



**HAL**  
open science

## Stratégie de raffinement h localisé en analyse isogéométrique basée sur une résolution multigrilles.

Alexandre Chemin, Thomas Elguedj, Anthony Gravouil

### ► To cite this version:

Alexandre Chemin, Thomas Elguedj, Anthony Gravouil. Stratégie de raffinement h localisé en analyse isogéométrique basée sur une résolution multigrilles.. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01515059

**HAL Id: hal-01515059**

**<https://hal.science/hal-01515059v1>**

Submitted on 27 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

# Stratégie de raffinement $h$ localisé en analyse isogéométrique basée sur une résolution multigrilles.

Alexandre Chemin<sup>1</sup>, Thomas Elguedj<sup>1</sup>, Anthony Gravouil<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Université de Lyon, INSA-Lyon, LaMCoS, CNRS UMR 5259, F-69621, Villeurbanne  
{alexandre.chemin,thomas.elguedj,anthony.gravouil}@insa-lyon.fr

<sup>2</sup> Institut Universitaire de France

**Résumé** — Ce papier présente une stratégie de raffinement  $h$  localisée en analyse isogéométrique basée sur une technique de résolution multigrilles. L'algorithme fournit une solution sur un maillage raffiné quasi-optimal inconnu a priori, pour un critère de précision imposé. De plus, cette stratégie permet de contourner les problèmes de raffinement de bord courbes présents dans les algorithmes full-multigrid appliqués aux éléments finis isoparamétriques.

**Mots clés** — Analyse isogéométrique, raffinement  $h$  localisé, précision contrôlée, méthodes multigrilles.

## 1 Introduction

Les algorithmes de résolution multigrilles sont des solveurs itératifs ayant d'intéressant taux de convergence. Ils ont déjà été utilisés en analyse isogéométrique afin d'accélérer la résolution pour des problèmes avec de nombreux degrés de liberté [1, 2]. Ce genre d'utilisation des techniques multigrilles n'est envisageable que lorsque la discrétisation fine est connue a priori.

Nous allons ici utiliser les techniques multigrilles comme outil de raffinement  $h$  local en analyse isogéométrique [3, 4]. En effet, à cause de la structure tensorielle des maillages isogéométrique, un raffinement  $h$  localisé est propagé dans tout le reste de la structure, pouvant mener à d'importants coûts de calcul superflus.

De plus, les stratégies de raffinement automatique en éléments finis isoparamétriques basées sur des techniques multigrilles sont confrontées au problème du raffinement des bords courbes, ce qui impose de conserver des informations sur la géométrie réelle du domaine tout au long du calcul [5, 6]. L'utilisation de l'analyse isogéométrique, qui permet une description exacte de la géométrie du domaine, permet de le contourner.

## 2 Problématique

Nous proposons ici l'algorithme full-multigrid localisé appliqué à des problèmes d'élasticité linéaire en deux dimensions, en utilisant l'analyse isogéométrique avec des fonctions de base NURBS (FMG IGA localisé). Cet algorithme fournit une solution sur un maillage raffiné quasi-optimal respectant un critère de précision imposé par l'utilisateur à partir d'un maillage isogéométrique grossier de la structure.

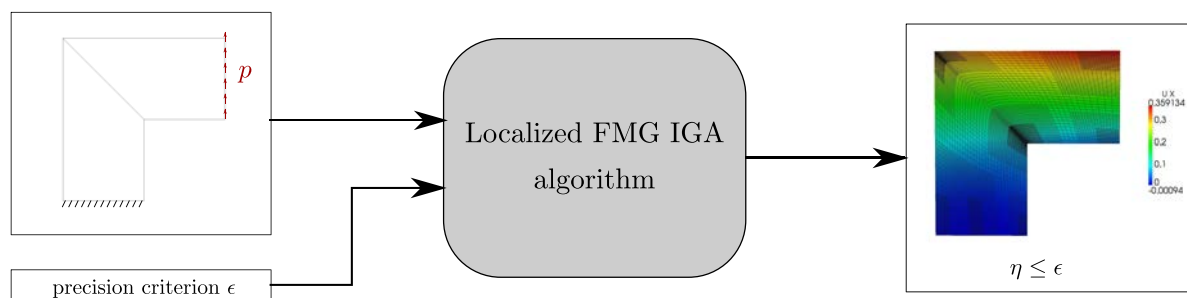


FIGURE 1 –

Les discrétisations spatiales de type Galerkin basées sur les éléments finis isoparamétriques utilisent les fonctions de bases servant à l'approximation des champs solutions pour approximer la géométrie. En analyse isogéométrique, l'idée est d'effectuer une discrétisation de type Galerkin en utilisant les fonctions servant à la description de la géométrie comme fonctions de base pour l'approximation des champs solutions (Fig 2).

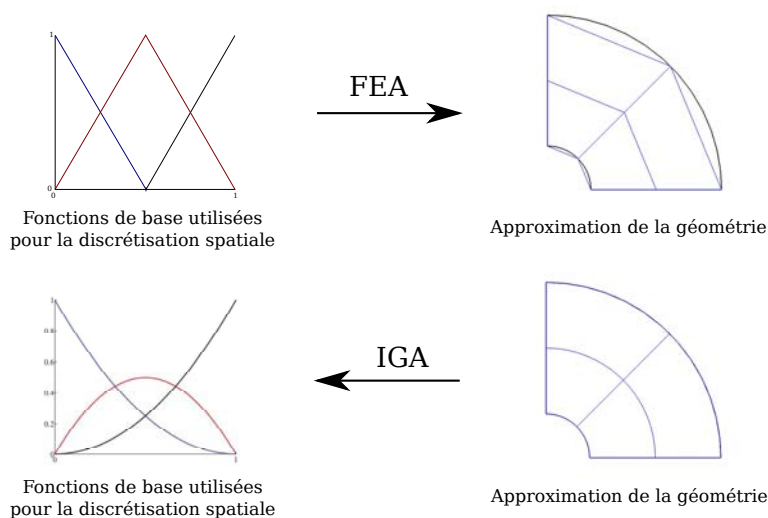


FIGURE 2 – Idée de base de l'analyse isogéométrique (IGA)

Ce choix de fonctions de base permet de conserver une description exacte de la géométrie quelques soient les opérations de raffinement effectuées. De plus, la continuité au passage des frontières d'éléments peut être d'ordre supérieur à la continuité que l'on obtient dans le cas des éléments finis. En effet, en éléments finis les champs solutions obtenus sont  $C^0$  à la traversée des frontières des éléments, alors qu'en analyse isogéométriques ils peuvent être  $C^1$ ,  $C^2$ , ou plus en fonction du degré des fonctions de bases choisies et des contraintes imposées par la géométrie.

Les opérateurs de prolongement et de restriction utilisés pour ce type d'approche résultent des procédés de raffinement standards de structures NURBS. Le critère de précision imposé par l'utilisateur est un critère d'erreur en énergie sur tout le domaine. L'indicateur d'erreur utilisé est la différence en énergie entre les solutions sur deux grilles successives. Cet indicateur est peu coûteux et est très bien adapté à la structure d'une résolution multigrilles. L'indicateur d'erreur local, nécessaire à la détermination des zones à raffiner, dérive directement de cet indicateur.

### 3 Exemples

Nous avons appliqué cet algorithme à plusieurs problèmes classiques pour mettre en évidence ses bonnes performances. Nous pouvons voir sur l'exemple de la plaque infinie trouée en traction (Fig 3) l'intérêt du raffinement localisé en analyse isogéométrique. En figure 4(a) est représenté le maillage obtenu en utilisant les techniques de raffinement classiques afin de respecter le critère de précision imposé par l'utilisateur et en figure 4(b) le maillage obtenu avec l'algorithme FMG IGA localisé.

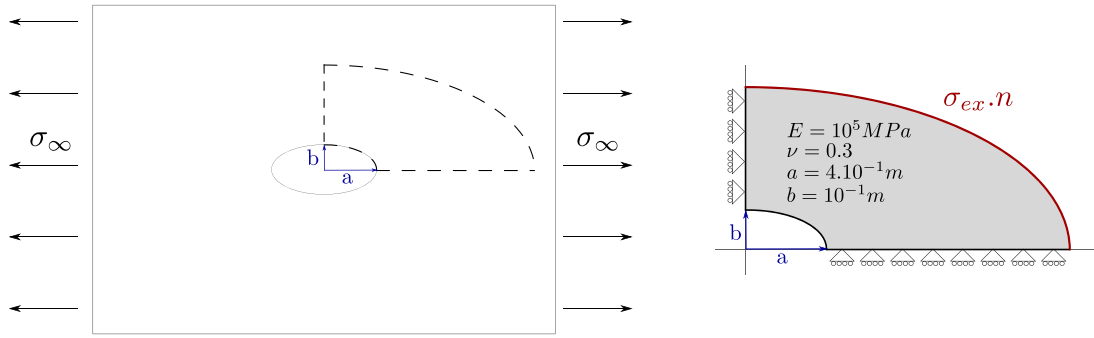
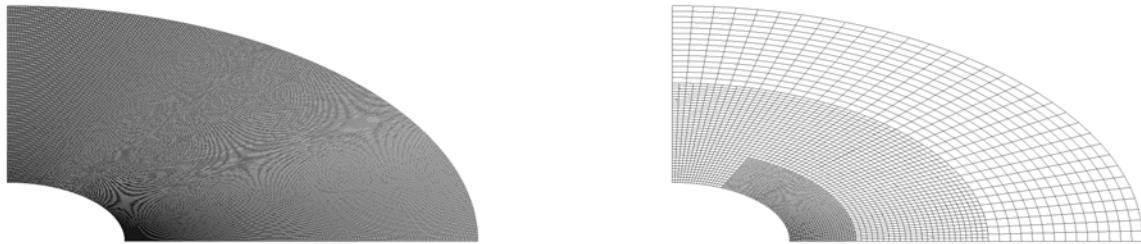


FIGURE 3 – Plaque infinie trouée en traction



(a) Maillage final avec un raffinement h classique.

(b) Maillage final obtenu avec l'algorithme FMG IGA localisé.

FIGURE 4 – Maillages finaux permettant de respecter le critère de précision imposé par l'utilisateur.

## 4 Conclusions et perspectives

Le raffinement localisé pour des maillages isogéométriques est un des thèmes principaux de recherches en analyse isogéométrique et des réponses sur cette problématique, telle que les T-splines [7, 8], les B-splines hiérarchiques [9, 10] ou les LR B-splines [11] ont été apportées. Ces méthodes sont assez lourdes à implémenter et l'algorithme FMG IGA localisé en est une alternative. Les problématiques liées au traitement du raffinement de bords courbes présentes avec une discrétisation spatiale éléments finis appliquée à ce type d'approche sont résolues naturellement grâce à la nature des fonctions de base NURBS.

## Références

- [1] KPS Gahalaut, JK Kraus, and SK Tomar. Multigrid methods for isogeometric discretization. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 253 :413–425, 2013.
- [2] KPS Gahalaut, SK Tomar, and JK Kraus. Algebraic multilevel preconditioning in isogeometric analysis : Construction and numerical studies. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 266 :40–56, 2013.
- [3] J Austin Cottrell, Thomas JR Hughes, and Yuri Bazilevs. *Isogeometric analysis : toward integration of CAD and FEA*. John Wiley & Sons, 2009.
- [4] Thomas JR Hughes, John A Cottrell, and Yuri Bazilevs. Isogeometric analysis : Cad, finite elements, nurbs, exact geometry and mesh refinement. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 194(39) :4135–4195, 2005.
- [5] Mark F Adams and RL Taylor. Parallel multigrid solvers for 3d unstructured finite element problems in large deformation elasticity and plasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 48(8) :1241–1262, 2000.
- [6] Nans Biboulet, Anthony Gravouil, David Dureisseix, AA Lubrecht, and Alain Combescure. An efficient linear elastic fem solver using automatic local grid refinement and accuracy control. *Finite Elements in Analysis and Design*, 68 :28–38, 2013.

- [7] Yuri Bazilevs, Victor M Calo, John A Cottrell, John A Evans, TJR Hughes, S Lipton, MA Scott, and TW Sederberg. Isogeometric analysis using t-splines. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(5) :229–263, 2010.
- [8] Michael R Dörfel, Bert Jüttler, and Bernd Simeon. Adaptive isogeometric analysis by local h-refinement with t-splines. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 199(5) :264–275, 2010.
- [9] A-V Vuong, Carlotta Giannelli, Bert Jüttler, and Bernd Simeon. A hierarchical approach to adaptive local refinement in isogeometric analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(49) :3554–3567, 2011.
- [10] Rainer Kraft. *Hierarchical B-splines*. Citeseer, 1994.
- [11] Kjetil André Johannessen, Trond Kvamsdal, and Tor Dokken. Isogeometric analysis using lr b-splines. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 269 :471–514, 2014.