



**HAL**  
open science

# Une approche multi-échelle en dynamique des structures

Khalil Abben, Hachmi Ben Dhia

► **To cite this version:**

Khalil Abben, Hachmi Ben Dhia. Une approche multi-échelle en dynamique des structures. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01516627

**HAL Id: hal-01516627**

**<https://hal.science/hal-01516627v1>**

Submitted on 2 May 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

# Une approche multi-échelle en dynamique des structures

Khalil Abben<sup>1</sup>, Hachmi Ben Dhia<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique Sols Structures et Matériaux, Centrale-Supélec – MSSMat UMR8579, Chatenay Malabry, 92295, France  
hachmi.ben-dhia, Khalil.abben@ecp.fr

---

**Résumé** — Dans cette contribution, nous donnons des développements nouveaux dans le cadre multi-échelle et modèle Arlequin, permettant de coupler en dynamiques des représentations différentes. Ces développements concernent l'opérateur de couplage volumique Arlequin. Une analyse de différents paramètres de la méthode est réalisée et étayée par différents résultats numériques.

**Mots clés** — Multi-échelle, Dynamique des structures, Méthode Arlequin.

---

## 1. Introduction

Pour la modélisation et la simulation du comportement des matériaux et des structures rencontrés dans les problématiques de l'ingénieur et dans plusieurs cas, une représentation à une échelle grossière de la structure est suffisante pour obtenir des résultats satisfaisants. En revanche, certains problèmes tels ceux d'endommagement ou de fissuration, nécessitent une modélisation à une échelle microscopique, pouvant aller jusqu'à l'échelle atomique pour pouvoir représenter correctement des phénomènes physiques localisés en front d'endommagement ou en fond de fissure. Cependant, la résolution numérique à ces échelles, avec une approximation mono-modèle, demande des ressources de calculs exorbitantes, non atteignables par les machines actuelles. En conséquence à ce constat, des méthodes multi-échelles, multi-modèles ont été développées. La méthode Arlequin [1], [2] est l'une de ces méthodes multi-échelles, caractérisée par sa grande flexibilité (e.g. [3]). Elle a été testée pour coupler des échelles et des modèles différents (discret-continue, stochastique-déterministe, etc.). Ces travaux ont été principalement développés en régimes statique ou quasi-statique. Peu de travaux ont été réalisés dans le régime dynamique [4]-[7].

L'objectif principal de cette contribution est de donner de nouveaux développements, en régime dynamique, dans le cadre Arlequin. Ils concernent l'opérateur de couplage Arlequin dont on donne une version réduite, ainsi que l'étude de l'influence des différents paramètres de la méthodologie résultante (fonctions de partition de l'énergie, dimensions de la zone de couplage, degré de réduction, coefficient d'amortissement, ...). Des relations inter-paramètres sont définies afin de mieux contrôler la stabilité de la méthode en dynamique.

La mise en évidence de la validité de la méthodologie globale est montrée à travers des tests élasto-dynamiques.

## 2. Formulation faible Arlequin en dynamique

### 2.1. Formulation Arlequin en dynamique à couplage réduit

La méthode Arlequin [1], [2], opère en se fondant sur trois idées, à savoir la superposition des états mécaniques dans une zone de superposition, une partition des travaux virtuels entre les modèles superposés et couplage faible, en volume des modèles dans une sous-zone de la zone de superposition.

En considérant un solide, occupant l'adhérence d'un domaine  $\Omega$ , soumis à des sollicitations dynamiques et des conditions initiales, ainsi qu'à des liaisons bilatérales imposées, en supposant que le domaine est partitionné en deux domaines  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  avec une intersection  $\Omega_c$  de mesure non nulle, pour tout  $t$  dans l'intervalle d'étude  $]0, T[$ , en notant les déplacements, dans chacun des deux domaines  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$ , et  $\lambda(t)$  le multiplicateur de Lagrange, nous proposons d'écrire le problème Arlequin élasto-dynamique faible, à couplage réduit, comme suit : (où nous avons omis la référence au temps pour alléger l'écriture)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Trouver } (u_1, u_2, \lambda) \in V_1 \times V_2 \times M_c \text{ tels que} \\ \int_{\Omega_1} \alpha_1 \rho \ddot{u}_1 \cdot v_1 \, d\Omega + \int_{\Omega_1} \beta_1 \bar{\sigma}(u_1) : \bar{\varepsilon}(v_1) \, d\Omega + c_1(\lambda_1, v_1) = \int_{\Omega_1} \gamma_1 f_1 \cdot v_1 \, d\Omega \quad \forall v_1 \in V_1 \\ \int_{\Omega_2} \alpha_2 \rho \ddot{u}_2 \cdot v_2 \, d\Omega + \int_{\Omega_2} \beta_2 \bar{\sigma}(u_2) : \bar{\varepsilon}(v_2) \, d\Omega - c_2(\bar{\lambda}_1, v_2) = \int_{\Omega_2} \gamma_2 f_2 \cdot v_2 \, d\Omega \quad \forall v_2 \in V_2 \\ c(\mu_1, \dot{u}_1) - c(\bar{\mu}_1, \dot{u}_2) = 0 \quad \forall (\mu_1, \bar{\mu}_1) \in M_c \end{array} \right. \quad (1)$$

Dans le système (1),  $V_1$  et  $V_2$  sont les espaces des champs cinématiquement admissibles et  $M_c$  est l'espace médiateur, produit des deux espaces (1-e)-appariés, notion introduite dans [8] (cf. aussi [9]), notés  $M_\lambda$  et  $\bar{M}_\lambda$ , définis comme les espaces  $V_1$  et  $V_2$ , restreints à la zone de collage, respectivement. Les couples  $(\alpha_1, \alpha_2)$ ,  $(\beta_1, \beta_2)$  et  $(\gamma_1, \gamma_2)$  sont respectivement les fonctions de partition de travaux virtuels des forces d'inertie, des forces internes et des forces externes entre les deux modèles. La densité massique est noté  $\rho$ . Les tenseurs de contraintes  $\sigma$  sont donnés par une loi constitutive (que l'on suppose ici élastique linéaire, pour la clarté). Les tenseurs des déformations linéarisées sont notés  $\varepsilon$  et la densité volumique d'efforts externes est notée  $f$ . L'opérateur de couplage est noté  $c$ .

### 2.2. Discrétisations

La méthode des éléments finis est utilisée pour la discrétisation en espace du problème (1) et des schémas de différences finies sont utilisés pour la discrétisation en temps. Ces discrétisations qui seront précisées pendant le colloque, introduisent des paramètres numériques qui se rajoutent à ceux liés au cadre Arlequin lui-même. Nous avons mené des investigations croisées entre ces paramètres pour en étudier l'influence sur les solutions. Ces développements seront aussi donnés lors du Colloque. De manière particulière, nous mentionnons deux points spécifiques à l'approche. Le premier est que, du fait que nous discrétisons les deux modèles superposés par des méthodes de finesses différentes (intérêt de la méthode), les espaces discrets de collage seront des sous espaces des espaces discrets  $V_{1h}$  et  $V_{2h}$ , restreints à la zone de collage et (1-e)-appariés. Le second est qu'il faut empêcher le piégeage des ondes de hautes fréquences dans la zone fine. Ceci est réalisé moyennant une adaptation d'une méthode de type PML Sélective (cf. e.g. [6] et [7]). Cette adaptation sera détaillée lors du colloque.

### 3. Test numérique

On considère un simple cas test d'une barre élastique soumise à un signal initial double-fréquence comme montré par la figure1. Les paramètres de discrétisation spatio-temporelle et celle du couplage, sont donnés par la deuxième partie de la figure1. Des captures d'écran à des pas de temps différents pour une simulation en dynamique sont présentées par la figure2, en considérant la force d'amortissement sélective. On peut constater que, grâce à la méthode de PML sélective, le problème des ondes hautes fréquence est traité de manière satisfaisante.

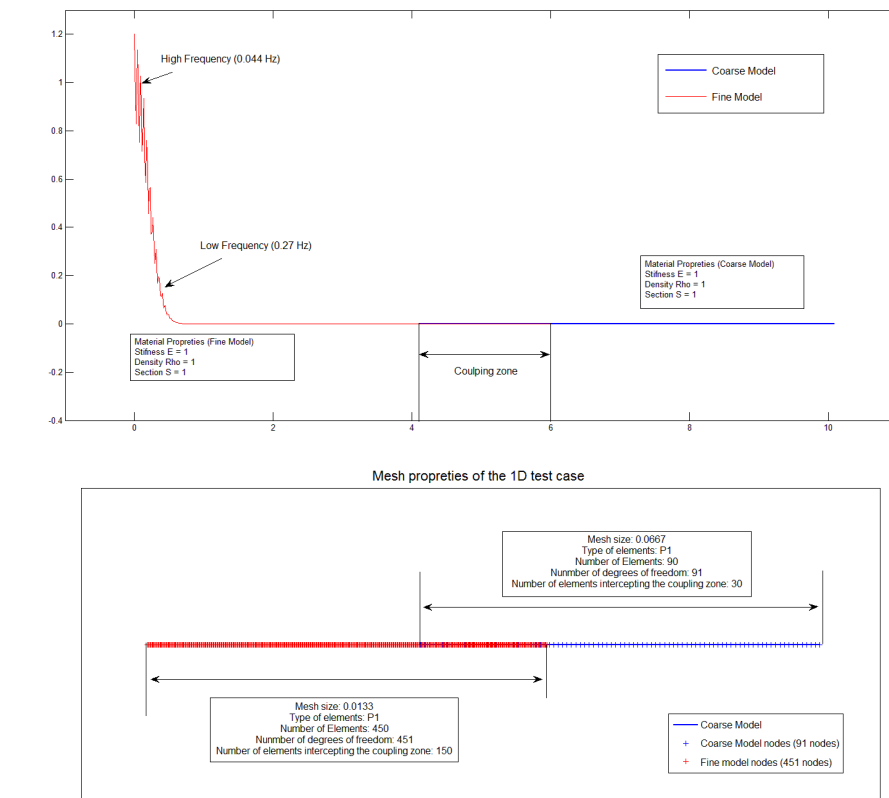
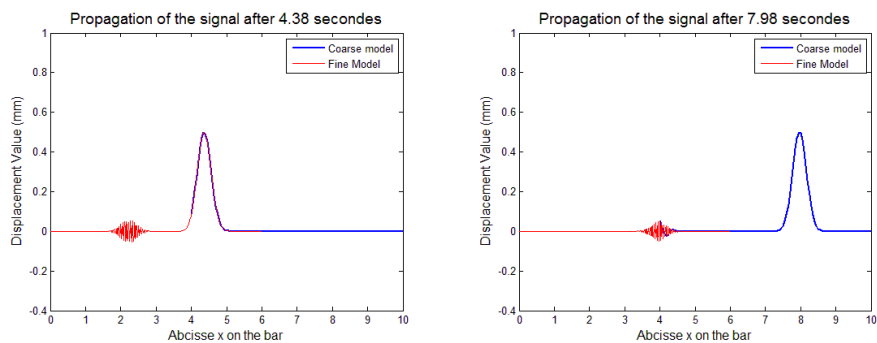


Figure 1. Les modèles mécanique et numérique



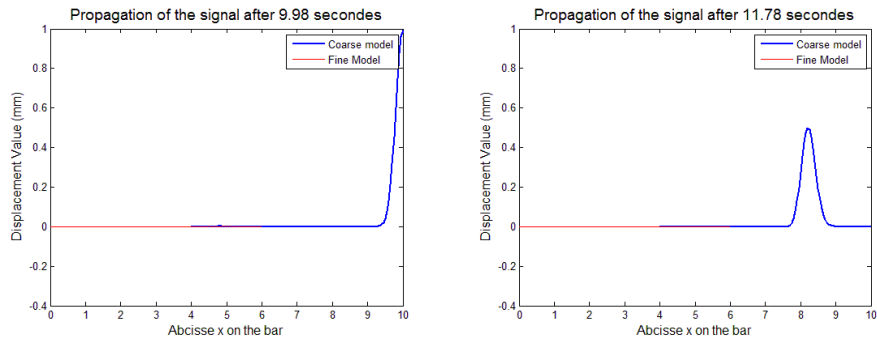


Figure 2. Quatre snapshots montrant la propagation d'un signal initial double-fréquence

D'autres tests numériques monodimensionnels, mais également des tests élasto-dynamiques 2D seront montrés lors de la conférence.

### 3. Références bibliographiques

- [1] H. Ben Dhia, Multiscale mechanical problems : the Arlequin method, C.R. Acad Sci, Ser. IIB, Mechanics, Physics Astronomy, vol. 326, 899-904, 1998.
- [2] H. Ben Dhia, Numerical modelling of multiscale problems: the Arlequin method, ECCM'99, CD-Rom Proceedings, (10 pages), 1999.
- [3] H. Ben Dhia, G. Rateau, The Arlequin method as a flexible engineering design tool, IJNME, 62, 1442-1462, 2005.
- [4] S.P. Xiao, T. Belytschko, A bridging domain method for coupling continua with molecular dynamics, Comp Meth. Appl. Mech. Engrg., 193, 1645-1669, 2004.
- [5] H. Ben Dhia, C. Zammali, Level-Sets and Arlequin framework for dynamic contact problems, European Finite Element Review, 13, 403-414, 2004.
- [6] F. Fackeldy, S. Krause, C. Lenzen, Coupling molecular dynamics and continua with weak constraints, SIAM Multiscale Model. Simul., 9, 1459-1494, 2011.
- [7] W. Shan and U. Nackenhorst, Selective damping method for the weak-Arlequin coupling of molecular dynamics and finite element method, Int. J. Numer. Meth. Engng. 96: 176–202, 2013.
- [8] H. Ben Dhia, Mécanique de Contact Course, Ecole Centrale Paris ed., 2001.
- [9] H. Ben Dhia, E. Balmes, Mesure de compatibilité et application aux problèmes de sous-structuration, Colloque de Calcul des Structures, Giens'2003, Proceedings of the conference (6 pages), 2003