



**HAL**  
open science

## Réduction de modèle pour la prise en compte des incertitudes dans les structures endommageables

Matthieu Vitse, David Néron, Pierre-Alain Boucard

► **To cite this version:**

Matthieu Vitse, David Néron, Pierre-Alain Boucard. Réduction de modèle pour la prise en compte des incertitudes dans les structures endommageables. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01516461

**HAL Id: hal-01516461**

**<https://hal.science/hal-01516461>**

Submitted on 1 May 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

# Réduction de modèle pour la prise en compte des incertitudes dans les structures endommageables

M. Vitse<sup>1</sup>, D.Néron<sup>1</sup>, P.-A. Boucard<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LMT Cachan (ENS Cachan, CNRS, Université Paris Saclay) {vitse,boucard,neron}@lmt.ens-cachan.fr

**Résumé** — La méconnaissance des mécanismes de dégradation à long terme dans les structures de génie civil conduit à des incertitudes sur certains paramètres matériaux. La prise en compte de ces incertitudes est importante pour l'étude de la réponse d'une structure à des phénomènes accidentels tels que les séismes. La résolution des problèmes paramétrés (éventuellement non-linéaires) associés à cette variabilité est coûteuse. La méthode proposée pour réduire ce coût repose sur la construction d'abaques virtuels, basés sur l'utilisation de méthodes de réduction de modèle (PGD) associées à un solveur non-linéaire (LATIN).

**Mots clés** — endommagement, problèmes paramétrés, proper generalized decomposition, méthode LATIN.

## 1 Introduction

Le béton armé est très largement utilisé dans les structures en génie civil, que ce soit pour les habitations ou de plus larges infrastructures. En particulier, les structures présentes dans l'industrie nucléaire sont soumises à des contraintes de conception poussées, car leur analyse doit répondre à deux caractéristiques essentielles de leur comportement : estimer la réponse de la structure en service accumulant des dommages sur des échelles de temps importantes, et préciser le comportement de cette dernière sous une sollicitation accidentelle menant à la ruine dans un laps de temps très court, par exemple dans le cas d'un séisme. La présence de défauts microscopiques dans les matériaux fragiles est la cause des mécanismes de fissuration qui peuvent conduire à la ruine de la structure. Plusieurs approches ont été proposées au cours des dernières décennies pour décrire ces mécanismes. L'approche considérée ici est issue de [1] (rappelée dans la section suivante) et se place dans le contexte de la théorie de la mécanique de l'endommagement dans le cas de sollicitations sismiques, que nous considérerons apparentées à un chargement cyclique. Le modèle étudié, mettant en présence de fortes non-linéarités, fait intervenir plusieurs phénomènes : en traction, des fissures localisées apparaissent conduisant à une perte de rigidité de la structure, tandis qu'elles sont plus diffuses en compression. Ce premier aspect est modélisé par une variable d'endommagement associée à un écrouissage isotrope en traction, et la plasticité est utilisée en compression pour décrire les non-linéarités, la dilatance et les déformations permanentes. Un comportement hystérétique est pris en compte en traction, lié au frottement au niveau de la fissure, permettant de modéliser les boucles d'hystérèse ainsi que les déformations permanentes en traction (Figure 1). L'effet unilatéral (refermeture de fissure en compression) est également pris en compte.

## 2 Formulation thermodynamique, non-linéarités et incertitudes

Nous nous plaçons dans un premier temps dans le cas de cycles de traction - compression ne faisant pas intervenir de phénomènes de plasticité. Seuls les effets liés à l'endommagement et à l'effet unilatéral sont pris en compte. Sous ces hypothèses, on rappelle le potentiel thermodynamique défini dans [1] comme :

$$\rho\Psi = \frac{1}{2} \{ (1-d) \boldsymbol{\epsilon} : \mathbf{C} : \boldsymbol{\epsilon} + d (\boldsymbol{\epsilon} - \eta \boldsymbol{\epsilon}^\pi) : \mathbf{C} : (\boldsymbol{\epsilon} - \eta \boldsymbol{\epsilon}^\pi) + \gamma \boldsymbol{\alpha} : \boldsymbol{\alpha} \} + H(z) \quad (1)$$

où  $\Psi$  est l'énergie libre de Helmholtz ;  $\mathbf{C}$  le tenseur de Hooke d'ordre 4, calculé à partir des variables élastiques du matériau ;  $\boldsymbol{\epsilon}$  le tenseur des déformations totales ;  $\boldsymbol{\epsilon}^\pi$  le tenseur de glissement interne (peut

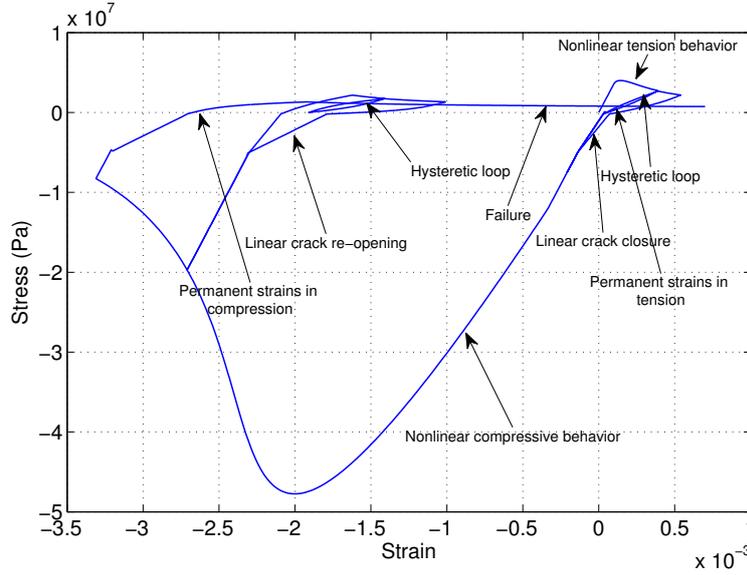


FIGURE 1 – Relation contraintes-déformations du modèle étudié

être vu comme du frottement) ;  $d$  la variable scalaire liée à l'endommagement ;  $\gamma$  le module d'écroutissage cinématique ;  $\alpha$  le tenseur d'écroutissage cinématique ;  $z$  la variable d'écroutissage isotrope ;  $H$  une fonction de consolidation [2].

**Lois d'état :** Les lois d'état dérivent classiquement du potentiel thermodynamique (1) (seule la première relation est explicitée) :

$$\sigma = \frac{\partial \rho \Psi}{\partial \varepsilon} = (1-d) \mathbf{C} : \varepsilon + d \mathbf{C} : (\varepsilon - \eta \varepsilon^\pi) \quad (2)$$

$$\sigma^\pi = \frac{\partial \rho \Psi}{\partial \varepsilon^\pi} \quad Y = -\frac{\partial \rho \Psi}{\partial d} \quad Z = \frac{\partial \rho \Psi}{\partial \mathbf{z}} \quad \mathbf{X} = \frac{\partial \rho \Psi}{\partial \alpha} \quad \xi = \frac{\partial \rho \Psi}{\partial \eta}$$

Le seuil  $f_\pi$  et le pseudo-potential de dissipation  $\Phi^\pi$  associés au glissement interne sont définis par :

$$f_\pi = \sqrt{\frac{3}{2} (\sigma^\pi - \mathbf{X}) : (\sigma^\pi - \mathbf{X})} \mathcal{H}(\text{tr} \sigma) \leq 0 \quad (3)$$

$$\Phi^\pi = \sqrt{\frac{3}{2} (\sigma^\pi - \mathbf{X}) : (\sigma^\pi - \mathbf{X})} + \frac{a}{2} \mathbf{X} : \mathbf{X} \quad (4)$$

où  $\mathcal{H}$  est la fonction de Heaviside, ce qui permet de définir les lois d'évolution.

**Lois d'évolution :**

$$\dot{\varepsilon}^\pi = \dot{\lambda}^\pi \frac{\partial \Phi^\pi}{\partial \sigma^\pi} \quad (5)$$

$$\dot{\alpha} = -\dot{\lambda}^\pi \frac{\partial \Phi^\pi}{\partial \mathbf{X}} \quad (6)$$

où  $\dot{\lambda}^\pi$  est le multiplicateur de Lagrange associé au glissement interne.  $d$  est calculé de manière analytique :

$$d = 1 - \frac{1}{1 + A_d (\bar{Y} - Y_0)} \quad \text{et } z = -d \quad (7)$$

avec  $A_d$  un paramètre du matériau à identifier,  $\bar{Y} = \frac{1}{2} \langle \varepsilon \rangle_+ : \mathbf{C} : \langle \varepsilon \rangle_+$  et  $Y_0$  le seuil initial lié à l'endommagement. Enfin, la variable de refermeture de fissure (conséquence de l'effet unilatéral) est définie

comme :

$$\eta = 1 - \frac{\text{tr}\sigma}{\sigma_f} \quad (8)$$

pour laquelle  $\sigma_f$  peut être interprétée comme une contrainte de fermeture de fissure liée au regain de rigidité à la suite du passage de la traction à la compression et qui varie entre 1 (fissure ouverte) et 0 (fissure fermée). Un résumé de ces grandeurs est donné tableau 1.

TABLE 1 – Résumé des mécanismes en présence

Mécanisme	Variable d'état	Variable interne	Force thermo.
Déformation totale	$\varepsilon$		$\sigma$
Élasticité		$\varepsilon^e$	$\sigma$
Endommagement isotrope		$d$	$-Y$
Écrouissage isotrope lié à l'endommagement		$z$	$Z$
Glissement interne		$\varepsilon^\pi$	$\sigma^\pi$
Écrouissage cinématique		$\alpha$	$X$
Effet unilatéral		$\eta$	$\xi$

**Incertitudes et nonlinéarités** Lors du calcul de la réponse à un phénomène accidentel, sur un temps court, la réponse d'une structure dépend d'une quantité de paramètres dont les valeurs sont incertaines puisqu'elles ont pu varier durant la vie de la structure. L'objectif est donc ici de calculer une réponse de la structure pour l'ensemble des valeurs de cette famille de paramètres, qui sont dans notre cas le module d'Young  $E$  (pouvant présenter une variabilité de l'ordre de 10%), le coefficient de fragilité  $A_d$  et le seuil initial d'endommagement  $Y_0$  (variabilité jusqu'à 30%).

D'un point de vue mécanique, on se retrouve donc à calculer la réponse non pas d'une structure mais d'une famille de structures associée aux paramètres choisis pour un modèle ayant un caractère non-linéaire très important. L'approche proposée dans cet article est basée sur le concept d'abaques virtuels, analogues à ceux utilisés par les ingénieurs depuis des décennies, si ce n'est qu'ils ne reposent quasi-exclusivement que sur des études numériques. La construction d'un abaque virtuel associé à une telle résolution se fait en deux temps : une stratégie de calcul adaptée au type de problème étudié, phase dite offline, avec un temps de calcul pouvant être conséquent, et une phase dite online de particularisation de la solution.

### 3 Abaques virtuels et réduction de modèle

Nous proposons ici une technique pour traiter les verrous associés à la construction de l'abaque lors de la phase offline du procédé. Il est important de remarquer qu'un tel problème faisant intervenir de nombreux paramètres a une complexité très élevée et les techniques usuelles de résolution ne peuvent plus s'appliquer. L'approche proposée consiste à utiliser une méthode de réduction de modèle basée sur une représentation à variables séparées pour réduire la complexité du problème étudié. Plusieurs techniques existent pour générer une telle approximation, parmi lesquelles la POD [3], les méthodes de bases réduites [4] ou la PGD [5]. Nous nous intéressons tout particulièrement à cette dernière, pour laquelle des pistes pour la résolution de problèmes paramétrés peuvent être trouvées dans [6]. Ainsi, une quantité d'intérêt  $W$  est cherchée comme :

$$W(t, M, A_d, E, Y_0) = \sum_{i=1}^m \alpha_i(t) \beta_i(M) \gamma_i(A_d) \delta_i(E) \xi_i(Y_0) \quad (9)$$

La seconde difficulté est le traitement de la non-linéarité des équations rencontrées. Nous nous intéressons ici à la méthode LATIN [7], solveur qui, contrairement aux méthodes incrémentales de type Newton-Raphson, permet de calculer la solution du problème non-linéaire de manière itérative pour chaque piquet de temps. La combinaison LATIN-PGD a déjà été étudiée à de nombreuses reprises et dans des contextes différents par le passé, cependant les auteurs se contentaient d'utiliser une décomposition

PGD uniquement en temps et en espace [5]. Nous nous intéressons ici à la prise en compte directe de l'aspect paramétrique du problème dans la formulation PGD en y intégrant la dépendance aux paramètres [8], toujours dans le cas de l'utilisation du solveur LATIN. Ce travail est réalisé dans la continuité de [9] et le lecteur est invité à lire [10] pour plus d'informations sur les développements de l'algorithme et quelques résultats numériques obtenus sur un cas académique. La stratégie de calcul est donc la suivante :

- un découplage des équations du problème : les équations non-linéaires sont résolues localement en espace pour chaque piquet de temps et de valeur discrète des paramètres, à l'aide d'un solveur itératif. Les quantités d'intérêt présentes dans les équations linéaires, globales en espace, sont cherchées sous une représentation analogue à (9).
- ces deux sous problèmes sont résolus de manière itérative. La solution globale en espace est donc calculée sur les intervalles de temps et paramètres complets à chaque itération. Un critère d'arrêt sur l'algorithme doit être défini.

## 4 Conclusions et perspectives

La faisabilité de la méthode est montrée dans [10] pour divers exemples académiques. La prochaine étape consiste à appliquer cette méthode au modèle de comportement (plus complexe) décrit précédemment. Nous étudions en particulier le comportement en traction, souvent dimensionnant pour les structures en génie civil. Différents algorithmes de génération des modes PGD sont également étudiés.

## 5 Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre du projet SINAPS@ financé par l'Agence Nationale de la Recherche au sein du programme Investissements d'Avenir (SINAPS@ référence No. ANR-11-RSNR-0022).

## Références

- [1] B. Richard, F. Ragueneau. *Continuum damage mechanics based model for quasi brittle materials subjected to cyclic loadings : formulation, numerical implementation and applications*, Engineering Fracture Mechanics, Elsevier, 383-406, 2012.
- [2] B. Richard, F. Ragueneau, F. Cremona, C. Adelaide. *Isotropic continuum damage mechanics for concrete under cyclic loading : stiffness recovery, inelastic strains and frictional sliding*, Engineering Fracture Mechanics, Elsevier, 1203-23, 2010.
- [3] A. Chatterjee. *An introduction to the proper orthogonal decomposition*, Current Science, 808-817, 2000.
- [4] A. Patera, G. Rozza. *Reduced basis approximation and a posteriori error estimation for parametrized partial differential equations*, MIT, 2007.
- [5] F. Chinesta, P. Ladevèze, E. Cueto. *A short review on model order reduction based on the proper generalized decomposition*, Arch. Comput. Methods Eng., Springer, 395-404, 2011.
- [6] F. Chinesta, R. Keunings, A. Leygue. *The proper generalized decomposition for advanced numerical simulations*, Springer, 2014.
- [7] P. Ladevèze. *Nonlinear computational structural mechanics : new approaches and non-incremental methods of calculation*, Springer, 1999.
- [8] A. Ammar, F. Chinesta, E. Cueto, M. Doblaré. *Proper generalized decomposition of time-multiscale models*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Wiley, 569-596, 2011.
- [9] C. Heyberger, P.-A. Boucard, D. Néron. *Multiparametric analysis within the proper generalized decomposition framework*, Computational Mechanics, Springer, 277-289, 2011.
- [10] M. Vitse, D. Néron, P.-A. Boucard. *Virtual charts for solutions of nonlinear parametrized equations*, Computational Mechanics, Springer, 1529-1539, 2014.