



HAL
open science

Une méthode par résolution en base réduite pour augmenter l'efficacité de l'optimisation topologique des structures

Christian Gogu

► **To cite this version:**

Christian Gogu. Une méthode par résolution en base réduite pour augmenter l'efficacité de l'optimisation topologique des structures. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01514296

HAL Id: hal-01514296

<https://hal.science/hal-01514296>

Submitted on 26 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Une méthode par résolution en base réduite pour augmenter l'efficacité de l'optimisation topologique des structures

C. Gogu ¹

¹ ICA, Université Toulouse III, christian.gogu@univ-tlse3.fr

Résumé — L'optimisation topologique est un processus à fort coût numérique, notamment dû à la résolution des équations d'équilibre à chaque itération de l'optimisation. La modélisation en base réduite (i.e. modèle réduit par projection) a été proposée par le passé pour diminuer le coût de résolution de ces équations d'équilibre. Une nouvelle approche d'optimisation topologique est proposée ici par couplage avec la modélisation en base réduite. Pour des problèmes de grande taille cette approche a permis d'obtenir une réduction d'un facteur 12 des temps de calculs de l'optimisation topologique par rapport aux approches classiques.

Mots clés — optimisation topologique, modèles réduits, modèles en base réduite

1. Instructions générales

L'optimisation topologique vise à déterminer la géométrie de la structure la mieux adaptée pour un chargement donné. Elle a connu de nombreux développements aussi bien académiques qu'industriels depuis une vingtaine d'années [1]. Un problème récurrent reste cependant le traitement des problèmes de grande taille, impliquant plusieurs millions de degrés de liberté. En effet dans la plupart des approches d'optimisation topologique les équations d'équilibre doivent être résolues à chaque itération. Ce coût peut représenter plus de 90% du temps total de calcul.

Afin de diminuer le coût numérique de la résolution des équations d'équilibre, la réduction de modèles a connu un regain d'intérêt notable au cours des dernières années. Les modèles réduits permettent d'obtenir une approximation de la solution des équations d'équilibre avec un coût très réduit. Un modèle réduit particulier est le modèle en base réduite qui consiste à calculer cette approximation en résolvant les équations d'équilibre en projection sur une base de dimension très faible comparée à la taille du problème.

L'objectif de cette communication est de présenter une nouvelle méthode couplant optimisation topologique et réduction de modèle par projection. Dans cette approche, la construction de la base réduite s'inspire de [2], avec une construction à la volée à partir des itérations de l'optimisation topologique.

2. Méthode proposée

2.1. Optimisation topologique

Une approche d'optimisation topologique classique basée sur la densité des éléments est utilisée ici [3]. Dans cette approche, avec un modèle de matériau solide isotrope, le module de Young E_e de chaque élément est lié à sa densité ρ_e par l'équation suivante :

$$E_e(\rho_e) = E_{\min} + \rho_e^p (E_{\text{nominal}} - E_{\min}) \quad (1)$$

où E_{min} est une valeur très faible du module de Young imposée uniquement pour éviter des mauvais conditionnements numériques liés à des éléments qui auraient en l'absence de E_{min} une rigidité nulle.

Le problème d'optimisation peut alors être formulé comme un problème de minimisation de la souplesse globale de la structure sous une contrainte de volume maximum à allouer :

$$\begin{aligned} \min_{\rho} (c(\rho)) &= F^T U = U^T K U \\ \text{s.t. : } \sum_{e=1}^N v_e \rho_e &\leq V \\ 0 \leq \rho_e &\leq 1 \quad e = 1, \dots, N \\ K U &= F \end{aligned} \quad (2)$$

où c est la souplesse globale de la structure, ρ le vecteur des variables d'optimisation consistant en le vecteur des densités des éléments ρ_e , F le vecteur des forces s'appliquant sur la structure, U le vecteur de déplacements nodaux, K la matrice de rigidité globale, v_e le volume d'un élément et V le volume maximum alloué à la structure.

Il est à noter les équations d'équilibre $KU = F$ interviennent dans la 3^{ème} contrainte du problème d'optimisation et doivent donc être résolues à chaque itération ce qui représente la majorité du coût numérique.

2.2. Modélisation en base réduite

Les modèles réduits par projection visent à résoudre les équations d'équilibre $KU = F$ en projection sur une base réduite :

$$\Phi^T K \Phi \alpha = \Phi^T F \quad (3)$$

où $\Phi = \{\Phi_1, \dots, \Phi_m\}$ est la base réduite et α le vecteur des coefficients du vecteur déplacement U dans la base réduite.

La qualité de l'approximation de l'approximation obtenue peut être vérifiée par le résidu suivant :

$$e_{rb}^2 = \frac{\|K \Phi \alpha - F\|^2}{\|F\|^2} \quad (4)$$

Afin de construire la base réduite Φ une approche itérative à la volée est proposée ici. La base réduite est initialisé avec un vecteur correspondant à la solution complète de la première itération de l'optimisation topologique. Par la suite, à chaque itération de l'optimisation topologique, les équations d'équilibre sont d'abord résolues par projection en base réduite sur la base déjà existante. Si le résidu de l'Eq. 4 correspondant à la solution courante en base réduite est inférieur à un seuil fixé par l'utilisateur, la solution réduite est considérée satisfaisante et sera utilisée à la place de la solution complète dans la suite de l'optimisation topologique. Dans le cas contraire la solution complète est calculée au point courant et la base réduite enrichie avec cette nouvelle solution. Par souci d'efficacité la taille de la base réduite est fixée constante (après la phase d'initialisation). Cela implique que lorsqu'un nouveau vecteur est ajouté à la base le vecteur de la base le plus ancien y est retiré.

2.3. Approche d'optimisation topologique en base réduite

Le diagramme de la Figure 1 résume le processus d'optimisation topologique en base réduite.

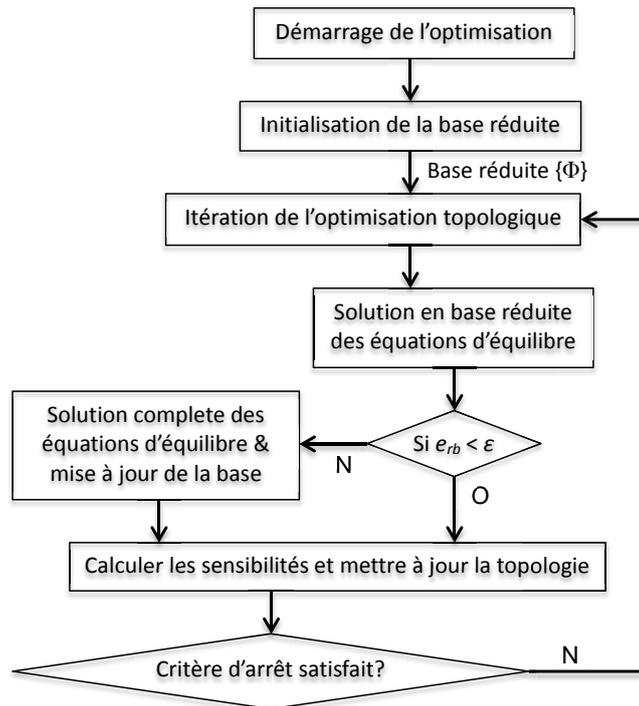


Figure 1 – Diagramme du processus d'optimisation topologique en base réduite.

3. Résultats

Un problème d'optimisation topologique 3D est présenté pour illustrer la méthode proposée. Il s'agit d'optimiser la topologie d'une structure devant résister au chargement donne dans la Figure 2. Le maillage utilisé est de 148x148x74.

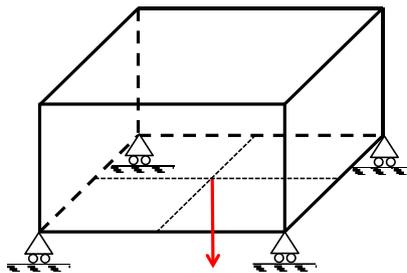


Figure 2 – Chargement et conditions aux limites pour le problème d'optimisation topologique

L'optimisation topologique classique ainsi que la méthode proposée d'optimisation topologique en base réduite ont été appliquées. La topologie finale obtenue avec la méthode en base réduite est représentée dans la Figure 3. Il est à noter qu'à l'œil nu cette topologie est indistinguable de celle obtenue par l'approche classique sans utilisation de la base réduite.

Le Tableau 1 permet de mieux comparer les résultats obtenus par ces deux méthodes. Il est à noter que l'approche en base réduite ne nécessite que 25 solutions complètes des équations d'équilibre alors que l'approche classique en nécessitait 300. Ceci implique des temps de calculs réduits d'un facteur de 12.1 par rapport à l'approche classique.

Pour de études complémentaires relatives à cette méthode le lecteur intéressé peut se référer à [4].

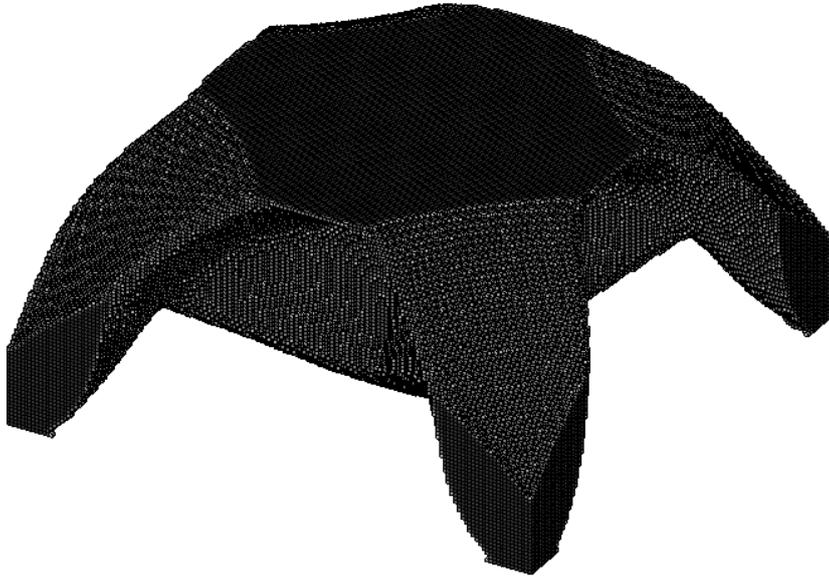


Figure 3 – Topologie obtenue par l’approche d’optimisation topologique en base réduite.

Tableau 1 – Comparaison des résultats de l’optimisation topologique

Approche	Accélération des temps de calculs	Nombre de simulations complètes	Erreur dans la fonction objectif à l’optimum
Optimisation topologique classique	1	300	-
Optimisation topologique en base réduite	12.1	25	-0.032%

Références

- [1] J.D. Deaton, R.V. Grandhi. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000, *Struct Multidisc Optim* 49:1–38, 2014.
- [2] C. Gogu, J.C. Passieux. Efficient surrogate construction by combining response surface methodology and reduced order modeling, *Struct and Multidiscip Optim*, 47(6):821-837, 2013.
- [3] M.P. Bendsøe. “Optimal shape design as a material distribution problem”. *Struct Optim*, 1:193–202, 1989.
- [4] Gogu C., “Improving the efficiency of large scale topology optimization through on-the-fly reduced order model construction”, *Int J Num Meth Eng*, In Press (available online), DOI 10.1002/nme.4797, 2014