



**HAL**  
open science

# ISAAC : simulation du contact entre massifs au comportement non linéaire par méthode semi-analytique

Arnaud Duval, Thibaut Chaise, Daniel Nelias

## ► To cite this version:

Arnaud Duval, Thibaut Chaise, Daniel Nelias. ISAAC : simulation du contact entre massifs au comportement non linéaire par méthode semi-analytique. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01517278

**HAL Id: hal-01517278**

**<https://hal.science/hal-01517278>**

Submitted on 3 May 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

# ISAAC : simulation du contact entre massifs au comportement non linéaire par méthode semi-analytique

A. Duval, T. Chaise, D. Nélias

Université de Lyon, CNRS  
INSA-Lyon, LaMCoS UMR5259, F-69621, France  
{arnaud.duval, thibaut.chaise, daniel.nelias}@insa-lyon.fr

---

**Résumé** — ISAAC est un code de simulation du contact utilisant une méthode semi-analytique. Il permet de prendre en compte des chargements normaux et tangentiels, en glissement total ou partiel. Les corps en contact, de géométrie complexe, peuvent présenter des comportements non linéaires (plasticité, viscoélasticité, anisotropie, présence d'hétérogénéités, de revêtements) et l'usure des surfaces peut être prédite. Des applications industrielles de simulation des procédés de traitement de surfaces et de fonctionnement des pièces en service ont été réalisées.

**Mots clés** — méthode semi-analytique, plasticité, usure, impact, inclusions

---

## 1 Introduction

Lorsque les problèmes de contact introduisent des géométries complexes, de la plasticité, des hétérogénéités matérielles ou des chargements tangentiels, il est nécessaire d'utiliser des méthodes numériques de résolution. Si la méthode des éléments finis est la plus utilisée actuellement, les méthodes semi-analytiques, qui décomposent le problème en une somme de problèmes simples pour lesquels une solution analytique est connue, présentent une alternative intéressante.

## 2 Historique

Les premiers modèles semi-analytiques ont été développés pour des problèmes de contact sous chargement statique [1, 2], la résolution numérique étant faite par des algorithmes de Newton Raphson ou de Gauss-Seidel. La résolution numérique a ensuite pu être améliorée par l'utilisation de méthodes multi-grille [3] puis par la transformée de Fourier rapide (FFT) [4] qui est désormais considérée comme la méthode la plus adaptée à la résolution des problèmes de contact entre matériaux inélastiques. Si l'utilisation de la FFT permet un gain de temps de calcul, elle requiert une extension de la taille du domaine de calcul suivant un facteur 8 dans toutes les directions. L'utilisation d'une méthode DC-FFT permet de diviser cette extension par 2 [5]. Avec l'introduction de la prise en compte des phénomènes de plasticité, l'utilisation d'une méthode 3D-FFT [6] permet une résolution efficace des problèmes tridimensionnels.

## 3 Développements

Les méthodes semi-analytiques ont été dans un premier temps utilisées pour résoudre des problèmes élastiques avec des corps de forme complexe. L'extension des méthodes semi-analytiques requiert la connaissance de solutions analytiques de référence souvent dérivées de la méthode des éléments de frontière (BEM). Notons que les méthodes semi-analytiques sont majoritairement destinées à des corps semi-infinis, bien que certaines applications permettent la prise en compte de géométries finies [7].

L'étude des problèmes de contact élastoplastiques a ensuite été permise en se basant sur les solutions analytiques des contraintes résiduelles d'un cuboïde de déformation constante au sein d'un massif semi-infini [8]. Les derniers développements permettent la prise en compte de massifs visco-élastiques [9].

L'effet de la présence d'hétérogénéités au sein des corps en contact a également été introduit [10, 11]. Ceci permet l'étude de corps contenant des inclusions, des porosités, un revêtement irrégulier ou

composites [12].

Une modélisation des contacts en condition de glissement-adhérence a été introduite et appliquée à l'usure de fretting sous glissement partiel [13].

## 4 Théorie

### 4.1 Exemple d'un contact élastique

La résolution d'un problème de contact par une méthode semi-analytique se base sur la somme de solutions analytiques élémentaires. Par exemple : le déplacement d'une surface élastique soumise à une pression unitaire. Un principe de superposition est ensuite appliqué, faisant apparaître un produit de convolution :

$$u_{zij} = \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} K_{i-k,j-l} \times p_{kl}$$

où  $K_{i-k,j-l}$  sont des coefficients d'influence calculés à partir de solutions analytiques élémentaires,  $p_{kl}$  les pressions aux points du maillage et  $u_{zij}$  les déplacements normaux aux points du maillage. La transformée de Fourier permet de transformer ce produit de convolution en une multiplication :

$$\hat{u}_{ij} = \hat{K}_{ij} \times \hat{p}_{ij}$$

L'utilisation d'une méthode de gradient conjugué permet ensuite d'équilibrer le problème et de calculer la distribution de pression et de déplacement normal.

### 4.2 Avantages et inconvénients

La résolution du contact par une méthode semi-analytique permet de ne modéliser que la zone d'intérêt. En effet, il n'est pas nécessaire de mailler les limites du domaine d'étude, les conditions aux limites étant implicitement contenues dans les solutions analytiques utilisées. La sensibilité au maillage est assez faible et la qualité des résultats est au moins équivalente à celle obtenue par la méthode des éléments finis avec des densités de maillage de l'ordre de 10 fois plus importantes. Les temps de calcul sont également au moins réduits d'un facteur 10 par rapport à un calcul élément finis à densité de maillage équivalente. La prise en compte d'hétérogénéités dans le domaine d'étude est simplifiée en terme de mise en données car celles-ci sont définies comme un enrichissement qui vient s'ajouter au domaine initial.

L'hypothèse d'un domaine semi-infini limite cependant les types de géométries pouvant être modélisées car les dimensions du contact doivent rester petites devant celles des pièces. La méthode n'est également pas adaptée, du fait de son formalisme en petites déformations, à des problèmes présentant de grandes déformations. Enfin, la nécessité d'utiliser un maillage régulier ne permet pas de raffiner que localement le maillage du domaine d'étude.

## 5 Applications

Le code de calcul ISAAC<sup>1</sup> développé au LaMCoS est une implémentation des différents développements effectués dans le domaine de la modélisation semi-analytique des problèmes de contact. Il présente les fonctionnalités suivantes :

- Résolution du contact normal et tangentiel
- Calcul des contraintes en sous-couche
- Prise en compte du comportement élastoplastique
- Prise en compte d'hétérogénéités (inclusion, revêtement, matériau poreux)
- Si nécessaire prise en compte de l'anisotropie des inclusions, du revêtement ou du substrat.
- Simulation de l'usure
- Comportement viscoélastique

---

1. Interface Semi Analytique Appliquée au Contact / Innovative Semi Analytical Approach for Contacts

La saisie des données se fait sous forme de fichier ASCII et par le biais de mots-clés. Les sorties sont disponibles au format ASCII et sous forme de fichier VTK (en cours de développement). Quelques exemples d'applications sont ici proposés.

## 5.1 Usure dans le cas d'un contact cylindre plan

Cette simulation correspond aux travaux expérimentaux de Paulin et Fouvry [14] sur l'usure en fretting d'un contact cylindre/plan (figure 1). La figure 2 présente une comparaison de la répartition de profondeur d'usure obtenue expérimentalement avec les résultats obtenus par simulation semi-analytique.

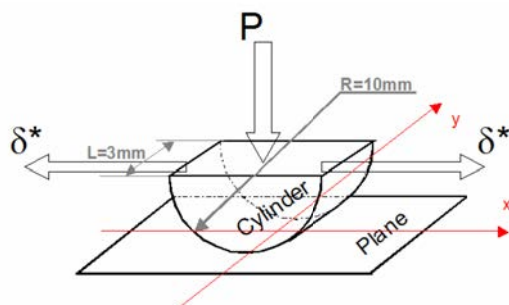


FIGURE 1 – Fretting cylindre/plan

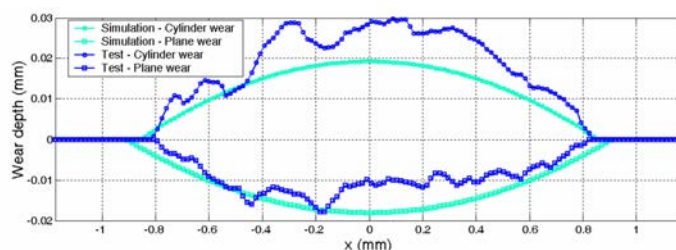


FIGURE 2 – Comparaison simulation/expérience de l'usure dans un contact cylindre/plan.

## 5.2 Roulement élastoplastique

La prise en compte du comportement élastoplastique au sein des massifs permet par exemple d'étudier l'effet du roulement d'une bille soumise à un chargement normal sur un massif plan élastoplastique. L'écroutissage peut être au choix isotrope ou cinématique. La figure 3 présente un schéma du procédé simulé. La figure 4 présente le profil obtenu par simulation sans roulement puis avec plusieurs cycles de roulement pour un écroutissage isotrope. Notons que la solution n'évolue plus après le troisième cycle, ce qui n'est pas le cas pour un écroutissage cinématique.

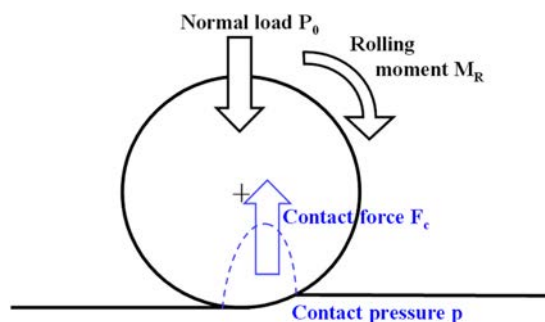


FIGURE 3 – Roulement d'une bille soumise à un chargement normal sur un massif plan élastoplastique.

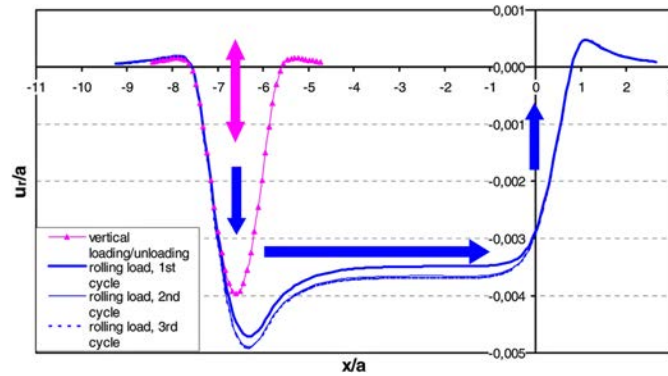


FIGURE 4 – Comparaison des profils obtenus avec et sans roulement pour une charge/décharge verticale d'un bille élastique sur un massif plan élastoplastique à écrouissage isotrope.

### 5.3 Conclusion

Le code ISAAC propose une implémentation des dernières avancées en terme de simulation du contact par une méthode semi-analytique. La versatilité du code (couplage normal/tangentiel, plasticité, hétérogénéités, viscoélasticité, usure) en fait un outil adapté à la recherche académique ainsi qu'à une utilisation industrielle en tant qu'alternative aux outils numériques usuels.

### Références

- [1] R.H. Bantall, K.L. Johnson. *Slip in the Rolling Contact of Two Dissimilar Elastic Rollers*, International Journal of Mechanical Science, vol. 9(6), 389-404, 1967.
- [2] B. Paul, J. Hashemi. *Contact Pressure on Closely Conforming Elastic Bodies*, ASME Journal of Applied Mechanics, vol. 48(3), 543-548, 1981.
- [3] A.A. Lubrecht, E. Ioannides. *A Fast Solution of the Dry Contact Problem and the Associated Sub-Surface Stress Field Using Multilevel Techniques*, ASME Journal of tribology, vol. 113(1), 128-133, 1991.
- [4] Y. Ju, T.N. Farris. *Spectral Analysis of Two-Dimensional Contact Problems*, ASME Journal of Tribology, vol 118(2), 320-328, 1996.
- [5] S. Liu, Q. Wang, G. Liu. *A Versatile Method of Discrete Convolution and FFT (DC-FFT) for Contact Analyses*, Wear, vol. 243(1-2), 101-111, 2000.
- [6] K. Zhou, W. Wayne Chen, L.M. Keer, Q.J. Wang. *A Fast Method for Solving Three-Dimensional Arbitrarily-Shaped Inclusions in a Half Space*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 198(9-12), 885-892, 2009.
- [7] T. Chaise, J. Li, D. Nélias, R. Kubler, S. Taheri, G. Douchet, V. Robin, P. Gilles. *Modelling of multiple impact for the prediction of distortions and residual stresses induced by ultrasonic shot peening (USP)*, Journal of Materials Processing Technology, vol. 212, 2080-2090, 2012.
- [8] C. Jacq, D. Nélias, G. Lormand, D. Girodin. *Development of a Three-Dimensional Semi-Analytical Elastic-Plastic Contact Code*, ASME Journal of Tribology, vol. 124(4), 653-667, 2002.
- [9] K.E. Koumi, D. Nélias, T. Chaise, A. Duval. *Modeling of the contact between a rigid indenter and a heterogeneous viscoelastic material*, Mechanics of Materials, vol. 77, 28-42, 2014.
- [10] J. Leroux, B. Fulleringer, D. Nélias. *Contact Analysis in Presence of Spherical Inhomogeneities within a Half-Space*, International Journal of Solids and Structures, vol. 47(22-23), 3034-3049, 2010.
- [11] W.W. Chen, K. Zhou, L.M. Keer, Q.J. Wang. *Modeling Elasto-Plastic Indentation on Layered Materials Using the Equivalent Inclusion Method*, International Journal of Solids and Structures, vol. 47(20), 2841-2845, 2010.
- [12] J. Leroux, D. Nélias. *Stick-slip analysis of a circular point contact between a rigid sphere and a flat unidirectional composite with cylindrical fibers*, International Journal of Solids and Structures, vol. 48, 3510-3520, 2011.
- [13] L. Gallego, D. Nélias. *Modeling of Fretting Wear Under Gross Slip and Partial Slip Conditions*, ASME Journal of Tribology, vol. 129(3), 528-535, 2007.
- [14] C. Paulin, S. Fouvry, S. Deyber. *Wear kinetics of Yi-6Al-4V under constant end variable fretting sliding conditions*, Wear, vol. 259, 292-299, 2005.