



**HAL**  
open science

# Modélisation et simulation robuste de l'endommagement ductile

Yi Zhang, Eric Lorentz, Jacques Besson

► **To cite this version:**

Yi Zhang, Eric Lorentz, Jacques Besson. Modélisation et simulation robuste de l'endommagement ductile. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01515056

**HAL Id: hal-01515056**

**<https://hal.science/hal-01515056>**

Submitted on 27 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

# Modélisation et simulation robuste de l'endommagement ductile

Y. ZHANG<sup>1,2</sup>, E. LORENTZ<sup>1</sup>, J. BESSON<sup>2</sup>

<sup>1</sup>EDF R&D, Département Analyses Mécaniques et Acoustique, {yi.zhang, eric.lorentz}@edf.fr

<sup>2</sup>École des Mines de Paris, Centre des Matériaux, jacques.besson@mines-paristech.fr

---

**Résumé** — Dans notre travail de modélisation de l'endommagement ductile, une formulation de grandes déformations logarithmiques est utilisée. Afin de traiter la dépendance au maillage, nous régularisons la loi de comportement avec un modèle non local à gradient d'une variable interne. Ce modèle non local est ensuite couplé avec des éléments mixtes pour éviter le verrouillage volumique. Des simulations sur éprouvettes sont enfin confrontées à des résultats d'essais.

**Mots clés** — grandes déformations, loi de Gurson, régularisation non locale, verrouillage volumique

---

## 1. Introduction

Pour des structures industrielles destinées à être exposées à des chargements sévères, la modélisation de leur dégradation éventuelle par endommagement contribue à garantir leur sûreté en fonctionnement et permet des optimisations technico-économiques dans la phase de conception. La simulation numérique des phénomènes d'endommagement fournit ainsi une réponse complémentaire à l'approche expérimentale, cette dernière pouvant d'ailleurs se heurter à des problèmes de coûts ou de représentativité lorsqu'il s'agit de passer à l'échelle réelle dans les conditions de fonctionnement. Or la modélisation par éléments finis des phénomènes impliqués se heurte encore à plusieurs difficultés qui freinent une mise en œuvre industrielle systématique.

En raison de l'adoucissement négatif et du niveau de déformation élevé, les difficultés pratiques principales dans la simulation de l'endommagement ductile sont la dépendance au maillage et le verrouillage volumique. Dans notre travail, nous nous mettons d'abord dans le cadre de grandes déformations en nous basant sur un formalisme logarithmique [6]. Puis, partant de la loi de Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN), nous adoptons un modèle non local à gradient d'une variable interne qui nous permet de contrôler la localisation du dommage et traiter ainsi la dépendance au maillage [5]. Enfin, le modèle non local est couplé avec des éléments finis mixtes pour limiter le verrouillage volumique relatif à l'incompressibilité plastique.

## 2. Loi GTN non locale

Le modèle d'endommagement que nous utilisons dans cette étude est celui initialement proposé par Gurson [3] et ensuite modifié par Tvergaard et Needleman [7]. Le critère peut s'écrire de la manière suivante [2]:

$$F(\sigma_*, p) = \sigma_* - R(p) \leq 0$$

$$G(\sigma, \sigma_*, f) = \left( \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_*} \right)^2 + 2q_1 f \cosh \left( \frac{3q_2 \sigma_H}{2\sigma_*} \right) - 1 - (q_1 f^*)^2 \stackrel{\text{def } \sigma_*}{=} 0$$

$$f^* = \begin{cases} f & \text{si } f \leq f_c \\ f_c + \delta(f - f_c) & \text{si } f > f_c \end{cases}$$

où  $R(p)$  est la force thermodynamique liée à la déformation plastique cumulée  $p$ ,  $\sigma_{eq}$  la contrainte équivalente de von Mises et  $\sigma_H$  la partie hydrostatique des contraintes,  $f_c$  la porosité de coalescence,  $q_1$ ,  $q_2$  et  $\delta$  les paramètres du modèle et  $f$  est la porosité dont l'incrément en fonction du temps est défini par :

$$\dot{f} = (1 - f) \text{Tr} \dot{\epsilon}^p + \dot{f}_n$$

Ici,  $\dot{f}_n$  représente la porosité engendrée par la germination et dépend uniquement de la déformation plastique cumulée [2] [4].

Nous employons la méthode de régularisation à gradient d'une variable interne afin de contrôler le phénomène de localisation des déformations et de la porosité. Pour ce faire, on introduit un terme de gradient de la variable d'érouissage dans l'énergie. Au final, la nouvelle fonction de seuil fait apparaître un terme en Laplacien, assorti de conditions aux limites naturelles :

$$F(\sigma_*, p) = \sigma_* - R(p) + c \Delta p \leq 0$$

Pour résoudre les équations d'équilibre avec le critère GTN, la discrétisation en temps des variables se fait avec un schéma explicite pour la porosité et un schéma implicite pour les variables plastiques. Ce choix de schémas nous permet de décrire le système dans le cadre des matériaux standards généralisés dans un pas de temps. De plus, une méthode de décomposition-coordination est adoptée dans notre travail pour prendre en compte le caractère non local lors de l'intégration de la loi de comportement. Cette méthode introduit deux nouvelles variables aux nœuds : la déformation plastique cumulée  $a$  et un multiplicateur de Lagrange  $\lambda$ , voir Figure 1-a.

### 3. Traitement de l'incompressibilité

En régime ductile, outre la dépendance au maillage, on se heurte souvent à un problème numérique bien connu, un verrouillage volumique lié à l'incompressibilité qui perturbe considérablement la convergence de calculs. Ce problème entraîne une forte oscillation du champ de contraintes. Elle a été observée dans les simulations aussi bien avec le modèle local qu'avec le modèle non local (Figure 2-a). Une solution basée sur des formulations variationnelles de type Hu-Washizu en lien avec des éléments finis mixtes consiste à introduire non seulement les déplacements mais aussi la pression  $P$  et le changement de volume  $\theta$  comme inconnues nodales du problème [1].

Avec cette formulation, 5 variables ( $\underline{u}, P, \theta, a, \lambda$ ) sont associées aux nœuds. Si les variables sont interpolées de manière P2P1P1P1P1, où P2 signifie l'interpolation d'ordre 2 et P1 l'interpolation d'ordre 1, on aura jusqu'à 6 degrés de liberté par nœud en 2D (Figure 1-b) et 7 degrés de liberté par nœud en 3D. Cet élément fini mixte enrichit l'espace de solution des éléments finis et semble éliminer les oscillations résultant de l'incompressibilité (Figure 2-b).

Ces tests préliminaires montrent que ce modèle à 5 champs peut éviter la dépendance au maillage et le verrouillage volumique. Des analyses mathématiques plus détaillées seront abordées lors de la présentation.

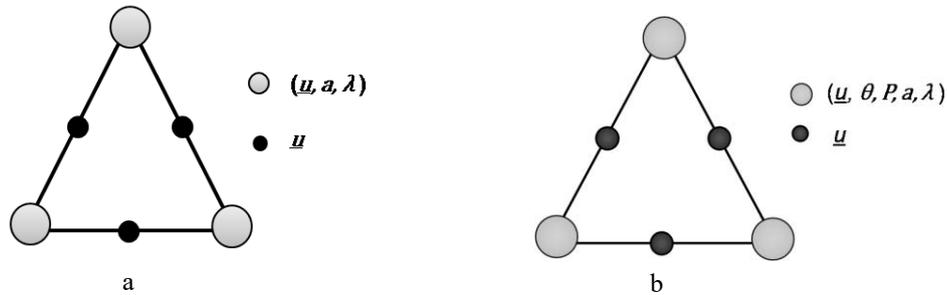


Figure 1: a - schéma d'un élément standard, modèle non local b - schéma d'un élément mixte, modèle non local

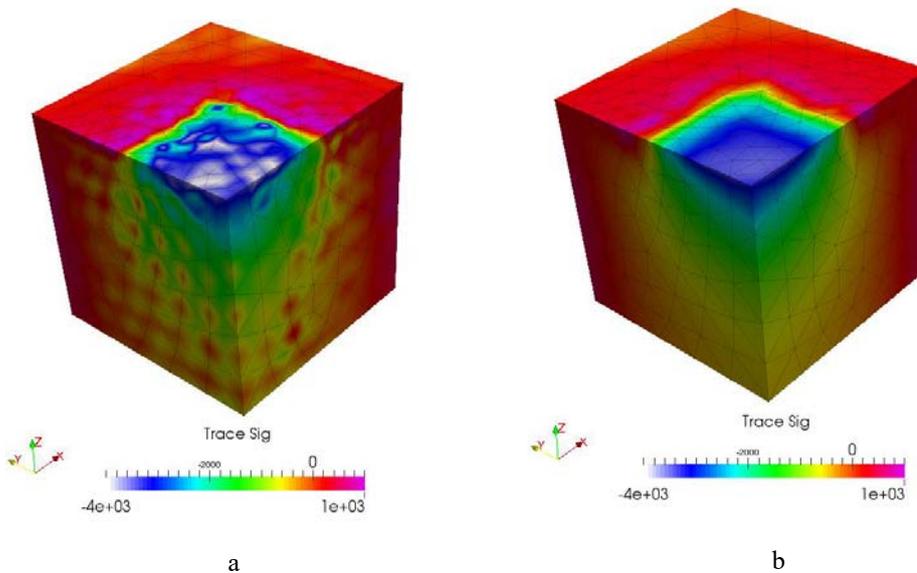


Figure 2 : Répartition de la trace des contraintes d'un cube déformé.  
a - élément standard b - élément mixte

#### 4. Simulation sur éprouvettes

Nous avons ensuite étudié à l'aide de simulations sur éprouvettes AE (Figure 3) le rôle de chaque paramètre présenté dans le modèle GTN non local. Des simulations complémentaires sur éprouvettes AE et CT ont ensuite été menées pour se confronter aux résultats expérimentaux. Le modèle présenté ci-dessus nous permet d'avoir des résultats de simulation cohérents avec les essais. Des simulations d'un tuyau seront également présentées pour illustrer la robustesse du modèle.

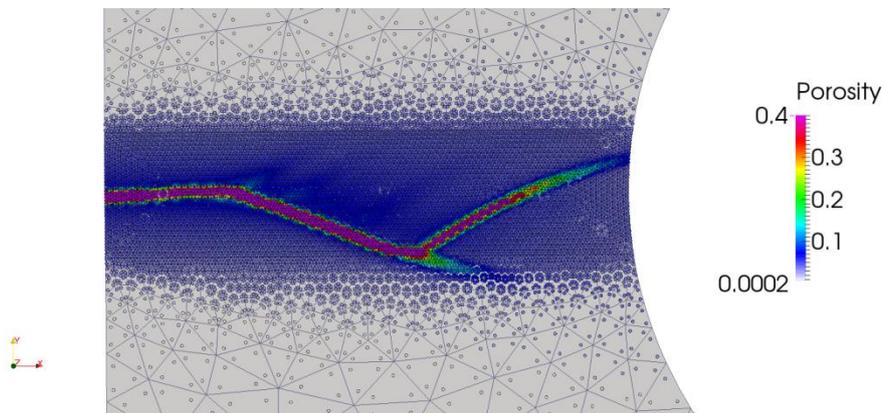


Figure 3 : Porosité aux points de Gauss dans l'AE avec une présence de cup-cône, modèle non local, élément mixte

## Références

- [1] Auricchio F., et al., Approximation of incompressible large deformation elastic problems: some unresolved issues. *Comput Mech*, 2013
- [2] Besson J., Steglich D., Brocks W., Modeling of plane strain ductile rupture, *International Journal of Plasticity* 19 (1517–1541), 2003
- [3] Gurson A., Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I Yield criteria and flow rules for porous ductile media. *J. Engng Mater. Technol.*, 1977
- [4] Linse T., Hüter G., Kuna M. Simulation of crack propagation using a gradient-enriched ductile damage model based on dilatational strain, *Engineering Fracture Mechanics* 95, 2012
- [5] Lorentz E. and Godard V., Gradient damage models: Toward full-scale computations. 1927-1944, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 2011
- [6] Miehe C., Apel N. and Lambrecht M., Anisotropic additive plasticity in the logarithmic strain space: modular kinematic formulation and implementation based on incremental minimization principles for standard materials. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, pp. 5383-5425., 2002
- [7] Tvergaard V., Needleman A., Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar, *Acta Metallurgica*, Volume 32, Issue 1, Pages 157-169, January 1984