



**HAL**  
open science

## Dynamique d'un tube hyper-élastique déformable ancré en milieu marin

Benjamin Gendron, Aurélien Babarit, Ambroise Watzet, Pierre Ferrant

► **To cite this version:**

Benjamin Gendron, Aurélien Babarit, Ambroise Watzet, Pierre Ferrant. Dynamique d'un tube hyper-élastique déformable ancré en milieu marin. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01511926

**HAL Id: hal-01511926**

**<https://hal.science/hal-01511926>**

Submitted on 21 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

## Dynamique d'un tube hyper-élastique déformable ancré en milieu marin

B. Gendron<sup>1</sup>, A. Babarit<sup>1</sup>, A. Watzetz<sup>2</sup>,  
P. Ferrant<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LHEEA, Ecole Centrale Nantes, {benjamin.gendron,aurelien.babarit}@ec-nantes.fr

<sup>2</sup> SBM Offshore, ambroise.watzetz@sbmoffshore.com

**Résumé** — La dynamique d'un tube flexible rempli d'eau est déterminée à l'aide des équations de Navier-Stokes intégrées radialement et couplées à une équation de paroi en matériau hyper-élastique. L'équation de la dynamique non-linéaire est décomposée sur une base modale qui permet de prendre en compte les effets hydrodynamiques extérieurs. Les résultats obtenus sont comparés à des mesures obtenues lors d'essais en bassins.

**Mots clés** — interaction fluide-structure, système houlomoteur, tube déformable.

### 1 Introduction

La société SBM Offshore travaille depuis plusieurs années sur un système de nouvelle génération permettant de convertir l'énergie des vagues en électricité. Il se distingue des autres concepts houlomoteurs par sa structure longiligne entièrement flexible et qui permet d'épouser sans résistance la forme des vagues. Le système déformable dont la structure est également le convertisseur d'énergie grâce à la mise en oeuvre de matériaux électro-actifs doit permettre d'atteindre des coûts de production d'électricité d'origine houlomotrice économiquement viable.

Le corps du système est composé d'un tube en matériaux composite de type silicone ou caoutchouc, renforcé par des fibres en aramide empêchant les déformations longitudinales. Le tube est rempli d'eau et fermé aux extrémités par des boudes pressurisées. Les extrémités sont rattachées par des ancrages afin de maintenir le tube en place.

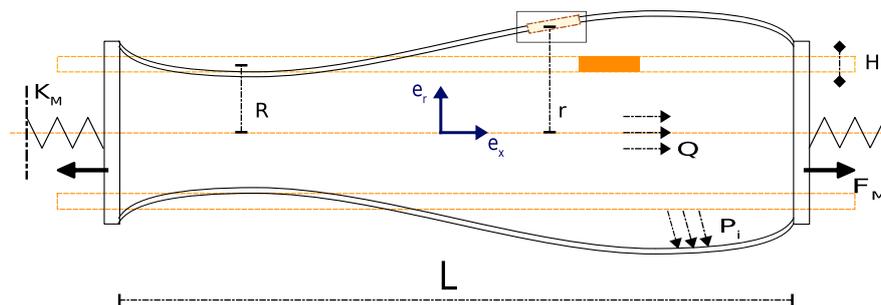


FIGURE 1 – Configuration déformée d'une membrane de révolution, ancrée aux extrémités, sous l'action d'un fluide interne en mouvement et représentée à l'aide des coordonnées cylindriques  $(R, \theta, X)$

Dû à la géométrie du système houlomoteur, plusieurs hypothèses sont émises, ce qui permet d'obtenir les équations unidimensionnelles de chaque milieu. (i) La première hypothèse est que les longueurs d'onde de la houle sont toujours supérieures à la taille du rayon du tube. (ii) La deuxième est que la paroi du tube est considérée fine par rapport au rayon.

## 2 Dynamique du système houlomoteur

La représentation mathématique de ce système fluide-structure se fait en trois étapes. Chaque milieu est décrit par une équation dépendant de la section du tube et une autre variable. Le système d'équation est couplé en une seule, correspondant à la dynamique du système houlomoteur, par le biais de la pression interne. Ensuite les différentes solutions de la dynamique du tube sont obtenues à l'aide d'une décomposition modale de cette équation et des conditions aux limites.

### 2.1 Écoulement interne

La dynamique du fluide interne est décrite à l'aide des équations de Navier-Stokes et de continuité en coordonnées cylindriques. Il est considéré que le rayon du tube est petit devant la longueur d'onde des vagues et que l'écoulement est quasiment plat, ce qui permet de simplifier les équations de Navier-Stokes et de les intégrer sur une portion de cylindre. Les équations de la dynamiques du fluide sont :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial QU}{\partial x} = -\frac{S}{\rho} \frac{\partial P_i}{\partial x} + \sqrt{2\omega v} \frac{Q}{R} \quad (1)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

Avec  $Q = US$  le débit dans le tube, proportionnel à la section et au débit moyen,  $R$  le rayon du tube,  $P_i$  la pression interne et  $\omega$  la pulsation du fluide.

### 2.2 Dynamique de la paroi

La dynamique de la paroi du système est obtenue à partir du tenseur des contraintes cylindriques dans la base déformée.

$$\text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) + \underline{f} = \underline{\gamma}$$

Dans le cas d'une paroi mince, les dérivées par rapport à  $r$  sont nulles et il est considéré que le tube reste parfaitement cylindrique. Ceci implique que les dérivées par rapport à  $\theta$  sont également nulles. En prenant en compte la différence de pression au niveau de la paroi du tube et l'accélération du fluide interne (eq.1), la dynamique non-linéaire du système houlomoteur est la suivante :

$$\rho \frac{\partial Q}{\partial t} + \rho \frac{\partial QU}{\partial x} - \rho \sqrt{2\omega v} \frac{Q}{r} - \frac{S}{4\pi^2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{T}{r} \frac{\partial S}{\partial x} \right) \right) + S \frac{\partial P_\theta}{\partial x} = -S \frac{\partial P_e}{\partial x} \quad (3)$$

Avec  $T$  la tension longitudinale et  $P_\theta$  la pression résultante d'une contrainte circonférentielle d'un cylindre infiniment long. Les contraintes agissant au sein de la paroi sont obtenues à l'aide d'un modèle de matériau hyper-élastique de Yeoh complété par une composante anisotrope. Il est possible de calculer la tension longitudinale et la contrainte circonférentielle  $\sigma_\theta$  en fonction de l'énergie accumulée dans le matériau. L'énergie totale est :

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 + 4k_1(\lambda_f - 1)^2$$

Et les différentes contraintes instantanées sont obtenues ainsi :

$$\sigma_i - \sigma_j = 2 \sum_{n=1}^2 \frac{\partial W}{\partial I_n} \left( B_i \frac{\partial I_n}{\partial B_i} - B_j \frac{\partial I_n}{\partial B_j} \right)$$

Où  $B$  est le tenseur de déformations de Cauchy-Green et  $I$  les différents invariants.

Les effets de viscosité du matériau sont obtenus en calculant la composante temporelle des contraintes à l'aide d'une série de Prony.

### 2.3 Base modale et modèle non-linéaire

Afin de rassembler les différentes variables, on définit la variable caractéristique du système  $\chi$  ainsi :

$$\dot{\chi} = Q = US$$

Seuls les termes linéaires sont conservés de l'équation 3. En s'aidant de l'équation de continuité (eq.2) pour exprimer la variation de section, l'équation de la dynamique linéaire devient :

$$\rho \ddot{\chi} + \frac{T_s}{4\pi} \frac{\partial^4 \chi}{\partial x^4} - \frac{1}{D} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} + B_w \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} = 0 \quad (4)$$

Où  $D$  correspond à la distensibilité du tube : la tangente à l'équilibre statique de la contrainte circonférentielle,  $T_s$  la tension statique dans les fibres et  $B_w$  l'amortissement linéaire de paroi. Ce dernier coefficient représente l'ensemble des différents amortissements agissant sur la structure mais est modifié manuellement en absence des effets non-linéaires.

A partir de l'équation linéaire (eq.4) et en s'aidant des conditions aux limites (le tube ne se déforme pas aux extrémités et le fluide se déplace à la même vitesse que les têtes de tube), on obtient les modes de déformation du tube :

$$\begin{aligned} \hat{\chi}(x) &= \frac{1}{N} \left[ \tanh(k_i L/2) \frac{\cos(k_r x)}{\cos(k_r L/2)} + \frac{k_r}{k_i} \tan(k_r L/2) \frac{\cosh(k_i x)}{\cosh(k_i L/2)} \right] \\ \hat{\chi}(x) &= \frac{1}{N} \left[ \tanh(k_i L/2) \frac{\sin(k_r x)}{\cos(k_r L/2)} - \tan(k_r L/2) \frac{\sinh(k_i x)}{\cosh(k_i L/2)} \right] \end{aligned}$$

La projection de l'équation de la dynamique linéaire (eq.4) sur la base des modes est :

$$\begin{aligned} \omega^2 \left( \rho \int_{-L/2}^{L/2} \hat{\chi}_m \hat{\chi}_l dx + \frac{M_{solid}}{S_s} \hat{\chi}_m|_{L/2} \hat{\chi}_l|_{L/2} \right) + i\omega B_w \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\partial \hat{\chi}_m}{\partial x} \frac{\partial \hat{\chi}_l}{\partial x} dx \\ = \frac{2K_M}{S_s} \hat{\chi}_m|_{L/2} \hat{\chi}_l|_{L/2} + \frac{T_s}{4\pi\lambda_{xs}} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\partial^2 \hat{\chi}_m}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \hat{\chi}_l}{\partial x^2} dx + \frac{1}{D} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\partial \hat{\chi}_m}{\partial x} \frac{\partial \hat{\chi}_l}{\partial x} dx \end{aligned} \quad (5)$$

Cette équation correspond au modèle linéaire. Pour rajouter les composantes non-linéaires, chaque terme de l'équation 3 est projetée sur les modes et une force de correction est créée permettant de retrancher la partie linéaire.

$$\ddot{C}_m [M] + \dot{C}_m [B] + C_m [K] = [F_e] + [F_{corr}] - [F_{wall}] \quad (6)$$

Avec les différentes matrices et forces :

$$\begin{aligned} [M] &= \rho \int_{-L/2}^{L/2} \hat{\chi}_m \hat{\chi}_l dx + \frac{M_{solid}}{S_s} \hat{\chi}_m|_{L/2} \hat{\chi}_l|_{L/2} \\ [B] &= B_w \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\partial \hat{\chi}_m}{\partial x} \frac{\partial \hat{\chi}_l}{\partial x} dx \\ [K] &= \frac{2K_M}{S_s} \hat{\chi}_m|_{L/2} \hat{\chi}_l|_{L/2} + \frac{T_s}{4\pi\lambda_{xs}} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\partial^2 \hat{\chi}_m}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \hat{\chi}_l}{\partial x^2} dx + \frac{1}{D} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\partial \hat{\chi}_m}{\partial x} \frac{\partial \hat{\chi}_l}{\partial x} dx \\ [F_{wall}] &= \int_{-L/2}^{L/2} \left( -\frac{S}{4\pi^2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{T}{r} \frac{\partial S}{\partial x} \right) \right) + S \frac{\partial P_\theta}{\partial x} \right) \hat{\chi} dx \\ [F_{corr}] &= \int_{-L/2}^{L/2} \left( \frac{T_s}{4\pi} \frac{\partial^4 \chi}{\partial x^4} - \frac{1}{D} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} \right) \hat{\chi} dx \end{aligned}$$

### 3 Résultats et Conclusions

Un tube de 10m de long a été testé dans le bassin à houle de l'école Centrale de Nantes avec des vagues de différentes périodes allant de 1s à 5s. Pour chaque test et à différentes sections, le renflement du tube a pu être mesuré.

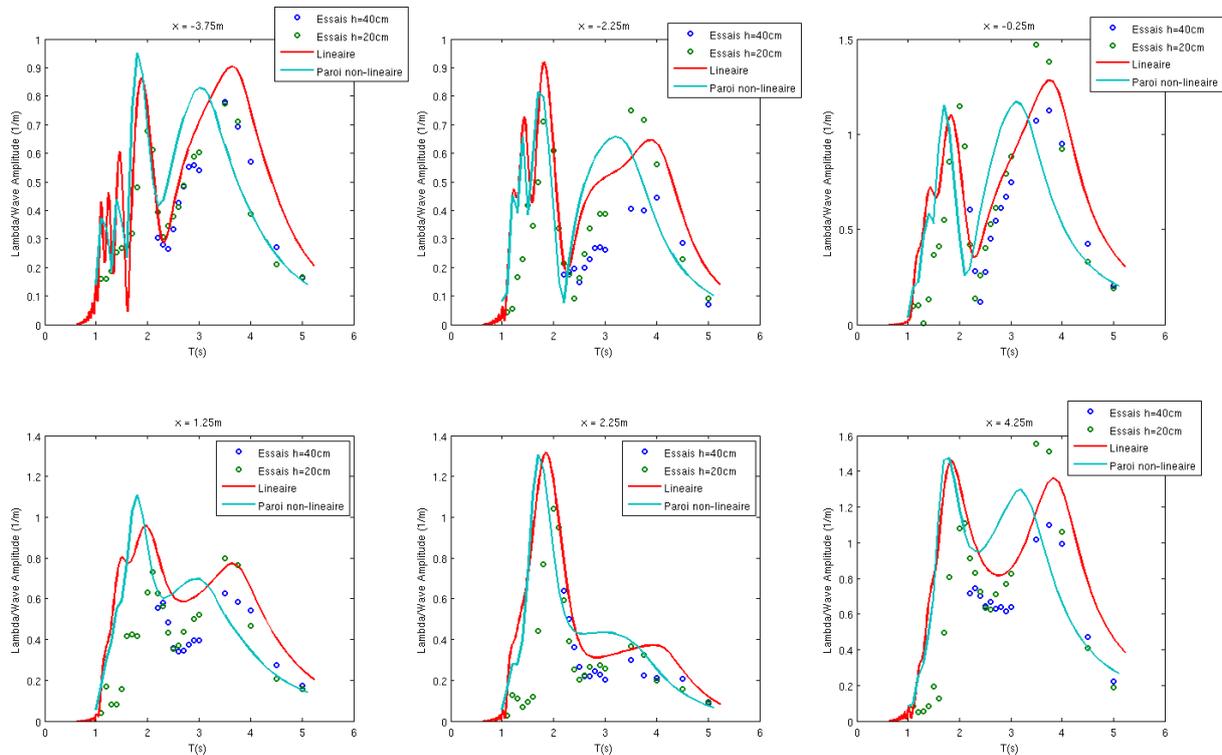


FIGURE 2 – Réponses en renflement par mètre de houle du système pour différentes sections

La figure 2 montre la différence entre le modèle linéaire et non-linéaire de paroi pour différentes sections avec les résultats obtenus lors des essais en bassin. Le modèle linéaire (courbe rouge) fournit des résultats satisfaisant par rapport aux mesures obtenues. Cependant, la prise en compte des effets non-linéaires de paroi permet de réduire l'amortissement linéaire de  $1100Pa.s^{-1}$  à  $500Pa.s^{-1}$  grâce aux effets de viscosité du matériau mais entraîne une augmentation de la raideur du système aux grandes périodes. Le changement de raideur est visible par le décalage du pic de 4s vers 3s. Ce phénomène est prévu car le modèle de paroi agit seulement sur la raideur du système. Afin de recaler le pic à la période mesurée, il est nécessaire de prendre en compte les effets hydrodynamiques agissant autour du tube. Actuellement, seule la houle incidente est prise en compte sans les perturbations du système sur la houle. Avec ces effets supplémentaires, il sera possible de faire varier la masse globale et de compenser le reste de l'amortissement linéaire.

## Références

- [1] M. Epstein and Clifton R Johnston. On the exact speed and amplitude of solitary waves in fluid-filled elastic tubes. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 457(2009) :1195–1213, May 2001.
- [2] Gerhard A Holzapfel, Thomas C Gasser, and Ray W Ogden. A New Constitutive Framework for Arterial Wall Mechanics and a Comparative Study of Material Models. *Journal of Elasticity*, pages 1–48, 2000.
- [3] Omer San and Anne E. Staples. Dynamics of pulsatile flows through elastic microtubes. *International Journal of Applied Mechanics*, 04(01) :1250006, December 2012.
- [4] N. P. Smith, a. J. Pullan, and P. J. Hunter. An Anatomically Based Model of Transient Coronary Blood Flow in the Heart. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 62(3) :990–1018, January 2002.
- [5] Philippe Jean, Ambroise Wattez, Guillaume Ardoise, C. Melis, R. Van Kessel, A. Fourmon, E. Barrabino, J. Heemskerk, and J. P. Queau. Standing wave tube electro active polymer wave energy converter. pages 83400C–83400C–21, April 2012.