



**HAL**  
open science

# Tentative d'homogénéisation d'un géomatériau renforcé par un fil

Romain Laniel, Pierre Alart, Stéphane Pagano

► **To cite this version:**

Romain Laniel, Pierre Alart, Stéphane Pagano. Tentative d'homogénéisation d'un géomatériau renforcé par un fil. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01509266

**HAL Id: hal-01509266**

**<https://hal.science/hal-01509266>**

Submitted on 16 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

# Tentative d'homogénéisation d'un géomatériau renforcé par un fil

**Romain Laniel — Pierre Alart — Stéphane Pagano**

*Laboratoire de Mécanique et Génie Civil  
UMR CNRS 5508, Université de Montpellier II  
CC 048 Place Eugène Bataillon  
34095 Montpellier cedex 5  
laniel@imgc.univ-montp2.fr*

---

*RÉSUMÉ. Le mélange fil - sable possède de meilleurs propriétés mécaniques que le sable seul. Afin de mieux cerner les mécanismes de ce géo-composite, nous l'avons modélisé par des méthodes continues et discrètes. La formulation d'une loi thermodynamiquement admissible tenant compte de l'unilatéralité du renfort permet, en outre, une modélisation cohérente du matériau. Parallèlement, les investigations éléments discrets permettent de mettre en évidence les micro-phénomènes de renfort. Ce sont ces deux approches numériques que nous souhaitons confronter afin d'identifier les paramètres de notre loi continue.*

*ABSTRACT. The sand and wire mixture have a higher strength than the sand alone. We modeled it by continuous and discrete methods to emphasize its reinforcement mechanisms. In one hand, the formulation of a thermodynamic law which take into account for the wire network unilaterality, models consistently this material. In the other hand, investigations by discrete elements highlight reinforcement micro phenomena. We want to use these two numerical approaches to identify the parameters of our continuous law.*

*MOTS-CLÉS : Géomatériau, fil, unilatérale, thermodynamique, modélisation continue, modélisation discrète.*

*KEYWORDS: Geomaterial, wire, unilateral, thermodynamics, continuum model, discrete model.*

---

## 1. Motivation

Les ingénieurs du génie civil doivent souvent faire appel à des procédés de renfort des sols afin de garantir leur bonne tenue. En 1984, MM. Leflaive, Khay et Blivet ont mis au point un procédé de renfort des sables en y ajoutant un fil (Leflaive *et al.*, 1985). Celui-ci se répartit aléatoirement dans le géomatériau contribuant à améliorer les caractéristiques mécaniques du mélange que l'on nomme : le *TexSol*. L'équiprobabilité de répartition du fil permet de construire théoriquement son tenseur des rigidités  $\mathbb{K}_f$  (Villard, 1988) en fonction de la longueur de fils par unité de volume et de la rigidité linéique de celui-ci. Le géomatériau composite *TexSol* peut être décrit par deux modèles continus, un local (Villard, 1988) et un non local (Fremond, 2002). Les mécanismes de renfort du *TexSol* semblent fonctionner à distance. Cependant, pour peu que les fils soient suffisamment longs et enchevêtrés, et que l'on se limite au domaine des petites perturbations, la modélisation locale semble être envisageable. Villard introduit dans ces travaux, la superposition d'une loi élasto-plastique rendant compte du sable et d'une autre élastique unilatérale décrivant le comportement du réseau de fils. Il serait alors intéressant d'exprimer ce type de formalisme dans un cadre thermodynamique cohérent. La définition de l'unilatéralité (en contrainte ou en déformation) s'avère alors un enjeu majeur. Parallèlement, nous proposons de regarder à l'échelle micro-structurale quels sont les mécanismes de renforts du fil sur le sable à l'aide d'une modélisation discrète. Le but de cette campagne d'essais est, à terme, de pouvoir réaliser l'identification des paramètres matériau de la loi locale continue du *TexSol* par recalage éléments finis.

## 2. Modèle continu thermodynamiquement admissible

### 2.1. Multi-description thermodynamique d'un matériau

Toute transformation thermodynamique est soumise à deux principes ; la conservation de l'énergie et l'augmentation du désordre global. En mécanique des matériaux, ces principes sont traduits par l'inégalité de Clausius – Duhem

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \rho \left( \dot{u} - T \dot{s} \right) - \frac{1}{T} \mathbf{q} \cdot \nabla T \geq 0, \quad [1]$$

avec  $\boldsymbol{\sigma}$  le tenseur des contraintes,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  le tenseur des déformations,  $s$  l'entropie massique,  $u$  l'énergie interne,  $q$  le flux de chaleur et  $T$  la température. Cette dissipation intrinsèque dépend de la température et d'au moins une variable  $\mathbf{X}$  que l'on appelle variable d'état. Elle peut également être fonction d'autres variables  $\alpha = \{\alpha_1, \dots, \alpha_p\}$  que l'on nomme variables internes. Nous utilisons alors l'énergie libre  $\psi(\mathbf{X}, \alpha, T)$  ainsi que sa transformée de Legendre – Fenchel  $\psi^*(\mathbf{X}^*, \alpha, T)$ , avec  $\psi = u - Ts$ , pour décliner l'équation (1) en deux expressions dépendant respectivement de  $\psi$  et de  $\psi^*$ . Dans le cadre des matériaux standards généralisés, le postulat d'Helmoltz permet d'en déduire les lois d'état primales et duales. Par convention, nous introduisons alors un potentiel de dissipation  $\varphi$  ainsi que sa transformée de Legendre – Fenchel  $\varphi^*$  définis respectivement par les lois complémentaires primales et duales. Notons que si  $\varphi$  est convexe et

minimum en 0 alors l'inégalité (1) est vérifiée à priori. Classiquement, l'expérimen-

<b>Variable d'état : <math>\varepsilon^r</math></b> $\sigma : \dot{\varepsilon}^{ir} + A_m \dot{\alpha}_m - \frac{q}{T} \nabla T \geq 0$		<b>Variable d'état : <math>\sigma</math></b> $\dot{\varepsilon}^{ir} : \sigma + A_m \dot{\alpha}_m - \frac{q}{T} \nabla T \geq 0$	
Energie libre : $\psi$	Potentiel de dissipation : $\varphi$	Enthalpie libre : $\psi^*$	Fonction de force : $\varphi^*$
$\frac{1}{\rho} \sigma \in \partial_{\varepsilon^r} \psi$ $-s \in \partial_T \psi$ $-\frac{1}{\rho} A_m \in \partial_{\alpha_m} \psi$	$\sigma \in \partial_{\varepsilon^r} \varphi$ $A_m \in \partial_{\alpha_m} \varphi$ $\nabla T \in \partial_{(-\frac{q}{T})} \varphi$	$\frac{1}{\rho} \varepsilon^r \in \partial_{\sigma} \psi^*$ $s \in \partial_T \psi^*$ $\frac{1}{\rho} A_m \in \partial_{\alpha_m} \psi^*$	$\dot{\varepsilon}^{ir} \in \partial_{\sigma} \varphi^*$ $-A_m \in \partial_{\alpha_m} \varphi^*$ $-\nabla T \in \partial_{(-\frac{q}{T})} \varphi^*$
<b>Variable d'état : <math>\varepsilon</math></b> $\sigma^{ir} : \dot{\varepsilon} + A_m \dot{\alpha}_m - \frac{q}{T} \nabla T \geq 0$		<b>Variable d'état : <math>\sigma^r</math></b> $\dot{\varepsilon} : \sigma^{ir} + A_m \dot{\alpha}_m - \frac{q}{T} \nabla T \geq 0$	
Energie libre : $\psi$	Potentiel de dissipation : $\varphi$	Enthalpie libre : $\psi^*$	Fonction de force : $\varphi^*$
$\frac{1}{\rho} \sigma^r \in \partial_{\varepsilon} \psi$ $-s \in \partial_T \psi$ $-\frac{1}{\rho} A_m \in \partial_{\alpha_m} \psi$	$\sigma^{ir} \in \partial_{\varepsilon} \varphi$ $A_m \in \partial_{\alpha_m} \varphi$ $\nabla T \in \partial_{(-\frac{q}{T})} \varphi$	$\frac{1}{\rho} \varepsilon \in \partial_{\sigma^r} \psi^*$ $s \in \partial_T \psi^*$ $\frac{1}{\rho} A_m \in \partial_{\alpha_m} \psi^*$	$\dot{\varepsilon} \in \partial_{\sigma^{ir}} \varphi^*$ $-A_m \in \partial_{\alpha_m} \varphi^*$ $-\nabla T \in \partial_{(-\frac{q}{T})} \varphi^*$

**Tableau 1.** Formulations en contrainte et en déformation

tateur choisira une variable d'état observable comme la déformation totale  $\varepsilon$ . Mais d'autres variables peuvent être utilisées comme la partie réversible de la déformation  $\varepsilon^r = \varepsilon - \varepsilon^p$ . Ce choix modifie les variables duales, les lois d'état et complémentaires ainsi que l'inégalité (1) (cf. tableau 1 avec  $A_m$ , la force thermodynamique associée à  $\alpha_m$ ).

## 2.2. Potentiels thermodynamiques du *TexSol* en modélisation tridimensionnelle

Nous souhaitons décrire le sable par un modèle élasto-plastique avec écrouissage cinématique et isotrope. Le réseau de fil doit être défini par des potentiels prenant en compte le phénomène d'unilatéralité tridimensionnel. La superposition de ces deux modèles est faite en postulant deux hypothèses ; celle de l'égalité entre les déformations total, du sable et du fil  $\varepsilon = \varepsilon_s = \varepsilon_f$  et celle de la décomposition additive de la contrainte totale en une partie sable et une partie fil  $\sigma = \sigma_s + \sigma_f$ . Nous choisissons  $\varepsilon$  comme variable d'état accompagné des variables internes  $\varepsilon^p$ ,  $\alpha$  et  $p$  décrivant respectivement les phénomènes de plasticité, d'écrouissage cinématique et isotrope. Les paramètres du modèle sont alors les rigidités d'écrouissage cinématique  $H_c$  et isotrope  $H_i$  ainsi que le tenseur des rigidités du sable  $\mathbb{K}_s$  et les coefficients de Lamé du fil  $\lambda_f$  et  $\mu_f$ . L'énergie libre du *TexSol* s'écrit

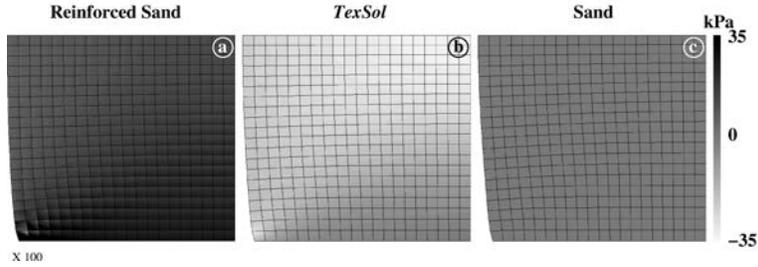
$$\begin{aligned}
 \psi(\varepsilon, \varepsilon^p, \alpha, p) &= \psi_s(\varepsilon, \varepsilon^p, \alpha, p) + \psi_f(\varepsilon) \\
 \psi_s(\varepsilon, \varepsilon^p, \alpha, p) &= \frac{1}{2} (\varepsilon - \varepsilon^p) : \mathbb{K}_s (\varepsilon - \varepsilon^p) + \frac{H_c}{2} \alpha : \alpha + \frac{H_i}{2} p^2 \\
 \psi_f(\varepsilon) &= \frac{\lambda_f}{2} \langle \text{tr}(\varepsilon) \rangle^2 + \mu_f \varepsilon^{\geq} : \varepsilon^{\geq},
 \end{aligned} \tag{2}$$

avec  $\langle \cdot \rangle = \max(\cdot, 0)$ . Dans l'énergie libre du fil, le terme purement sphérique prend en compte l'unilatéralité par la partie positive de la trace de la déformation. En ce qui

concerne l'autre terme, nous souhaitons activer la rigidité du fil uniquement lorsque celui-ci se dilate dans ces directions principales ; d'où la transformation décrite en détail dans (Laniel *et al.*, 2006),  $\varepsilon^{\geq} = \mathbf{P} \langle \text{diag}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) \rangle \mathbf{P}^T$  où  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  et  $\mathbf{P}$  sont respectivement les valeurs propres et la matrice de passage de  $\varepsilon$ . Le fil ne dissipant pas d'énergie, le potentiel de dissipation du *TexSol*, est identique à celui du sable. On écrit alors la transformée de Legendre – Fenchel du potentiel de dissipation

$$\varphi^*(\boldsymbol{\sigma}^{ir}, \mathbf{A}, \boldsymbol{\chi}, R) = I_{\{0\}}(\boldsymbol{\sigma}_s^{ir}) + I_{\Omega(\boldsymbol{\chi}, R)}(\mathbf{A}), \quad [3]$$

avec  $\boldsymbol{\sigma}^{ir}$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\boldsymbol{\chi}$  et  $R$  les forces thermodynamiques associées à  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon^p$ ,  $\alpha$  et  $p$ . La fonction indicatrice d'un domaine  $D$  est notée  $I_D(\cdot)$ . Dans l'espace des contraintes propres  $\Omega$  représente le domaine élastique. Dans nos applications nous l'avons borné par un



**Figure 1.** *Pression du fil*

critère de Drucker – Prager dépendant de l'angle de frottement interne du matériau  $\theta_f$  et de sa cohésion  $C_0$ . Les lois d'état et complémentaires associées aux potentiels (2) et (3) ont été implantés dans le code de calcul *Cast3M*. Trois types de matériaux : un sable renforcé de manière bilatérale noté “reinforced sand”, un sable seul noté “sand” et un sable renforcé de manière unilatérale comme montré précédemment noté “*TexSol*”, ont été soumis à un essai d'écrasement à 0,1% d'un cylindre maillé par 400 éléments linéaires. La figure 1, montrant la répartition de la pression du fil, met en évidence le caractère unilatérale du modèle continu “*TexSol*” puisque, à l'instar de son homologue bilatéral, la partie sphérique de la contrainte du renfort reste toujours positive.

### 3. Investigation par éléments discrets

#### 3.1. Un modélisation discrète du *TexSol*

Afin de résoudre des problèmes mécaniques sur des échantillons granulaires à interactions complexes, nous utilisons la Non Smooth Contact Dynamics (NSCD) implantée dans le code de calcul *LMGC90* (Jean, 1990). Celle-ci permet de résoudre des problèmes de contacts non réguliers en exprimant les équations de la dynamique dans

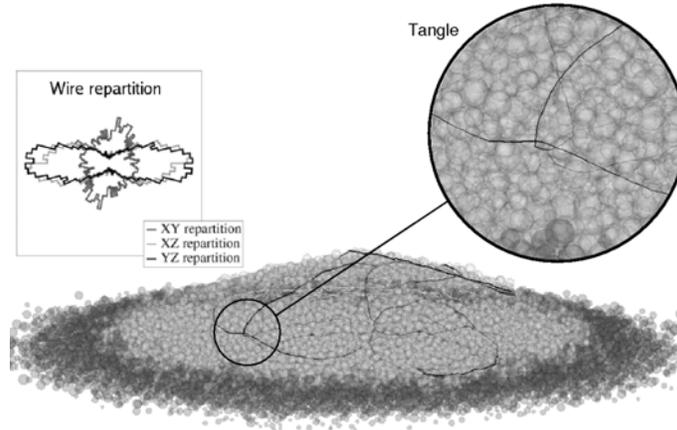
le repère local d'un contact  $\alpha$  (grâce aux transformations  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{H}^T$ ). Pour le pas d'intégration  $i + 1$ , une relation linéaire entre  $u_{i+1}^\alpha$  la vitesse relative et  $p_{i+1}^\alpha$  l'impulsion moyennée sur  $[t_i, t_{i+1}]$  est alors trouvée et est associée à une condition de contact,

$$\begin{cases} u_{i+1}^\alpha - \mathbf{W}^{\alpha\alpha} p_{i+1}^\alpha = u_{\text{libre},i}^\alpha + \sum_{\beta \neq \alpha} \mathbf{W}^{\alpha\beta} p_{i+1}^\beta \\ \text{Loi}[u_{i+1}^\alpha, p_{i+1}^\alpha] = \text{vraie} . \end{cases} \quad [4]$$

Les effets dynamiques sont pris en compte par l'expression de la vitesse relative libre de tout contacts  $u_{\text{libre},i}^\alpha$  et l'opérateur de Delassus  $\mathbf{W}^{\alpha\beta} = \mathbf{H}_\alpha^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{H}_\beta$  apparaît alors naturellement. Plusieurs types de lois de contact peuvent être utilisées entre deux contacteurs. Classiquement, nous employons la condition de Signorini  $0 \leq u_{n,i+1} \perp p_{n,i+1} \geq 0$  sur la partie normale, associée à une loi de frottement de Coulomb sur la partie tangentielle. Dans le cadre de la NSCD, la modélisation du *TexSol* pose un problème. En effet, bien que les grains de sable soient naturellement discrets et donc modélisables par des contacteurs sphériques, le fil lui est une entité continue qu'il va nous falloir discrétiser tout en assurant son comportement originel. Celui-ci est donc décomposé en une suite de contacteurs ponctuels équidistants reliés entre eux par une loi d'interaction particulière. La loi de contact du fil assure la flexion de celui-ci en annulant sa réaction tangentielle. La réaction normale peut être trouvée à l'aide de lois rigides ou élastiques, bilatérales ou unilatérales. Des simulations préliminaires ont montré certains dangers des lois bilatérales, en outre la possibilité lors d'un essai biaxial ou triaxial, de former une colonne de fil pouvant se comprimer. Nous privilégierons donc les lois unilatérales.

### 3.2. Expériences numériques et approche de l'identification

On se propose de laisser sous gravité un échantillon cylindrique de *TexSol* de 30000 particules dont 3500 pour le fil, sur un plan rugueux. Le fil, de longueur volumique  $200 \text{ km.m}^{-3}$ , est équiprobablement réparti dans l'espace. La granulométrie est linéaire et comprise entre  $\varnothing 0,1 \text{ mm}$  et  $\varnothing 0,3 \text{ mm}$ . La figure 2 rend compte de l'affaissement de la structure et plus particulièrement du réseau de fils. En effet celui-ci s'est littéralement étalé de manière à encercler le flux divergent des particules de sable et à le retenir. De plus, lors de ce réarrangement, il s'est enchevêtré de manière à former un nouveau point d'ancrage local. Le fil, qui s'est considérablement étendu, propage des efforts à distance conséquente ce qui complexifie l'action du renfort. En comparant l'angle de frottement du talus de *TexSol* avec celui du sable pour les mêmes paramètres, on constate un gain de  $5,9^\circ$  ce qui correspond à l'ordre de grandeur expérimental. Néanmoins, tous ces mécanismes interviennent dans le cadre des grandes transformation. Si l'on considère l'hypothèse des petites perturbations, on met en évidence des phénomènes plus locaux. En effet, des simulations d'écrasement sur des échantillons cylindriques rendent compte d'une déformation en tonneau. C'est dans le plan médian (le plus dilaté) que se concentre la plus grande activité du fil justifiant ainsi les résultats numériques continus du §2.2. De plus les effets à distance se limitent à un voisinage proche de l'excitation. Les données fournies par ces expériences numériques sont bien plus riches que celles des expériences classiques. Les tenseurs des déformations et des



**Figure 2.** Talus de TexSol après dépôt sur un plan rugueux

contraintes granulaires peuvent être localement reconstruits. Ces objets nous ont permis de confirmer l'hypothèse d'égalité des taux de déformation pour des particules de fil de même dimension que les plus petites particules de sable. Nous proposons alors d'identifier les paramètres de la loi de comportement continue développée au §2.2 par recalage éléments finis ; i.e. minimiser une fonction coût  $J(\mathbf{C}(\Theta))$  représentant l'«erreur» entre les champs mesurés expérimentalement  $\mathbf{C}_{\text{exp}}$  et les champs issus du modèle continu  $\mathbf{C}$  fonction des paramètres  $\Theta$ . Cette minimisation se fait sous réserve de la vérification des lois d'état. Le problème s'écrit alors

$$\begin{cases} \Theta = \arg \min_{\Theta} J(\mathbf{C}(\Theta)) \\ \text{Lois}[\mathbf{C}(\Theta)] = \text{vraies} \end{cases}, \quad [5]$$

où  $J(\mathbf{C}(\Theta)) = \sum_i \frac{W_i}{2} \|\mathbf{C}^i(\Theta) - \mathbf{C}_{\text{exp}}^i\|^2$ , avec  $W_i$  des coefficients de pondération.

#### 4. Bibliographie

- Fremond M., *Non-Smooth Thermo-mechanics*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2002.
- Jean M., Documentation sur LMGC : Logiciel de Mécanique Gérant le Contact, Technical report, LMA, 1990.
- Laniel R., Alart P., Pagano S., « Consistent thermodynamic modelling of wire-reinforced materials », *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 2006. Accepted.
- Leflaive E., Khay M., Blivet J.-C., « Un nouveau matériaux : le TEXSOL », *Travaux*, vol. 602, p. 1-3, 1985.
- Villard P., Etude du renforcement des sables par des fils continus, Thèse de doctorat, Université de Nantes, ENSM, 1988.