



**HAL**  
open science

## Sur les conditions aux limites en hyperréduction

Georges Peyre

► **To cite this version:**

Georges Peyre. Sur les conditions aux limites en hyperréduction. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01517280

**HAL Id: hal-01517280**

**<https://hal.science/hal-01517280>**

Submitted on 3 May 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

# Sur les conditions aux limites en hyperréduction

G. Peyre<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Onera, DMSM/MNU, Onera, 29 avenue de la Division Leclerc, 92322 Châtillon, georges.peyre@onera.fr

## Résumé —

La méthode d'hyperréduction de modèle est destinée à accélérer les calculs mécaniques non-linéaires en cherchant à réaliser un équilibre réduit dans un espace de champs de faible dimension et sur une partie de la structure, appelée domaine réduit. On se propose de prendre en compte les conditions aux limites de type périodiques et de bord libre sur les frontières externes du domaine réduit dans l'équilibre de la méthode d'hyperréduction. On présente un outil d'hyperréduction de modèle orienté objet capable de traiter ces deux types de conditions aux limites.

**Mots clés** — hyperréduction, conditions aux limites, cellule périodique, architecture orientée objet.

## 1 Motivation de l'étude

Les méthodes multiéchelles permettent d'étudier l'influence de l'effet de la microstructure à l'échelle macroscopique. Parmi elles la méthode  $EF^2$  [1] permet de déterminer la réponse d'une structure macroscopique dont la microstructure présente des phénomènes visco-plastiques ou même de l'endommagement (décohésion, par exemple). Mais le coût de calcul qu'elle engendre est souvent prohibitif.

D'où l'idée d'utiliser des méthodes de réduction de modèle afin de rendre les approches  $EF^2$  opérantes sur des cas industriels réels.

Du fait de sa capacité à traiter un nombre important de structures similaires simultanément par un même modèle réduit et de son application à des VER sollicités en conditions périodiques [2], la méthode hyperréduction de modèle [3] a été retenue.

Cette méthode permet d'accélérer les calculs en substituant à l'équilibre éléments finis classique un équilibre réduit. L'équilibre réduit des champs est cherché d'une part dans un espace de dimension réduit ce qui permet de diminuer la dimension de la matrice de rigidité et d'autre part sur une partie seulement de la structure, appelée généralement domaine d'intégration réduit (Fig. 1), ce qui permet de diminuer le coût d'assemblage de la matrice de rigidité. Un indicateur d'erreur évalue si la solution obtenue par la résolution de l'équilibre réduit est suffisamment précise. Si elle ne l'est pas, une phase d'adaptation est déclenchée. Les champs sont extrapolés généralement par une méthode des moindres carrés du domaine réduit à la structure tout entière, un seul calcul élément fini complet est effectué. A partir de la solution obtenue, le modèle réduit est corrigé : les espaces réduits sont enrichis et le domaine réduit est recalculé.

Nous avons réalisé un couplage  $EF^2$ -hyperréduction dans [4] ce qui a permis d'obtenir des gains en temps de calcul. Néanmoins, les performances restent limitées en raison d'un manque de précision du modèle réduit. En vue de l'amélioration de la précision de ce modèle réduit, deux pistes d'étude peuvent être envisagées :

- des gains en temps de calcul pourront être obtenus par le choix d'un modèle réduit capable de modéliser avec plus de précision les effets de la plasticité ou de l'endommagement sur une population de VER  $EF^2$ .
- une précision accrue pourra également être obtenue par la prise en compte des conditions de type périodiques en bord de cellule dans l'équilibre mécanique hyperréduit. C'est cette dernière piste que nous avons retenue dans notre travail.

## 2 L'hyperréduction et les conditions aux limites

Sur la figure 1, on distingue deux cas :

- un calcul sur VER en condition périodique a) et b)
- un calcul sur plaque trouée en contrainte plane c) et d)

Pour solliciter le VER dans le cas a), on décompose le champ de déplacement en :  $u = Ex + v$ . On impose :

- $v^+ = v^-$  (périodicité du champ de fluctuation)
- $\sigma n^+ = -\sigma n^-$  (anti-périodicité des contraintes normales)
- une valeur de déformation macroscopique  $E$

Pour solliciter le VER dans le cas b), on crée un domaine réduit périodique, i. e. un domaine tel que les éléments de chaque noeud qui appartient à ce domaine et possède des degrés de liberté interne soumis à des conditions périodiques sont inclus dans le domaine. On enrichit l'espace réduit en y incluant la trace des degrés de liberté périodiques (ceux des bords  $\partial\mathcal{D}_1, \partial\mathcal{D}_3, \partial\mathcal{D}_4, \partial\mathcal{D}_5, \partial\mathcal{D}_{12}, \partial\mathcal{D}_7, \mathcal{D}_{11}, \partial\mathcal{D}_{14}, \partial\mathcal{D}_{16}, \partial\mathcal{D}_{17}$ ) ce qui permet d'appliquer les conditions périodiques sur les bords du domaine réduit.

Dans le cas c), on sollicite la plaque en appliquant des conditions de Dirichlet sur les faces  $\partial\mathcal{D}_1$  et  $\partial\mathcal{D}_3$  et des conditions de bord libre sur les faces  $\partial\mathcal{D}_2$  et  $\partial\mathcal{D}_4$  classiquement.

Pour solliciter la plaque dans le cas d), afin de conduire un calcul d'hyperréduction, on enrichit l'espace réduit en y incluant non seulement la trace des degrés de liberté appartenant au domaine réduit et soumis à des conditions de type Dirichlet sur les faces  $\partial\mathcal{D}_1$  et  $\partial\mathcal{D}_7$  mais aussi la trace des degrés de liberté associés au bord libre sur les faces  $\partial\mathcal{D}_2, \partial\mathcal{D}_4, \partial\mathcal{D}_6$  et  $\partial\mathcal{D}_8$

Ainsi dans le cas b) ou d) le modèle réduit est enrichi. Du point de vue du coût de calcul, cet enrichissement est acceptable puisqu'il est en  $O(N)$ ,  $N$  étant la taille du domaine réduit mesurée en nombre d'éléments ou de degrés de liberté.

Dans [2] ou [4], en l'absence d'opérateur de trace, on ne prend pas en compte les conditions périodiques au bord du domaine réduit *dans l'équilibre réduit*. De même, dans [5] les conditions de bord libre (type Neumann) dans l'équilibre du domaine ne sont pas prises en compte. Ainsi dans [5], [2] ou [4] seuls les *champs extrapolés* vérifient les conditions de bord libre ou les conditions périodiques, les champs calculés lors de la résolution de l'équilibre réduit ne les vérifient pas *a priori*.

### 3 Un outil de calcul d'hyperréduction intégrant la gestion des conditions aux limites dans l'équilibre réduit

Nous proposons une architecture logicielle (Fig. 8) qui permet de traiter les calculs d'hyperréduction en utilisant un code éléments finis orienté objet classique. Une mise en oeuvre modulaire dans Z-SET a été réalisée. Une attention particulière a été portée sur la facilité d'emploi de cet outil tant au niveau de l'utilisateur, notamment au travers de la mise en données (Fig. 9), qu'au niveau du développeur susceptible d'accroître ses fonctionnalités.

Nous présentons, en guise d'exemple, deux calculs effectués avec cette implémentation de l'hyperréduction : un calcul d'hyperréduction sur plaque perforée (Fig. 3 et 2) qui illustre la prise en compte des conditions de Neumann sur les bords libres du domaine d'intégration réduit (Fig. 4) et un calcul sur cellule périodique (Fig. 7 et 6) qui illustre la prise en compte des conditions de type périodiques. Même si, dans ces deux cas-là, pour preuve de concept, un calcul linéaire suffit, l'outil développé permet de traiter des calculs mécaniques non-linéaires incrémentaux.

#### Références

- [1] F. Feyel, *Multiscale FE<sup>2</sup> elastoviscoplastic analysis of composite structures*, Computational Materials Science, 344-354, 1999
- [2] V. Courtier, *Réduction de modèle et simplification de l'intégration de loi de comportement pour la prévision de la durée de vie*, thèse de doctorat, 83, 2013
- [3] D. Ryckelynck, F. Vincent, S. Cantournet, *Multidimensional a priori hyper-reduction of mechanical models involving internal variables*, Comput. Methods Appl. Engrg. 225-228, 28-43, 2012
- [4] G. Peyre, D. Ryckelynck, F. Feyel, S. Kruch, *Couplage EF<sup>2</sup>/hyperréduction*, Giens, 2013
- [5] D. Ryckelynck, D. Missoum Benziane, *Multi-level A priori Hyper-Reduction of mechanical models involving internal variables*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 199, 1134-1142, 2010

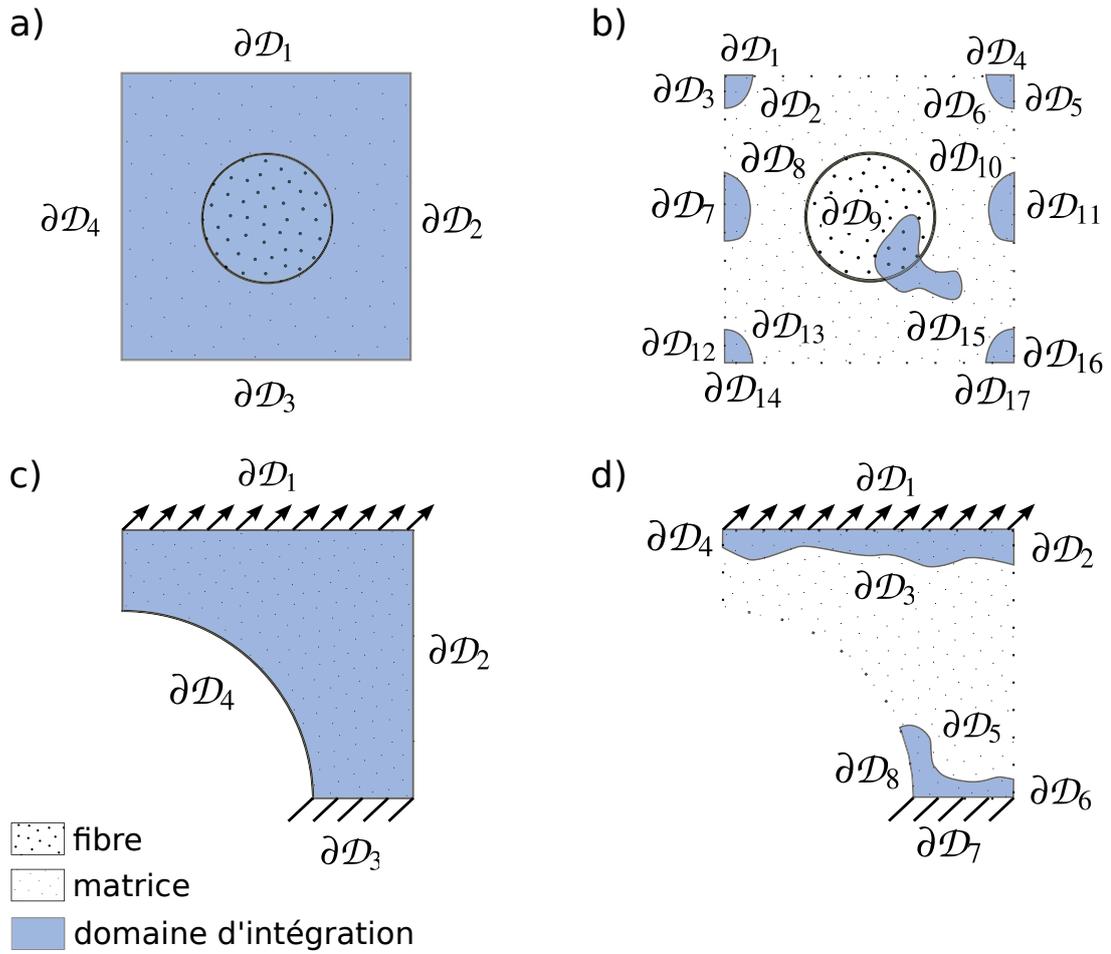


FIG. 1 – Principe du calcul d’hyperréduction. a) et c) calcul complet de référence, le domaine d’intégration est étendu à toute la structure. b) et d) calcul d’hyperréduction, le domaine d’intégration est limité à un domaine réduit. Un calcul d’hyperréduction engendre une multiplication des bords  $\partial\mathcal{D}_i$  sur lesquels il faut imposer des conditions aux limites.

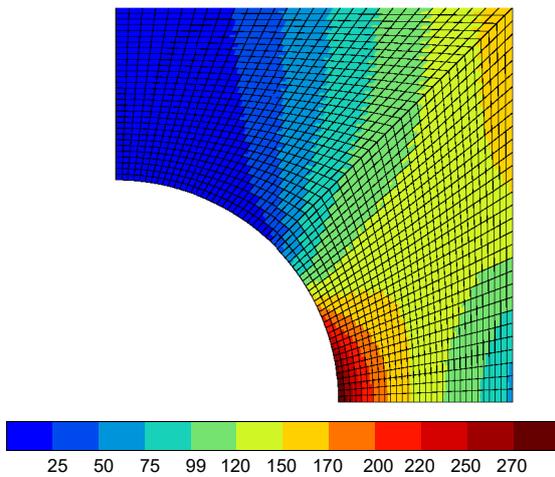


FIG. 2 – Plaque de référence ( $E = 120GPa$ ,  $\nu = 0.3$ ) en traction simple.  $\sigma^{\text{mises}}$  (en MPa).

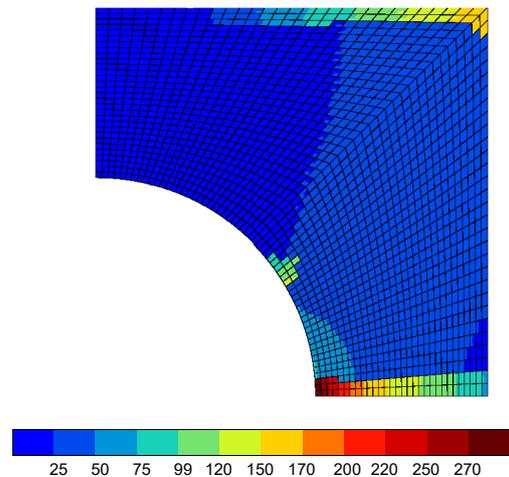


FIG. 3 – Plaque hyperréduite ( $E = 120GPa$ ,  $\nu = 0.3$ ) en traction simple.  $\sigma^{\text{mises}}$  (en MPa).

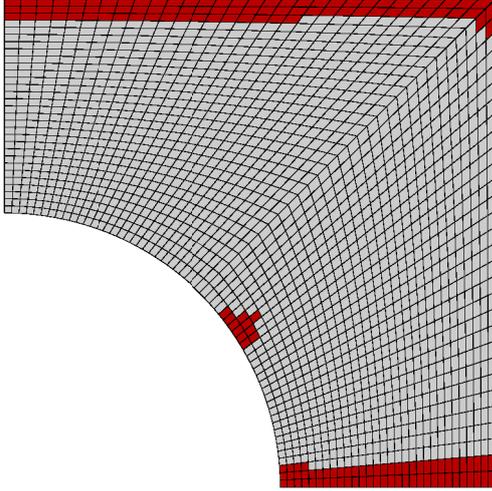


FIG. 4 – Domain réduit (en rouge).

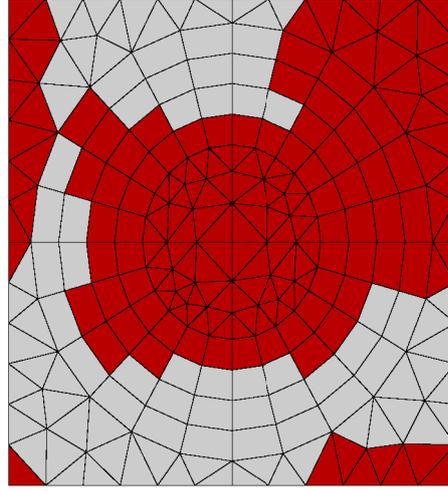


FIG. 5 – Domain réduit périodique (en rouge).

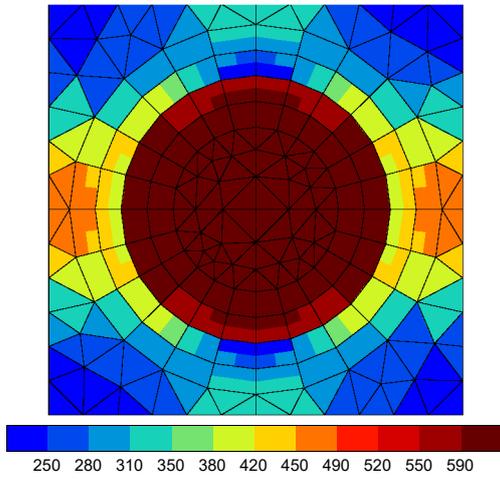


FIG. 6 – Cellule périodique de référence. Fibre ( $E = 400GPa$ ,  $\nu = 0.19$ ) au centre dans matrice ( $E = 110GPa$ ,  $\nu = 0.3$ ).  $\sigma^{mises}$  (en MPa).

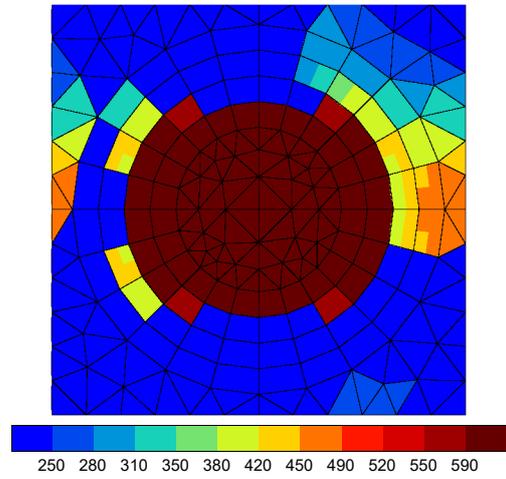


FIG. 7 – Cellule périodique hyperréduite. Fibre ( $E = 400GPa$ ,  $\nu = 0.19$ ) au centre dans matrice ( $E = 110GPa$ ,  $\nu = 0.3$ ).  $\sigma^{mises}$  (en MPa).

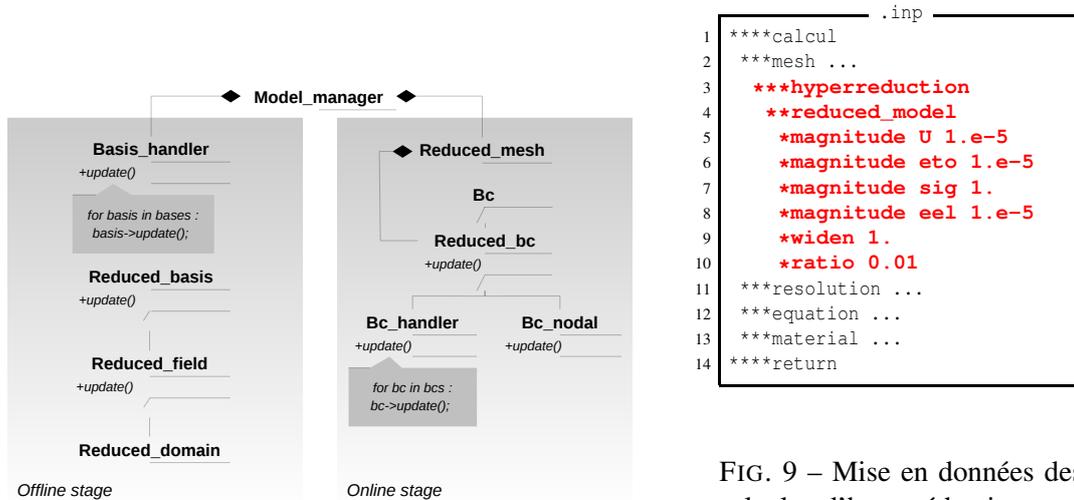


FIG. 8 – Architecture de l'hyperréduction.

FIG. 9 – Mise en données des calculs d'hyperréduction sur plaque et cellule périodique. Il suffit d'ajouter 8 lignes à la mise en données du calcul éléments finis de référence.