



HAL
open science

Intégration réduite d'un élément de coque isogéométrique de type Reissner-Mindlin dans le cadre de l'analyse non-linéaire par T-splines

Cédric Adam, Salim Bouabdallah, Malek Zarroug, Habibou Maitournam

► **To cite this version:**

Cédric Adam, Salim Bouabdallah, Malek Zarroug, Habibou Maitournam. Intégration réduite d'un élément de coque isogéométrique de type Reissner-Mindlin dans le cadre de l'analyse non-linéaire par T-splines. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01514305

HAL Id: hal-01514305

<https://hal.science/hal-01514305>

Submitted on 26 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Intégration réduite d'un élément de coque isogométrique de type Reissner-Mindlin dans le cadre de l'analyse non-linéaire par T-splines

Cédric ADAM^{1,3}, Salim BOUABDALLAH², Malek ZARROUG¹, Habibou MAITOURNAM³

¹ PSA Peugeot Citroën, Direction Scientifique et Technologies Futures, cedric.adam1@mpsa.com

² École Supérieure d'Ingénieurs Léonard de Vinci, Département Mécanique des Systèmes, salim.bouabdallah@devinci.fr

³ École Polytechnique, Laboratoire de Mécanique des Solides, maitournam@lms.polytechnique.fr

Résumé — L'intégration réduite d'un élément de coque géométriquement non linéaire de Reissner-Mindlin est proposée dans le cadre de l'analyse des structures par T-splines. La formulation de coque est basée sur les déplacements et une approximation du premier ordre est utilisée dans l'épaisseur pour prendre en compte le cisaillement transverse. La formulation Lagrangienne totale est utilisée pour prendre en non linéarités en déplacements finis. La mise à jour des grandes rotations est traitée par la théorie des quaternions.

Mots clés — Analyse isogométrique ; T-splines ; Verrouillage numérique ; Intégration réduite ; Coques de Reissner-Mindlin ; Transformations finies.

1 Contexte

L'automatisation de la conversion des modèles CAO en modèles adaptés à l'analyse est un processus complexe et généralement couteux en temps. La technologie T-spline généralise les notions de B-splines et NURBS [1] et s'avère être un outil prometteur pour faciliter le lien entre la conception et la simulation.

Les schémas de quadrature réduite pour les B-splines et NURBS, proposés dans [2] sont étendus aux fonctions T-splines [3] plus générales. Les intégrations réduites de Gauss non-uniforme et par patch sont présentées et comparées à l'intégration complète classique. Les performances de l'élément sont évaluées sur des problèmes bidimensionnels d'analyse des structures, linéaires ou non. Les effets de la distorsion du maillage ainsi que du raffinement local sont étudiés pour les différents types de quadrature présentés.

2 T-splines

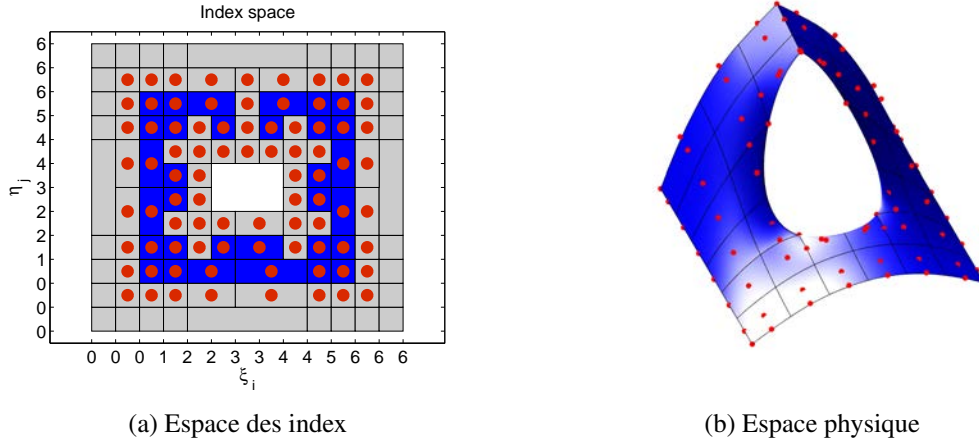
Le concept de T-splines est mis en évidence par la notion de subdivision de fonctions splines. L'espace paramétrique n'est plus nécessairement cartésien, c'est-à-dire formé par un produit tensoriel d'espaces paramétriques de dimension inférieure. A l'inverse des fonctions B-splines et NURBS, les « jonctions en T » sont permises dans cet espace.

La structure du maillage T-spline est plus flexible et permet de décrire des géométries complexes possédant différentes continuités et topologies. La figure 1 représente, sur la droite, une surface 3D bi-quadratique contenant un trou et une arrête de continuité C^0 qui ne se propage pas nécessairement selon une direction de l'espace. Les éléments en gris ont une mesure nulle, ils sont donc non-physiques, alors que les éléments en bleu ont une mesure non nulle. Ce maillage T-spline satisfait les conditions nécessaires sur les fonctions de formes pour être utilisé en analyse.

3 Modèle de coque non-linéaire

Un modèle de coque non-linéaire de type Reissner-Mindlin, obtenu à partir d'un modèle volumique dégénéré, est proposé dans ce travail. La cinématique est du premier ordre dans l'épaisseur et le cisaillement transverse est pris en compte. Cinq degrés de liberté, dans le repère local, sont associés à chaque noeud (trois translations et deux rotations).

Nous considérons un état de contraintes planes dans le repère local, c'est-à-dire $\sigma_{33}^l = 0$. Les coques



(a) Espace des index

(b) Espace physique

FIGURE 1 – Maillage T-spline et géométrie associée comportant un trou et une continuité C^0 localement. Les éléments en gris ont une mesure nulle alors que les éléments en bleu ont une mesure non nulle.

modélisées ici sont d'épaisseur constante, cela permet de définir une normale indépendante de l'épaisseur h de celles-ci. On travaillera alors avec la normale à la surface moyenne.

La géométrie exacte de la coque ainsi que les déplacements sont caractérisés mathématiquement par les mêmes fonctions de forme

$$\mathbf{X}(\boldsymbol{\xi}) = \sum_{A=1}^{nm} N_A(\boldsymbol{\xi}, \eta) \mathbf{X}_A + \frac{h}{2} \zeta \mathbf{n}(\boldsymbol{\xi}, \eta), \quad (1)$$

$$\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}) = \sum_{A=1}^{nm} N_A \left(\mathbf{U}_A + \frac{h}{2} \zeta (\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_A) - \mathbf{I}_3) \mathbf{n}_A \right), \quad (2)$$

où $\mathbf{x} = (x, y, z)^T$ est le vecteur position d'un point quelconque de celle-ci, $\boldsymbol{\xi} = (\xi, \eta, \zeta)^T$ est le vecteur correspondant dans l'espace paramétrique, N_A est la fonction de base associée au point de contrôle \mathbf{X}_A , h l'épaisseur de la coque et \mathbf{n} la normale à la surface moyenne de la coque au point \mathbf{X} . $\boldsymbol{\theta}_A$ est le vecteur rotation de la coque au point de contrôle \mathbf{X}_A et \mathbf{R} la rotation finie. La variable ξ (resp. η) est directement définie par le vecteur noeud Ξ (resp. H), en revanche, la variable $\zeta \in [-1, 1]$ permet de décrire l'épaisseur de la coque. La mise à jour des grandes rotations est traitée par l'algèbre des quaternions.

4 Intégration réduite

Les méthodes d'intégration réduite adaptées aux fonctions splines et présentées dans [2] sont étendues aux fonctions splines. La figure 2 représente un maillage T-spline bi-quadratique avec les intégrations de Gauss-Legendre complète et réduite ainsi qu'avec un intégration par patch, optimale vis-à-vis des fonctions à intégrer. Ces dernières prennent en compte la régularité entre les éléments de celles-ci.

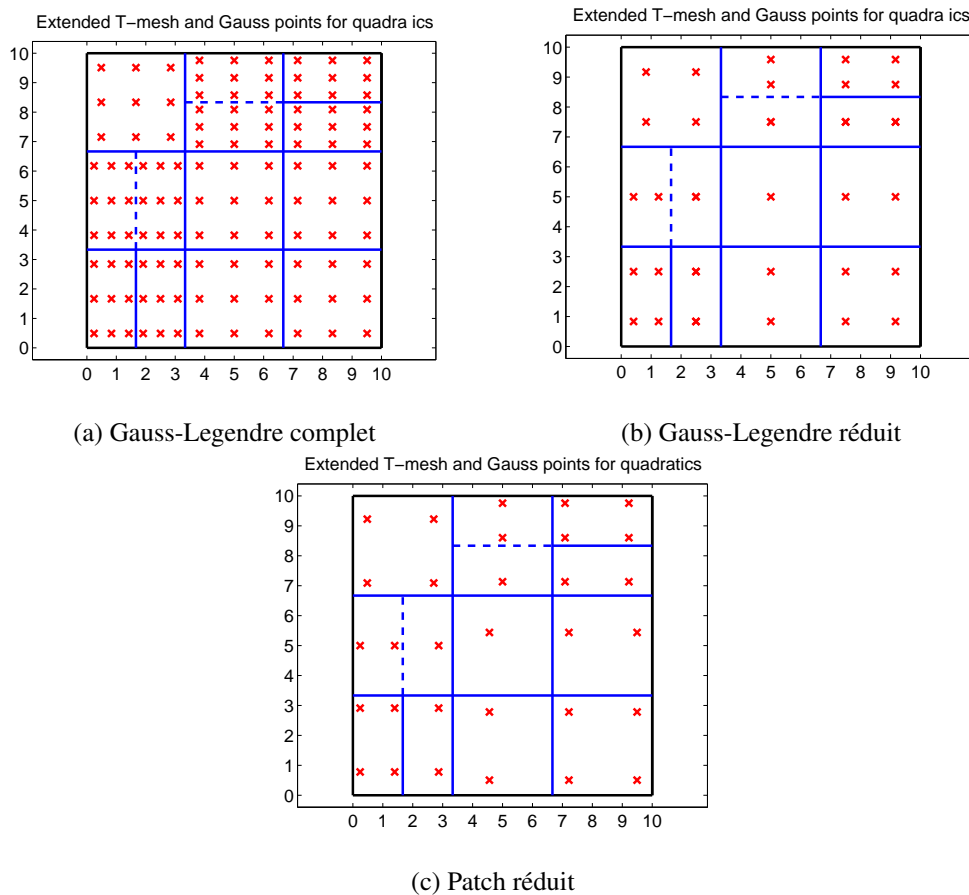


FIGURE 2 – Maillage T-spline et lignes de continuité réduite (traits plein et pointillé) pour des fonctions de forme bi-quadratiques.

5 Résultats

Les tests classiques, de type « Shell Obstacle Courses », pour l'analyse des structures ont été effectués. Les modèles de coque linéaire et non-linéaire géométrique couplés aux différentes intégrations présentées précédemment ont été évalués sur ces exemples. Un raffinement des éléments, local ou non, est utilisé pour évaluer la vitesse de convergence des solutions numériques vers les solutions de référence largement utilisées dans la littérature [4, 5].

La figure 3 représente le cas-test classique de l'hémisphère pincée en analyse linéaire. Les quadratures de Gauss-Legendre complète et réduite sont comparées pour des fonctions de forme bi-quadratiques. L'intégration réduite permet de réduire significativement d'effet le blocage en membrane et en cisaillement transverse. De plus, à nombre de degré de liberté constant et donc coût en temps de calcul équivalent, le raffinement local des fonctions de base près des zones de chargement permet d'améliorer la précision des résultats numériques.

Références

- [1] T.J.R Hughes, J.A. Cottrell, Y. Bazilevs. *Isogeometric Analysis : CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 194, 4135-4195, 2005.
- [2] C. Adam, T.J.R. Hughes, S. Bouabdallah, M. Zarroug, H. Maitournam. *Selective and reduced numerical integration for NURBS-based isogeometric analysis*. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 284, 732-761, 2015.
- [3] T.W. Sederberg, J. Zheng, A. Bakenov, A. Nasri. *T-splines and T-NURCCSs*, ACM Trans. Graph, 22, 477-484, 2003.
- [4] R.H. MacNeal and R.L. Harder. *A proposed standard set of problems to test finite element accuracy*. Finite Elem. Anal. Des., 1, 3-20, 1985.
- [5] K.Y. Sze and X.H. Liu and S.H. Lo. *Local refinement of analysis-suitable T-splines*. Finite Elem. Anal. Des., 40, 1551-1569, 2004.

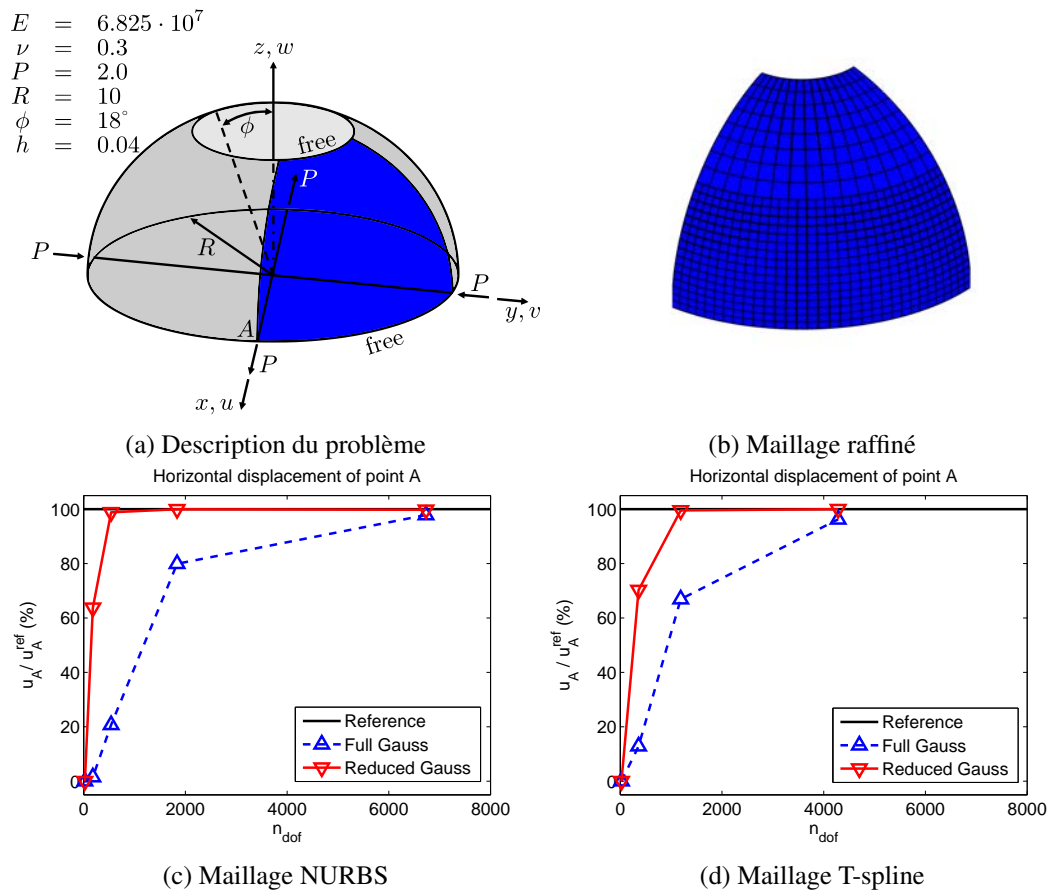


FIGURE 3 – Convergence du déplacement horizontal au point de chargement de l’hémisphère pincée pour différents types d’intégration.