



**HAL**  
open science

# Technique d'hyper-réduction de modèle efficace dédiée à l'étude paramétrique des simulations 3D thermo-élasto-plastiques

Yi Zhang, Alain Combescure, Anthony Gravouil

## ► To cite this version:

Yi Zhang, Alain Combescure, Anthony Gravouil. Technique d'hyper-réduction de modèle efficace dédiée à l'étude paramétrique des simulations 3D thermo-élasto-plastiques. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01514300

**HAL Id: hal-01514300**

**<https://hal.science/hal-01514300v1>**

Submitted on 26 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

# Technique d'hyper-réduction de modèle efficace dédiée à l'étude paramétrique des simulations 3D thermo-élasto-plastiques

Y. Zhang<sup>1,2</sup> A. Combescure<sup>1,2</sup> A. Gravouil<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> LaMCoS, INSA-Lyon, Université de Lyon, CNRS UMR 5259, 18-20 rue des Sciences, F69621 Villeurbanne, France, {Yancheng.Zhang, Alain.Combescure}@insa-lyon.fr

<sup>2</sup> Chaire AREVA-SAFRAN, INSA

<sup>3</sup> Institut universitaire de France, France, Anthony.Gravouil@insa-lyon.fr

**Résumé** — Ce document se concentre sur les simulations 3D thermo-élasto-plastique pour une source thermique localisée. Il propose une méthode de calcul qui permet de rendre très efficace les analyses paramétriques. La méthode repose une technique d'hyper-réduction de modèle. Le calcul paramétrique repose sur l'interpolation de bases réduites spécifiques : on utilise ici les hypersurfaces de Grassmann. Les études paramétriques sur une charge thermique variable montrent la grande souplesse et l'efficacité des modèles hyper réduits couplés avec l'interpolation de Grassmann.

**Mots clés** — Simulation thermo-élasto-plastique 3D, Modèle d'hyper-réduit (HROM), Décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD), Etude paramétrique, Interpolation de Grassman sur les hypersurfaces.

## 1 Introduction

Dans la conception et le contrôle de nombreux procédés mécaniques continus ou physiques complexes, la technique de simulation standard à l'aide des éléments finis (FE) ne convient pas forcément en raison du grand nombre de degrés de liberté (DOF) et pas de temps nécessaires pour simuler la complexité. Ainsi, les techniques de modèle d'ordre réduit (ROM) jouent un rôle important car elles permettent d'économiser les coûts de calcul en ne travaillant que sur un petit nombre de DOF en ne retenant que les "modes" importants qui capturent les évolutions essentielles des grandeurs d'intérêt [1]. On s'appuie ici sur la méthode de réduction de la décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD) qui a montré son efficacité pour les problèmes d'optimisation en sciences des matériaux [1] et thermiques[2].

Le modèle d'hyper-réduit (HROM) est introduit pour le calcul thermo-élasto-plastique. On s'appuie ici sur deux idées : premièrement le ROM choisi contient trois champs incrémentaux : les déplacements, les déformations plastiques ainsi que les contraintes (nous avons choisi de représenter chacun de ces champs par une base qui lui est propre). Deuxièmement, ce modèle est réduit encore plus avant en ne gardant que quelques nœuds et éléments d'intérêt. En conséquence, l'estimation des déformation plastiques est limitée au seul domaine d'intégration réduite ( $\Omega_{\Pi}$ )[3](RID). Ces quantités sont ensuite extrapolées à l'ensemble du domaine par la base d'ordre réduit (ROB) des déformation plastiques.

## 2 Modèle hyper-réduit (HROM)

### 2.1 Le problème de référence

Le système d'intérêt est le domaine parallélépipédique montré dans la figure 1 et Tableau 1, qui contient 2601 nœuds et 10240 Tet4 (4 nœuds par élément tétraédrique linéaire avec un point d'intégration par élément. De même que pour le soudage multi-passes, l'apport de flux de chaleur se fait par une source de chaleur surfacique  $Q$ . Trois intensités sont choisies : 720W 800 W et 800W. La source de chaleur varie également avec le temps. Les couples temps (en milli secondes) intensité du chargement sont :  $[(0,0) \cdots (7,1) \cdots (14,1) \cdots (21,0) \cdots (28,1) \cdots (35,1) \cdots (42,0)]$ . La source thermique est focalisée sur la surface dans huit éléments centrés sur le haut du domaine  $\Omega$ , comme le montre la figure 1. La surface inférieure est encastrée dans toutes les directions. Les propriétés mécaniques et thermiques sont donnés dans le Tableau 2. Un écrouissage isotrope linéaire est considéré pour le calcul thermo-élasto-plastique.

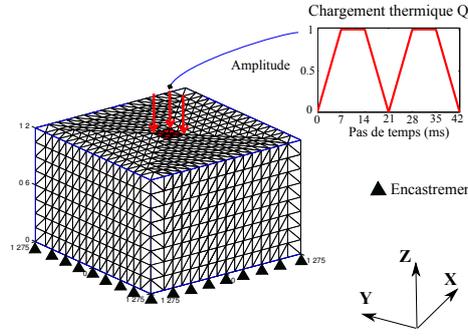


FIGURE 1 – Géométrie et conditions aux limites

| $l_x(\text{mm})$ | $l_y(\text{mm})$ | $l_z(\text{mm})$ | N.N  | E.N   | E.T  | H.F ( $Q$ ) |
|------------------|------------------|------------------|------|-------|------|-------------|
| 2.55             | 2.55             | 1.2              | 2601 | 10240 | TET4 | 720~880 W   |

Notes : "N.N" signifie numéro de noeud ; "E.N" signifie numéro d'élément ; "E.T" signifie type d'élément ; "H.F" signifie flux de chaleur.

TABLE 1 – Description des paramètres géométriques

| Notation   | Quantité                       | Valeurs                                   |
|------------|--------------------------------|---|
| $C_p$      | Capacité de chaleur spécifique | 710.0 J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> |
| $\lambda$  | Conductivité thermique         | 46.1 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>   |
| $\rho$     | Densité                        | 7850 kg.m <sup>-3</sup>                   |
| $E$        | Module d'Young                 | 200 GPa                                   |
| $\nu$      | Coefficient de Poisson         | 0.33                                      |
| $\alpha$   | Dilatation thermique           | 1 × 10 <sup>-5</sup> K <sup>-1</sup>      |
| $\sigma^y$ | Limite élastique               | 200 MPa                                   |
| $H$        | Module d'écrouissage           | 15 GPa                                    |
| $T_0$      | Température initiale           | 25. °C                                    |

TABLE 2 – Paramètres des matériaux de problème étudié

## 2.2 Formulation discrétisée un espace et en temps

Basé sur une formulation POD-Galerkin [3], une matrice booléenne rectangulaire  $\Pi$  permet de réduire le nombre des équations de comportement dans un domaine RID selon(1)

$$[\Pi\Phi^U]^T [\Pi\mathbf{K}\Phi^U] \Delta\tilde{\mathbf{u}} = [\Pi\Phi^U]^T \Pi (\Delta\mathbf{f} + \Delta\mathbf{f}^p + \Delta\mathbf{f}^{th}) \quad (1)$$

où  $\Phi^U$  est la base réduite d'incrément de déplacement,  $\mathbf{K}$  est la matrice de rigidité constante,  $\Delta\mathbf{f}$ ,  $\Delta\mathbf{f}^p$ ,  $\Delta\mathbf{f}^{th}$  sont les incréments du chargement externe appliqué, l'effort interne plastiquement admissible et l'effort d'équilibre thermique, respectivement.

Les déformations plastiques calculées dans le domaine hyper réduit ROB ( 3) sont extrapolées dans tout le domaine par la méthode Gappy POD [5] ( 2).

$$\Delta\mathbf{z} = \left( [\Pi^Y \Phi^Y]^T \Pi^Y \Phi^Y \right)^{-1} [\Pi^Y \Phi^Y]^T \Pi^Y \Delta\mathbf{y}_{\Pi} \quad (2)$$

$$\Delta\mathbf{y}(x) = \sum_{k=1}^{k=\xi} \Phi_k^Y(x) \Delta z_k \quad \forall x \in \bar{\Omega}_{\Pi}, \quad \Delta\mathbf{y}(x) = \Delta\mathbf{y}_{\Pi}(x) \quad \forall x \in \Omega_{\Pi} \quad (3)$$

où  $\Delta\mathbf{y}_{\Pi}$  est le vecteur contenant les déformations plastiques dans le RID,  $\Phi^Y$  est la base réduite d'incrément de déformation plastique. Plus de détails peuvent être référencés à [6],[7]. La même opération est faite pour les incréments de contrainte.

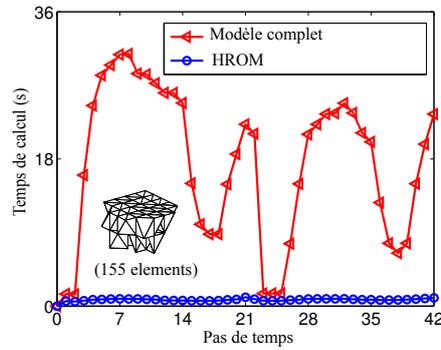


FIGURE 2 – Temps de calcul du problème de référence

### 2.3 Application de HROM au problème de référence

L'estimation de la déformation plastique est limitée dans le domaine d'intégration réduite (RID). Les déformations plastiques dans les autres points sont projetées dans le domaine global par la méthode Gappy POD [5] avec les ROB des incréments de déformation plastique et de contrainte. Le temps de calcul du problème de référence est 22 fois plus rapide que le modèle éléments finis complet comme indiqué dans la Figure 2. En outre, un niveau global de précision à moins de 10 % est assuré dans le domaine global comme indiqué dans le Tableau 3, où le ratio de calcul " $T_R$ " est défini comme le rapport entre le temps de calcul HROM et celui du modèle FE.

| Cas                      | Erreurs(%) |                  |                  |              | Temps     |       |
|--------------------------|------------|------------------|------------------|--------------|-----------|-------|
|                          | $e_U$      | $e_{\epsilon_e}$ | $e_{\epsilon_p}$ | $e_{\sigma}$ | Online(s) | $T_R$ |
| HROM.Avec. $\Phi^\sigma$ | 5.92       | 7.85             | 2.30             | 8.62         | 33.04     | 22.49 |
| HROM.Sans. $\Phi^\sigma$ | 5.92       | 7.85             | 2.30             | 22.26        | 34.26     | 21.69 |
| FEM                      | -          | -                | -                | -            | 743.27    | -     |

TABLE 3 – L'analyse des résultats des simulations HROM par rapport à EF

Il convient de mentionner que l'erreur globale des contraintes est grandement améliorée si l'on ajoute la base réduite de contrainte comme indiqué dans le Tableau 3. En gardant les mêmes modes pour les incréments de déplacement, déformation plastique et les éléments sélectionnés dans le RID, l'erreur maximale diminue de 22,26 % à 8,62 % tout en gardant les autres erreurs constantes si l'on ajoute les contraintes dans les bases réduites. Pour ce type d'analyse cette approche semble la plus efficace.

## 3 Etude paramétrique

On effectue deux "snapshots" pour des charges thermiques de 720 et 880 W. L'interpolation Grassmann est ensuite utilisée pour déterminer les bases POD adaptives des problèmes modifiés avec les charges thermiques suivantes : 760, 800 et 840 W.

Étant donné que les déformations plastiques des snapshots sont considérées comme les valeurs initiales pour les problèmes modifiés, le nombre d'itérations de point fixe non linéaire est inférieur à 7 pour les cas interpolés (Figure 3(a)). Par conséquent, l'efficacité est augmentée, comme indiqué dans la Figure 3(b). Enfin, un gain de temps CPU de 25 est obtenu pour l'étude paramétrique avec un niveau de précision inférieur à 10 % (Figure 3(c)).

## 4 Conclusions

Un modèle d'hyper-réduit (HROM) amélioré pour le calcul thermo-élasto-plastique est introduit dans le présent document. Les bases réduites des incréments de déplacement et déformation plastique sont

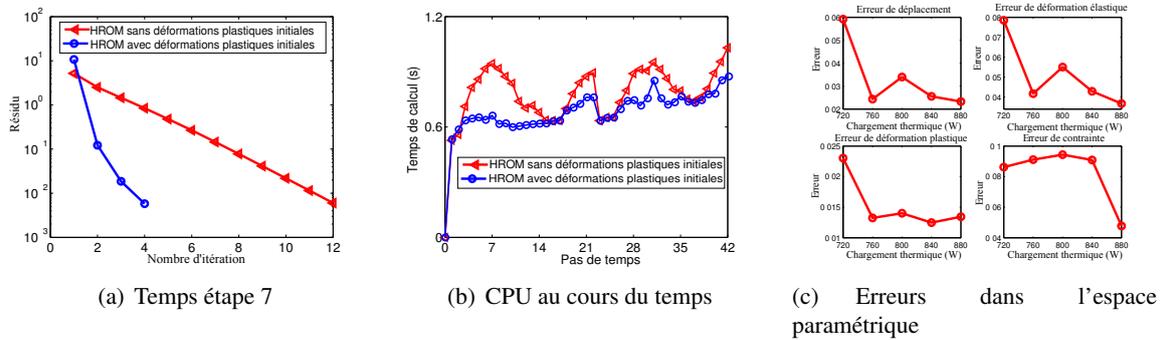


FIGURE 3 – L'analyse des résultats de l'étude paramétrique pour le chargement thermique.

utilisées pour réduire le modèle global à un petit domaine d'intégration réduite (RID). La base réduite d'incrément de contrainte est également adoptée pour augmenter la précision. L'interpolation Grassmann est utilisée pour construire les nouvelles bases pour des études paramétriques. Cette approche permet d'assurer une petite taille des bases POD. Afin de réduire encore le nombre d'itérations plastiques, les déformations plastiques des snapshots sont également choisies comme entrées initiales pour les cas modifiés. Le calcul converge alors en moins de 7 itérations de point fixe pour chaque pas de temps pour le calcul plastique dans le RID local.

Le problème de référence montre que le HROM peut être 22 fois plus rapide que le modèle d'éléments finis avec des bases POD de petite taille et quelques éléments du RID. En déterminant les bases POD adaptatives par l'interpolation de Grassman, l'étude paramétrique sur l'intensité du chargement thermique divise par 26 le temps CPU pour le cas interpolé. En outre, les erreurs globales sont contrôlées à moins de 10 % pour les deux problèmes de référence et étude paramétrique.

D'une manière générale, le HROM couplé avec l'interpolation manifold semble un bon choix pour les simulations 3D thermo-élasto-plastiques.

## Références

- [1] S. Ganapathysubramanian, N. Zabaras. *Design across length scales : a reduced-order model of polycrystal plasticity for the control of microstructure-sensitive material properties*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 193 : 5017-5034, 2004.
- [2] O. Balima, Y. Favenec, M. Girault, D. Petit. *Comparison between the modal identification method and the POD-Galerkin method for model reduction in nonlinear diffusive systems*, International Journal for numerical methods in engineering, 67 : 895-915, 2006.
- [3] D. Ryckelynck. *Hyper reduction of mechanical models involving internal variables*, International Journal for numerical methods in engineering, 77 : 75-89, 2009.
- [4] Y. Vetyukov, J. Gerstmay, H. Irschik. *Fixed-point type iterations in numerical simulations for static and dynamic elastoplasticity*, PAMM · Proc. Appl. Math. Mech. 3, 318-319, 2003.
- [5] T. Bui-Thanh, M. Damodaran, K. Willcox. *Proper orthogonal decomposition extensions for parametric applications in compressible aerodynamics*, 21st AIAA Applied Aerodynamics Conference, AIAA 2003-4213, 2003.
- [6] Y. Zhang, V. Roulet, A. Combescure. *Hyper reduced-order model on thermal elasto-plastic calculation*, in : Computational methods in Manufacturing Processes, Saint-Étienne, France, 2014.
- [7] Y. Zhang, A. Combescure, A. Gravouil. *Efficient hyper reduced-order model (HROM) for parametric studies of the 3D thermo-elasto-plastic calculation*, submitted to : Finite Elements in Analysis and Design, 2014.