



## Détermination de l'état élastoplastique asymptotique d'une structure

Sylvain Zuchiatti, Jean-Christophe Roux, Eric Feulvarch, Jean-Michel Bergheau, Samuel Tissot

### ► To cite this version:

Sylvain Zuchiatti, Jean-Christophe Roux, Eric Feulvarch, Jean-Michel Bergheau, Samuel Tissot. Détermination de l'état élastoplastique asymptotique d'une structure. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. <hal-01515051>

**HAL Id: hal-01515051**

**<https://hal.science/hal-01515051v1>**

Submitted on 27 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC0 1.0 - Universal - International License

# Détermination de l'état élastoplastique asymptotique d'une structure

S. Zuchiatti<sup>1,2</sup>, J.C. Roux<sup>1</sup>, E. Feulvarch<sup>1</sup>, J.M. Bergheau<sup>1</sup>, S. Tissot<sup>2</sup>

<sup>1</sup> LTDS, Ecole Nationale d'Ingénieur de Saint Étienne, {sylvain.zuchiatti,jean-christophe.roux,.eric.feulvarch,jean-michel.bergheau}@enise.fr

<sup>2</sup> Areva, Engineering And Project Division, samuel.tissot@areva.com

**Résumé** — Résumé de 6 lignes maximum.

Résumé de 6 lignes maximum.

**Mots clés** — Réduction de modèle, Proper Generalized Decomposition, État asymptotique

## 1 Introduction

Les structures sous chargement cycliques peuvent avoir trois états asymptotiques, selon les types de comportement mécanique. Le premier est purement élastique et est appelé adaptation, le second est stabilisé mais partiellement plastique et est appelé accommodation, le dernier est le phénomène de rochet. Dans ce dernier état, une nouvelle déformation apparaît à chaque cycle de chargement. Ce phénomène est dû au comportement du matériau lui même ou à des chargements complexes et peut mener à la rupture. Comme il conduit à une déformation supplémentaire à chaque cycle, la rupture de la structure peut apparaître à tout instant du cycle de vie.

Aujourd'hui, pour obtenir un dimensionnement satisfaisant des structures, les industriels ont besoin de déterminer plus précisément les déformations plastiques dues au phénomène de rochet [1]. D'un point de vue mathématique, il est difficile de les obtenir. La détermination de l'accommodation (ou état asymptotique) nécessite le calcul d'un grand nombre de cycles de chargement (souvent plusieurs centaines ou milliers de cycles). Le coût de ce calcul est trop élevé voire dans certains cas, impossible à réaliser. Dans le but de connaître l'état asymptotique, diverses méthodes ont été utilisées et l'utilisation de modèles d'ordre réduit semble être une méthode prometteuse pour traiter ces problèmes.

La Proper Generalized Decomposition (PGD), qui fait partie de cette famille, est utilisée principalement dans le cas de problèmes linéaires [2] et jusqu'à présent ne peut être appliquée que très rarement au cas d'une structure mécanique dont le matériau présente une loi de comportement non linéaire [4]. Elle a été couplée à la Méthode Asymptotique Numérique [6] pour traiter des problèmes non-linéaires.

En utilisant les principes de base de la méthode à LArge Time INcrement (LATIN) de Ladevèze [5], cette contribution propose d'étendre l'utilisation de la PGD aux problèmes non-linéaires.

## 2 Application

Le problème qui nous intéresse est un problème thermomécanique non linéaire et dépendant du temps. Nous supposons que les sollicitations appliquées à la structure sont cycliques. L'équation d'équilibre en tout point intérieur d'un domaine  $\Omega$  est donc :

$$\text{div}(\underline{\sigma}(\underline{x}, t)) + \underline{f}_v = \underline{0} \quad (1)$$

La PGD propose habituellement d'approcher la solution d'un tel problème en décomposant l'espace et le temps. On utilise une approximation sous la forme d'une somme de produits de fonctions de l'espace et du temps [3]. La solution s'écrit alors :

$$\underline{u} = \sum_{i=1}^N \underline{X}_i(\underline{x}) T_i(t) \quad (2)$$

Dans notre cas nous utilisons une approximation du déplacement  $\underline{u}(\underline{x}, t)$  au rang N telle que :

$$\underline{u}^N = \sum_{i=1}^N \underline{d}_i(\underline{x}) f_i(t) \quad (3)$$

avec  $\underline{d}(\underline{x})$  une fonction de l'espace et  $f(t)$  une fonction du temps. On recherche alors une approximation au rang  $N+1$  telle que :

$$\underline{u}^{N+1} = \sum_{i=1}^N \underline{d}_i(\underline{x}) f_i(t) + \underline{d}(\underline{x}) f(t) \quad (4)$$

En utilisant la formulation variationnelle suivante :

$$\underline{u}^* = \underline{d}^* f + f^* \underline{d} \quad (5)$$

La forme faible du problème s'écrit :

$$\int_{\Omega} \int_t (\underline{d}^* f + \underline{d} f^*) (\text{div}(\underline{\sigma}) + \underline{f}_v) dt dx = 0 \quad (6)$$

où  $\underline{\sigma}$  est fonction de l'approximation recherchée, soit  $\underline{\sigma}(\underline{u}^{N+1})$

On obtient un système de deux équations variationnelles pour déterminer chacune des fonctions  $\underline{d}$  et  $f$  :

$$\forall \underline{d}^*, \int_{\Omega} \int_t \underline{d}^* f (\text{div}(\underline{\sigma}(\underline{u}^{N+1})) + \underline{f}_v) dt dx = 0 \quad (7)$$

$$\forall f^*, \int_{\Omega} \int_t \underline{d} f^* (\text{div}(\underline{\sigma}(\underline{u}^{N+1})) + \underline{f}_v) dt dx = 0 \quad (8)$$

Après intégration par parties en espace, (7) devient :

$$\forall \underline{d}^*, \int_{\Omega} \underline{d}^* \int_t f \underline{f}_v dt dx + \int_{\partial\Omega} \underline{d}^* \int_t f \underline{T}(\underline{u}^{N+1}) dt ds - \int_{\Omega} \underline{\epsilon}^*(\underline{d}) \int_t f \underline{\sigma}(\underline{u}^{N+1}) dt dx = 0 \quad (9)$$

et la formulation variationnelle (8) devient :

$$\forall f^*, \int_{\Omega} \underline{d} \int_t f^* \underline{f}_v dt dx + \int_{\partial\Omega} \underline{d} \int_t f^* \underline{T}(\underline{u}^{N+1}) dt ds - \int_{\Omega} \underline{\epsilon}(\underline{d}) \int_t f^* \underline{\sigma}(\underline{u}^{N+1}) dt dx = 0 \quad (10)$$

Chacune des équations est résolue alternativement à l'aide du processus de résolution décrit ci après.

### 3 Principe de résolution

Les termes du mode  $N+1$  de l'équation (4) sont déterminés à l'aide de l'algorithme suivant :

1. on suppose l'approximation au mode  $N$  connue,
2. on résout l'équation (9) en considérant un comportement élastique linéaire du matériau à l'aide d'un processus de type Newton ce qui permet de déterminer  $\underline{d}$  avec  $f$  fixé, de la même manière qu'une méthode PGD classique,
3. on fixe  $\underline{d}$  de l'étape précédente puis on résout l'équation (10) en considérant un comportement non-linéaire du matériau ce qui permet de déterminer  $f$ ,
4. on fixe  $f$  de l'étape précédente puis on résout l'équation (9) en considérant cette fois ci un comportement non linéaire du matériau pour déterminer  $\underline{d}$ ,
5. on itère sur les étapes 3 et 4 jusqu'à convergence,
6. les fonctions  $\underline{d}$  et  $f$  ainsi déterminées sont ajoutées à l'approximation de la solution en tant que mode  $N+1$ .

Avec cette méthode, l'initialisation de chaque mode (étape 2) se fait en résolvant un problème linéaire 3D ce qui réduit le coût par rapport à un problème non-linéaire. La partie non-linéaire est introduite à partir de l'étape 3 mais est déterminée par un problème 1D dont le nombre de degrés de liberté est moins importants, quelques milliers tout au plus, que celui du problème en espace qui peut atteindre plusieurs millions.

### 4 Conclusion

Cette méthode basée sur la PGD a été implémentée dans le code de calcul Systus® et les premiers résultats montrent qu'elle est capable de traiter des problèmes non-linéaires. L'utilisation de la PGD permet des gains de temps importants ce qui permet de calculer un très important de cycles et d'obtenir les états asymptotiques liés à la durée de vie de la structure.

## Références

- [1] J.L. Chaboche. *A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories*, International Journal of Plasticity, 24, 1642-1693, 2008.
- [2] D. Gonzalez, A. Ammar, F. Chinesta, E. Cueto. *Recent advances in the use of separated representations*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 81/5, 637-659, 2010.
- [3] F. Chinesta, R. Keunings, A. Leygue. *The proper generalized decomposition for advanced numerical simulations : a primer*, Springer, 2014.
- [4] M. Hammoud, M. Beringhier, J.C. Grandidier. *A reduced simulation applied to the viscoelastic fatigue*, Comptes Rendus Mécanique, 342, 671-691, 2014.
- [5] P. Ladevèze. *Mécanique non linéaire des structures*, Hermes, 1996.
- [6] A. Leygue, F. Chinesta, M. Beringhier, T.L Nguyen, J.C. Grandidier, F. Pasavento, B. Schrefler. *Towards a framework for non-linear thermal models in shell domains*, International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow, vol.23, no 1, 55-73, 2013.