



HAL
open science

Une méthodologie de réduction utilisant des modes propres de composant et un enrichissement de type Arnoldi

Hadrien Tournaire, Franck Renaud, Jean-Luc Dion

► **To cite this version:**

Hadrien Tournaire, Franck Renaud, Jean-Luc Dion. Une méthodologie de réduction utilisant des modes propres de composant et un enrichissement de type Arnoldi. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01517275

HAL Id: hal-01517275

<https://hal.science/hal-01517275>

Submitted on 3 May 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Une méthodologie de réduction utilisant des modes propres de composant et un enrichissement de type Arnoldi

H. Tournaire¹, F. Renaud², J-L. Dion²

¹ IRT SystemX, hadrien.tournaire@irt-systemx.fr

² LISMMA, Supméca Paris, {franck.renaud, jean-luc.dion}@supmecca.fr

Résumé — En vue de réduire les phases de simulation dans la conception nous proposons une méthodologie de réduction permettant d'obtenir des modèles compacts dont la taille ne dépend pas des maillages aux interfaces des composants. Les bases de réduction construites sont relativement actualisables et contiennent des modes propres de composants. Ces bases sont ensuite enrichies à l'aide d'une méthode de type Arnoldi.

Mots clés — actualisation de modèle réduit, réduction des interfaces, enrichissement d'Arnoldi

1 Introduction

La conception itérative d'un système requiert de multiples simulations qui peuvent ralentir le processus de conception. Le niveau de détail et la précision accordés à ces simulations mènent à des modèles complexes dont les tailles conséquentes alourdissent les temps de résolution.

Aujourd'hui, des méthodes telles que Craig et Bampton, MacNeal et Rubin sont utilisées industriellement pour réduire les coûts de simulation. L'efficacité de ces méthodes est cependant tributaire des tailles de maillages aux interfaces de contact des composants. De plus, l'actualisation de ces bases de réduction lors d'une modification du système est souvent lourde et requiert parfois une complète reconstruction.

De nombreux travaux ont été réalisés afin de pallier les différents inconvénients des méthodes classiques de réduction [1]. On peut notamment citer l'actualisation des bases de Craig et Bampton par enrichissement [2] [3]. Rixen [4] propose quant à lui une alternative duale à la méthode de Craig et Bampton, ce qui permet alors d'utiliser des modes de composant à interface libre et donc de réduire la dépendance de la base de réduction aux positions relatives des composants. L'utilisation de modes de composants libres est intéressante car elle facilite le recalage sur pièces réelles.

Afin de donner une alternative à ces méthodes, nous proposons ici une démarche de réduction se basant sur des modes de composants libre enrichis, sans utilisation des modes du système complet. Cette méthodologie assure également la non-dépendance du modèle réduit aux tailles des interfaces de couplages et une actualisation aisée de la base de réduction.

2 Méthodologie de réduction

Considérons un système Σ de deux composants Σ_1 et Σ_2 encastrés l'un dans l'autre sur leurs DDLs de jonction notés respectivement j_1 et j_2 . Les ensembles des degrés de liberté n'étant pas en contact avec une autre structure sont notés i_1 et i_2 .

Afin d'obtenir des champs de déplacement continus aux interfaces des composants, la première étape de la démarche de réduction consiste à coupler de façon primale les deux composants sur leur DDLs j_1 et j_2 . La raideur dynamique $Z(\omega)$ associé au système couplé Σ peut alors être décomposée en une raideur

élastique $Z_E(\omega)$, bloc diagonale et une raideur d'interaction $Z_I(\omega)$ relativement creuse :

$$Z(\omega) = Z_I + Z_E = \begin{bmatrix} Z_{1ii} & Z_{1ij} & 0 & 0 \\ Z_{1ji} & Z_{1jj} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{2ii} & Z_{2ij} \\ 0 & 0 & Z_{2ji} & Z_{2jj} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{2jj} & Z_{2ji} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{1ji} & 0 & 0 & Z_{1jj} \end{bmatrix} \quad (1)$$

La réduction n'utilisant que les modes libres-libres ϕ_1 et ϕ_2 des composants Σ_1 et Σ_2 ne permet d'obtenir qu'un modèle valable pour des fréquences relativement faibles[5]. On va donc chercher à construire une base de réduction T composée d'une partie ϕ_l comprenant les modes propres des composants du système et d'une partie ϕ_c comprenant les déformations de couplages : $T = [\phi_l \quad \phi_c]$.

2.1 Déformations de couplage proposées

Les déformées de couplage recherchées doivent permettre d'engendrer des champs de déformation continus aux interfaces des composants, ce qui est rarement le cas lorsque seuls les modes libres sont utilisés.

Pour rendre possible cette continuité une première méthode consiste à extraire les déplacements aux interfaces $\phi_{1,j}$ (respectivement $\phi_{2,i}$) et d'imposer ces déplacements sur le composant en vis à vis Σ_2 (respectivement Σ_1). Les déformations d'un composant k respectant les déformations d'interface d'un composant p sont notées $\Theta_{k/p}$:

$$T = \begin{bmatrix} \phi_{1,i} & 0 & \Theta_{1/2,i} & 0 \\ \phi_{1,j} & 0 & \Theta_{1/2,j} & 0 \\ 0 & \phi_{2,i} & 0 & \Theta_{2/1,i} \\ 0 & \phi_{2,j} & 0 & \Theta_{2/1,j} \end{bmatrix}_{orth.} \quad (2)$$

Où les composantes $\Theta_{k/p,j}$ valent $\phi_{p,j}$. Les modes de couplages sont alors obtenus par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \Theta_{1/2,i} = -[Z_{1ii}]^{-1}[Z_{1ij}]\{\phi_{2,j}\} \\ \Theta_{2/1,i} = -[Z_{2ii}]^{-1}[Z_{2ij}]\{\phi_{1,j}\} \end{cases} \quad (3)$$

On s'aperçoit que cette méthode permet d'obtenir des résultats intéressants en termes de MAC pour des fréquences situées aux alentours de la pulsation ω à laquelle on a été calculées les déformées dynamiques $\Theta_{k/p}^\omega$.

Afin d'améliorer la qualité du modèle réduit sur la bande de fréquence étudiée il est utile d'utiliser plusieurs déformées dynamiques $\Theta_{k/p}^\omega$ calculées pour différentes pulsations ω . Cependant, cette opération augmente considérablement la taille de la base de réduction et réduit son conditionnement numérique.

2.2 Décomposition en valeur singulière des sous-espaces de déplacements

Une autre approche consiste à construire des déformées statiques $\Theta_{T_j}^0$ des composants à partir d'une base de déplacements de l'interface extraite des modes propres ϕ_1 et ϕ_2 . En effet, à partir des modes des composants libres-libres, les déformées des interfaces de contact $\phi_{1,j}$ et $\phi_{2,j}$ sont décomposées en valeurs singulières :

$$T_j = SVD(\phi_{1,j}, \phi_{2,j}) \quad (4)$$

Tout comme précédemment, la qualité de la base de réduction peut être améliorée par le fait d'utiliser les déformées $\Theta_{T_j}^0$ associées à différentes pulsations.

2.3 Sélection des modes de couplages

Les deux méthodes présentées ci-dessus permettent d'obtenir des résultats pertinents en termes de MAC mais au prix de modèles réduits conséquents et souvent mal conditionnés. Afin de remédier à ce problème nous proposons de filtrer les déformées de couplage dont les coefficients de Rayleigh sont éloignés de la bande de fréquence étudiée. Pour les modes de couplages $\Theta_{k/p}$ le calcul du coefficient de Rayleigh se fait via l'utilisation des matrices de masse M_k et de raideur K_k associées au composant k .

2.4 Estimation de la qualité d'un modèle réduit et enrichissement

Une fois le construit, la qualité du modèle réduit construit doit être validée. Ici un calcul de MAC n'est pas envisageable car nous cherchons à passer outre le calcul des modes propres complets du modèle non-réduit (HFM).

Différents indicateurs a priori permettent d'estimer la validité des solution d'un modèle réduit [6] [7]. Afin d'obtenir très rapidement l'estimation de la qualité d'une solution $\tilde{\phi}$ du modèle réduit nous choisissons d'utiliser des indicateur ε en force définis par :

$$\varepsilon_i = \frac{\|R_f(\tilde{\phi}_i)\|_K^2}{\|K\tilde{\phi}_i\|_K^2} \quad \text{où} \quad \|g\|_K = {}^t g K g \quad (5)$$

Où $R_f(\tilde{\phi}_i)$ est le résidu en effort associé au couple de solutions du problème réduit $(\tilde{\omega}_i^2, \tilde{\phi}_i)$. En effet, contrairement aux indicateurs se basant sur des déplacements, ce dernier ne nécessite pas l'inversion coûteuse de la matrice de raideur K du modèle. Les solutions $\tilde{\phi}_\varepsilon$ dont l'indicateur d'erreur ε dépasse un seuil de tolérance tol fixé servent ensuite à enrichir la base de réduction $T^{(0)}$ par itération d'Arnoldi sur les résidus $R_f(\tilde{\phi}_\varepsilon)$.

Une fois enrichi, les solutions du nouveau modèle réduit sont calculées et la base $T^{(1)}$ est de nouveau complétée si des solutions mauvaises subsistent. Ce genre d'opération augmente cependant la taille des bases de réduction et c'est pourquoi en sortie de l'algorithme nous réalisons un redémarrage en choisissant d'utiliser comme base modes de couplages $\tilde{\phi}_\perp^{(k-1)}$ les solutions du modèle réduit calculés à l'itération $k-1$ et orthogonalisés par rapport à ϕ_l : $T^{(k)} = \begin{bmatrix} \phi_l & \tilde{\phi}_\perp^{(k-1)} \end{bmatrix}$.

2.5 Mise à jour d'une base de réduction

La modification de la position relative dans le système n'affecte que la partie ϕ_c de la base T . Si cependant la structure d'un composant Σ_k est modifiée, alors la partie ϕ_k de ϕ_l devra être recalculée, cette modification impliquera également les modes de couplages liées à Σ_k . L'importance d'une telle actualisation augmente nécessairement avec le nombre de composants auxquels Σ_k est lié. Afin de réduire la durée de l'actualisation de T il est important de réutiliser les modes de couplages Θ qui ne sont pas impactés par les modifications structurelles du système. Un stockage des déformées de couplages Θ est donc nécessaire.

3 Application de la réduction proposée

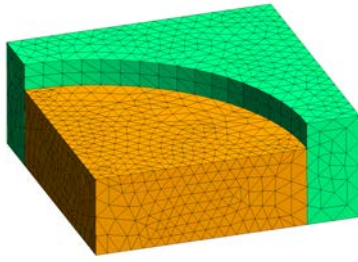
Afin d'illustrer la mise en pratique de la méthodologie présentée nous utilisons un modèle simple composé de deux pièces encastrées l'une dans l'autre avec un maillage interface dense (Figure 1a). Nous étudions le comportement du modèle sur une plage de fréquence Δ_f entre 0 et 3000 Hertz.

Afin d'obtenir un modèle réduit le plus riche possible nous calculons les déformées pour des fréquences égales à 0, 1500 et 3000 Hertz. Nous observons alors Figure 1 que les résultats obtenus sont intéressants en terme de critère MAC bien qu'émanant de modèles réduits petits en comparaison de celui obtenu avec la méthode de Craig et Bampton.

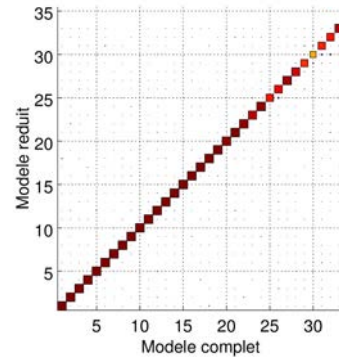
4 Conclusions

Les deux méthodes introduites ici permettent de présenter de bons candidats aux algorithmes d'enrichissement par la méthode Arnoldi décrits plus haut. En effet, la dépendance entre la taille des modèles réduit et les interfaces de contact des composant est amoindrie par les méthodes présentées.

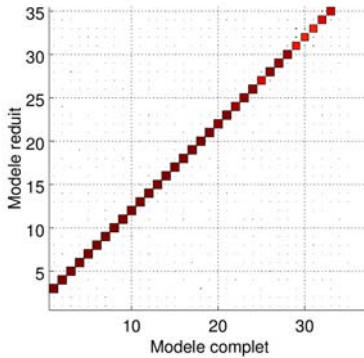
La forme des bases de réduction permet quant à elle d'évaluer les contributions des composants dans le comportement global du système ainsi que de limiter le coût de l'actualisation du modèle. Les



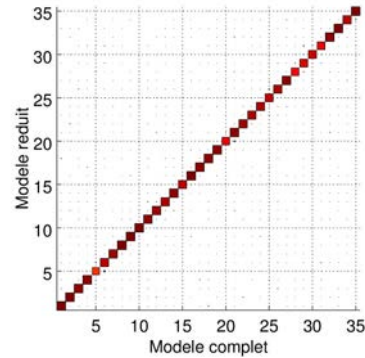
(a) Modèle utilisé pour tester les méthodologies proposées. L'interface de contact est courbée et comprend 107 nœuds (321 DDLs).



(b) Méthode de Craig et Bampton



(c) Utilisation des déformées $\Theta_{k/p}^{\omega}$ pour le couplage.



(d) Utilisation des déformées $\Theta_{T_j}^{\omega}$ pour le couplage.

FIGURE 1 – Comparaison MAC des solutions flexibles issues des modèles HFM et réduits. Moyenne des MACs : (b) : 90.721% avec 375 vecteurs de réduction. (c) : 95.144% avec 201 vecteurs de réduction. (d) : 96.031% avec 212 vecteurs de réduction.

résultats obtenus sont relativement bons en termes de MAC (Figures 1c et 1d) et cela en ayant respecté notre contrainte de ne pas utiliser de mode propre du système assemblé. Enfin, les modèles réduits produits sont plus riches et plus compacts que ceux obtenus avec la méthode de Craig et Bampton Figure 1b.

Références

- [1] J.P. Lombard N. Bouhaddi. Improved free-interface substructures representation method. *Computer & Structures*, 1999.
- [2] M.H.M. Ellenbroek D. Akcay Perdahcioglu and A. de Boer. A hybrid design optimization method using enriched craig-bampton approach. *The Sixteenth International Congress on Sound and Vibration*, 2009.
- [3] S. Cogan N. Bouhaddi G. Masson, B. Ait Brik. Component mode synthesis (cms) based on an enriched ritz approach for efficient structural optimization. *Journal of Sound and Vibration*, 2006.
- [4] Daniel J. Rixen. A dual craig and bampton method for dynamic substructuring. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2004.
- [5] G. Vermot Des Roches. *Frequency and time simulation of squeal instabilities. Application to the design of industrial automotive brakes*. PhD thesis, Ecole Central Paris, 2011.
- [6] Etienne Balmès. *Modèles expérimentaux complets et modèles analytiques réduits en dynamique des structures*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 1997.
- [7] Adrien Bobillot. *Méthodes de réduction pour le recalage, application au cas d'Ariane 5*. PhD thesis, École Centrale Paris, 2002.