



**HAL**  
open science

## Prise en compte de la tension de surface dans la modélisation par éléments finis du bain de soudage

Hussein Amin El Sayed, Bruno Souloumiac, Jean-Michel Bergheau,  
Jean-Baptiste Leblond

### ► To cite this version:

Hussein Amin El Sayed, Bruno Souloumiac, Jean-Michel Bergheau, Jean-Baptiste Leblond. Prise en compte de la tension de surface dans la modélisation par éléments finis du bain de soudage. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01511930

**HAL Id: hal-01511930**

**<https://hal.science/hal-01511930v1>**

Submitted on 21 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

# Prise en compte de la tension de surface dans la modélisation par éléments finis du bain de soudage

H. Amin-El-Sayed<sup>1</sup>, B. Souloumiac<sup>2</sup>, J.-M. Bergheau<sup>1</sup>, J.-B. Leblond<sup>3</sup>

<sup>1</sup> LTDS, ENISE, {[hussein.amin-el-sayed](mailto:hussein.amin-el-sayed@enise.fr), [jean-michel.bergheau](mailto:jean-michel.bergheau@enise.fr)}@enise.fr

<sup>2</sup> ESI Group, Lyon, [bruno.souloumiac@esi-group.com](mailto:bruno.souloumiac@esi-group.com)

<sup>3</sup> IJLRDA, Université de Pierre et Marie Curie, [jbl@lmm.jussieu.fr](mailto:jbl@lmm.jussieu.fr)

---

**Résumé** — L'objectif de ce travail est de présenter une nouvelle méthode pour la prise en compte de la tension de surface dans un code de calcul par éléments finis et spécialement pour la simulation numérique du soudage. Il s'agit de modéliser les deux effets de la tension de surface, à savoir la partie normale « effet de courbure » et la partie tangentielle « effet Marangoni ». Deux exemples sont exposés pour valider l'intérêt et les avantages de cette méthode.

**Mots clés** — Tension de surface, Éléments finis, Navier Stokes, Soudage.

---

## 1. Introduction

Pour simuler avec précision les flux qui se développent dans les bains de soudure, les effets de tension de surface sont d'une grande importance. La tension superficielle agissant sur le fluide s'exprime à travers deux effets. D'une part, elle induit une pression normale à la surface libre du fluide qui est proportionnelle à la courbure de la surface. D'autre part, un champ de température non uniforme à la surface conduit à une tension de surface non uniforme, ce qui génère alors une force tangentielle sur la surface qu'on appelle effet Marangoni.

Dans les codes de calcul par éléments finis modélisant les écoulements fluides, les effets de tension de surface sont introduits comme condition aux limites des équations de Navier-Stokes à travers les efforts extérieurs. Si la prise en compte de l'effet Marangoni ne pose pas de problème particulier dans cette approche, le calcul de la force normale, quant à lui nécessite l'évaluation de la courbure moyenne de la surface qui est beaucoup plus délicat. Cette courbure moyenne est généralement obtenue en calculant la divergence du vecteur normal à la surface, avec les fonctions de forme des éléments finis et les valeurs des vecteurs nodaux obtenus par un calcul de la moyenne des normales aux éléments contenant les nœuds considérés. Dans la pratique, ce calcul peut contenir des erreurs importantes qui auront un impact négatif sur la précision des résultats.

## 2. Présentation de la méthode

La physique nous apprend que les effets de tension de surface sont équivalents à ceux d'une membrane étanche, fictive et collée à l'interface de deux milieux en contact. La figure ci-dessous illustre la membrane en 2D.

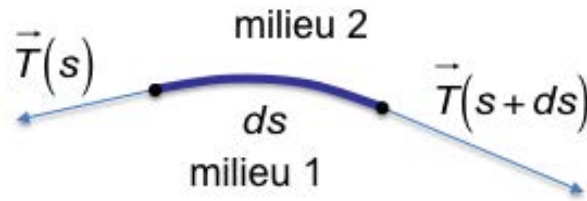


Figure 1 –Membrane fictive séparant 2 milieux

Considérons une membrane fictive de longueur  $ds$  séparant un milieu 1, supposé être un fluide et un milieu 2, supposé être un gaz. L'interface est courbée vers le fluide avec un rayon de courbure  $R$ . En appelant  $\vec{T}(s)$ , la traction exercée à l'abscisse curviligne  $s$ , la force résultante exercée par la membrane sur le fluide est égale à:

$$d\vec{f} = \vec{T}(s) + \vec{T}(s + ds)$$

avec

$$\begin{aligned}\vec{T}(s) &= -\gamma(s)\vec{t}(s) \\ \vec{T}(s + ds) &= \gamma(s + ds)\vec{t}(s + ds)\end{aligned}$$

où  $\gamma(s)$  et  $\vec{t}(s)$  représentent la tension de surface et le vecteur tangent à la membrane à l'abscisse curviligne  $s$  respectivement.

Rappelons que  $\frac{d\vec{t}}{ds} = \frac{1}{R}\vec{n}(s)$ , avec  $R$  le rayon de courbure et  $\vec{n}(s)$  le vecteur normal à la membrane, orienté vers le centre de courbure. On obtient donc :

$$\frac{d\vec{f}}{ds} = \frac{\gamma(s)}{R}\vec{n}(s) + \frac{d\gamma}{ds}\vec{t}(s)$$

Dans cette équation, on reconnaît à droite de l'égalité l'effet de courbure dans le premier terme et de l'effet Marangoni dans le second.

Au lieu de prendre en compte la tension de surface à travers les forces extérieures, l'idée est alors d'imposer la tension de surface comme un état de contrainte dans des éléments finis de membrane représentant la surface. L'état de contrainte à imposer en tout point de l'interface et par conséquent dans tous les éléments de membrane peut s'écrire :

$$\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & \gamma \end{bmatrix}$$

Cet état de contrainte est naturellement pris en compte dans l'expression apparaissant dans la formulation faible du problème :

$$\{F\} = \int_{Interface} [B]^T \{\sigma\} dS$$

où  $[B]$  désigne l'opérateur reliant le taux de déformation aux valeurs nodales de la vitesse et  $\{\sigma\} =$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \gamma \\ \gamma \\ 0 \end{Bmatrix}$$

L'approche proposée ne nécessite aucune évaluation de la courbure moyenne de la surface, ce qui la rend efficace et précise. En outre, elle permet de prendre en compte les deux effets d'une manière naturelle et simple. Il suffit pour cela de considérer une tension de surface  $\gamma$  en chaque point de Gauss des éléments de membrane, fonction de la température de ce point de Gauss.

### 3. Résultats et comparaisons

Pour illustrer la méthode proposée, deux exemples sont présentés. Le premier concerne les petites oscillations d'un fluide, à surface libre, soumis à la gravité et à la tension superficielle. Seul l'effet de courbure est validé dans cet exemple. Le fluide est enfermé dans une boîte parallélépipédique et peut se déplacer librement le long des côtés latéraux; le problème 3D se ramène donc à un problème plan 2D. Les résultats de l'approche proposée sont comparés à ceux d'une solution analytique fournie par Prosperetti [2,3] (figure 2).

Le deuxième exemple est en fait un cas de soudure où la tension de surface varie le long de l'interface, donnant lieu à l'effet Marangoni. L'effort normal est éliminé en imposant un déplacement vertical nul à l'interface plane. La non-uniformité résultant de la tension de surface génère, via l'effet Marangoni, un mouvement de fluide assimilé à un vortex (figure 3). Aucune solution analytique n'est disponible pour ce problème. En revanche, on peut comparer les solutions obtenues en 3D avec des solutions 2D-axisymétrique obtenues dans un Benchmark [4], intégrant la tension de surface de façon standard.

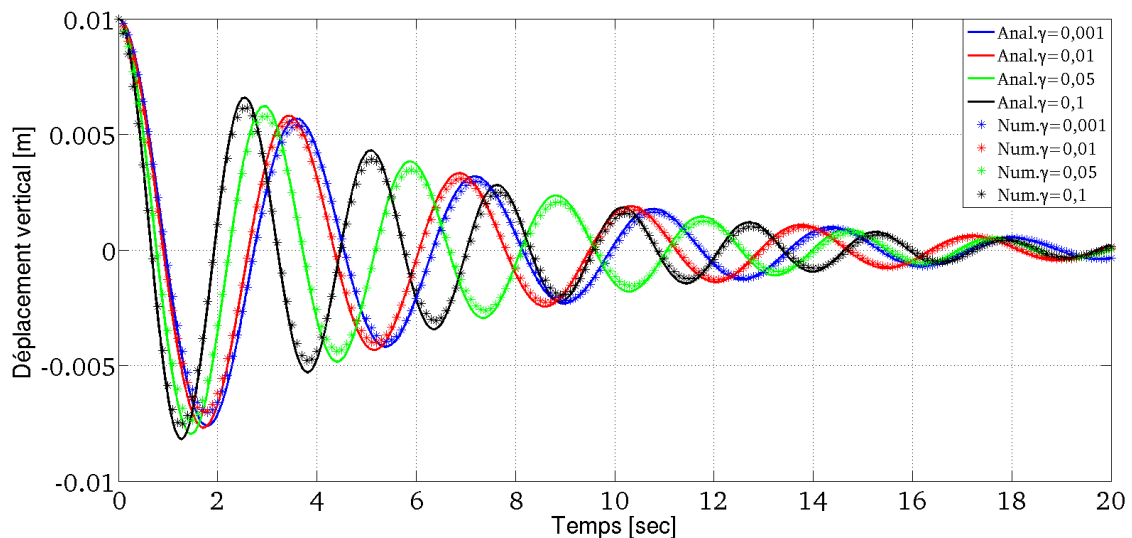


Figure 2 –Amortissement de la surface sinusoïdale d'un fluide soumis à son poids propre ainsi qu'à la tension de surface

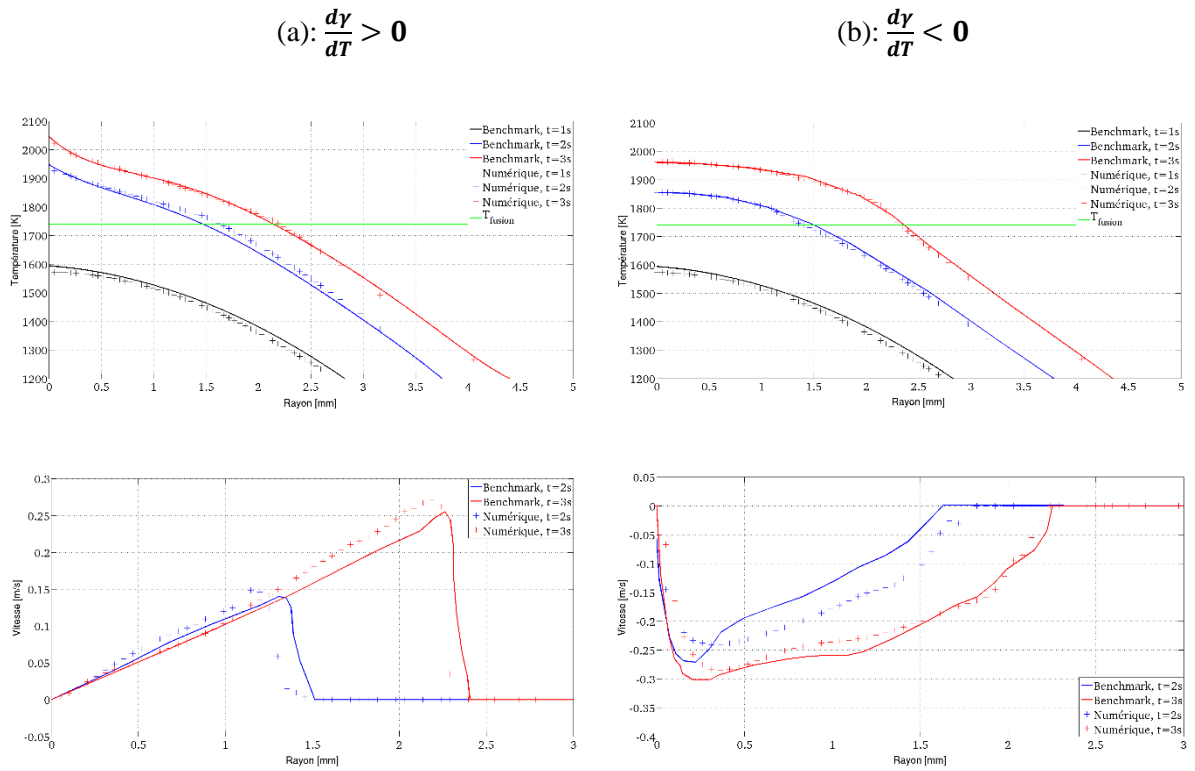


Figure 3 – Champs de température et de vitesse suivant le rayon d'un disque

## Références

- [1] J.B. Leblond, H. Amin El Sayed, J.M. Bergheau. On the incorporation of surface tension in finite-element calculations. *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 341, 2013, p.770-775.
- [2] A. Prosperetti. Motion of two superposed viscous fluids. *Phys. Fluids* 24 (1981) 1217–1223.
- [3] S. Rabier, M. Médale. Computation of free surface flows with a projection {FEM} in a moving mesh framework. *Computer methods in applied Mechanics and Engineering*. Vol 192, 2003, 4703-4721.
- [4] P. Girard, M. Bellet, G. Caillibotte, M. Carin, S. Gounand, F. Mathey, M. Médale. Benchmark for fluid flow in weld pool simulation Two-dimensional transient models for arc welding. Internal report, 2005.