériau hétérogène, les mesures ne sont pas assez riches pour permettre l'identification des propriétés élastiques hétérogènes en dehors de la zone de mesure. Une approche multi-échelle est donc proposée permettant de tenir compte de toute l'éprouvette, dans laquelle des propriétés micros sont recherchées sur la zone de mesure et des propriétés macros homogènes sur l'ensemble du domaine.

2 Stratégie d'identification

2.1 Cadre d'identification

L'identification est menée sur un essai mécanique statique où l'effort (global ou distribué) est mesuré, ainsi que le champ de déplacement sur une partie de la surface de l'échantillon Ω_m (Figure 1). L'étude est effectuée en 2D en contrainte plane sur le domaine noté Ω . Les propriétés élastiques de l'échantillon peuvent être homogène ou hétérogène, isotrope ou non et sont décrites par un vecteur de paramètre $\underline{\theta}$. Les équations traduisant l'information disponibles (modélisation de l'essai, mesures) sont :

- Sur Ω ,
 - Équilibre : $\text{div } \underline{\underline{\sigma}} = \underline{0}$
 - Compatibilité cinématique : $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\nabla}}^s \underline{u}$
 - Relation de comportement : $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{C}(\underline{\theta})\underline{\underline{\varepsilon}}$
- Sur Ω_m ,
 - Mesures de déplacement : $\underline{u} = \underline{\tilde{u}}$
- Sur $\partial_d \Omega$,

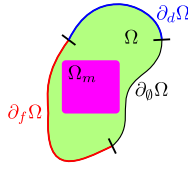


FIGURE 1 – Modèle

- Bord libre : $\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} = \underline{0}$
- Sur $\partial_f \Omega$,
 - Bord à distribution d'effort mesuré : $\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} = \underline{f}$
 - ou,
 - Bord à résultante d'effort mesuré dans la direction \underline{N}_0 : $\int_{\partial_f \Omega} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} dS \cdot \underline{N}_0 = F_0$
- Sur $\partial_\theta \Omega = \partial \Omega \setminus \partial_d \Omega \setminus \partial_f \Omega$, absence de données.

2.2 La méthode de l'erreur en relation de comportement modifiée

Le principe de la méthode est de rechercher les champs mécaniques $(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{u})$ et les propriétés matériaux $\underline{\underline{\theta}}$ comme un compromis de l'ensemble des informations disponibles. Le compromis est construit en vérifiant exactement l'information fiable et au mieux l'information moins fiables en minimisant une fonctionnelle \mathcal{J} . Dans ce but, les diverses équations sont réparties en deux groupes :

- le groupe fiable : équilibre, compatibilité cinématique et bord libre ;
- le groupe moins fiable : relation de comportement, mesures de déplacement.
- Selon les cas, les mesures sur les bords peuvent être dans le groupe fiable ou moins fiable.

Ensuite, $(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{u}, \underline{\underline{\theta}})$ sont recherchés en minimisant une fonctionnelle formée de la somme des distances aux équations non fiables sous contrainte des équations fiables. Pour pouvoir traiter les différents cas de figure associés aux conditions aux limites en effort, nous introduisons donc :

- l'espace associés aux contraintes sur les déplacements : $\mathcal{U}_{Ad} = \{\underline{u} \in H_1(\Omega)\}$
- l'espace associés aux contraintes sur les contraintes :
 - équilibre et bords libres : $\mathcal{S}_{Ad}^0 = \{\underline{\underline{\sigma}} \in H_{div}(\Omega) / \text{div } \underline{\underline{\sigma}} = \underline{0} \text{ sur } \Omega, \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} = \underline{0} \text{ sur } \partial_d \Omega\}$
 - distribution d'effort sur $\partial_f \Omega$: $\mathcal{S}_{Ad}^f = \{\underline{\underline{\sigma}} \in H_{div}^f(\Omega) / \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} = \underline{f} \text{ sur } \partial_f \Omega\}$
 - résultante d'effort sur $\partial_f \Omega$: $\mathcal{S}_{Ad}^F = \{\underline{\underline{\sigma}} \in H_{div}^F(\Omega) / \int_{\partial_f \Omega} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} dS \cdot \underline{N}_0 = F_0\}$
- le terme de distance à la relation de comportement : $\mathcal{J}_1(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{u}, \underline{\underline{\theta}}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\underline{\underline{\sigma}} - C \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{u})) C^{-1} (\underline{\underline{\sigma}} - C \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{u})) d\Omega$
- le terme de distance aux mesures de déplacement sur Ω_m : $\mathcal{J}_2(\underline{u}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega_m} \|\underline{u} - \underline{\tilde{u}}\|^2 d\Omega_m$
- le terme de distance à la répartition d'effort sur $\partial_f \Omega$: $\mathcal{J}_3(\underline{\underline{\sigma}}) = \frac{1}{2} \int_{\partial_f \Omega} \|\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} - \underline{f}\|^2 dS$
- le terme de distance à la résultante d'effort sur $\partial_f \Omega$: $\mathcal{J}_4(\underline{\underline{\sigma}}) = \frac{1}{2} (\int_{\partial_f \Omega} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} dS \cdot \underline{N}_0 - F_0)^2$

Puis, afin de définir les différents cas de figure, on introduit l'espace \mathcal{S}_{Ad} et la fonctionnelle \mathcal{J} comme présenté dans le tableau 1.

TABLE 1 – Différentes formulations possibles (α et β sont des coefficients de pondération)

Cas traité	Contraintes	Fonctionnelle
$\partial_f \Omega = \emptyset$	$\mathcal{S}_{Ad} = \mathcal{S}_{Ad}^0$	$\mathcal{J}(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{u}, \underline{\underline{\theta}}) = \mathcal{J}_1 + \alpha \mathcal{J}_2$
Distribution d'effort fiable	$\mathcal{S}_{Ad} = \mathcal{S}_{Ad}^0 \cap \mathcal{S}_{Ad}^f$	$\mathcal{J}(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{u}, \underline{\underline{\theta}}) = \mathcal{J}_1 + \alpha \mathcal{J}_2$
Distribution d'effort moins fiable	$\mathcal{S}_{Ad} = \mathcal{S}_{Ad}^0$	$\mathcal{J}(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{u}, \underline{\underline{\theta}}) = \mathcal{J}_1 + \alpha \mathcal{J}_2 + \beta \mathcal{J}_3$
Résultante d'effort fiable	$\mathcal{S}_{Ad} = \mathcal{S}_{Ad}^0 \cap \mathcal{S}_{Ad}^F$	$\mathcal{J}(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{u}, \underline{\underline{\theta}}) = \mathcal{J}_1 + \alpha \mathcal{J}_2$
Résultante d'effort moins fiable	$\mathcal{S}_{Ad} = \mathcal{S}_{Ad}^0$	$\mathcal{J}(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{u}, \underline{\underline{\theta}}) = \mathcal{J}_1 + \alpha \mathcal{J}_2 + \beta \mathcal{J}_4$

Le problème d'identification devient :

Trouver $(\underline{u}, \underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\theta}})$ minimisant $\mathcal{J}(\underline{u}, \underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\theta}})$ sous les contraintes : $(\underline{u}, \underline{\underline{\sigma}}) \in \mathcal{U}_{Ad} \times \mathcal{S}_{Ad}$

Cette minimisation est séparée en une minimisation séquentielle :

- Pour $\underline{\underline{\theta}}$ fixé, trouver $(\underline{\underline{\sigma}}(\underline{\underline{\theta}}), \underline{u}(\underline{\underline{\theta}}))$ minimisant la fonctionnelle \mathcal{J} sur les espaces $\mathcal{U}_{Ad} \times \mathcal{S}_{Ad}$; ceci définit le problème de base. Une formulation par éléments finis du problème de base est proposée et résolue sur la base d'un algorithme QR ;

- Définir la fonction coût : $\mathcal{G}(\underline{\theta}) = \mathcal{J}(\underline{\sigma}(\underline{\theta}), \underline{u}(\underline{\theta}), \underline{\theta})$, l'identification de $\underline{\theta}$ est effectuée par la minimisation de $\mathcal{G}(\underline{\theta})$.

2.3 Approche multi-échelle

Pour l'identification multi-échelle, les contraintes et les déplacements sont définis aux échelles micro et macro. Le comportement macro est choisi homogène, et le comportement micro hétérogènes. Les conditions limites sont prises en compte à l'échelle macro et les mesures de déplacement à l'échelle micro. De manière similaire à l'approche mono-échelle, les équations aux deux échelles sont séparées entre équations fiables et moins fiables. Le couplage entre les échelles s'effectue sur les champs de déplacements cinématiques ($\underline{u}^M, \underline{u}^m$) et statiques ($\underline{v}^M, \underline{v}^m$) où $\underline{v}^o / \underline{\sigma}^o = \mathcal{C}\underline{\xi}(\underline{v}^o)$. Un premier opérateur de couplage est proposé basé sur l'approximation diffus et est pris en compte au niveau de la fonctionnelle : les champs sont couplés sur des sous domaines glissant, dont le taille dépend du problème traité, par moindres carrés locaux pondérés. D'autres approches de couplage sont en cours de développement.

3 Applications

Les méthodes sont utilisées sur des exemples numériques.

3.1 Identification mono-échelle

Un premier exemple mono-échelle est traité représentant un essai de traction sur une plaque avec une inclusion (Figure 2(a)), avec des valeurs de référence adimensionnées des paramètres matériau hétérogènes et isotropes ($\lambda_1 = \mu_1 = 1, \lambda_2 = \mu_2 = 0.5$). À partir du résultat d'identification du Tableau 2, on peut trouver que l'information de la force est importante. Sans cette information, il faut fixer un paramètre pour que les autres paramètres puissent être identifiés. Mais avec l'information de la force, tous les paramètres peuvent être identifiés.

La deuxième analyse est effectuée sur une plaque avec trois inclusions comme Figure 2(b) ($\lambda_1 = 0.4, \lambda_2 = 0.6, \lambda_3 = 0.8, \lambda_4 = 1; \mu_1 = 0.3, \mu_2 = 0.5, \mu_3 = 0.7, \mu_4 = 0.9$). L'identification est menée sur la zone de mesure A uniquement et seule la résultante d'effort sur τ_{AB} est supposée connue. On compare les résultats d'identification pour une donnée en résultante ou en distribution d'effort. Dans ce dernier cas, il faut donc faire une hypothèse sur la distribution d'effort que l'on suppose parabolique. Cette erreur de modélisation de l'effort conduit à de mauvais résultats d'identifications (l'erreur relative moyenne de λ est 13.82%, l'erreur relative moyenne de μ est 3.59%), ce qui est évité par la prise en compte de la résultante seule. Aussi on trouve que les erreurs relatives sur l'inclusion 2, qui est plus proche de bord τ_{AB} avec mauvais hypothèse, sont plus importants (λ_2 est 34.75% et μ_2 est 10.18%).

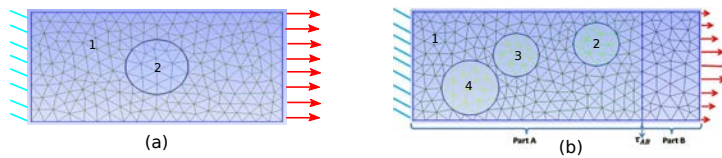


FIGURE 2 – Exemples numériques pour identification mono-échelle

TABLE 2 – Résultats d'identification mono-échelle

	bord libre		distribution d'effort		résultante d'effort	
	λ_1 inconnue	λ_1 connue	fiable	moins fiable	fiable	moins fiable
λ_1	1.2479	1	1	1	1	1
μ_1	1.2479	1	1	1	1	1
λ_2	0.6239	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
μ_2	0.6239	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5

3.2 Identification multi-échelle

Un premier exemple multi-échelle 2D est proposé (Figure 3). Afin de valider l'approche, le tableau 3 présente les résultats d'identification sur une plaque où les propriétés micros sont connues au niveau de la mesure et ceux macros sont identifiées au niveau de l'échantillon. Dans le cas de propriétés micros homogènes, on retrouve des propriétés macros identiques, confirmant la consistance de l'approche. Pour des propriétés micros hétérogènes, les propriétés macros identifiées sont comprises entre les deux valeurs des propriétés micros. De plus, les propriétés identifiées sont très proches de celles obtenues par homogénéisation numérique (ici en déformations macros imposées) : $\lambda_M^H = 0.8483$, $\mu_M^H = 0.6476$.

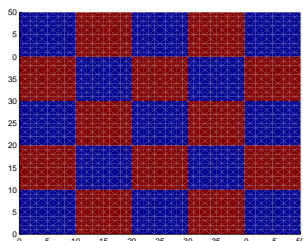


FIGURE 3 – Exemples numériques

TABLE 3 – Résultats d'identification multi-échelle

Plaque	λ_{m1}	λ_{m2}	μ_{m1}	μ_{m2}	λ_M	μ_M
Homogène	1	1	0.5	0.5	1	0.5
Hétérogène	0.9	0.8	0.7	0.6	0.8482	0.6473

4 Conclusion

On a proposé l'ERCM pour identifier les propriétés élastiques à partir d'essais mécaniques statiques avec CIN. Son point clé est de tenir compte de l'ensemble des informations disponibles tout en limitant les hypothèses supplémentaires, à la fois expérimentale et théorique. La formulation a été implantée en prenant en compte différentes conditions limites et discutée sur les résultats d'identification. On peut obtenir l'identification de propriétés de matériaux hétérogènes pour des données bruitées. Une première étape vers l'identification multi-échelle a été présentée et devra être complétée par l'étude de l'identification de l'ensemble des propriétés (micros et macros).

Références

- [1] S. Avril, M. Bonnet, A.S. Bretelle and others. *Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements*, Experimental Mechanics 48-4, Éditeur, 381-402, 2008.
- [2] M. Ben Azzouna, P. Feissel and P. Villon. *Identification à partir de mesures de champs-Application de l'erreur en relation de comportement modifiée*, 10^e Colloque National en Calcul des Structures, Giens, 2012.
- [3] P. Feissel and O. Allix. *An identification strategy based on the modified constitutive relation error for transient dynamics with corrupted data : the elastic case*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 196 :13-164, 1968-1983, Éditeur, 2007.