



**HAL**  
open science

## Développement et modélisation de membranes silicones architecturées

Grégory Chagnon, Marie Rebouah, Denis Favier

► **To cite this version:**

Grégory Chagnon, Marie Rebouah, Denis Favier. Développement et modélisation de membranes silicones architecturées. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01514292

**HAL Id: hal-01514292**

**<https://hal.science/hal-01514292>**

Submitted on 26 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

# Développement et modélisation de membranes silicones architecturées

G. Chagnon<sup>1</sup>, M. Rebouah<sup>2</sup>, D. Favier<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Université de Grenoble, TIMC-IMAG, UMR5525 {gregory.chagnon,denis.favier}@imag.fr

<sup>2</sup> INSA Lyon, LAMCOS, UMR5259, marie.rebouah@insa-lyon.fr

## Résumé —

Des membranes silicones recouvertes sur chaque surface de rangées de créneaux parallèles sont fabriquées. Ces membranes présentent un comportement mécanique anisotrope. L'anisotropie est contrôlée par l'orientation relative des rangées de créneaux. Une loi de comportement équivalente de la membrane prenant en compte la géométrie de la membrane, l'hyperélasticité et l'anisotropie induite par l'effet Mullins du matériau constitutif est développée. Cette loi est implantée dans un code de calculs numérique. Ce modèle équivalent est finalement comparé à des résultats expérimentaux de gonflement de membranes.

**Mots clés** — matériaux architecturés, hyperélasticité, effet Mullins.

## 1 Instructions générales

Les matériaux architecturés présentent pour la plupart des structures complexes qu'il est délicat de modéliser dans un calcul éléments finis du fait de la taille des motifs du matériau vis à vis de l'échelle de la structure. Le développement d'une loi équivalente est donc indispensable pour avoir des temps de calcul raisonnables.

Dans ce but, un matériau architecturé sous la forme d'une membrane crénelée est développé et une stratégie de développement de loi de comportement équivalente est proposée à partir du comportement du matériau constitutif et de la géométrie de la membrane. Une validation du modèle sera proposée à partir d'un calcul réalisé sur une structure réelle.

## 2 Caractérisation mécanique des membranes

Des membranes sont développées à partir d'un moule permettant de fabriquer des membranes de 16 cm de diamètre et 1 mm d'épaisseur. Sur chaque surface des créneaux de largeur 1 mm et hauteur 1 mm espacés de 2 mm sont réalisés. L'orientation relative des créneaux entre les deux surfaces est contrôlable lors de la fabrication. Des éprouvettes avec une orientation relative des créneaux  $\delta$  de 0, 45, 90, 135 et 180° sont moulées. Une représentation des membranes est proposée sur la figure 1. L'élastomère

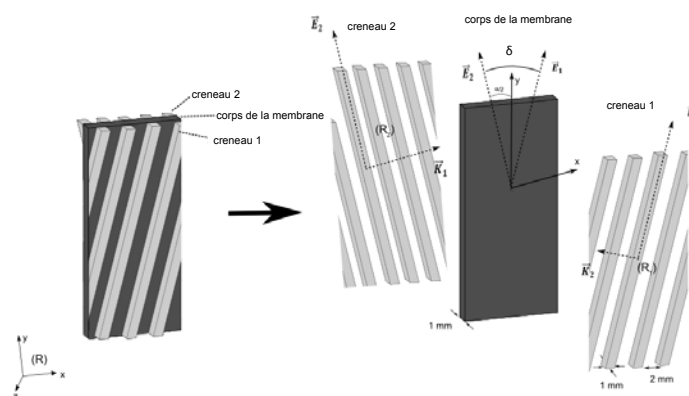


FIGURE 1 – Géométrie des plaques crénelées, les orientations des créneaux sont notées  $\mathbf{E}_1$  et  $\mathbf{E}_2$ .

utilisé pour le développement de ces membranes est un silicone chargé en silice RTV3428. Ce matériau présente le comportement mécanique caractéristique des élastomères avec une capacité à supporter de grandes déformations, un fort assouplissement dû à l'effet Mullins et une viscoélasticité assez faible [5].

Des essais de traction cyclique ont été réalisés sur des éprouvettes découpées dans les membranes crénelées. Ces essais ont montré les phénomènes similaires au matériau constitutif. Une raideur dépendant de l'orientation des créneaux a été observée avec également des contraction latérale dépendant de l'orientation des créneaux, comme illustré sur la figure 2.

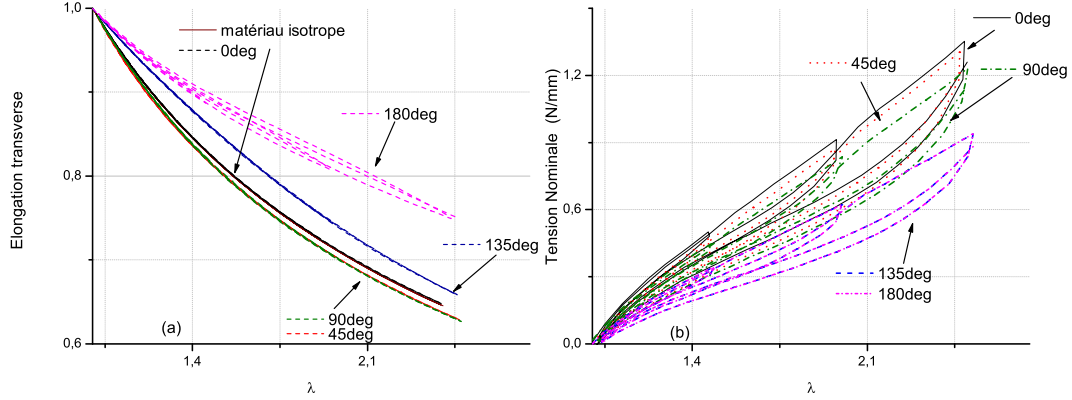


FIGURE 2 – Résultats des essais de traction uniaxiale selon l'orientation des créneaux.

### 3 Modèle équivalent

#### 3.1 Modélisation du silicone

Comme noté lors des essais, la viscoélasticité du matériau est assez faible. Cet aspect ne sera donc pas pris en compte dans la modélisation du matériau. Le modèle s'attache en revanche à la modélisation du comportement évolutif du matériau dû à l'effet Mullins. Ce phénomène induit de l'anisotropie dans le matériau. La prise en compte de l'anisotropie nécessite l'utilisation d'une loi de comportement anisotrope. Ceci est réalisé par une modélisation uniaxiale intégrée sur un volume de matière. L'intégration se fait par la discrétisation d'une sphère en 42 directions, notées  $\mathbf{A}^{(i)}$ , chaque direction ayant un poids  $\omega^{(i)}$  [1]. Le matériau est finalement modélisé par un densité d'énergie isotrope et une partie pouvant gérer l'anisotropie induite du matériau :

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{silicone}} = -p\mathbf{I} + 2\mathbf{B}\frac{\partial W_{cc}}{\partial I_1} + 2(I_1\mathbf{B} - \mathbf{B}^2)\frac{\partial W_{cc}}{\partial I_2} + 2\sum_{i=1}^{42}\omega^{(i)}\mathcal{F}^{(i)}\frac{\partial W_{cf}^{(i)}}{\partial I_4^{(i)}}\mathbf{F}(\mathbf{A}^{(i)}\otimes\mathbf{A}^{(i)})\mathbf{F}^T \quad (1)$$

où  $I_i$  (avec  $i = 1..4$ ) sont les invariants du tenseur de Cauchy Green gauche  $\mathbf{B}$ ,  $W_{cc}$  est l'énergie de déformation de la partie isotrope choisie ici sous la forme du modèle de Mooney (de paramètres  $c_1$  et  $c_2$ ),  $W_{cf}$  représente l'énergie de chaque direction, une forme logarithmique est choisie [4],  $\mathcal{F}$  représente la fonction d'évolution à l'effet Mullins, la fonction développée par Rebouah et al [3] est choisie. Cette fonction évolue avec les maxima de déformations atteint globalement et dans chaque direction dans le matériau. Ce modèle, au final, présente 4 paramètres, 3 pour décrire la loi hyperélastique du matériau et 1 pour décrire l'évolution de l'effet Mullins. Ce modèle 3D permet de représenter le comportement mécanique du silicone, des simulations sont présentées dans [3].

#### 3.2 Développement d'un modèle équivalent

Pour réduire les temps de calculs, un modèle équivalent de membrane est nécessaire. Dans une première approche, la membrane peut être considérée comme la juxtaposition d'une membrane sans renfort et de deux rangées de créneau. Une première modélisation de ce type a été effectuée pour un élastomère silicone non chargé au comportement hyperélastique parfait [2]. Les rangées de créneaux sont modélisées par des barres travaillant uniquement en traction-compression. Le comportement équivalent de la membrane est ainsi obtenu par la combinaison de modèles hyperélastiques et des données géométriques

de la membrane. Ici, le comportement évolutif à l'effet Mullins du matériau doit également être pris en compte. Ainsi la loi d'évolution à l'effet Mullins est ajoutée dans le modèle équivalent. La loi de comportement tridimensionnelle du silicone (Eq. 1) est écrite en traction uniaxiale pour représenter le comportement en traction-compression des créneaux :

$$\boldsymbol{\sigma}_{crenel(k)} = \left( 2C_1 \left( I_{4c}^{(k)} - \frac{1}{\sqrt{I_{4c}^{(k)}}} \right) + 2C_2 \left( \sqrt{I_{4c}^{(k)}} - \frac{1}{I_{4c}^{(k)}} \right) + 2\tilde{\omega} \mathcal{F} \frac{\partial W_{cf}}{\partial I_{4c}^{(k)}} \right) \mathbf{e}_n^{(k)} \otimes \mathbf{e}_n^{(k)} \quad (2)$$

où  $I_{4c}^{(k)} = \mathbf{E}_k \cdot \mathbf{C} \mathbf{E}_k$  représente l'élongation au carré dans la direction  $\mathbf{E}_k$ .  $\mathbf{e}_n^{(k)}$  représente la transformation du vecteur  $\mathbf{E}_k$  au cours de la déformation, il est à noter que ce vecteur est, en plus, normé. Seul un nouveau paramètre  $\tilde{\omega}$  est introduit, ce paramètre géométrique traduit la conversion du modèle de 42 directions en 1 seule direction équivalente. Les autres paramètres sont inchangés, ce sont les mêmes que ceux du matériau constitutif.

Pour améliorer la modélisation, un terme de couplage traduisant les effets de cisaillement dans la membrane élastomère est ajouté à la modélisation. Pour cela deux nouveaux invariants sont introduits :

$$I_8 = \frac{1}{2} (\mathbf{C} : (\mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2) + \mathbf{C} : (\mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_1)) \quad (3)$$

$$I_9 = \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \quad (4)$$

Une énergie de déformation représentant l'énergie de cisaillement dans la membrane est proposée :

$$\mathcal{W}_{coupling} = C_8(\delta) \int \ln(1 + I_8 - I_9) dI_8 \quad (5)$$

La fonction  $C_8(\delta)$  représente la fonction raideur en cisaillement pour chaque orientation de membrane. D'après les résultats expérimentaux [4], il apparaît nécessaire d'utiliser une fonction quadratique :

$$C_8(\delta) = a\delta^2 \quad (6)$$

où  $a$  est un paramètre matériau.

Au final, le modèle de la membrane équivalent ne présente qu'un paramètre matériau supplémentaire (le terme de couplage) par rapport à la loi de comportement du silicone constitutif. Des simulations du modèle sont présentées sur la figure 3. Il apparaît que le modèle est capable de décrire le comportement cyclique de la membrane crénelée pour les différentes orientations de créneaux.

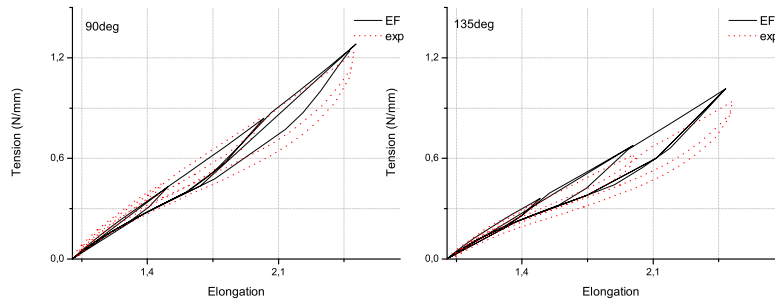


FIGURE 3 – Comparaison des simulations du modèle avec les données expérimentales pour deux angles de créneaux 90 et 135°.

### 3.3 Implantation numérique du modèle

Le modèle a l'avantage d'être uniquement écrit en fonction des invariants du tenseur des dilatations. Ainsi son implantation dans un code de calculs éléments finis est assez aisé. Il est nécessaire d'écrire les dérivées premières et secondes de l'énergie de déformation par rapport à chacun des invariants. Un des points plus complexes est le contrôle de l'incompressibilité qui est géré par une approche quasi-incompressible et l'ajout d'une fonction variation de volume avec un coefficient de compressibilité très faible. Dans ce travail, le modèle a été implanté dans Abaqus. L'implantation a été validée par la simulation des essais de traction uniaxiale sur les éprouvettes avec différentes orientations de créneaux.

## 4 Validation du modèle

La qualité du modèle à décrire le matériau a été testée sur une membrane circulaire de 16 cm de diamètre. Cette membrane a été placée dans un système de gonflement de membrane. Le champ de déformation de la membrane a été mesuré par le logiciel de corrélation d'images Vic3D. Les essais ont été réalisés à des pressions modérées du fait des zones d'ombre générées par les crêneaux qui ne permettaient pas de corréliser à très grandes déformations. Parallèlement, une simulation numérique de la membrane a été réalisée avec Abaqus. Pour cette simulation, un modèle plan de membrane a été construit à partir d'éléments coques quadratiques. La loi équivalente de la membrane architecturée a été utilisée. Une comparaison du modèle et des essais est présentée sur la figure 4. La déformation

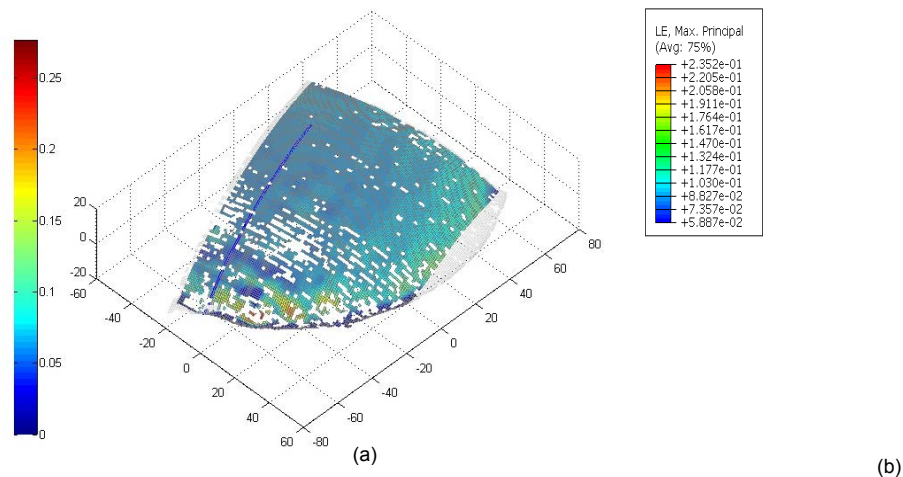


FIGURE 4 – Comparaison des champs de déformation entre un essai expérimental et les simulations du modèle équivalent lors d'un essai de gonflement de membrane.

maximale principale est représentée pour un même niveau de pression. Il apparaît que le modèle permet de décrire exactement le champ de déformation de la structure réelle. De la même manière, les différentes composantes du tenseur des déformations ont été comparées avec succès.

## 5 Conclusion

Cette étude a proposé la mise en place d'une stratégie de modélisation d'une membrane architecturée à partir de la détermination du comportement du matériau constitutif, de considérations géométriques et d'un unique paramètre supplémentaire représentant la raideur en cisaillement de la membrane dans son plan. Ce modèle prend une forme analytique possible à implanter dans un code de calculs éléments finis. Finalement, le modèle a été validé sur un calcul de structures, (i.e. la simulation d'un essai de gonflement de membrane) par des résultats numériques du modèles en parfaite adéquation avec les données expérimentales des essais réalisés.

## Références

- [1] Z. P. Bazant, B. H. Oh. *Efficient numerical integration on the surface of a sphere*, Z Angew Math Mech, 66, 37-49, 1986.
- [2] L. Meunier, G. Chagnon, D. Favier, L. Orgéas. *Anisotropic large deformation of geometrically architected unfilled silicone membranes*, Eur. J. Mech A-Solids, 50, 87-99, 2015.
- [3] M. Rebouah, G. Machado, G. Chagnon, D. Favier. *Anisotropic Mullins stress softening of a deformed silicone holey plate*, Mech. Res. Comm., 49, 36-43, 2013.
- [4] M. Rebouah, G. Chagnon, D. Favier. *Development and modelling of filled silicone architected membranes*, Meccanica, 50, 11-24, 2015.
- [5] T. Rey, G. Chagnon, J.-B. Le Cam, D. Favier. *Influence of the temperature on the mechanical behavior of two silicone rubbers above crystallization temperature*, Polym. Test., 32, 492-501, 2013.