



HAL
open science

Modélisation du Comportement Plastique des Matériaux Auxétiques

Justin Dirrenberger, Samuel Forest, Dominique Jeulin

► **To cite this version:**

Justin Dirrenberger, Samuel Forest, Dominique Jeulin. Modélisation du Comportement Plastique des Matériaux Auxétiques. 12e Colloque national en calcul des structures (CSMA 2015), CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01514288

HAL Id: hal-01514288

<https://hal.science/hal-01514288>

Submitted on 26 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Modélisation du Comportement Plastique des Matériaux Auxétiques

J. Dirrenberger¹, S. Forest², D. Jeulin^{2,3}

¹ PIMM, ENSAM/CNAM/CNRS UMR 8006, 151 bd de l'Hôpital, 75013 Paris, justin.dirrenberger@ensam.eu

² Centre des Matériaux, MINES-ParisTech, CNRS UMR 7633, BP 87, 91003 Evry Cedex

³ Centre de Morphologie Mathématique, MINES-ParisTech, 35 rue St-Honoré, 77305 Fontainebleau

Résumé — Les matériaux présentant un coefficient de Poisson négatif (auxétiques) font l'objet d'une recherche soutenue depuis au moins deux décennies, spécifiquement dans le domaine des structures composites légères et des milieux cellulaires. Les résultats publiés dans la littérature font état d'une amélioration du module de cisaillement, de la résistance à l'indentation ou encore de l'absorption acoustique due au caractère auxétique des matériaux considérés. Alors que l'élasticité linéaire des auxétiques a été largement étudiée, il n'en est rien pour la plasticité : c'est le propos de cette contribution.

Mots clés — matériaux architecturés, auxétiques, plasticité, coefficient de Poisson négatif.

1 Introduction

Quand un matériau élastique linéaire isotrope est sollicité en traction uniaxiale, le coefficient de Poisson ν est défini en tant que rapport de la contraction dans la direction transverse sur l'extension dans la direction longitudinale. Thermodynamiquement, ν est compris entre -1 , pour les matériaux incisillables, et 0.5 pour les matériaux incompressibles. La quasi-totalité des matériaux présentent un coefficient de Poisson positif, cependant les matériaux à coefficient de Poisson négatif, ou auxétiques, ont été réalisés depuis le milieu des années 1980 [7]. Il est attendu de tels matériaux qu'ils présentent des propriétés mécaniques améliorées telles que le module de cisaillement, la ténacité, la résistance à l'indentation, mais aussi l'amortissement et l'absorption acoustique. L'utilisation d'auxétiques en tant qu'éléments de construction pour des métamatériaux/guides d'ondes a été étudiée avec succès. De plus, les mousses auxétiques semblent présenter un meilleur comportement au crash que les matériaux cellulaires conventionnels. Ces matériaux peuvent être utilisés à la fois pour leur propriétés structurelles et fonctionnelles [9].

Dans ce travail le comportement mécanique de matériaux auxétiques est modélisé. L'anisotropie de comportement est étudiée à la fois dans le domaine élastique et dans le domaine plastique. L'effet de la plasticité sur l'auxéticité est analysé par expérimentation numérique. Pour ce faire, une technique d'homogénéisation numérique est implémentée, mettant en oeuvre la méthode des éléments finis, avec conditions aux limites périodiques et chargements macroscopiques [2, 3, 4]. La modélisation du comportement homogénéisé plastique anisotrope compressible a été effectuée en utilisant un critère de Hill anisotrope généralisé.

2 Motif auxétique et matériau constitutif

Le milieu étudié dans cette contribution correspond à une cellule périodique auxétique constituant un motif répété par translation (cf. Figure 1). La fraction volumique f_V de matériau constitutif considéré est de 15%. Les paramètres du matériau constitutif élastoplastique isotrope sont listés dans le Tableau 1. Cette microstructure chirale a été proposée par [8]. Sa symétrie rotationnelle d'ordre 6 lui confère un comportement macroscopique élastique isotrope transverse. La chiralité est nécessaire pour que ce motif soit auxétique. Une plasticité associée basée sur le critère de *von Mises* avec écrouissage isotrope est considérée pour le matériau constitutif.

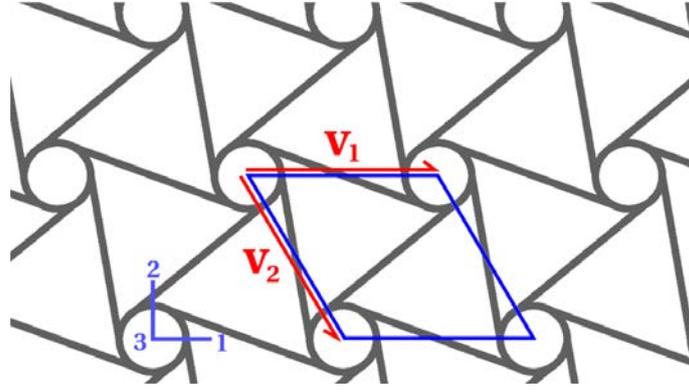


FIGURE 1 – Hexachiral unit-cell and periodicity vectors \mathbf{v}_1 and \mathbf{v}_2 .

Module d'Young (GPa)	210
Coefficient de Poisson	0.3
Limite d'élasticité (MPa)	100
Module d'écroutissage (MPa)	1000

TABLE 1 – Paramètres de comportement pour le matériau constitutif

3 Homogénéisation et expérimentation numérique

Une méthode d'homogénéisation numérique est utilisée pour déterminer les propriétés élastiques effectives de la cellule auxétique considérée. Le calcul s'effectue sur la cellule unitaire (définie par ses vecteurs de périodicité $\underline{\mathbf{v}}_i$) avec des conditions aux limites périodiques (CLP) à l'aide du code Z-Set¹. Les tenseurs de contrainte et de déformation macroscopiques $\underline{\underline{\Sigma}}$ and $\underline{\underline{E}}$ sont définis par les moyennes spatiales suivantes :

$$\underline{\underline{\Sigma}} \hat{=} \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \underline{\underline{\sigma}} dV, \quad \underline{\underline{E}} \hat{=} \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \underline{\underline{\varepsilon}} dV \quad (1)$$

Les CLP sur la cellule unitaire donnent le champ de déplacement $\underline{\mathbf{u}}$ tel que :

$$\underline{\mathbf{u}} = \underline{\underline{E}} \cdot \underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{v}} \quad \forall \underline{\mathbf{x}} \in V \quad (2)$$

avec $\underline{\mathbf{x}}$, le vecteur du point matériel et $\underline{\mathbf{v}}$, la fluctuation périodique, prenant la même valeur en deux points homologues sur des faces opposées de V , alors que le vecteur contrainte $\underline{\mathbf{t}} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\mathbf{n}}$ prend des valeurs opposées, $\underline{\mathbf{n}}$ étant le vecteur normal. En appliquant au choix une contrainte ou une déformation macroscopique, on peut calculer les tenseurs effectifs des modules élastiques $\underline{\underline{C}}$ ou des souplesses $\underline{\underline{S}}$ définis tels que :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{E}}, \quad \underline{\underline{E}} = \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\Sigma}} \quad (3)$$

Une traction uniaxiale contrôlée en déplacement est effectuée selon la direction 1 jusqu'à atteindre 4% de déformation totale. La cellule homogénéisée présente un comportement non-linéaire (cf. Figure 2). En considérant le rapport des déformations transverse et longitudinale, un coefficient de Poisson apparent peut être défini, même dans le cas non-linéaire, par (4) et tracé sur la Figure 2 en fonction de la déformation appliquée. On observe que le caractère auxétique est conservé dans le domaine plastique. Cet effet est amplifié par l'écroutissage du matériau constitutif pour un module d'écroutissage réaliste ($100 \leq h \leq 1000$ MPa). L'effet de la plasticité sur le comportement auxétique va dépendre de la morphologie de la cellule considérée : si la zone plastique est confinée à un domaine restreint à la jonction entre les poutres et les noeuds de la structure, comme on peut l'observer sur la Figure 3, le mécanisme de déformation auxétique est renforcé.

$$\nu^{\text{app}} = -\frac{\mathbf{E}_{22}}{\mathbf{E}_{11}} \quad (4)$$

1. Z-set code : www.zset-software.com

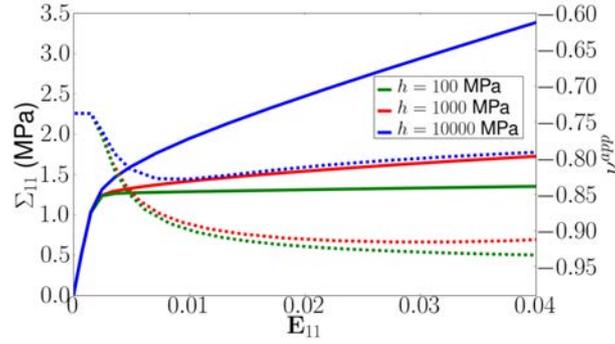


FIGURE 2 – Contrainte (trait plein) et coefficient de Poisson apparent (pointillés) vs. déformation macroscopique pour 3 modules d'écrouissage différents

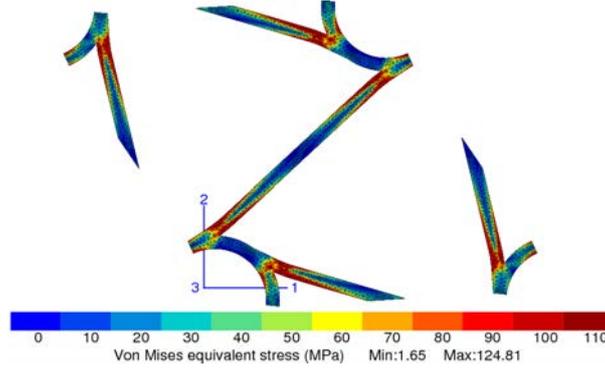


FIGURE 3 – Déformée d'une cellule périodique unitaire après 4% de déformation totale (contrainte équivalente de *von Mises*)

4 Milieu homogène équivalent anisotrope plastique compressible

Le comportement mésoscopique caractérisé à la section précédente est maintenant considéré pour décrire le comportement constitutif d'un milieu homogène équivalent qui pourra être utilisé dans des calculs de structures à plus grande échelle. Le modèle développé ici, pour un comportement plastique anisotrope compressible, est basé sur les modèles isotropes compressibles de type Green [6] et leurs extensions anisotropes [1, 5]. Considérons la fonction d'écoulement plastique suivante :

$$f(\underline{\Sigma}) = \Sigma_{eq} - R \quad (5)$$

où R est la limite d'élasticité macroscopique et Σ_{eq} la contrainte équivalente suivante :

$$\Sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} C \underline{\underline{\Sigma}}^{dev} : \underline{\underline{\Sigma}}^{dev} + F (\text{Tr} \underline{\underline{\Sigma}})^2} \quad (6)$$

avec $\text{Tr} \underline{\underline{\Sigma}}$ trace du tenseur des contraintes. C et F pondèrent l'influence relative des contraintes déviatoriques et hydrostatiques ; elles sont en général exprimées en fonction de la densité ρ pour les matériaux cellulaires isotropes. On se place dans le cadre de la plasticité associée, de sorte que :

$$\underline{\underline{\dot{\Sigma}}}^p = \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}} = \frac{\dot{p}}{\sigma_{eq}} \left(\frac{3}{2} C \underline{\underline{\Sigma}}^{dev} + F (\text{Tr} \underline{\underline{\Sigma}}) \underline{\underline{1}} \right) \quad (7)$$

En traction uniaxiale, on peut donc définir le coefficient de Poisson plastique dans le plan :

$$\nu^p = - \frac{\dot{\mathbf{E}}_{22}^p}{\dot{\mathbf{E}}_{11}^p} = - \frac{F - \frac{C}{2}}{C + F} = \frac{\frac{C}{2} - F}{C + F} \quad (8)$$

D'après (8), si $C = 1$ alors $\nu^p < 0$ pour $F > \frac{1}{2}$ et $\lim_{F \rightarrow +\infty} \nu^p = -1$. Pour $F = 0$, on retrouve la plasticité incompressible. Un tel modèle ne permet pas de rendre complètement compte de l'anisotropie du

comportement plastique considéré ici. Ainsi, pour améliorer le modèle, au lieu de considérer un critère de Hill appliqué au déviateur des contraintes et à la contribution séparée des contraintes hydrostatiques, nous proposons d'appliquer un tenseur de Hill généralisé appliqué directement au tenseur des contraintes de Cauchy. On réécrit donc (5) avec la contrainte équivalente suivante :

$$\Sigma^{eq} = \sqrt{\tilde{\Sigma} : \tilde{H} : \tilde{\Sigma}} \quad (9)$$

où \tilde{H} est le tenseur de Hill généralisé d'ordre 4. Pour la loi d'écroutissage, on considère une fonction isotrope à potentiel linéaire et non-linéaire, telle que

$$R = R_0 + Hp + Q(1 - e^{-bp}) \quad (10)$$

Les composantes du tenseur \tilde{H} et les paramètres de la loi d'écroutissage (10) sont obtenus par identification à partir de courbes de référence provenant d'expérimentations numériques. Une comparaison entre le modèle homogène développé et les données de références est donnée par la Figure 4.

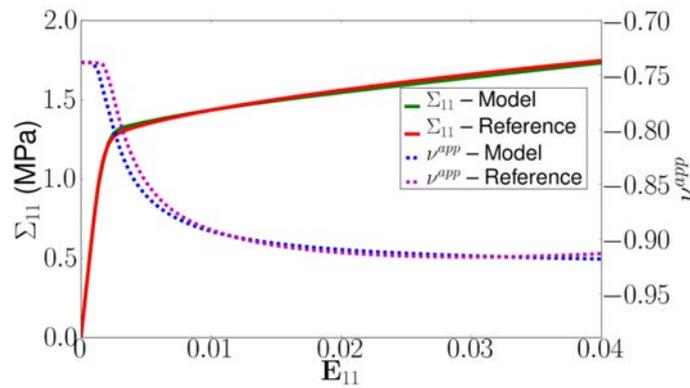


FIGURE 4 – Contrainte et coefficient de Poisson apparent vs. déformation macroscopique dans le cas d'une traction uniaxiale selon la direction 1

Le modèle anisotrope proposé semble approprié pour la modélisation du comportement des matériaux cellulaires architecturés dans la mesure où il permet de rendre compte de l'évolution du coefficient de Poisson négatif, des contractions transverses et des changements de volume lors d'un essai de traction.

5 Références bibliographiques

Références

- [1] X. Badiche, S. Forest, T. Guibert, Y. Bienvenu, J.-D. Bartout, P. Ienny, M. Croset, H. Bernet, *Mechanical Properties and Non-Homogeneous Deformation of Open-Cell Nickel Foams : Application of the Mechanics of Cellular Solids and of Porous Materials*, Materials Science and Engineering A289, pp.276-288, 2000.
- [2] J. Dirrenberger, S. Forest, D. Jeulin, C. Colin, *Homogenization of Periodic Auxetic Materials*, Procedia Engineering, vol.10, pp.1847-1852, 2011.
- [3] J. Dirrenberger, S. Forest, D. Jeulin, *Elastoplasticity of Auxetic Materials*, Computational Materials Science, vol.64, pp.57-61, 2012.
- [4] J. Dirrenberger, S. Forest, D. Jeulin, *Effective Elastic Properties of Auxetic Microstructures : Anisotropy and Structural Applications*, International Journal of Mechanics and Materials in Design, vol.9, pp.21-33, 2013.
- [5] S. Forest, J.S. Blazy, Y. Chastel, F. Moussy, *Continuum Modeling of Strain Localization Phenomena in Metallic Foams*, Journal of Materials Science, vol.40, pp.5903-5910, 2005.
- [6] R.J. Green, *A Plasticity Theory for Porous Solids*, International Journal of Mechanical Sciences, vol.14, pp.215-224, 1972.
- [7] R.S. Lakes, *Foam Structures with a Negative Poisson's Ratio*, Science, vol.235, pp.1038-1040, 1987.
- [8] R.S. Lakes, *Deformation Mechanisms in Negative Poisson's Ratio Materials : Structural Aspects*, Journal of Materials Science, vol.26, pp.2287-2292, 1991.
- [9] T.C. Lim, *Auxetic Materials and Structures*, Springer, 2015.