



HAL
open science

Inversion de la variabilité horizontale du sol par analyse des ondes de surface

Quang-Anh Ta, Maarten Arnst, Didier Clouteau, Marc Bonnet

► **To cite this version:**

Quang-Anh Ta, Maarten Arnst, Didier Clouteau, Marc Bonnet. Inversion de la variabilité horizontale du sol par analyse des ondes de surface. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01509259

HAL Id: hal-01509259

<https://hal.science/hal-01509259v1>

Submitted on 16 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Inversion de la variabilité horizontale du sol par analyse des ondes de surface.

Ta Q.-A.* — Arnst M.* — Clouteau D.* — Bonnet M.**

* *École Centrale Paris, Laboratoire MSSMAT, UMR8579,
Grande Voie des Vignes, 92295, Châtenay-Malabry Cedex, France*
quang-anh.ta@ecp.fr, maarten.arnst@ecp.fr, didier.clouteau@ecp.fr

** *École Polytechnique, Laboratoire de Mécanique des Solides, UMR7649,
91128 Palaiseau Cedex, France*
bonnet@lms.polytechnique.fr

RÉSUMÉ. Cette communication présente une étude numérique de l'influence de la variabilité spatiale des propriétés mécaniques du sol sur la propagation d'ondes de surface. L'étude s'intègre dans le cadre du développement d'une méthode d'inversion par analyse spectrale des ondes de surface (SASW) ayant pour but d'identifier cette variabilité à partir de courbes de dispersion expérimentales. On propose de modéliser les champs de propriétés mécaniques du sol par des champs stochastiques contrôlés par des champs moyens, des paramètres de dispersion et des longueurs de corrélation. La propagation des ondes générées par une force ponctuelle appliquée à la surface libre sera simulée. La réponse sera post-traitée afin de relever l'influence des paramètres des champs stochastiques sur les courbes de dispersion.

ABSTRACT. This communication presents a numerical study of the influence of the spatial variability of the soil mechanical properties on surface wave propagation. The study contributes to the development of an inversion method based on the Spectral Analysis of Surface Waves (SASW), aimed at identifying this variability from experimental dispersion curves. We propose to model the fields of mechanical properties of the soil by random fields controlled by their mean fields, spatial correlation lengths, and a dispersion parameter. The propagation of the waves generated by a point excitation applied on the free soil surface is simulated. The response is post-processed to highlight the influence of the features of the random fields on the dispersion curves

MOTS-CLÉS : ondes en milieux aléatoires, méthode SASW, identification de champs stochastiques

KEYWORDS: waves in random media, SASW method, identification of random fields

1. Introduction

La prospection géophysique des propriétés mécaniques du sol est une méthode de reconnaissance importante, entre autres, pour le dimensionnement parasismique d'ouvrages et la modélisation des vibrations induites par des moyens de transport. Plus particulièrement, la méthode SASW (Spectral Analysis of Surface Waves) [NAZ 93] permet l'identification d'un profil vertical du module de cisaillement du sol à partir de mesures *in situ* de la dispersion d'ondes de surface. Étant une inversion d'ondes sismiques, les avantages de la méthode sont la simplicité de sa mise en oeuvre et le caractère non-destructif. Cependant, comme elle suppose une stratification horizontale, l'application de la méthode SASW classique est problématique en présence d'une hétérogénéité latérale importante du sol. Ayant comme objectif, à terme, de prendre en compte cette fluctuation horizontale dans la procédure d'inversion, on étudiera ici le problème direct correspondant, et notamment l'influence des fluctuations horizontales des propriétés mécaniques sur les courbes de dispersion.

Dans cette communication, on modélise le champ de module de cisaillement du sol par un champ stochastique [SOI 06], piloté par un champ moyen, des longueurs de corrélation et un scalaire représentant le niveau de fluctuation. On étudiera comment les propriétés stochastiques de la réponse dynamique du sol dépendent des paramètres du champ stochastique modélisant le module de cisaillement.

2. Procédure SASW classique et exemple de limitation

On rappelle ici brièvement les éléments essentiels de la méthode SASW. Cette méthode consiste à identifier les propriétés du sol en mesurant (fig. 1) la propagation d'ondes de surface entre deux capteurs positionnés à une distance Δx l'un de l'autre.

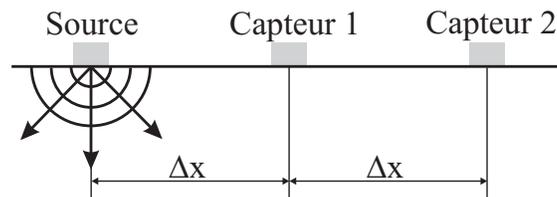


Figure 1. Configuration expérimentale

Une fois connu en fonction de la pulsation ω le déphasage $\Delta\Phi(\omega)$ entre les réponses dynamiques enregistrées par les deux capteurs, on calcule la vitesse de phase

$$c_R(\omega) = \frac{\omega \Delta x}{\Delta\Phi(\omega)}. \quad (1)$$

En minimisant la distance entre la courbe de dispersion expérimentale ainsi obtenue avec celles résultant de modèles numériques ou analytiques, un profil vertical du module de cisaillement du sol est identifié.

Toutefois, ces modèles se fondent sur l'hypothèse que chaque couche de sol est homogène. Dans le cas où le sol présente une variabilité importante, la mise en oeuvre de la méthode SASW classique devient difficile, voire impossible. Pour l'illustrer, la figure 2 présente le résultat d'une campagne de mesures effectuée sur un site à Lincent en Belgique au cours de laquelle des paires de capteurs étaient positionnées sur 6 lignes différentes. Les courbes de dispersion expérimentales présente une variabilité importante, peu compatible avec l'hypothèse d'une stratification horizontale.

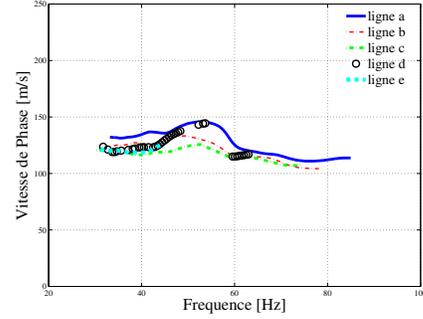


Figure 2. Courbes de dispersion expérimentale pour 6 lignes différentes

3. Modélisation probabiliste

3.1. Problématique

Soit $\Omega = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mid x_3 < 0\}$, équipé d'un repère Cartésien $(\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3)$, le demi-espace occupé par le sol à l'équilibre, de comportement supposé linéaire, isotrope et viscoélastique. Dans la suite, les champs de propriétés mécaniques du sol seront modélisés par des champs stochastiques fluctuant suivant la direction \mathbf{i}_1 . La propagation d'ondes de surface générées par une pression uniforme $p(t)$, fonction du temps et appliquée sur une petite partie Γ_s de la surface libre autour d'un point s , sera étudiée.

3.2. Formulation variationnelle déterministe

Soit $V(\Omega) = \{\mathbf{w} \in (H^1(\Omega, \mathbb{R}))^3\}$, l'espace des déplacements cinématiquement admissibles. La formulation variationnelle déterministe consiste à trouver le champ de la réponse dynamique $t \mapsto \mathbf{u}(\mathbf{x}; t)$ défini sur l'intervalle $[0, T]$, à valeurs dans $V(\Omega)$ tel que $\forall \mathbf{w} \in V(\Omega)$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \int_{\Omega} \rho \mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{w} \, d\Omega + \frac{d}{dt} \int_{\Omega} \underline{\underline{C}}^v \underline{\underline{\epsilon}}(\mathbf{u}(t)) : \underline{\underline{\epsilon}}(\mathbf{w}) \, d\Omega \\ + \int_{\Omega} \underline{\underline{C}}^e(G) \underline{\underline{\epsilon}}(\mathbf{u}(t)) : \underline{\underline{\epsilon}}(\mathbf{w}) \, d\Omega = \int_{\Gamma_s} p(t) \mathbf{i}_3 \cdot \mathbf{w} \, d\Gamma, \quad \forall t \in [0, T], \end{aligned} \quad (2)$$

avec les conditions initiales $\mathbf{u}(\mathbf{x}; 0) = \mathbf{0}$ et $\dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}; 0) = \mathbf{0}$. Les champs $\{\rho(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \Omega\}$, et $\{\underline{\underline{C}}^v(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \Omega\}$ sont respectivement le champ de la masse volumique et du tenseur de viscosité ; $\{\underline{\underline{C}}^e(G)(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \Omega\}$ est le champ du tenseur d'élasticité qui peut s'exprimer en fonction des deux coefficients de Lamé (λ, G) , G étant le module de cisaillement.

3.3. Modèle de champ stochastique

Le champ de module de cisaillement d'un sous-domaine borné $\Omega_0 = \{-L_1 \leq x_1 \leq L_1, -L_2 \leq x_2 \leq L_2, -L_3 \leq x_3 \leq 0\}$ est modélisé par un champ stochastique. Soit $\{\underline{G}(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \Omega\}$ le champ moyen connu, indexé sur Ω et à valeurs dans \mathbb{R}_0^+ . Le champ stochastique $\{\mathbb{G}(\mathbf{x}; \ell_c, \delta) \mid \mathbf{x} \in \Omega\}$ défini sur l'espace probabilisé $(\mathcal{A}, \mathcal{T}, P)$, indexé sur Ω et à valeurs dans \mathbb{R}_0^+ est alors construit comme :

$$\left(\begin{array}{l} \forall \mathbf{x} \in \Omega_0 : \quad \mathbb{G}(\mathbf{x}; \ell_c, \delta) = h(\mathbb{E}(x_1; \ell_c); \delta) \underline{G}(\mathbf{x}) \\ \forall \mathbf{x} \in \Omega \setminus \Omega_0 : \quad \mathbb{G}(\mathbf{x}; \ell_c, \delta) = \underline{G}(\mathbf{x}) \end{array} \right) \text{ p.s. } , \quad (3)$$

où $h(\cdot; \delta)$ est une fonction de transformation telle que $\forall x_1 \in \mathbb{R}$, $h(\mathbb{E}(x_1; \ell_c); \delta)$ est une variable aléatoire de loi Gamma de moyenne unité et d'écart-type δ et le champ stochastique $\{\mathbb{E}(x_1; \ell_c) \mid x_1 \in \mathbb{R}\}$ défini sur $(\mathcal{A}, \mathcal{T}, P)$, indexé sur \mathbb{R} et à valeurs dans \mathbb{R} est pris Gaussien, centré, d'écart-type unité, stationnaire et ayant les trajectoires continues p.s. Sa fonction d'autocorrélation est choisie comme :

$$R(\eta; \ell_c) = E \{ \mathbb{E}(x_1 + \eta; \ell_c) \mathbb{E}(x_1; \ell_c) \} = \text{sinc}^2 \left(\frac{\eta}{2\ell_c} \right) , \quad (4)$$

où $E \{ \cdot \}$ est l'espérance mathématique.

3.4. Formulation variationnelle stochastique

La formulation variationnelle stochastique consiste à trouver un processus stochastique $\{\mathbb{U}(t; \ell_c, \delta) \mid t \in [0, T]\}$, défini sur $(\mathcal{A}, \mathcal{T}, P)$, indexé sur $[0, T]$, à valeurs dans $V(\Omega)$ tel que :

$$\left(\begin{array}{l} \frac{d^2}{dt^2} \int_{\Omega} \rho \mathbb{U}(t) \cdot \mathbf{w} d\Omega + \frac{d}{dt} \int_{\Omega} \underline{C}^v \underline{\underline{\epsilon}}(\mathbb{U}(t)) : \underline{\underline{\epsilon}}(\mathbf{w}) d\Omega + \\ \int_{\Omega} \underline{C}^e(\mathbb{G}(\mathbf{x}; \ell_c, \delta)) \underline{\underline{\epsilon}}(\mathbb{U}(t)) : \underline{\underline{\epsilon}}(\mathbf{w}) d\Omega = \int_{\Gamma_s} p(t) \mathbf{i}_3 \cdot \mathbf{w} d\Gamma , \quad \forall t \in [0, T] , \quad \mathbf{w} \in V(\Omega) \end{array} \right) \text{ p.s. } , \quad (5)$$

avec les conditions initiales $\mathbb{U}(0; \ell_c, \delta) = \mathbf{0}$ et $\dot{\mathbb{U}}(0; \ell_c, \delta) = \mathbf{0}$ p.s. On montre [SOI 06] que la solution $\{\mathbb{U}(t; \ell_c, \delta) \mid t \in [0, T]\}$ de (5) est un processus du second ordre.

4. Résolution et illustration numérique

4.1. Résolution

La méthode des éléments finis spectraux (voir, par exemple, [COH 02]) est appliquée pour la discrétisation de l'espace. L'algorithme de Newmark est utilisé pour la discrétisation en temps (en assurant les conditions de stabilité). Un sous-domaine borné du sol est maillé et ensuite entouré par des couches absorbantes parfaitement adaptées (PMLs) pour absorber les ondes sortantes [FES 05]. La méthode de Monte Carlo est appliquée pour la discrétisation de la dimension aléatoire. Le champ stochastique est simulé par la méthode de représentation spectrale (voir, par exemple, [POI 89]).

4.2. Illustration

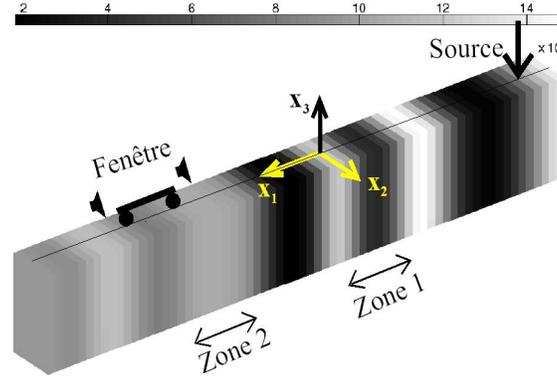


Figure 3. Champ du module de cisaillement

On considère une boîte de sol (fig. 3) de dimension $34 \text{ m} \times 3 \text{ m} \times 6 \text{ m}$. Les propriétés mécaniques du sol sont choisies égales à : $\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$, $\lambda = 3.06 \times 10^8 \text{ Pa}$ (le premier coefficient de Lamé), $\underline{G}(x_1) = 7.2 \times 10^7 \text{ Pa}$ (correspondant à des vitesses $c_P = 500 \text{ m/s}$, $c_S = 200 \text{ m/s}$). On néglige l'amortissement de matériau. Les paramètres du champ stochastique sont choisis égaux à $\ell_c = 2 \text{ m}$ et $\delta = 0,4$. L'excitation est un *Ricker*¹ en fonction du temps, de fréquence centrale $f_0 = 50 \text{ Hz}$ décalé en temps de $\tau = 0.05 \text{ s}$ et appliquée au point $s(-15 \text{ m}, 0, 0)$. On présente des résultats pour le champ moyen et pour un seul tirage du champ stochastique. L'influence de l'hétérogénéité sur la propagation d'ondes est étudiée en faisant glisser une fenêtre de taille $L_f = 4 \text{ m}$ le long d'une ligne de contrôle. Deux capteurs sont disposés aux extrémités de la fenêtre. Pour chaque position de la fenêtre, on trace une courbe de dispersion représentant la vitesse de phase des ondes de surface se propageant entre les deux capteurs. En calculant, pour une fréquence fixée, les moyennes et les écart-types (en remplaçant la moyenne par rapport à la mesure de probabilité par une moyenne par rapport à l'espace), on peut estimer les moments d'ordre deux des courbes de dispersion.

La figure 4 montre que la vitesse des ondes de surface correspondant au champ moyen du module de cisaillement est de l'ordre de $c_R \approx 0,92c_S$ et est très proche de la moyenne des vitesses des ondes de surface correspondant au champ stochastique. De plus, si on estime, pour une fréquence fixée, le coefficient de variation des vitesses des ondes de surface correspondant au champ stochastique, on trouve une valeur de l'ordre de 20%. Cette valeur est liée directement² au paramètre δ du champ $\mathbb{G}(\boldsymbol{x}; \ell_c, \delta)$. D'ailleurs, sur la simulation réalisée, il est possible d'identifier deux zones, la première (zone 1) où les fluctuations sont fortes, la seconde (zone 2) où elles sont modérées. Les comportements des courbes de dispersion dans ces deux zones diffèrent. Dans la zone 2, les petites fluctuations s'accordent bien aux variations modérées en fonction de la fréquence des courbes

1. $R(t; f_0, \tau) = [1 - 2\pi^2 (f_0(t - \tau) - 1)^2] \exp(-\pi^2 (f_0(t - \tau) - 1)^2)$

2. En appliquant la méthode de la perturbation autour de la moyenne :

$$\mathbb{C}_R \approx \sqrt{\underline{G}/\rho} \approx c_R + (\underline{G} - \underline{G})/\sqrt{4\rho\underline{G}} \Rightarrow \sigma_{\mathbb{C}_R} \approx \sigma_{\underline{G}}\sqrt{4\rho\underline{G}} \Rightarrow \delta_{\mathbb{C}_R} \approx \delta/2$$

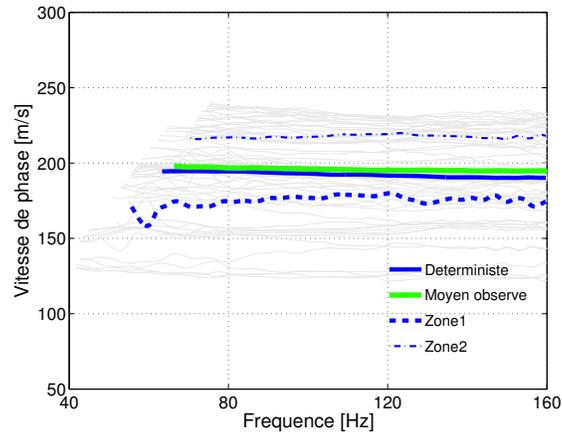


Figure 4. *Courbes de dispersion simulées*

de dispersion, tandis que, dans la zone 1, les fortes fluctuations induisent des variations importantes des courbes de dispersion.

5. Conclusion

Dans ce papier, une étude numérique de la variabilité monodimensionnelle du module de cisaillement a été présentée au cours de laquelle on a analysé, via les courbes de dispersion, l'influence de l'hétérogénéité sur la propagation des ondes de surface. Les fluctuations locales et globales du champ ont été retrouvées dans l'ensemble des courbes de dispersion. Une première direction pour de futures recherches est de faire une étude statistique en considérant plusieurs tirages pour ensuite traiter le problème inverse. Une autre perspective est de considérer la variabilité spatiale tridimensionnelle.

6. Bibliographie

- [COH 02] COHEN G., *Higher-order numerical methods for transient wave equation*, Springer, 2002.
- [FES 05] FESTA G., VILOTTE J., « The Newmark scheme as a velocity-stress time staggering : An efficient PML for spectral element simulations of elastodynamics », *Geophysical Journal International*, vol. 161, n° 3, 2005, p. 789-812.
- [NAZ 93] NAZARIAN S., DESAI M., « Automated surface wave method field testing », *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 119, n° 7, 1993, p. 1094-1111.
- [POI 89] POIRION F., SOIZE C., « Simulation Numérique de Champs Vectoriels Stochastiques Gaussiens Homogènes et Non-Homogènes », *La Recherche Aérospatiale*, n° 1, 1989, p. 41-61.
- [SOI 06] SOIZE C., « Non-Gaussian positive-definite matrix-valued random fields for elliptic stochastic partial differential operators », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195, n° 1-3, 2006, p. 26-64.