



**HAL**  
open science

## Réponses vibratoires non-linéaires d'un assemblage avec des liaisons frottantes

Maxence Claeys, Jean-Jacques Sinou, Jean-Pierre Lambelin, Rémy Todeschini

► **To cite this version:**

Maxence Claeys, Jean-Jacques Sinou, Jean-Pierre Lambelin, Rémy Todeschini. Réponses vibratoires non-linéaires d'un assemblage avec des liaisons frottantes. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01511932

**HAL Id: hal-01511932**

**<https://hal.science/hal-01511932>**

Submitted on 21 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

## Réponses vibratoires non-linéaires d'un assemblage avec des liaisons frottantes

M. Claeys<sup>1,2</sup>, J.-J. Sinou<sup>2</sup>, J.-P. Lambelin<sup>1</sup>, R. Todeschini<sup>1</sup>

<sup>1</sup> CEA/CESTA, {maxence.claeys, jean-pierre.lambelin, remy.todeschini}@cea.fr

<sup>2</sup> LTDS UMR 5513, Ecole Centrale de Lyon, jean-jacques.sinou@ec-lyon.fr

**Résumé** — L'assemblage métallique étudié comprend des liaisons constituées de pièces en contact. La réponse vibratoire est influencée par l'apparition de frottement dans ces liaisons. Elle est observée expérimentalement et simulée numériquement. La méthode de simulation se base sur un modèle élément fini de l'assemblage, une réduction de modèle, l'introduction d'un modèle de frottement non-linéaire et enfin la résolution par la méthode de balance harmonique avec continuation. Des comparaisons essai-calcul globales et locales sont présentées.

**Mots clés** — vibrations, dynamique non-linéaire, balance harmonique, essais vibratoires

### 1 Introduction

L'étude des réponses vibratoires des structures industrielles se fait généralement par l'analyse modale qui est limitée par l'hypothèse de linéarité alors que les réponses vibratoires expérimentales ne sont généralement pas linéairement dépendantes du niveau d'excitation. Ce travail a pour objectif d'appliquer à un cas d'étude industriel une méthode de simulation vibratoire non-linéaire. La maquette "Harmonie", présentée Figure 1, a été conçue pour reproduire un phénomène de frottement qui est souvent observé lors de la vibration des structures. Il s'agit d'un colis central relié à une enveloppe cylindrique externe par 4 lames en contact. Cet assemblage est excité à sa base par un pot vibrant. Les forts niveaux d'excitation entraînent le glissement des lames par rapport à l'enveloppe externe. L'influence du frottement sur la réponse vibratoire de la structure en fonction du niveau d'excitation est observée à l'aide d'accéléromètres et d'un vibromètre laser à balayage. Elle est également simulée numériquement.

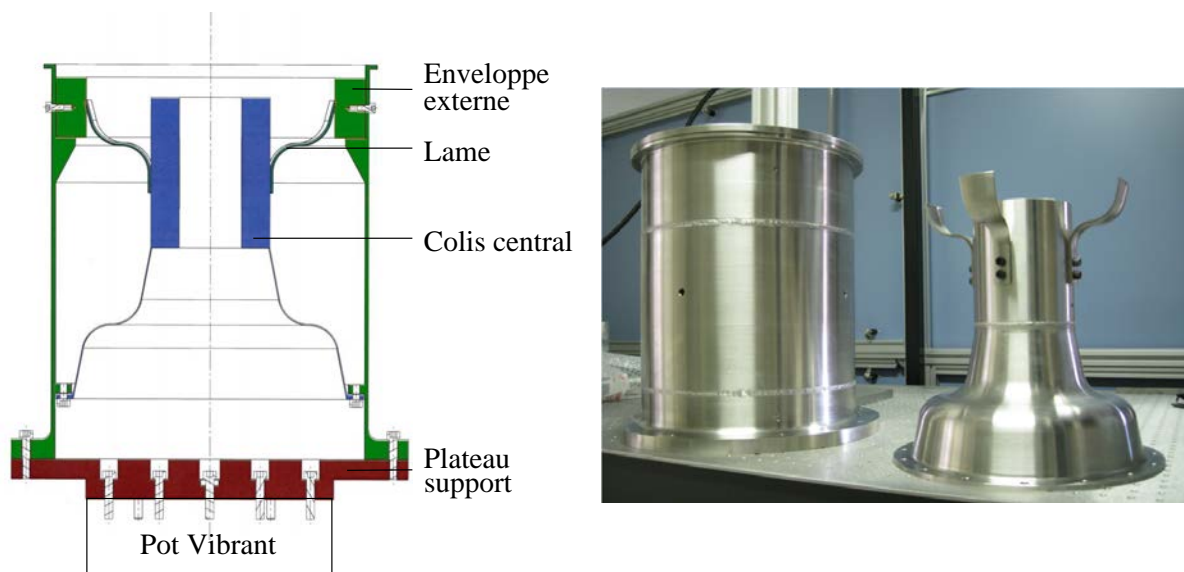


FIG. 1 – Schéma et photographie de la maquette "Harmonie"

## 2 Méthode de Simulation

### 2.1 Modèle élément fini

Le modèle élément fini 3D de la maquette est composé d'éléments solides et coques, pour un total de 177000 degrés de liberté. Les liaisons sont, dans un premier temps, modélisées par des connecteurs très raides pour que les lames restent collées à l'enveloppe externe. La corrélation modale entre la simulation numérique et les essais réalisés à très faible niveau d'excitation est excellente. Pour le premier mode vertical à 237.9 Hz, l'écart de fréquence de résonance est de 0.2% et la corrélation de déformation spatiale (DAC) est de 99.8%. On étudie par la suite le comportement dynamique au voisinage de ce mode.

### 2.2 Réduction de modèle

Le modèle élément fini est réduit pour accélérer les calculs non-linéaires. On utilise une méthode de sous-structuration statique et dynamique, proposée par le code ABAQUS et très proche de la sous-structuration de Craig et Bampton. On considère le modèle complet comme une seule sous-structure dont on conserve les nœuds impliqués dans les liaisons frottantes d'une part et ceux correspondant à la position des accéléromètres d'autre part pour comparer essais et calculs. De plus, les 2 premiers modes propres verticaux de la structure sont conservés grâce à 2 degrés de liberté dynamiques. Le modèle est réduit à 81 degrés de liberté.

### 2.3 Introduction du frottement

La loi de frottement introduite est une loi de Coulomb : la force dans les liaisons frottantes est simplement majorée par une force seuil. En deçà de cette force de Coulomb, la lame reste collée à l'enveloppe et lorsque cette force est atteinte, la lame glisse par rapport à l'enveloppe de sorte que la force dans la liaison reste constante. Cette force de Coulomb est l'unique paramètre de ce modèle de liaison. Pour appliquer cette force non-linéaire, on utilise la formulation temporelle itérative proposée par Dominik Suß [1]. L'équation dynamique non-linéaire du modèle réduit s'écrit sous la forme générique :

$$\mathbf{M}.\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{D}.\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}.\mathbf{U} = \mathbf{F}_{\text{excit}}.\cos(\Omega t) + \mathbf{F}_{\text{nl}}(\mathbf{U}) \quad (1)$$

### 2.4 Méthode de Balance Harmonique

Le problème non-linéaire (1) est résolu par la méthode de Balance Harmonique [2]. Cette méthode consiste à rechercher la solution stationnaire de l'équation dynamique en l'approximant par sa série de Fourier tronquée (2). Le problème non-linéaire discrétisé devient l'équation (3).

$$\mathbf{U}(t) = \mathbf{B}_0 + \sum_{k=1}^p (\mathbf{B}_k \cos(k\Omega t) + \mathbf{A}_k \sin(k\Omega t)) \quad \mathbf{F}_{\text{nl}}(t) = \mathbf{C}_0 + \sum_{k=1}^p (\mathbf{C}_k \cos(k\Omega t) + \mathbf{S}_k \sin(k\Omega t)) \quad (2)$$

$$\mathbf{K}\mathbf{B}_0 = \mathbf{C}_0 \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{K} - (k\Omega)^2 \mathbf{I}_d & -k\Omega \mathbf{D} \\ -k\Omega \mathbf{D} & \mathbf{K} - (k\Omega)^2 \mathbf{I}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_k \\ \mathbf{B}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_k \\ \mathbf{C}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{k,\text{excit}} \end{bmatrix} \quad \forall k \in [1, p] \quad (3)$$

Le problème (3) est résolu par une méthode de Newton. Les coefficients de Fourier  $\mathbf{C}_k$  et  $\mathbf{S}_k$ , sont calculés par la méthode AFT (Alternating Frequency-Time method [3]). De plus, pour réduire le temps de calcul, la résolution du problème non-linéaire est limitée aux degrés de liberté impliqués dans le calcul de la force non-linéaire grâce à une méthode de substitution [2].

### 2.5 Méthode de Continuation

Afin de pouvoir tracer la courbe de réponse fréquentielle de manière continue, une méthode de continuation est utilisée. Il s'agit de la méthode de prédiction-corrrection dénommée "pseudo-arclength" [4].

### 3 Réponse Fréquentielle

Des expériences vibratoires en sinus balayé ont été réalisées avec l'amplitude de la tension du pot vibrant constante. Pour pouvoir comparer ces mesures au calcul, cette excitation est modélisée par une force d'excitation d'amplitude constante dans la plage de fréquence considérée. La figure 2 compare essais et calculs pour la réponse de la structure au sommet du colis central. Les résultats d'essais à 4 niveaux d'excitation (105N, 1070N, 1875N et 2910N), sont représentés par des croix respectivement noires, bleues, rouges et vertes. Les courbes de résultats de simulations, en trait plein, aux mêmes niveaux d'excitation, sont comparées sur la même figure. La simulation reproduit ainsi fidèlement le phénomène observé expérimentalement et peut ensuite prédire le comportement à plus haut niveau d'excitation. Les courbes en pointillé marrons et violettes correspondent aux simulations à des niveaux d'excitation de 6000N et 10000N. La fréquence de résonance à fort niveau d'excitation tend vers une asymptote (190 Hz) qui correspond à un mode où les lames de contact glissent librement sur l'enveloppe externe.

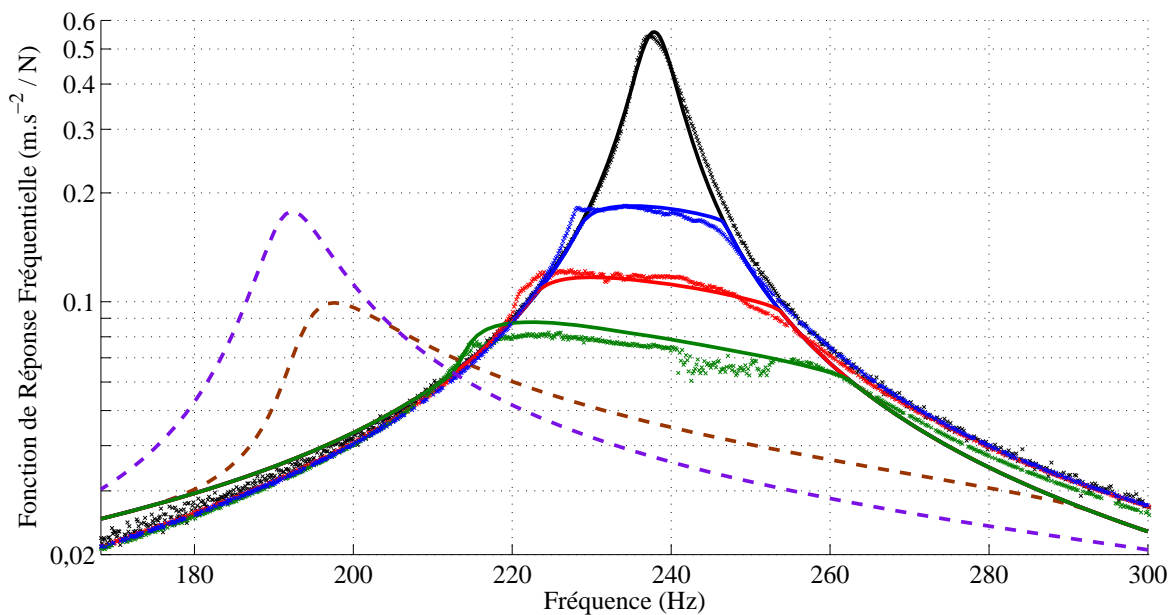


FIG. 2 – Courbe de réponse fréquentielles mesurées et simulées

### 4 Etude locale du frottement

Une étude locale du comportement temporel de la lame a également été menée pour comparer les hypothèses locales de modélisation avec la réalité physique. Un vibromètre laser à balayage a été utilisé pour mesurer le mouvement de dizaines de points de mesures dans la zone du frottement, lors d'expériences à niveau et fréquence d'excitation fixes. En particulier la figure 3 représente la vitesse verticale moyenne du bord supérieur d'une lame (en rouge) et celle de l'enveloppe (en bleu). On distingue les phases de collage où les 2 courbes se superposent et les phases de glissement où elles se séparent. Côté simulation, le mouvement de l'enveloppe correspond à un degré de liberté du modèle réduit (Figure 4 en bleu). Le mouvement du bord de la lame correspond au mouvement du patin frotteur dans le modèle de frottement. Même s'il ne correspond pas à un degré de liberté explicite du modèle, ce déplacement peut se déduire de la fonction de frottement non-linéaire (Figure 4, en vert). Sa vitesse est discontinue lors de l'apparition du glissement. L'effet régularisant de l'inertie de la lame est ensuite pris en compte en rajoutant une masse liée à ce patin frotteur par un ressort très raide. La courbe obtenue, représentée en rouge sur la figure 4, est directement comparable aux mesures de la figure 3.

La différence de nature entre le mouvement presque mono-harmonique de l'enveloppe et celui, plus complexe, de la lame est bien reproduite par la simulation. L'alternance de phases collées et glissantes qui est simulée est conforme à la réalité expérimentale.

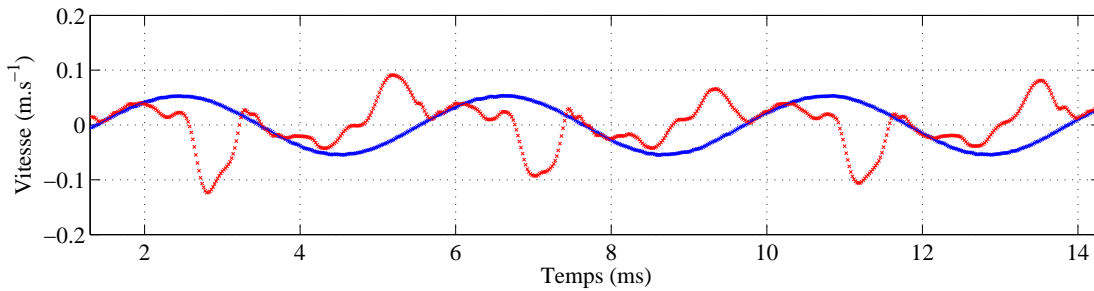


FIG. 3 – Mesure de la vitesse de l’enveloppe et du bord d’une lame

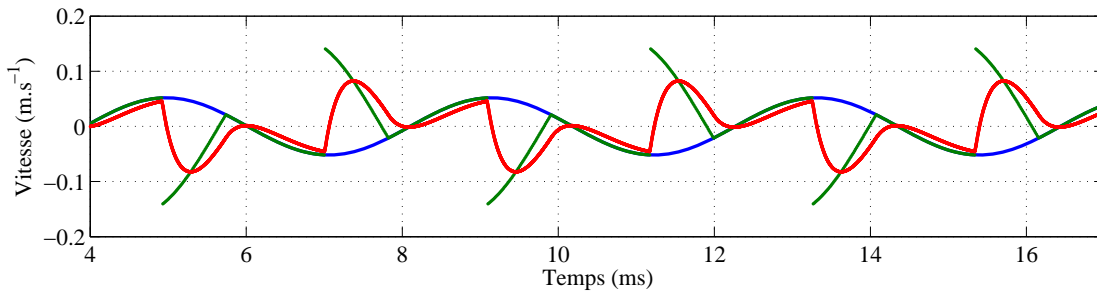


FIG. 4 – Simulation de la vitesse de l’enveloppe et du bord d’une lame, avec et sans masse inertielle

## 5 Conclusion

Une méthode de simulation vibratoire non-linéaire a été développée par synthèse de méthodes existantes et appliquée à un cas d’étude industriel. Cette méthode est basée sur une réduction de modèle par sous-structuration, l’introduction de relations non-linéaire de Coulomb, la méthode de balance harmonique avec les méthodes AFT et de substitution ainsi qu’une méthode de continuation. L’évolution de la courbe de réponse fréquentielle observée expérimentalement est bien retranscrite par la simulation numérique, qui permet également de prédire la réponse fréquentielle à de plus forts niveaux d’excitation. Le modèle proposé a également été confronté à l’expérimentation au niveau local puisque le mouvement local de frottement caractérisé par des alternances de phases collées et glissantes a été mesuré par vibrométrie laser et comparé à la simulation.

Le modèle non-linéaire (avec un unique paramètre de recalage) et la méthode de simulation proposés permettent de reproduire fidèlement les phénomènes non-linéaires vibratoires observés.

## Références

- [1] D. Süß, K. Willner. *Investigation of a jointed friction oscillator using the Multiharmonic Balance Method*, Mechanical Systems and Signal Processing, Elsevier, 73-87, 2015.
- [2] J.-J. Sinou. *Non-linear dynamics and contacts of an unbalanced flexible rotor supported on ball bearings*, Mechanism and Machine Theory, Elsevier, 1713-1732, 2009.
- [3] T.M. Cameron, J.H. Griffin. *An alternating frequency-time method for calculating the steady-state response of nonlinear dynamic systems*, Journal of Applied Mechanics, ASME, 149-151, 1999.
- [4] M. Claeys, J.-J. Sinou, J.-P. Lambelin, B. Alcoverro. *Multi-harmonic measurements and numerical simulations of nonlinear vibrations of a beam with non-ideal boundary conditions*, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Elsevier, 4196-4212, 2014.