



HAL
open science

Une méthode de réduction de modèle basée sur l'échantillonnage pour le calcul d'une réponse vibro-acoustique aléatoire en basse fréquence

Mathilde Chevreuil, Cédric Leblond, Anthony Nouy, Yendoubouam Tampango, Jean-Francois Sigrist

► To cite this version:

Mathilde Chevreuil, Cédric Leblond, Anthony Nouy, Yendoubouam Tampango, Jean-Francois Sigrist. Une méthode de réduction de modèle basée sur l'échantillonnage pour le calcul d'une réponse vibro-acoustique aléatoire en basse fréquence. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01517276

HAL Id: hal-01517276

<https://hal.science/hal-01517276v1>

Submitted on 3 May 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Une méthode de réduction de modèle basée sur l'échantillonnage pour le calcul d'une réponse vibro-acoustique aléatoire en basse fréquence

M. Chevreuil¹, C. Leblond^{2,3}, A. Nouy¹, Y. Tampango², J.F. Sigrist³

¹ GeM, Université de Nantes/Ecole Centrale Nantes, {mathilde.chevreuil@univ-nantes.fr; anthony.nouy@ec-nantes.fr}

² IRT Jules Verne, Bouguenais, yendoubouam.tampango@irt-jules-verne.fr

³ DCNS Research, D²S, La Montagne, {cedric.leblond, jean-francois.sigrist}@dcnsgroup.com

Résumé — La caractérisation de la signature acoustique et vibratoire de structures en mer en présence d'incertitudes est considérée avec intérêt dans l'industrie marine. La dimension stochastique de tels problèmes pouvant être grande, nous proposons une méthode basée sur le mariage efficace de techniques de réduction de modèle et d'approche par échantillonnage pour le calcul de la réponse vibroacoustique aléatoire en basses fréquences.

Mots clés — Vibro-acoustique, incertitudes, approximation de rang faible.

1 Introduction

Dans le secteur naval, les structures sont caractérisées par leur complexité structurale géométrique et matérielle et qui évoluent dans un environnement lui même complexe et aléatoire. Ces éléments conduisent naturellement à considérer le problème couplé fluide-structure comme incertain pour lequel les performances de discrétion acoustique ou de confort de la structure varient fortement avec les incertitudes. Ainsi la caractérisation de la signature acoustique et vibratoire des structures en fonction des incertitudes est considérée avec un grand intérêt dans l'industrie navale et il est important, dans un processus de conception robuste, de bien estimer la réponse aléatoire d'un problème vibro-acoustique stochastique sur une large bande de fréquence. La dimension stochastique de tels problèmes peut être grande et l'application industrielle encourage les approches non intrusives avec un coût réduit pour la propagation des incertitudes. Afin de répondre à ces besoins et contraintes dans le cadre du projet IRT SiNuS (Simulation Numérique et optimisation des Structures), nous proposons une méthode basée sur le mariage efficace de technique de réduction de modèle et d'approche basée sur l'échantillonnage. La méthode repose sur une approximation de rang faible [1, 2] qui reprend les techniques de la Generalized Spectral decomposition (GSD) [3, 4, 5] basée sur une séparation espace/paramètres pour la représentation de la solution. L'approche est pourvue d'une méthode basée sur l'échantillonnage qui ne requiert que l'évaluation des opérateurs et membres de droites du problème stochastique.

2 Problème vibro-acoustique aléatoire

On considère une structure visco-élastique occupant un domaine Ω_s immergée dans un milieu fluide infini incompressible. On s'intéresse au problème couplé de vibro-acoustique ([6, 7]). Soit $\partial\Omega_s = \Gamma \cup \Gamma_s \cup \Gamma_D$ la frontière de Ω_s en contact avec le fluide sur la partie Γ de la frontière. Le problème est redéfini sur un domaine fluide fini Ω_f à l'intérieur d'une frontière circulaire Γ_∞ . On considère la réponse en fréquence aléatoire à la pulsation $\omega \in I$ avec I la bande basse fréquence d'intérêt. Les incertitudes proviennent des paramètres du matériau de la structures et éventuellement du chargement. Les incertitudes sont modélisées avec un nombre fini de variables aléatoires $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_d)$ et $(\Xi, \mathcal{B}, P_\xi)$ est l'espace de probabilité associé, où $\Xi \subset \mathbb{R}^d$ est le support de ξ , \mathcal{B} la σ -algèbre associée and P_ξ est la mesure de probabilité de ξ .

Soit \mathcal{U}^Ξ et \mathcal{P}^Ξ des espaces de Hilbert. le problème vibroacoustique s'écrit : trouver le déplacement

structural et la pression dans le fluide $(u, p) \in \mathcal{U}^{\Xi} \times \mathcal{P}^{\Xi}$ tels que

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \omega^2 \rho_s u &= 0 && \text{dans } \Omega_s \\
\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_s &= f(\xi) && \text{sur } \Gamma_s \\
u &= 0 && \text{sur } \Gamma_D \\
\boldsymbol{\sigma} &= K(\omega, \xi)(\nabla_{\text{sym}}(u)) && \text{dans } \Omega_s \\
\nabla \cdot (\nabla p) + \frac{\omega^2}{c_f^2} p &= 0 && \text{dans } \Omega_f \\
\nabla p \cdot \mathbf{n} &= -i\omega \rho_f \frac{p}{Z(\omega)} && \text{sur } \Gamma_{\infty} \\
\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_s &= p \mathbf{n} && \text{sur } \Gamma \\
-i\omega \rho_f \nabla u \cdot \mathbf{n} &= \nabla p \cdot \mathbf{n} && \text{sur } \Gamma
\end{aligned} \tag{1}$$

où ρ_s et ρ_f sont respectivement les masses volumiques de la structure et du fluide, K est le tenseur de Hooke, c_f est la célérité des ondes et Z l'impédance à la frontière Γ_{∞} . En considérant une discrétisation par éléments finis du problème vibroacoustique, on obtient alors le système algébrique suivant :

$$A(\xi)u(\xi) = f(\xi). \tag{2}$$

où $A(\xi)$ est l'opérateur discret défini dans un cadre monolithique et $u(\xi) \in \mathbb{C}^N$ est un vecteur multi-champ des degrés de liberté du problème considéré.

3 Approximation de rang faible

Une approximation de la solution dans l'espace produit $\mathbb{C}^N \otimes \mathcal{S}$, avec $\mathcal{S} = L_{P_{\xi}}^2(\Xi, \mathbb{C})$ l'espace des variables aléatoires du second ordre défini sur $(\Xi, \mathcal{B}, P_{\xi})$, est recherchée sous la forme :

$$u(\xi) \approx u_r = \sum_{i=1}^r w_i \lambda_i(\xi) \tag{3}$$

où $w_i \in \mathbb{C}^N$ et $\lambda_i \in \mathcal{S}$ avec un rang r faible. L'approximation est définie de façon à minimiser une fonctionnelle $\mathcal{E}(u, u_r)$ qui mesure la distance de l'approximation u à la solution du problème u . Une construction progressive de l'approximation u_r est adoptée : connaissant u_{r-1} , une correction de rang un est définie par :

$$\min_{w \in \mathbb{C}^N, \lambda \in \mathcal{S}} \mathcal{E}(u, u_{r-1} + w\lambda). \tag{4}$$

Le problème est résolu avec un algorithme de minimisation alternée sur w et sur λ . Si la solution peut être représentée avec un rang r faible, alors le coût de la construction de l'approximation se limite au coût d'un nombre réduit de problèmes sur w et sur λ . Nous choisissons ici de prendre une fonction distance basée sur les évaluations du résidu : $\mathcal{E}(u, u_r) = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q |A(y^q)u(y^q) - f(y^q)|^2$ où $\{y^q\}_{q=1}^Q$ est une collection d'échantillons de ξ , $A(y^q)$ et $f(y^q)$ sont des évaluations de l'opérateur et du membre de droite aux point d'échantillonnage y^q et $|v|^2 = v^H v$. Ainsi la construction de l'approximation avec minimisation alternée ne requiert que l'évaluation des opérateurs et membres de droites pour l'ensemble des échantillons. Afin de tirer parti pleinement de l'algorithme proposé et limiter le nombre d'appels au code déterministe pour l'évaluation de A et f , nous utilisons une représentation séparée des opérateurs construite avec l'Empirical Interpolation Method (EIM) telle que proposée dans [8]. Par ailleurs une attention particulière doit être portée au conditionnement des systèmes à résoudre dans la minimisation alternée pour les problèmes vibro-acoustiques. Ainsi nous considérons le système préconditionné $P(y^q)A(y^q)u(y^q) = P(y^q)f(y^q)$ avec le preconditionneur lui même représenté sous une forme affine $P(y^q) = \sum_{i=1}^p P_i a_i(y^q)$.

4 Illustration et conclusion

La méthode est illustrée sur une exemple simple de vibrations transverses d'une poutre confinée dans une cavité cylindrique contenant un fluide incompressible. La poutre est encadrée à une des ses

extrémités et libre à l'autre extrémité. L'incertitude est introduite sur les caractéristiques matériau de la structure composée de deux matériaux viscoélastiques avec module d'Young aléatoire. La réponse vibratoire est considérée sur une bande de fréquence, la fréquence est traitée ici comme les autres paramètres paramètres de l'étude. La figure 1 présente l'erreur relative de l'approximation u_r en fonction du rang r obtenue avec et sans preconditionnement. Le calcul est effectué avec un échantillon de $Q = 10^6$ réalisations et la solution de référence est la solution du problème déterministe associé à chaque réalisation.

L'approche proposée basée sur l'échantillonnage permet de rendre la méthode non intrusive dans la mesure où elle peut se reposer sur un code déterministe dont elle extrait l'évaluation en certains échantillons des opérateurs du problème considéré. Si en plus la solution admet une représentation séparée de rang faible, alors le nombre de problèmes à résoudre dans la méthode proposée est petit comparé à celui qu'exigerait une simulation de Monte Carlo directe. Néanmoins, la méthode présente des difficultés de convergence liées au conditionnement des systèmes à résoudre dans l'algorithme alterné pour le problème vibro-acoustique comme cela est illustré sur la figure 1. La construction de preconditionneurs performants est donc nécessaire.

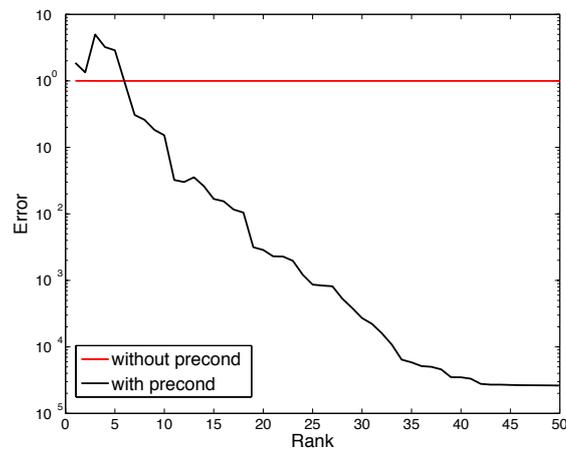


FIGURE 1 – Évolution de l'erreur $\frac{\|u - u_r\|}{\|u\|}$ en fonction du rang r , avec et sans preconditionnement.

Références

- [1] L. Grasedyck, D. Kressner, and C. Tobler. A literature survey of low-rank tensor approximation techniques. Technical report, arXiv :1302.7121, 2013.
- [2] T. G. Kolda and B. W. Bader. Tensor decompositions and applications. *SIAM Review*, 51(3) :455–500, September 2009.
- [3] A. Nouy. A generalized spectral decomposition technique to solve a class of linear stochastic partial differential equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(45-48) :4521–4537, 2007.
- [4] A. Nouy, A. Clément, F. Schoefs, and N. Moës. An eXtended Stochastic Finite Element Method for solving stochastic partial differential equations on random domains. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(51-52) :4663–4682, 2008.
- [5] M. Chevreuil and A. Nouy. Model order reduction based on proper generalized decomposition for the propagation of uncertainties in structural dynamics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 89 :241–268, 2012.
- [6] H.J.P. Morand and R. Ohayon. *Fluid Structure Interaction*. Wiley, New York, 1995.
- [7] J.-F. Sigrist. *Interaction fluide-structure, Analyse vibratoire par éléments finis*. Technosup, Ellipses, 2011.
- [8] F. Casenave. *Méthode de réduction de modèles appliquées à des problèmes d'aéroacoustique résolus par équations intégrales*. PhD thesis, Université Paris-Est, 2013.