



HAL
open science

Elément coque pour l'analyse modale de sandwich cinq couches à amortissement hybride actif/passif

Hakim Boudaoud, Salim Belouettar, El Mostafa Daya, Michel Potier-Ferry

► To cite this version:

Hakim Boudaoud, Salim Belouettar, El Mostafa Daya, Michel Potier-Ferry. Elément coque pour l'analyse modale de sandwich cinq couches à amortissement hybride actif/passif. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01509269

HAL Id: hal-01509269

<https://hal.science/hal-01509269>

Submitted on 16 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Elément coque pour l'analyse modale de sandwich cinq couches à amortissement hybride actif/passif

Hakim Boudaoud*,** — Salim Belouettar** — El Mostafa Daya* — Michel Potier- Ferry*

* Laboratoire de Physique et Mécanique des matériaux,
Université Paul Verlaine
Île du Saulcy
57000 Metz

hakim.boudaoud@voila.fr

** Centre de recherche publique Henri Tudor
Kalschesbrück
Luxembourg

RÉSUMÉ. Dans cet article on propose un élément coque pour les structures sandwich piézoélectrique et viscoélastique. Dans celui-ci une fine couche viscoélastique et intercalée entre deux couches élastiques munies sur les faces supérieur et inférieur de couches piézoélectriques agissant comme capteur et actionneur. L'élément fini sandwich est obtenu en assemblant 5 éléments à travers l'épaisseur de la structure du sandwich. L'utilisation de certaines approximations, des conditions de continuités aux interfaces et en considérant les lois de contrôles on réduit à 8 le nombre de degré de liberté (d.d.l.) par nœud. On considère ici les lois de contrôle de type proportionnel direct et dérivatif. Les résultats obtenus sont comparés aux modèles analytiques et à un modèle numérique issu d'un code commercial.

ABSTRACT. In this paper a shell finite element is proposed for piezoelectric and viscoelastic sandwich structures, in which a thin viscoelastic layer is sandwiched between identical elastic layers with thin piezoelectric layers bonded on their top and bottom surfaces to act as distributed sensor and actuator. The sandwich finite element is obtained by assembling five elements throughout the thickness of the sandwich structure. Using specific assumptions, displacement continuity at the interfaces and considering control laws, one reduces to eight the number of degrees of freedom (DOF) per node. Direct proportional feedback and velocity feedback control have been considered and the obtained results are compared to analytical model and numerical models using a commercial code.

MOTS-CLÉS : sandwich, coque, élément finis, vibrations, piézoélectricité, viscoélasticité, contrôle actif, amortissement modal.

KEYWORDS: sandwich, shell, finite element, vibrations, piezoelectricity, viscoelasticity, active control, modal damping.

1. Introduction

L'amortissement du bruit et des vibrations est l'une des préoccupations majeures, dans de nombreux domaines tels que l'aéronautique, ou l'automobile. Il y a 40 ans on avait pu observer que l'alternance de couches viscoélastique et élastique dans les sandwichs permettait d'accroître l'amortissement passif dans ces derniers (Kerwin 1959) et (Ross et al 1959). Ces dernières années l'utilisation de méthodes actives d'amortissement c'est largement répandu et diffusé (Benjeddou 2000). Ces deux types d'amortissement offrant des solutions complémentaires, il est donc très intéressant d'étudier leur couplage. Dans ce travail ce couplage est réalisé à l'aide des structures sandwich à 5 couches (piézoélectrique/ élastique/ viscoélastique/ élastique/ piézoélectrique, figure 1) de type poutre, plaque et coque.

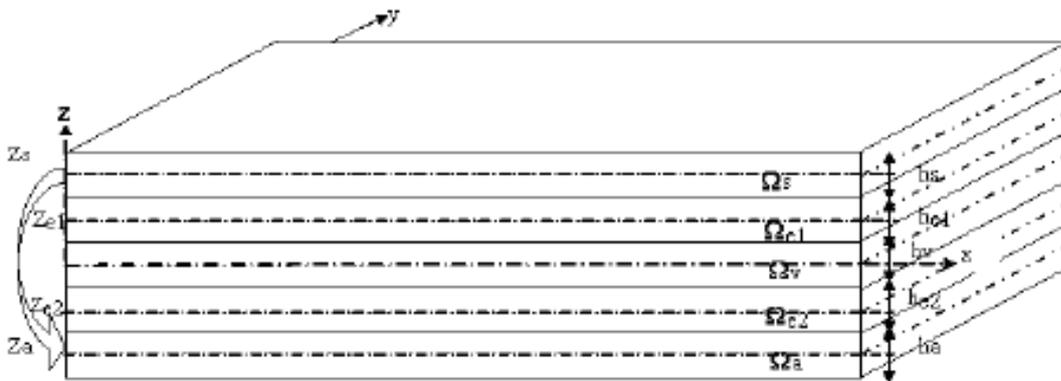


Figure 1. Notations pour le sandwich 5 couches.

2. Formulation théorique

Dans cette partie nous présentons les modèles et leurs hypothèses pour l'étude des vibrations libres de la structure sandwich de la figure 1.

2.1. Hypothèses

Pour décrire la cinématique du sandwich nous considérons un modèle de type plaque de Kirchhoff dans les couches dures (piézoélectriques+élastiques) et un modèle de type plaque de Mindlin pour la partie centrale viscoélastique. Les couches supérieure et inférieure jouent respectivement les rôles de capteur et actionneur et sont reliées par une loi de contrôle en boucle fermée de rétroaction. Les déformations de cisaillement résultent de la différence de déplacement dans le plan des couches élastiques ($(\Omega_{e1}, \Omega_{e2})$ figure 1). Nous considérons les hypothèses classiques (Rao 1978) et (Ma et al 1992) suivantes :

- Pas de glissement entre les différentes couches du sandwich.
- Tous les points d'une même normale à l'axe de la poutre ont le même déplacement transverse.
- Les matériaux sont supposés homogènes, linéaires et isotropes.
- La théorie classique des stratifiés est utilisée.
- Les couches piézo-électriques sont supposées fines et agissant en extension.
- Le champ électrique ne dépend, dans l'espace, que des variables (x,y).
- Le cœur est conducteur avec un potentiel uniforme fixé à zéro.

2.2. Champs de déplacements et déformations

En considérant les conditions de raccords cinématiques entre les différentes couches, nous pouvons exprimer les déplacements de la couche centrale et des couches piézoélectriques uniquement en fonction des 7 déplacements généralisés issus des couches élastiques, à savoir $u^{e_1}, v^{e_1}, u^{e_2}, v^{e_2}, w, R_x, R_y$ (déplacements longitudinaux, la flèche et les rotations)

$$\left\{ \begin{array}{l} U^c(x, y, t) = \frac{u^{e_1}(x, y, t) + u^{e_2}(x, y, t)}{2} + z \left(\frac{u^{e_1}(x, y, t) - u^{e_2}(x, y, t)}{h_c} - \frac{h_e}{h_c} R_x(x, y, t) \right) \end{array} \right. \quad [1]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V^c(x, y, t) = \frac{v^{e_1}(x, y, t) + v^{e_2}(x, y, t)}{2} + z \left(\frac{v^{e_1}(x, y, t) - v^{e_2}(x, y, t)}{h_c} - \frac{h_e}{h_c} R_y(x, y, t) \right) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U^s(x, y, t) = u^{e_1}(x, y, t) + \left(z - \frac{h_c + h_e}{2} \right) R_x(x, y, t) \end{array} \right. \quad [2]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V^s(x, y, t) = v^{e_1}(x, y, t) + \left(z - \frac{h_c + h_e}{2} \right) R_y(x, y, t) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U^a(x, y, t) = u^{e_2}(x, y, t) + \left(z + \frac{h_c + h_e}{2} \right) R_x(x, y, t) \end{array} \right. \quad [3]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V^a(x, y, t) = v^{e_2}(x, y, t) + \left(z + \frac{h_c + h_e}{2} \right) R_y(x, y, t) \end{array} \right. \quad [4]$$

$$W^c(x, y, z, t) = W^s(x, y, z, t) = W^a(x, y, z, t) = w(x, y, t)$$

Les déformations sont alors déduites des expressions (1), (2), (3) et (4) selon l'hypothèse des petites perturbations.

2.3. Relation électro-élastique pour les couches piézoélectrique

Les équations linéaires piézoélectriques couplant les champs élastiques et électriques peuvent s'écrire en considérant l'effet direct et l'effet inverse sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} - e_{kij} E_k \\ D_k = e k_{ij} \varepsilon_{ij} + \epsilon_{kl} E_l \end{array} \right. \quad [5]$$

où σ_{ij} et ε_{ij} sont respectivement les composantes du tenseur des contraintes de Cauchy et du tenseur de déplacements, D_k , les composantes du vecteur de déplacements électriques et E_i le champ électrique. C_{ijkl} , e_{ijk} et ϵ_{kl} représentent les constantes élastiques qui sont mesurées à champ électrique constant, les

composantes piézoélectriques et les composantes de la permittivité diélectrique qui sont mesurées à déformation constante. Les matériaux piézoélectriques sont considérés comme orthotropes et on considère le mécanisme d'extension. Dans cette analyse les différentes hypothèses formulées précédemment nous a mène à considérer un champ électrique constant suivant l'épaisseur de chaque couche piézoélectrique.

$$E_3 = -\frac{\phi}{h_p} \quad [6]$$

Où ϕ représente le potentiel superficiel et h_p est l'épaisseur de la couche piézoélectrique.

3. Formulation élément finis

En considérant l'énergie potentielle de la structure (composée de l'énergie élastique des différentes couches, ainsi que de l'énergie piézoélectrique et de l'énergie diélectrique emmagasinée dans les couches piézoélectriques) et les diverses hypothèses simplificatrices présentées auparavant les équations de mouvement régissant le comportement modal en vibrations libres (principe de Hamilton) de la structure peuvent s'écrire après discrétisation sous la forme matricielle explicitée dans (Boudaoud et al 2006):

$$\begin{cases} [K_{uu}] \{u\} + [K_{u\phi}] \{\phi\} + [M_{uu}] \{\ddot{u}\} = \{0\} \\ [K_{u\phi}]^T \{u\} + [K_{\phi\phi}] \{\phi\} = \{0\} \end{cases} \quad [7]$$

où $[K_{uu}]$, $[M_{uu}]$, $[K_{u\phi}]$ et $[K_{\phi\phi}]$ sont respectivement les matrices de rigidités, de masse, piézoélectrique et de permittivité électrique. Ces différentes matrices s'écrivent de manière plus explicite sous les formes:

$$\begin{cases} [M_{uu}] = \sum_i \int_{v_i} \rho [N_u^i]^t [N_u^i] d\Omega \\ [K_{uu}] = \sum_i \int_{v_i} [B_u^i]^t [C^i] [B_u^i] d\Omega \\ [K_{u\phi}^k] = \sum_k \int_{v_k} [B_u^k]^t [e]^t [B_\phi^k] d\Omega \quad i = e_1, e_2, s, a, c \\ [K_{\phi\phi}^k] = \sum_k \int_{v_k} [B_\phi^k]^t [\epsilon]^t [B_\phi^k] d\Omega \quad k = s, a \end{cases} \quad [8]$$

dans lesquelles v_i est le volume de l'élément fini choisi, $[N_u^i]$ est la matrice des fonctions de forme de la masse, $[B_u^i]$ les matrices couplant déformation et déplacement, $[B_\phi^k]$ les matrices couplant la déformation et le potentiel électrique. $[C^i]$, $[e]^t$ et $[\epsilon]^t$ sont les propriétés élastiques et électriques des différentes couches. Notons que la matrice $[K_{uu}]$ dépend généralement du temps car le cœur est viscoélastique. Si l'on réalise la condensation des potentiels électriques et en

cherchant les solutions propres (modes et pulsations propres) on obtient un problème aux valeurs propres complexes non-linéaires suivant:

$$([K_{uu}(0)] + i[C(\omega)] - \omega^2 [M_{uu}])\{U\} = 0 \quad [9]$$

$$\text{Où } \begin{cases} [K_{uu}(0)] = \Re\{[K_{uu}(\omega)]\} + ([K_{u\phi}]_s + G_d [K_{u\phi}]_a) [K_{\phi\phi}]_s^{-1} [K_{\phi u}]_s \\ [C(\omega)] = \Im\{[K_{uu}(\omega)]\} + \omega G_v [K_{u\phi}]_a [K_{\phi\phi}]_s^{-1} [K_{\phi u}]_s \end{cases} \quad [10]$$

G_d et G_v sont les constantes de gain de contrôle des lois proportionnelles et dérivatives, $(\{U\}, \omega)$ sont les modes propres et pulsations propres. Dans le cas présent nous utiliserons une méthode approchée dite méthode d'énergie de déformation modale utilisant le mode complexe pour résoudre le système.

4. Résultats numériques

Pour valider notre élément, nous déterminons les fréquences et les amortissements d'une poutre à 5 couches en appui simple à ses extrémités et nous les comparons à un modèle analytique illustré dans (Boudaoud et al 2006).

η_{visco}		$G_d = -1$		$G_d = -20$		$G_d = -150$	
		$f(Hz)$	H	$f(Hz)$	H	$f(Hz)$	η
0	Analytique	95.2	0	89.8	0	44.8	0
	Numérique	96.5	0	91	0	45.5	0
0.4	Analytique	96.2	0.144	90.8	0.143	45.8	0.23
	Numérique	97.5	0.144	92	0.144	46.5	0.23
1.0	Analytique	100.8	0.296	95.1	0.279	49.6	0.42
	Numérique	102.0	0.299	96.3	0.282	51.3	0.41

Tableau 1. Première valeur modale obtenue analytiquement et numériquement pour différent gain proportionnel et facteur de perte.

η_{visco}		$G_v = 0$		$G_v = -0.01$		$G_v = -0.05$	
		$f(Hz)$	H	$f(Hz)$	η	$f(Hz)$	η
0	Analytique	95.5	0	95.5	0	95.2	0
	Numérique	96.8	0	96.8	0	96.5	0
0.4	Analytique	96.5	0.144	96.1	0.18	94.2	0.334
	Numérique	97.8	0.144	97.5	0.185	96.1	0.332
1.0	Analytique	101.1	0.296	100.1	0.337	96.2	0.514
	Numérique	102.3	0.299	101.7	0.338	98.8	0.505

Tableau 2. Première valeur modale obtenue analytiquement et numériquement pour différent gain de contrôle dérivatif et facteur de perte.

On considère tout d'abord différente valeur du facteur de perte et du gain de contrôle proportionnel G_d ($G_v=0$). Les valeurs obtenues au moyen du nouvel élément hybride coque (tableau 1) sont très proches des valeurs analytiques et ce quelque soit la valeur du gain de contrôle proportionnel ou du facteur de perte. Dans un second temps on considère ($G_d=0$) et G_v ainsi que le facteur de perte variant. Le tableau 2 montre que le nouvel élément donne aussi dans le cas du contrôle en vitesse des valeurs d'amortissements très proches de celles obtenues analytiquement.

5. Conclusion

Dans ce travail un élément fini pour sandwich 5 couches (piézo/ élast/ visco/ élast/ piézo) à 8 d.d.l. par nœud a été présenté. Il permet de modéliser l'amortissement actif et passif introduit par ce type de sandwich.

Remerciements Ces travaux ont été réalisés dans le cadre du projet européen CASSEM 6ème PCDR sous le contrat n° :013517. Les termes de ce contrat impose le respect de la mention suivante : « the information in this document is provided as is and no guarantee or warranty is given that the information is fit for any particular purpose. The user thereof uses the information at its sole risk and liability ». Les auteurs remercient tous les auteurs qui ont pu les renseigner, à travers leurs oeuvres, sur le sujet traité ainsi que le M.C.E.S.R. Ministère de la Culture de l'Enseignement supérieur et de la Recherche Luxembourgeois pour le financement de ces travaux dans le cadre de la bourse BFR : 04059.

6. Bibliographie

- Benjeddou A., <<Advances in piezoelectric finite element modelling of adaptive structural elements: a survey>>, *Computer and Structures*, 76:347–363, 2000.
- Boudaoud H., Duigou L., Daya E.M., Belouettar S. and Potier-Ferry M., <<Damping analysis of beam submitted to passive and active control>> to processed....
- Kerwin E.M., <<Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer>>, *Journal of the Acoustic Society of America*, 31(7):952–962, 1959.
- Ma B.A and He J.F. , <<Finite element analysis of viscoelastically damped sandwich Plates>>, **Journal of Sound and Vibration**, 52:107–123, 1992.
- Rao D.K., <<Frequency and loss factor of sandwich beams under various boundary Conditions>>, *Journal of Mechanical Engineering Science*, 20(5):271–282, 1978.
- Ross D., Ungar E. and Kerwin E.M. , <<Damping of plate flexural vibrations by means of viscoelastic laminae>>, *Structural damping* (J.E. Ruzicka Edition), 1959.