HAL open science

Réduction drastique des temps de calculs pour l'optimisation globale à base de métamodèles par réduction de modèles

Moindze Soilahoudine, Christian Gogu, Christian Bes

▶ **To cite this version:**

Moindze Soilahoudine, Christian Gogu, Christian Bes. Réduction drastique des temps de calculs pour l'optimisation globale à base de métamodèles par réduction de modèles. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01514304

HAL Id: hal-01514304

https://hal.science/hal-01514304v1

Submitted on 26 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

CSMA 2015
12 Colloque National en Calcul des Structures
18-22 Mai 2015, Presqu'île de Giens (Var)

Réduction drastique des temps de calculs pour l'optimisation globale à base de métamodèles par réduction de modèles

M. Soilahoudine [1], C. Gogu [1], C. Bes [1]

[1]*Université de Toulouse; UPS, INSA, Mines Albi, ISAE; ICA (institut Clément Ader)*
{moindze.soilahoudine, christian.gogu, christian.bes }@ univ-tlse3 fr

Résumé — Les méthodes d'optimisation à base de métamodèles avec enrichissement adaptatif (type EGO) peuvent, malgré leurs atouts, être rédhibitoires en temps de calculs lorsqu'elles sont appliquées à des modèles numériques de grande taille. Nous proposons une nouvelle méthodologie permettant de réduire de façon drastique les temps de calculs par un couplage de ces méthodes avec la réduction de modèles. Nous appliquerons cette nouvelle méthodologie à un problème d'identification des propriétés matériaux d'un composite à partir des mesures de champ simulées en traction et en flexion.
Mots clés — Optimisation, réduction de dimensionnalité, surface de réponse, matériau composite

1. Introduction

Les méthodes d'optimisation à base de surfaces de réponse avec enrichissement adaptatif à chaque cycle sont devenues de plus en plus populaires. Ces méthodes partent d'un nombre limité de points appelés plan d'expérience à partir desquels une surface de réponse est construite. Il s'agit ensuite d'utiliser la surface de réponse pour choisir le(s) point(s) pour la(s) prochain(s) simulation(s) qui mène(nt) à l'optimum global du problème [1], [2]. La méthode EGO (efficient global optimization) [3] est une telle méthode séquentielle adaptative qui utilise la structure d'incertitudes du métamodèle de krigeage afin de raffiner la précision des évaluations de l'optimisation en fonction des besoins du problème. Cependant cette méthode peut rester encore trop coûteuse lorsque le modèle numérique est lent à évaluer (typiquement les modèles numériques de grande taille).

Une autre façon de réduire le coût numérique est d'utiliser une méthode de réduction de modèle par projection [4]. Cette méthode permet de réduire drastiquement la dimension du problème et donc les coûts numériques. L'idée est d'utiliser les réponses de quelques simulations pour construire une base de dimension négligeable comparée à la dimension du problème complet. Aux points restants on résout le problème projeté dans cette base.

Dans cet article, nous présentons une nouvelle méthodologie d'optimisation à base de métamodèle permettant de réduire de façon significative le coût numérique de l'optimisation. La méthode est basée sur un couplage de la méthode EGO avec la méthode en base réduite. Une application à un problème d'identification de propriétés matériaux d'un stratifié à partir de mesures de champs en traction et flexion sera présentée.

La suite de l'article est organisée comme suit. Dans une première partie une revue de l'optimisation à base de metamodèle et de la modélisation en base réduite est donnée. Dans un deuxième temps nous présentons la nouvelle méthodologie. Enfin nous présentons une application à l'identification des propriétés matériaux à partir de mesures de champ simulés.

2. Méthodes de réductions des temps de calculs

2.1. Brève description de la méthode EGO

EGO (Efficient global optimization) est une méthode d'optimisation séquentielle adaptative à base de métamodele avec une structure d'incertitudes (le krigeage). Elle utilise cette structure d'incertitudes afin de raffiner la précision des évaluations de l'optimisation en fonction des besoins du problème. EGO commence par construire un métamodèle de krigeage à partir d'un plan d'expérience initial. A chaque itération, EGO choisit le point qui maximise l'amélioration espérée [5] et actualise le modèle de krigeage. Nous considérons ici comme critère d'arrêt le nombre maximal d'itération. Aujourd'hui, EGO est devenu une approche très répandue en optimisation de simulateurs numériques, étant très bien adaptée pour une optimisation globale avec un nombre raisonnable de minima locaux.

2.1. Brève description de la méthode en base réduite

Un modèle numérique de structure implique souvent la résolution d'un système d'équations pouvant être exprimé comme suit :

$$KU = F \qquad (1)$$

En grande dimension (i.e. modèle de grande taille avec un grand nombre de degrés de liberté), la résolution de l'Eq .1 revient à inverser un système d'équation de taille *n* (nombre de degrés de liberté) qui peut aller jusqu'à plusieurs millions et rendre ainsi cette résolution très coûteuse en temps de calcul.

La méthode en base réduite, appelée aussi méthode de réduction de modèle par projection, est un cas particulier des méthodes de réduction de dimensionnalité. Cette méthode permet de réduire le nombre de variables du modèle par projection dans une certaine base. Il s'agit de trouver la solution dans un sous espace V de dimension *m* (avec $m << n$). Typiquement, V est défini par $\mathbf{\Phi}=\{\mathbf{\Phi}_1,\ldots,\mathbf{\Phi}_m\}$ appelé base réduite. Le problème de l'Eq. 1 projeté dans cette base s'écrit :

$$\mathbf{\Phi}^T K\, \mathbf{\Phi\alpha} = \mathbf{\Phi}^T F \qquad (2)$$

où $\boldsymbol{\alpha}$ est le vecteur des coefficients du vecteur *U* dans la base réduite $\mathbf{\Phi}$. Il est à noter que l'Eq. 2 est équivalente à un modèle réduit de l'Eq. 1. Résoudre le modèle réduit de l'Eq. 2 revient à inverser un système d'équations de taille *m*, la taille de la matrice de rigidité réduite $\mathbf{\Phi}^T K\, \mathbf{\Phi}$. La résolution de l'Eq .2 donne le vecteur $\boldsymbol{\alpha}$ et l'approximation de la solution dans la base réduite s'écrit alors $U_B = \mathbf{\Phi\alpha}$ dont la validité peut être quantifiée par :

$$e_{rb}^2 = \frac{||K\, \mathbf{\Phi\alpha} - \mathrm{F}||^2}{||F||^2} \qquad (3)$$

3. Nouvelle méthodologie

Nous proposons d'utiliser une nouvelle méthodologie d'optimisation avec enrichissement adaptatif permettant de réduire drastiquement le coût numérique de l'optimisation par couplage de la méthode d'optimisation à base de métamodèle avec la méthode en base réduite. La Fig. 1 présente cette méthodologie. Comme dans EGO le point de départ constitue un plan d'expérience initial D dans le domaine d'intérêt. En quelques point, notés K, de D la solution du modèle complet sera calculée et utilisée pour construire la base réduite $\mathbf{\Phi}$. Les simulations aux autres points de D, notés D-K, utilisent le modèle réduit projeté dans cette base. Une surface de réponse de la fonction objectif est par la suite construite.

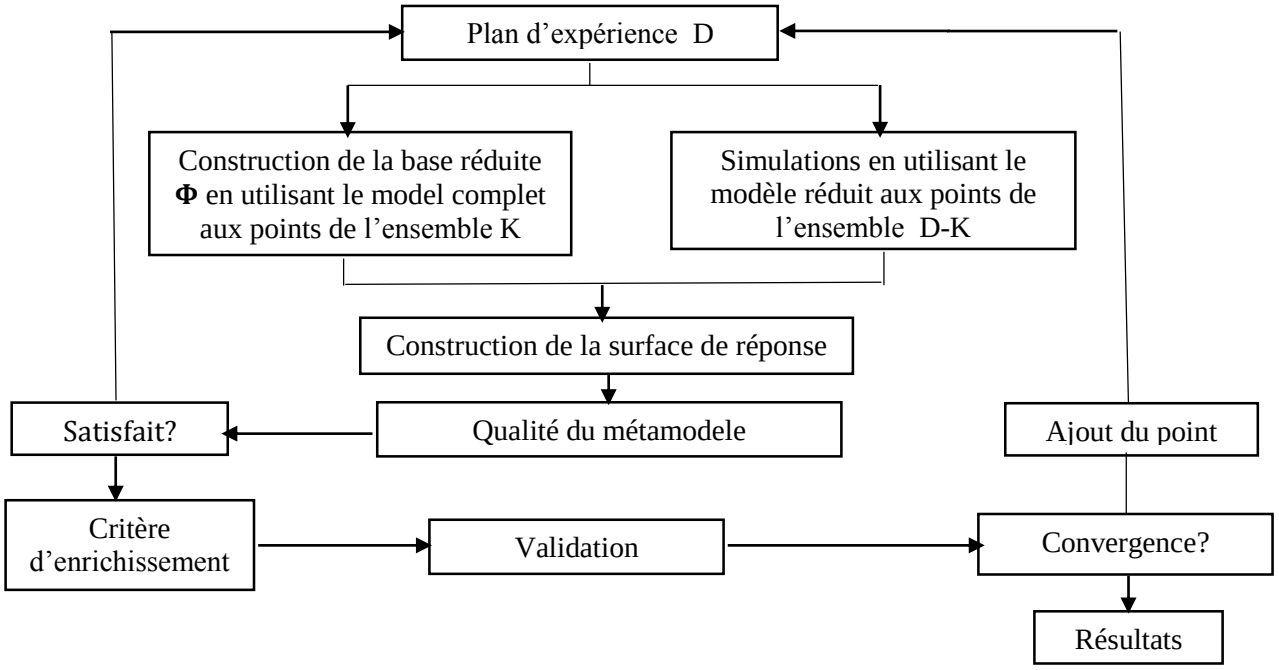

Fig. 1 Méthodologie d'optimisation en base réduite à base de métamodèle

Un critère d'enrichissement est utilisé pour choisir le prochain point où une simulation sera effectuée. Une solution en base réduite est d'abord calculée en ce point. Lorsque le résidu de la solution en base réduite (Eq. 3) est inférieur à une valeur seuil fixée par l'utilisateur en fonction du problème, le metamodèle est mis à jour utilisant la solution en base réduite. Dans le cas contraire le modèle complet est simulé en ce point et le résultat est utilisé pour enrichir la base **Φ** tout en mettant à jour le métamodèle.

Un cas particulier de cette méthodologie consiste à utiliser le krigeage comme metamodèle, l'amélioration espérée comme critère d'enrichissement et la méthode de construction de base appelée key point [6]. Nous appelons cette méthode **KPERBGO** (Key Point Efficient Reduced Basis Global Optimization). On choisir K de la manière suivante. Au premier point de D, un modèle complet est utilisé et le résultat devient le premier élément de la base **Φ** après normalisation. A chaque point de D on résout le modèle en base réduite. Si le résidu de l'Eq. 3 est supérieur à une certaine valeur fixée on calcule à nouveau le modèle complet dont la solution est orthonormalisée et ajoutée à la base. On peut voir **KPERBGO** comme EGO dans lequel la plupart des simulations utilisent un modèle réduit. C'est donc une méthode d'optimisation globale avec une réduction significative du coût numérique comparé à EGO.

3. Application

Pour illustrer la méthode **KPERBGO** nous l'avons appliqué à un problème d'identification des propriétés d'un stratifié à partir de mesures des champs de déplacements. Une première étude a porté sur l'identification des quatre propriétés élastiques orthotropes : le module de Young dans le sens longitudinal (E_1), dans le sens transversal (E_2), Le coefficient de poisson (ν_{12}) et le module de cisaillement (G_{12}). Pour l'obtention des mesures des champs nous avons simulé un test de traction sur une plaque trouée. Ce problème n'a pas de solution analytique exacte. Un code élément finis basé sur le générateur de maillage Gmsh est utilisé. La fonction objectif est formulée par la différence des moindres carrées entre les champs de déplacement calculés numériquement et les champs de référence.

Sur ce problème simple les premiers résultats ont montré que **KPERBGO** demande jusqu'à 7 fois moins de temps de calcul que EGO**.** Nous avons remarqué que : **KPERBGO** est d'autant plus efficace que la dimension du modèle est grande et lorsque le problème demande un grand nombre d'itérations. L'efficacité en grande dimension peut s'expliquer par le fait que l'inversion de l'Eq. 1 est très coûteuse en temps de calculs alors que le temps d'inversion de l'Eq. 2 est beaucoup plus faible. Après quelques itérations, la base devient suffisamment précise de manière à ne plus avoir besoin d'être enrichie. Toutes les simulations restantes utilisent alors le modèle en base réduite. Ce qui explique l'efficacité de **KPERBGO** pour un problème d'optimisation avec un très grand nombre d'itérations.

Comme le problème précédent n'admet qu'un seul minimum global nous avons également cherché à appliquer **KPERBGO** à un problème avec des minima locaux. Nous avons alors considéré le même problème d'identification auquel on ajoute la séquence d'orientation des plis comme variable à identifier. Pour pouvoir identifier de manière univoque cette séquence d'empilement nous avons ajouté un essai de flexion quatre points. Les résultats pour ce problème seront inclus dans la présentation finale.

4. Références

[1] A. I. J. Forrester, A. Sobester and A. Keane, Engineering Design via Surrogate Modelling, John Wiley and Sons, 2008.

[2] J. Sacks, W. Welch, T. Mitchell and H. Wynn, "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science,* pp. Vol. 4(4), pp. 409-435, 1989.

[3] D. Jones, W. J. Welch and M. Schonlau, "Efficient global optimization of expensive black-box function," *Journal of Global Optimization,* pp. Val. 13(4), pp. 455-492, 1998.

[4] S. Sen, "Reduced-basis approximation and a posteriori error estimation for many-parameter heat conduction problems," *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals,* p. 54(5), 2008.

[5] D. Jones, "A taxonomy of global optimization methods based on response surfaces," *Journal of Global Optimization,* pp. Vol. 21 (4), pp. 345-383, 2001.

[6] C. Gogu and J.-C. Passieux, "Efficient surrogate construction by combining response surface methodology and reduced order modeling," *Structural and Multidisciplinary Optimization,* pp. DOI 10.1007/s00158-012-0859-4, 2013.